

Физика -1

1. Механическое движение. Материальная точка. Путь. Перемещение.

1. Что изучает механика
2. Механическое движение.
3. Виды движения (поступательное, вращательное, колебательное)
4. Система отсчета
5. Система координат
6. Материальная точка
7. Перемещение
8. Траектория
9. Путь
10. Действия над векторами

Механика — часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение. Механическое движение — это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

Основные законы механики установлены итальянским физиком и астрономом Г. Галилеем и окончательно сформулированы английским ученым И. Ньютоном.

Механика Галилея—Ньютона называется классической механикой. В ней изучаются законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света в вакууме. Законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью c , изучаются релятивистской механикой, основанной на специальной теории относительности, сформулированной А. Эйнштейном. Механика делится на три раздела: 1) кинематику; 2) динамику; 3) статику.

Кинематика изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обуславливают.

Динамика изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение.

Статика изучает законы равновесия системы тел. Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесия. Механика для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач использует разные *физические модели*. Простейшей моделью является материальная точка — тело, обладающее массой, размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Понятие материальной точки — абстрактное, но его введение облегчает решение практических задач. Произвольное макроскопическое тело или систему тел можно мысленно разбить на малые взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. Тогда изучение движения произвольной системы тел сводится к изучению системы материальных точек. В механике сначала изучают движение одной материальной точки, а затем переходят к изучению движения системы материальных точек.

Под воздействием тел друг на друга тела могут деформироваться, т. е. изменять свою форму и размеры. Поэтому в механике вводится еще одна модель — абсолютно твердое тело. Абсолютно твердым телом называется тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками (или точнее между двумя частицами) этого тела остается постоянным.

Любое движение твердого тела можно представить как комбинацию поступательного и вращательного движений. Поступательное движение — это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению. Вращательное движение — это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

Движение тел происходит в пространстве и во времени. Поэтому для описания движения материальной точки надо знать, в каких местах пространства эта точка находилась и в какие моменты времени она проходила то или иное положение.

Положение материальной точки определяется по отношению к какому-либо другому, произвольно выбранному телу, называемому телом отсчета. С ним связывается система отсчета — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета. В декартовой системе координат, используемой наиболее часто, положение точки A в данный момент времени по отношению к этой системе характеризуется тремя координатами x, y, z или

радиусом-вектором \mathbf{z} , проведенным из начала системы координат в данную точку (рис. 1).

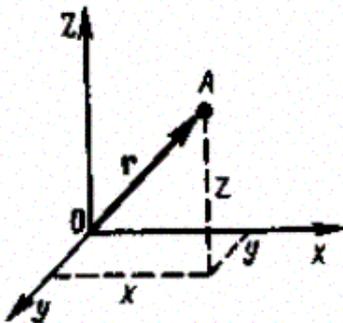
При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются.

В общем случае ее движение определяется скалярными уравнениями .

$$\begin{aligned}
 x &= x(t), & y &= y(t), & z &= z(t), \\
 \text{эквивалентными векторному уравнению} \\
 \mathbf{r} &= \mathbf{r}(t).
 \end{aligned}
 \tag{1}(2)$$

Уравнения (1) и соответственно (2) называются кинематическими уравнениями движения материальной точки.

Число независимых координат, полностью определяющих положение точки в пространстве, называется числом степеней свободы. Если материальная точка свободно движется в пространстве, то, как уже было сказано, она обладает тремя степенями степенями свободы, если вдоль некоторой линии, то одной степенью свободы.



- Что называется материальной точкой? Почему в механике вводят такую модель?
- Что такое система отсчета?
- Что такое вектор перемещения? Всегда ли модуль вектора перемещения равен отрезку пути, пройденному точкой?
- Какое движение называется поступательным? вращательным?

Рис. 1

соответствующим участком траектории и модуль перемещения $|\Delta \mathbf{r}|$ равен пройденному пути Δs .

Исключая t в уравнениях (1) и (2), получим уравнение траектории движения материальной точки. Траектория движения материальной точки — линия, описываемая этой точкой в пространстве. В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

Рассмотрим движение материальной точки вдоль произвольной траектории (рис. 2). Отсчет времени начнем с момента, когда точка находилась в положении A . Длина участка траектории AB , пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени, называется длиной пути и является *скалярной функцией* времени: $\Delta s = \Delta s(t)$. *Вектор* $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$,

проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент времени (приращение радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени), называется перемещением.

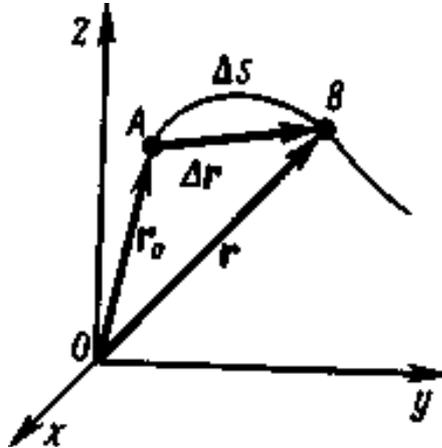
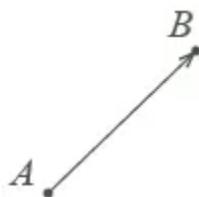


Рис. 2

При прямолинейном движении вектор перемещения совпадает с соответствующим участком траектории и модуль перемещения $|\Delta r|$ равен пройденному пути Δs .

Что такое векторы и зачем они? Величины, не имеющие направления, называются скалярными. Физические величины, имеющие не только абсолютное значение, но и направление, называются векторными. Скорость, сила, ускорение — векторы. Если автомобиль движется из A в B. Конечный результат — его перемещение из точки A в точку B, то есть перемещение на вектор \vec{AB} .



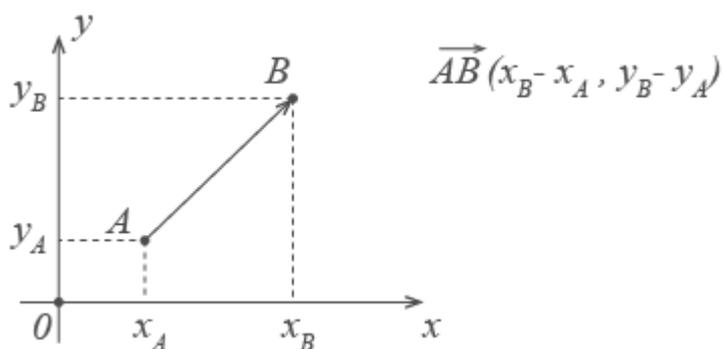
Длиной вектора называется длина этого отрезка. Обозначается: $|\vec{a}|$ или $|\vec{AB}|$.

Равными называются векторы, имеющие одинаковые длины и одинаковое направление. Это значит, что вектор можно перенести параллельно себе в любую точку плоскости.

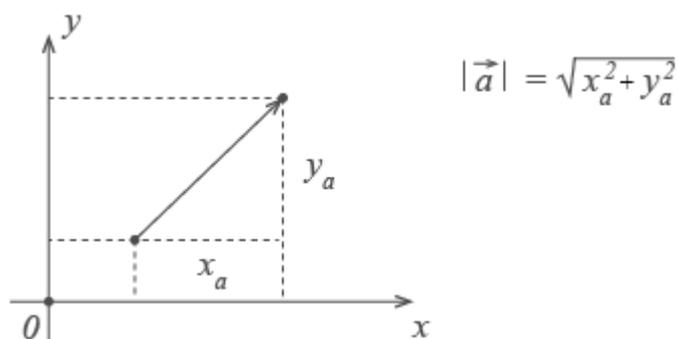
Единичным называется вектор, длина которого равна 1. Нулевым — вектор, длина которого равна нулю, то есть его начало совпадает с концом.

Удобнее всего работать с векторами в прямоугольной системе координат — той самой, в которой рисуем графики функций. Каждой точке в системе координат соответствуют два числа — ее координаты по x и y , абсцисса и ордината. Вектор также задается двумя координатами: $\vec{a}(x_a, y_a)$.

Находятся они просто: координата конца вектора минус координата его начала.



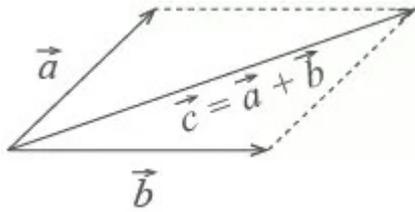
Если координаты вектора заданы, его длина находится по формуле



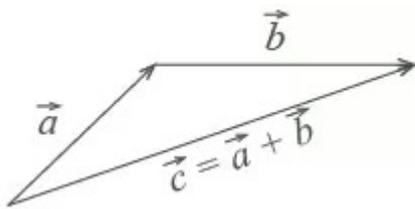
Сложение векторов

Для сложения векторов есть два способа.

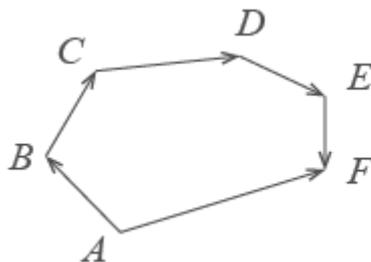
1. Правило параллелограмма. Чтобы сложить векторы \vec{a} и \vec{b} , помещаем начала обоих в одну точку. Достаиваем до параллелограмма и из той же точки проводим диагональ параллелограмма. Это и будет сумма векторов \vec{a} и \vec{b} .



2. Вторым способом сложения векторов — правило треугольника. Возьмем те же векторы \vec{a} и \vec{b} . К концу первого вектора пристроим начало второго. Теперь соединим начало первого и конец второго. Это и есть сумма векторов \vec{a} и \vec{b} .



По тому же правилу можно сложить и несколько векторов. Пристраиваем их один за другим, а затем соединяем начало первого с концом последнего.



$$\vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF}$$

При сложении векторов $\vec{a}(x_a, y_a)$ и $\vec{b}(x_b, y_b)$ получаем:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{c}(x_a + x_b, y_a + y_b)$$

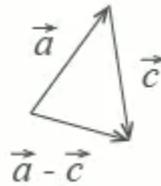
Вычитание векторов

Вектор $-\vec{c}$ направлен противоположно вектору \vec{c} . Длины векторов \vec{c} и $-\vec{c}$ равны.



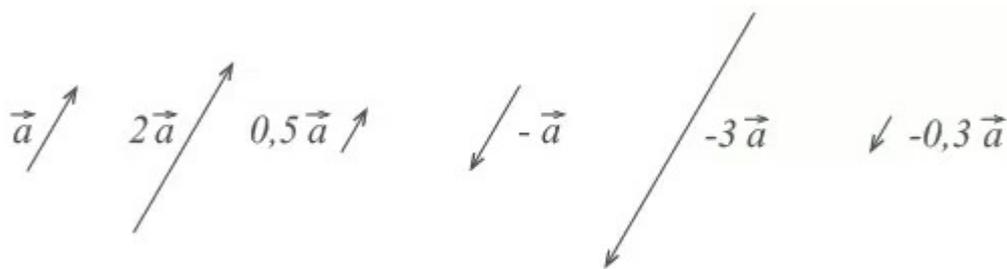
Разность векторов \vec{a} и \vec{c} — это сумма вектора \vec{a} и $-\vec{c}$ вектора .

$$\vec{a} - \vec{c} = \vec{a} + (-\vec{c})$$



Умножение вектора на число

При умножении вектора \vec{a} на число k получается вектор, длина которого в k раз отличается от длины \vec{a} . Он сонаправлен с вектором \vec{a} , если k больше нуля, и направлен противоположно \vec{a} , если k меньше нуля.

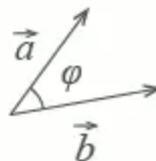


Скалярное произведение векторов

Векторы можно умножать не только на числа, но и друг на друга.

Скалярным произведением векторов называется произведение длин векторов на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$



Обратим внимание — перемножили два вектора, а получился скаляр, то есть число. Например, в физике механическая работа равна скалярному произведению двух векторов — силы и перемещения:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos \varphi$$

Если векторы перпендикулярны, их скалярное произведение равно нулю. А вот так скалярное произведение выражается через координаты векторов \vec{a} и \vec{b} :

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b$$

Из формулы для скалярного произведения можно найти угол между векторами:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2} \cdot \sqrt{x_b^2 + y_b^2}}$$

Эта формула особенно удобна в стереометрии.

2. Прямолинейное равномерное движение

1. Скалярные и векторные величины
2. Действия над векторами: сложение и разность векторов, произведение вектора на скаляр
3. Скорость (определение и математическое выражение)
4. Единица измерения скорости
5. Средняя и мгновенная скорость
6. Прямолинейное равномерное движение и графики зависимости кинематических величин (v, t) , (x, t) , (s, t) , характеризующих это движение, от времени.

Скалярная величина (скаляр) – это физическая величина, которая имеет только одну характеристику – численное значение. Скалярная величина может быть положительной или отрицательной. Математические действия со скалярными величинами – это алгебраические действия.

Векторная величина (вектор) – это физическая величина, которая имеет две характеристики – модуль и направление в пространстве. Геометрически вектор изображается как направленный отрезок прямой линии, длина которого в масштабе – модуль вектора.

Для характеристики движения материальной точки вводится векторная величина — скорость, которой определяется как *быстрота* движения, так и его *направление* в данный момент времени.

Пусть материальная точка движется по какой-либо криволинейной траектории так, что в момент времени t ей соответствует радиус-вектор \mathbf{r}_0 (рис. 1). В течение малого промежутка времени Δt точка пройдет путь Δs и получит элементарное (бесконечно малое) перемещение $\Delta \mathbf{r}$.

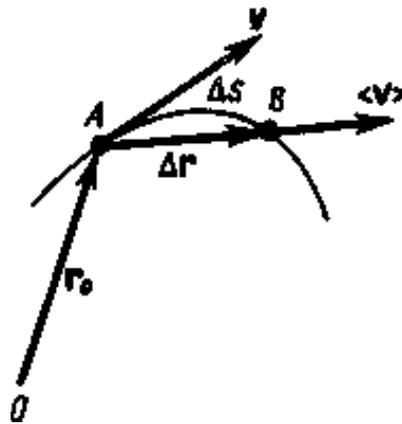


Рис. 1

Вектором средней скорости $\langle \mathbf{v} \rangle$ называется отношение приращения $\Delta \mathbf{r}$ радиуса-вектора точки к промежутку времени Δt :

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta \mathbf{r}$. При неограниченном уменьшении Δt средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется мгновенной скоростью \mathbf{v} :

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}.$$

Мгновенная скорость \mathbf{v} , таким образом, есть векторная величина, равная первой производной радиуса-вектора движущейся точки по времени. Так как секущая совпадает с касательной, то вектор скорости \mathbf{v} направлен по касательной к траектории в сторону движения (рис. 1). По мере уменьшения Δt путь Δs все больше будет приближаться к $|\Delta \mathbf{r}|$, поэтому модуль мгновенной скорости

$$v = |\mathbf{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Таким образом, модуль мгновенной скорости равен первой производной пути по времени:

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (2)$$

При неравномерном движении модуль мгновенной скорости с течением времени изменяется. В данном случае пользуются скалярной величиной $\langle v \rangle$ — средней скоростью неравномерного движения:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Из рис. 1 вытекает, что $\langle v \rangle > |\langle \mathbf{r} \rangle|$, так как $\Delta s > |\Delta \mathbf{r}|$, и только в случае прямолинейного движения

$$\Delta s = |\Delta \mathbf{r}|.$$

Если выражение $ds = v dt$ проинтегрировать по времени в пределах от t до $t + \Delta t$, то найдем длину пути, пройденного точкой за время Δt :

$$s = \int_t^{t+\Delta t} v dt.$$

3. Прямолинейное неравномерное движение

1. Ускорение (определение и математическая выражение)
2. Единица измерения ускорения
3. Среднее ускорение
4. Мгновенное ускорение
5. Формулы, выражающие связь между скоростью, ускорением и перемещением в дифференциальной форме
6. Равноускоренное и равнозамедленное движение

7. Графики зависимости кинематических величин (v,t) , (a,t) , (x,t) , (s,t) , характеризующих прямолинейное равнопеременное движение

В случае неравномерного движения важно знать, как быстро изменяется скорость с течением времени. Физической величиной, характеризующей быстроту изменения скорости по модулю и направлению, является ускорение.

Средним ускорением неравномерного движения в интервале от t до $t+\Delta t$ называется векторная величина, равная отношению изменения скорости Δv к интервалу времени Δt :

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

Мгновенным ускорением \mathbf{a} (ускорением) материальной точки в момент времени t будет предел среднего ускорения:

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle \mathbf{a} \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Таким образом, ускорение \mathbf{a} есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени.

Равноускоренное прямолинейное движение - прямолинейное движение, при котором ускорение параллельно скорости и постоянно по модулю.

Равнозамедленное прямолинейное движение - прямолинейное движение, при котором ускорение направлено противоположно скорости и постоянно по модулю.

$$\mathbf{a} = \text{const}$$

Рис. 3 Зависимость скорости от времени при равноускоренном движении

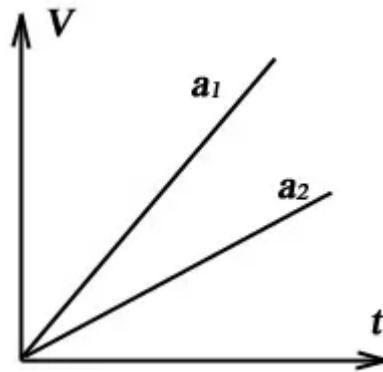
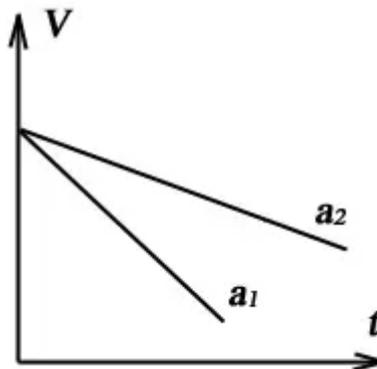
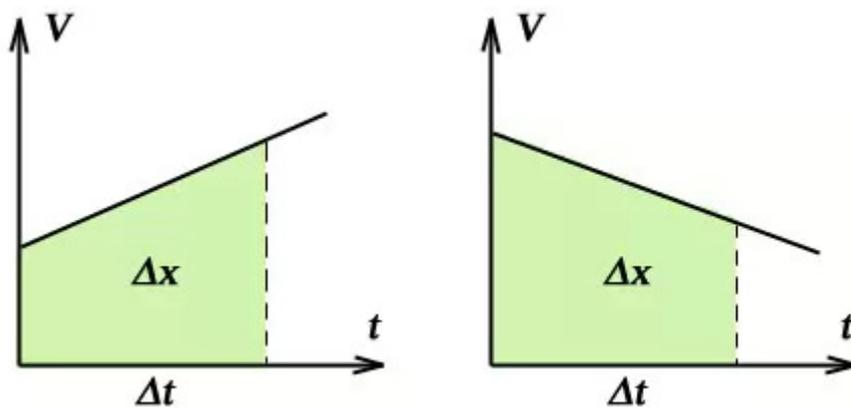


Рис. 4 Зависимость скорости от времени при и равнозамедленном движении



Также как и в случае равномерного прямолинейного движения, перемещение при равноускоренном и равнозамедленном движении можно определить графически. Модуль перемещения численно равен площади под графиком зависимости скорости движения тела от времени.



На графиках показаны равноускоренное и равнозамедленное движения тела, начальная скорость которых отлична от нуля.

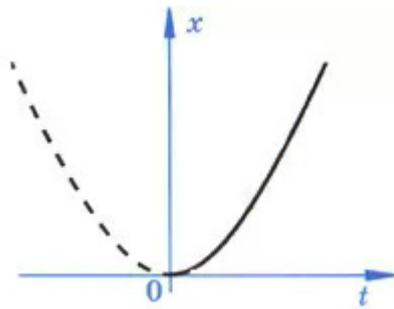


Рис. 5 Зависимость координаты от времени при равноускоренном движении по оси x . ($x_0 = 0$; $V_0 = 0$)

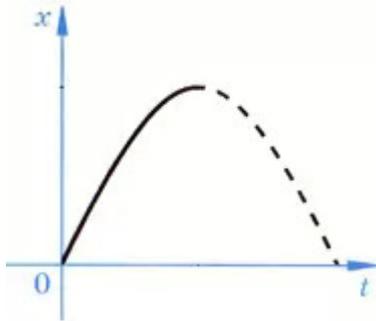


Рис. 6 Зависимость координаты от времени при равнозамедленном движении по оси x .

$$(x_0 = 0; V_0 = 0)$$

Равнопеременное прямолинейное движение - движение с постоянным по модулю и направлению ускорением.

Равноускоренное и равнозамедленное движения - частные случаи равнопеременного движения. Только при равноускоренном движении проекция вектора ускорения на ось x положительна, а при равнозамедленном - отрицательна. Значит, полученные формулы, частные случаи общего закона равнопеременного движения.

Закон равнопеременного движения

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

Закон равнопеременного движения в декартовых координатах

$$x(t) = x_0 + v_x t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y(t) = y_0 + v_y t + \frac{a_y t^2}{2}$$

Эти формулы применимы для описания как прямолинейного, так и криволинейного движения. Важно лишь, чтобы ускорение было постоянным.

4. Скорость и ускорение в криволинейном движении

1. Криволинейное движение
2. Тангенциальное ускорение
3. Нормальное ускорение
4. Полное ускорение при криволинейном движении
5. Математическое их выражение в дифференциальной форме
6. Графическое представление

Отсюда следует, что вектор ускорения \mathbf{a} лежит в плоскости векторов \mathbf{s} и \mathbf{n} , т. е. в соприкасающейся плоскости; вектор \mathbf{a} не имеет составляющей по бинормали к траектории. В общем случае ускорение \mathbf{a} направлено под углом к траектории. Первое слагаемое в формуле (4.11)

$$\mathbf{a}_t = \frac{dv}{dt} \mathbf{s} \quad (4.12)$$

есть вектор, направленный по касательной к траектории. Этот вектор называется *касательным* или *тангенциальным ускорением*. Второе слагаемое

$$\mathbf{a}_n = \frac{v^2}{r} \mathbf{n} \quad (4.13)$$

есть вектор, направленный вдоль главной нормали в сторону вогнутости траектории. Он называется *нормальным ускорением*. Таким образом, в общем случае ускорение \mathbf{a} можно представить в виде геометрической суммы тангенциального и нормального ускорений:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n. \quad (4.14)$$

Тангенциальное ускорение меняет скорость только по величине, нормальное ускорение меняет ее только по направлению.

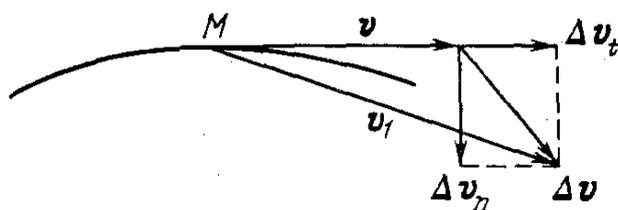


Рис. 11.

Рис. 11 поясняет разложение полного ускорения на тангенциальное и нормальное. Пусть \mathbf{v} — скорость материальной точки в момент времени t , когда она находилась в положении M . Обозначим посредством $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} + \Delta\mathbf{v}$ скорость той же точки в момент $t + \Delta t$, когда она переместилась в положение M_1 (не обозначенное на рисунке). Отложим оба вектора \mathbf{v} и \mathbf{v}_1 из одной и той же точки M и разложим приращение $\Delta\mathbf{v}$ скорости на две составляющие: составляющую $\Delta\mathbf{v}_t$ вдоль вектора \mathbf{v} и составляющую $\Delta\mathbf{v}_n$, перпендикулярную к этому вектору. При уменьшении Δt оба отношения $\frac{\Delta\mathbf{v}_t}{\Delta t}$ и $\frac{\Delta\mathbf{v}_n}{\Delta t}$ будут стремиться к определенным пределам. Первый из них есть тангенциальное, а второй — нормальное ускорения.

При вычислении скорости точки бесконечно малую дугу траектории можно аппроксимировать бесконечно коротким прямолинейным отрезком, направление которого совпадает с направлением касательной к траектории. При определении ускорения такая аппроксимация уже не годится. Однако, как видно из рассуждений настоящего параграфа, при вычислении ускорения бесконечно малую дугу траектории можно аппроксимировать дугой окружности, плоскость которой совпадает с соприкасающейся плоскостью,

5. Кинематика вращательного движения твердого тела

1. Ось вращения
2. Вращательное движение
3. Условие вращения
4. Определение и математическое выражение угловой скорости. Единица измерения угловой скорости
5. Мгновенная угловая скорость
6. Период, собственная и круговая частота (формулы и единицы измерения)
7. Угловое ускорение (математическое выражение в дифференциальной форме, единица измерения)
8. Соотношения, связывающие линейную скорость, линейное ускорение, угловую скорость и угловое ускорение
9. Правило буравчика

Вращательное движение — вид механического движения. При вращательном движении материальной точки она описывает окружность. При вращательном движении абсолютно твёрдого тела все его точки описывают окружности, расположенные в параллельных плоскостях. Центры всех окружностей лежат при этом на одной прямой, перпендикулярной к плоскостям окружностей и называемой осью вращения. Ось вращения может располагаться внутри тела и за его пределами. Ось вращения в данной системе отсчёта может быть как подвижной, так и неподвижной. Например, в системе отсчёта, связанной с Землёй, ось вращения ротора генератора на электростанции неподвижна.

При выборе некоторых осей вращения, можно получить сложное вращательное движение — сферическое движение, когда точки тела движутся по сферам. При вращении вокруг неподвижной оси, не проходящей через центр тела или вращающуюся материальную точку, вращательное движение называется круговым.

Рассмотрим твердое тело, которое вращается вокруг неподвижной оси. Тогда отдельные точки этого тела будут описывать окружности разных радиусов, центры которых лежат на оси вращения. Пусть некоторая точка движется по окружности радиуса R (рис. 1). Ее положение через промежуток времени Δt зададим углом $\Delta\varphi$. Элементарные (бесконечно малые) повороты можно рассматривать как векторы (они обозначаются $\overrightarrow{\Delta\varphi}$ или $\overrightarrow{d\varphi}$). Модуль вектора $\overrightarrow{d\varphi}$ равен углу поворота, а его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности, т. е. подчиняется правилу правого винта (рис. 1). Векторы, направления которых связываются с направлением вращения, называются псевдовекторами или аксиальными векторами. Эти векторы не имеют определенных точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения

Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т. е. так же, как и вектор $d\vec{\varphi}$ (рис. 2). Размерность угловой скорости $\dim \omega = T^{-1}$, а ее единица — радиан в секунду (рад/с).

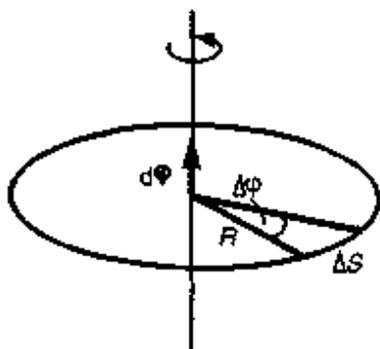


Рис. 1

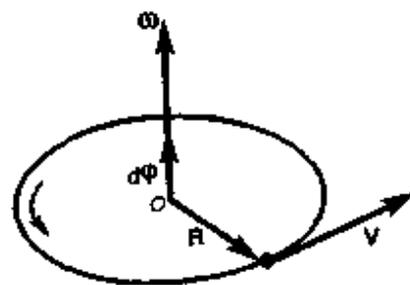


Рис. 2

Линейная скорость точки (см. рис. 1)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R \omega,$$

т.е

$$v = \omega R.$$

В векторном виде формулу для линейной скорости можно написать как векторное произведение:

$$\mathbf{v} = [\vec{\omega} \mathbf{R}].$$

При этом модуль векторного произведения имеет направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{\omega}$ к \mathbf{R} .

Если $\omega = \text{const}$, то вращение равномерное и его можно характеризовать периодом вращения T — временем, за которое точка совершает один полный оборот, т. е поворачивается на угол 2π . Так как промежутку времени $\Delta t = T$ соответствует $\Delta \varphi = 2\pi$, то $\omega = 2\pi/T$, откуда

$$T = 2\pi/\omega.$$

Число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности, в единицу времени называется частотой вращения:

$$n = 1/T = \omega/(2\pi),$$

откуда

$$\omega = 2\pi n.$$

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}, v = \omega R$$

$$a_t = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\epsilon.$$

Тангенциальная составляющая ускорения

Нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлю вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор $\vec{\epsilon}$ сонаправлен вектору $\vec{\omega}$ (рис. 3), при замедленном — противоположен ему (рис. 4).

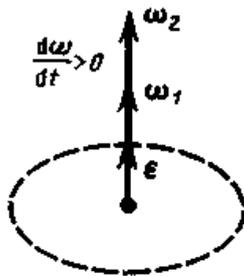


Рис. 3

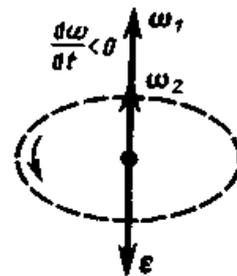


Рис. 4

Таким образом, связь между линейными (длина пути s , пройденного точкой по дуге окружности радиуса R , линейная скорость v , тангенциальное ускорение a_t , нормальное ускорение a_n) и угловыми величинами (угол поворота φ , угловая скорость ω , угловое ускорение ϵ) выражается следующими формулами:

$$s = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a_t = R\epsilon, \quad a_n = \omega^2 R.$$

В случае равнопеременного движения точки по окружности ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2 / 2,$$

где ω_0 — начальная угловая скорость.

6. Первый закон Ньютона. Масса и импульс тела

1. Предмет динамики
2. Поступательное движение
3. Закон инерции Галилея и Ньютона
4. Первый закон Ньютона
5. Инерциальные системы отсчета
6. Масса тела
7. Масса тела и инертность
8. Импульс тела (определение, математическое выражение и единица измерения)

Динамика является основным разделом механики, в ее основе лежат три закона Ньютона, сформулированные им в 1687 г. Законы Ньютона играют исключительную роль в механике и являются (как и все физические законы) обобщением результатов огромного человеческого опыта. Их рассматривают как *систему взаимосвязанных законов* и опытной проверке подвергают не каждый отдельный закон, а всю систему в целом.

Первый закон Ньютона: всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние. Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется инертностью. Поэтому первый закон Ньютона называют также законом инерции.

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчета. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются инерциальными системами отсчета. Инерциальной системой отсчета является такая система отсчета, относительно которой материальная точка,

свободная от внешних воздействий, либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно. Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета.

Опытным путем установлено, что инерциальной можно считать гелиоцентрическую (звездную) систему отсчета (начало координат находится в центре Солнца, а оси проведены в направлении определенных звезд). Система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальна, однако эффекты, обусловленные ее неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца), при решении многих задач пренебрежимо малы, и в этих случаях ее можно считать инерциальной.

Из опыта известно, что при одинаковых воздействиях различные тела неодинаково изменяют скорость своего движения, т. е., иными словами, приобретают различные ускорения. Ускорение зависит не только от величины воздействия, но и от свойств самого тела (от его массы).

Масса тела — физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства. В настоящее время можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей 10 их значения).

Чтобы описывать воздействия, упоминаемые в первом законе Ньютона, вводят понятие силы. Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т. е. приобретают ускорения (динамическое проявление сил), либо деформируются, т. е. изменяют свою форму и размеры (статическое проявление сил). В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения. Итак, сила — это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

Векторная величина $P = mv$ численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется импульсом (количеством движения) этой материальной

7. Второй и третий законы Ньютона

1. Результирующая сила (графическое представление)

2. Причины движения
3. Второй закон Ньютона
4. Изменение импульса или количества движения тела
5. Единица измерения силы
6. Связь между первым и вторым законами Ньютона
7. Третий закон Ньютона (формулировка, математическое выражение)

Второй закон Ньютона — *основной закон динамики поступательного движения* отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела под действием приложенных к ней сил.

Если рассмотреть действие различных сил на одно и то же тело, то оказывается, что ускорение, приобретаемое телом, всегда прямо пропорционально равнодействующей приложенных сил:

$$\mathbf{a} \sim \mathbf{F} \quad (m = \text{const}). \quad (1)$$

При действии одной и той же силы на тела с разными массами их ускорения оказываются различными, а именно

$$\mathbf{a} \sim 1/m \quad (\mathbf{F} = \text{const}). \quad (2)$$

Используя выражения (1) и (2) и учитывая, что сила и ускорение — величины векторные, можем записать

$$\mathbf{a} = k\mathbf{F}/m. \quad (3)$$

Соотношение (3) выражает второй закон Ньютона: ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с нею по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

В СИ коэффициент пропорциональности $k=1$. Тогда

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m, \quad (4)$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

Учитывая, что масса материальной точки (тела) в классической механике есть величина постоянная, в выражении (4) ее можно внести под знак производной:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}). \quad (5)$$

Векторная величина $\mathbf{P} = m\mathbf{v}$ (6)

численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется импульсом (количеством движения) этой материальной точки.

Подставляя (6) в (5), получим

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}. \quad (7)$$

Это выражение — более общая формулировка второго закона Ньютона: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе. Выражение (7) называется уравнением движения материальной точки.

Единица силы в СИ — ньютон (Н): 1 Н — сила, которая массе 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы:

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2.$$

Второй закон Ньютона справедлив только в инерциальных системах отсчета. Первый закон Ньютона можно получить из второго. Действительно, в случае равенства нулю равнодействующей сил (при отсутствии воздействия на тело со стороны других тел) ускорение также равно нулю. Однако *первый закон Ньютона* рассматривается как *самостоятельный закон* (а не как следствие второго закона), так как именно он утверждает существование инерциальных систем отсчета, в которых только и выполняется уравнение (7).

В механике большое значение имеет принцип независимости действия сил: если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было. Согласно этому

принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач. Например, действующая сила $F = ma$ может быть разложена на два компонента: тангенциальную силу F_τ (направлена по касательной к траектории) и нормальную F_n (направлена по нормали к центру кривизны).

Используя выражения $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ и $a_n = \frac{v^2}{R}$, а также $v = R\omega$, можно

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt};$$

$$F_n = ma_n = mv^2/R = m\omega^2 R.$$

записать:

Если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то, согласно принципу независимости действия сил, под F во втором законе Ньютона понимают результирующую силу.

Взаимодействие между материальными точками (телами) определяется третьим законом Ньютона: всякое действие материальных точек (тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}, \quad (8)$$

где F_{12} — сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй; F_{21} — сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой. Эти силы приложены к *разным* материальным точкам (телам), всегда действуют *парами* и являются силами *одной природы*.

Третий закон Ньютона позволяет осуществить переход от динамики *отдельной* материальной точки к динамике *системы* материальных точек. Это следует из того, что и для системы материальных точек взаимодействие сводится к силам парного взаимодействия между материальными точками.

8. Закон сохранения импульса

1. Замкнутые и открытые системы

2. Количество движения тела

3. Внутренние и внешние силы

4. Закон сохранения импульса в замкнутых системах (формулировка, математическое выражение с выводом)

5. Реактивное движение

Для вывода закона сохранения импульса рассмотрим некоторые понятия. Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется механической системой. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются внутренними. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются внешними. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется замкнутой (или изолированной). Если мы имеем механическую систему, состоящую из многих тел, то, согласно третьему закону Ньютона, силы, действующие между этими телами, будут равны и противоположно направлены, т. е. геометрическая сумма внутренних сил равна нулю.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из n тел, масса и скорость которых соответственно равны m_1, m_2, \dots, m_n и v_1, v_2, \dots, v_n . Пусть F'_1, F'_2, \dots, F'_n — равнодействующие внутренних сил, действующих на каждое из этих тел, а F_1, F_2, \dots, F_n — равнодействующие внешних сил. Запишем второй закон Ньютона для каждого из n тел (механической системы):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (m_1 v_1) &= F'_1 + F_1, \\ \frac{d}{dt} (m_2 v_2) &= F'_2 + F_2, \\ &\dots \dots \dots \\ \frac{d}{dt} (m_n v_n) &= F'_n + F_n. \end{aligned}$$

Складывая почленно эти уравнения, получаем

$$\frac{d}{dt} (m_1 v_1 + m_2 v_2 + \dots + m_n v_n) = F'_1 + F'_2 + \dots + F'_n + F_1 + F_2 + \dots + F_n.$$

Но так как геометрическая сумма внутренних сил механической системы по третьему Закону Ньютона равна нулю, то

$$\frac{d}{dt} (m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \dots + m_n \mathbf{v}_n) = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n,$$

или

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n, \quad (1)$$

где $p = \sum_{i=1}^n m_i v_i$ — импульс системы. Таким образом, производная по времени от импульса механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему.

В случае отсутствия внешних сил (рассматриваем замкнутую систему)

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad \text{т. е.} \quad \mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = \text{const.}$$

Последнее выражение и является законом сохранения импульса: импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения импульса справедлив не только в классической физике, хотя он и получен как следствие законов Ньютона. Эксперименты доказывают, что он выполняется и для замкнутых систем микрочастиц (они подчиняются законам квантовой механики). Этот закон носит универсальный характер, т. е. закон сохранения импульса — *фундаментальный закон природы*.

Закон сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии пространства — его однородности. Однородность пространства заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства и законы движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

Отметим, что, согласно (1), импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю.

В механике Галилея—Ньютона из-за независимости массы от скорости импульс системы может быть выражен через скорость ее центра масс. Центром масс (или центром инерции) системы материальных точек называется воображаемая точка C , положение которой характеризует распределение массы этой системы. Ее радиус-вектор равен

$$\mathbf{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i}{m},$$

где m_i и \mathbf{r}_i — соответственно масса и радиус-вектор i -й материальной точки; n — число материальных точек в системе; $m = \sum_{i=1}^n m_i$, — масса системы. Скорость центра масс

$$\mathbf{v}_C = \frac{d\mathbf{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i}{m}.$$

Учитывая, что $p_i = m_i v_i$ а $\sum_{i=1}^n m_i$, есть импульс \mathbf{p} системы, можно

написать
$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}_C, \quad (2)$$

т. е. импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.

Подставив выражение (2) в уравнение (1), получим

$$m \frac{d\mathbf{v}_C}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n, \quad (3)$$

т.е. центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, приложенных к системе. Выражение (3) представляет собой закон движения центра масс.

В соответствии с (2) из закона сохранения импульса вытекает, что *центр масс замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным.*

Закон сохранения импульса во многих случаях позволяет находить скорости взаимодействующих тел даже тогда, когда значения действующих сил неизвестны. Примером может служить реактивное движение.

При стрельбе из орудия возникает отдача – снаряд движется вперед, а орудие – откатывается назад. Снаряд и орудие – два взаимодействующих тела. Скорость, которую приобретает орудие при отдаче, зависит только от скорости снаряда и отношения масс (рис.1). Если скорости орудия и снаряда обозначить через V и v а их массы через M и m , то на основании закона сохранения импульса можно записать в проекциях на ось Ox

$$MV + mv = 0 \quad V = -mv/M$$

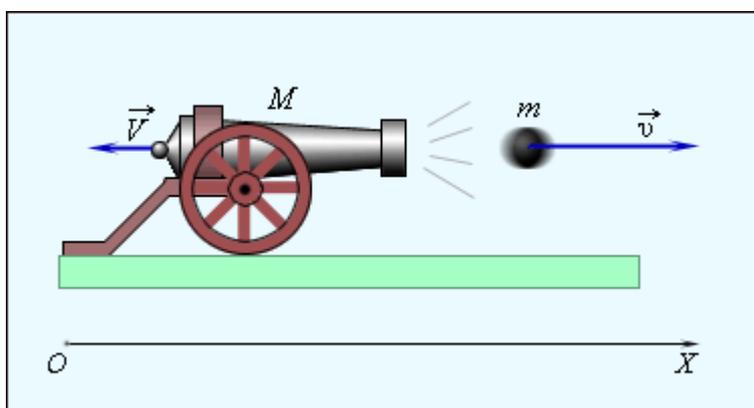


Рисунок 1. Отдача при выстреле из орудия

На принципе отдачи основано реактивное движение. В ракете при сгорании топлива газы, нагретые до высокой температуры, выбрасываются из сопла с большой скоростью u относительно ракеты. Обозначим массу выброшенных газов через m , а массу ракеты после истечения газов через M . Тогда для замкнутой системы «ракета + газы» на основании закона сохранения импульса (по аналогии с задачей о выстреле из орудия) можно записать:

$$V = -mu/M$$

где V – скорость ракеты после истечения газов. В данном случае предполагается, что начальная скорость ракеты равнялась нулю.

Полученная формула для скорости ракеты справедлива лишь при условии, что вся масса сгоревшего топлива выбрасывается из ракеты одновременно. На самом деле истечение происходит постепенно в течение всего времени ускоренного движения ракеты. Каждая последующая порция газа выбрасывается из ракеты, которая уже приобрела некоторую скорость.

Для получения точной формулы процесс истечения газа из сопла ракеты нужно рассмотреть более детально. Пусть ракета в момент времени t имеет массу M и движется со скоростью v . В течение малого промежутка времени Δt из ракеты будет выброшена некоторая порция газа с относительной скоростью u . Ракета в момент $t + \Delta t$ будет иметь скорость $v + \Delta v$ а ее масса станет равной $M + \Delta M$, где $\Delta M < 0$ (рис.2)). Масса выброшенных газов будет, очевидно, равна $-\Delta M > 0$. Скорость газов в инерциальной системе ОХ будет равна $v + \Delta v - u$. Применим закон сохранения импульса. В момент времени $t + \Delta t$ импульс ракеты равен $(M + \Delta M)(v + \Delta v)$ а импульс испущенных газов равен $-\Delta M(v + \Delta v - u)$. В момент времени t импульс всей системы был равен Mv . Предполагая систему «ракета + газы» замкнутой, можно записать:

$$Mv = (M + \Delta M)(v + \Delta v) - \Delta M(v - u)$$

$$\text{Или } M \Delta v = \Delta M u - \Delta M \Delta v$$

Величиной $\Delta M \Delta v$ можно пренебречь, так как $|\Delta M| \ll M$. Разделив обе части последнего соотношения на Δt и перейдя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим

$$M \Delta v / \Delta t = \Delta M u / \Delta t \quad (\Delta t \rightarrow 0) \quad \text{или} \quad Ma = -\mu u$$

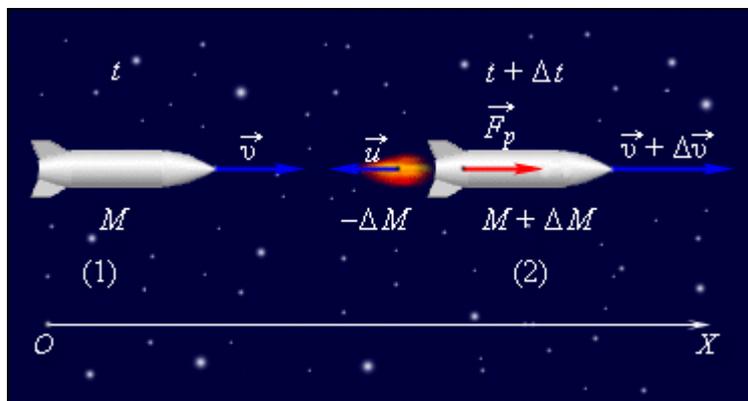


Рисунок 2. Ракета, движущаяся в свободном пространстве (без гравитации). 1 – в момент времени t . Масса ракеты M , ее скорость v . 2 – Ракета в момент времени $t + \Delta t$. Масса ракеты $M + \Delta M$, где $\Delta M < 0$, ее скорость $v + \Delta v$. Масса выброшенных газов $-\Delta M > 0$, относительная скорость газов u . Скорость газов в инерциальной системе $v + \Delta v - u$.

$$M = -\Delta M / \Delta t \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

Величина \dot{m} есть расход топлива в единицу времени. Величина $-\dot{m}u$ называется реактивной силой тяги F_p . Реактивная сила тяги действует на ракету со стороны истекающих газов, она направлена в сторону, противоположную относительной скорости. Соотношение

$$Ma = F_p = -\dot{m}u$$

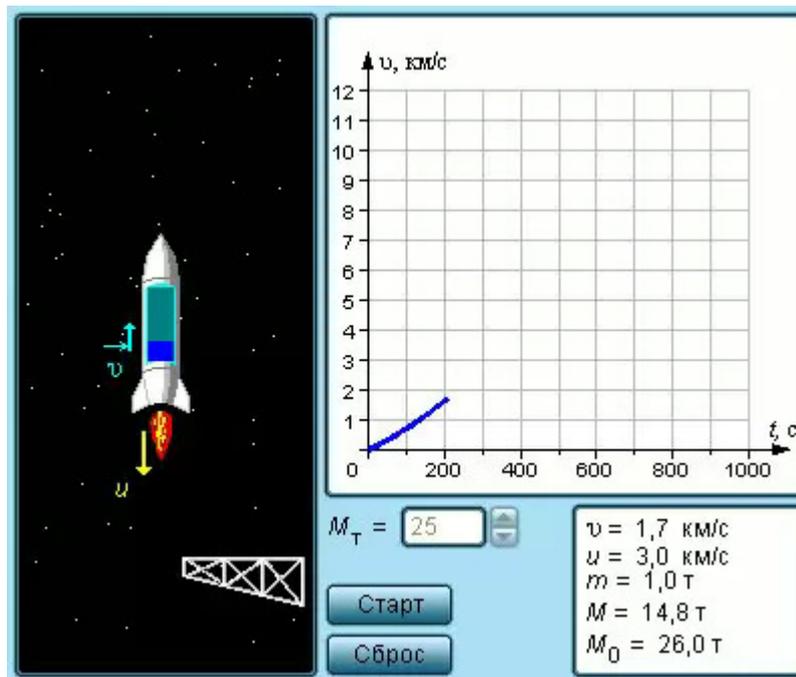
выражает второй закон Ньютона для тела переменной массы. Если газы выбрасываются из сопла ракеты строго назад, то в скалярной форме это соотношение принимает вид: $Ma = \dot{m}u$,

где u – модуль относительной скорости. С помощью математической операции интегрирования из этого соотношения можно получить формулу для конечной скорости v ракеты:

$$v = u \ln(M_0/M)$$

где M_0/M – отношение начальной и конечной масс ракеты. Эта формула называется формулой Циолковского. Из нее следует, что конечная скорость ракеты может превышать относительную скорость истечения газов. Следовательно, ракета может быть разогнана до больших скоростей, необходимых для космических полетов. Но это может быть достигнуто только путем расхода значительной массы топлива, составляющей большую долю первоначальной массы ракеты. Например, для достижения первой космической скорости $v = v_1 = 7,9 \cdot 10^3$ м/с при $u = 3 \cdot 10^3$ м/с (скорости истечения газов при сгорании топлива бывают порядка 2–4 км/с) стартовая масса одноступенчатой ракеты должна примерно в 14 раз превышать конечную массу. Для достижения конечной скорости $v = 4u$ отношение M_0/M должно быть равно 50.

Модель. Реактивное движение



Значительное снижение стартовой массы ракеты может быть достигнуто при использовании многоступенчатых ракет, когда ступени ракеты отделяются по мере выгорания топлива. Из процесса последующего разгона ракеты исключаются массы контейнеров, в которых находилось топливо, отработавшие двигатели, системы управления и т. д. Именно по пути создания экономичных многоступенчатых ракет развивается современное ракетостроение.

Закон всемирного тяготения

1. Законы Кеплера
2. Элементарная масса
3. Формулировка и математическая запись закона всемирного тяготения
4. Постоянная гравитации (числовое значение и единица измерения)
5. Вес тела
6. Невесомость
7. Перегрузка
8. Опыт Кавендыша
9. Космические скорости (I и II)

Еще в глубокой древности было замечено, что в отличие от звезд, которые неизменно сохраняют свое взаимное расположение в пространстве в течение столетий, планеты описывают среди звезд сложнейшие траектории. Для объяснения петлеобразного движения планет древнегреческий ученый К. Птоломей (II в. н. э.), считая Землю расположенной в центре Вселенной, предположил, что каждая из планет движется по малому кругу (эпициклу), центр которого равномерно движется по большому кругу, в центре которого находится Земля. Эта концепция получила название птолемеевой геоцентрической системы мира.

В начале XVI в. польским астрономом Н. Коперником обоснована гелиоцентрическая система, согласно которой движения небесных тел объясняются движением Земли (а также других планет) вокруг Солнца и суточным вращением Земли. Теория и наблюдения Коперника воспринимались как занимательная фантазия. К началу XVII столетия большинство ученых убедилось, однако, в справедливости гелиоцентрической системы мира. И. Кеплер обработав и уточнив результаты многочисленных наблюдений датского астронома Т. Браге, изложил законы движения планет:

1. Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.
2. Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает одинаковые площади.
3. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

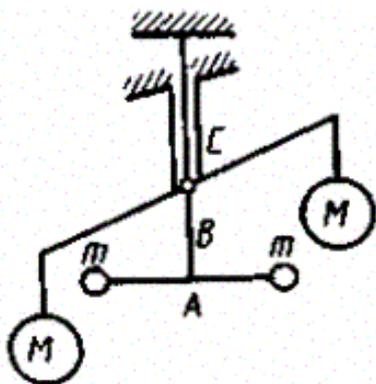
Впоследствии И. Ньютон, изучая движение небесных тел, на основании законов Кеплера и основных законов динамики открыл всеобщий закон всемирного тяготения: между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек (m_1 и m_2 и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними (r^2):

$$F = Gm_1m_2/r^2. \quad (1)$$

Эта сила называется гравитационной (или силой всемирного тяготения). Силы тяготения всегда являются силами притяжения и направлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела. Коэффициент пропорциональности G называется гравитационной постоянной.

Закон всемирного тяготения установлен для тел, принимаемых за материальные точки, т. е. для таких тел, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними. Если же размеры взаимодействующих тел сравнимы с расстоянием между ними, то эти тела надо разбить на точечные элементы, подсчитать по формуле (1) силы притяжения между всеми попарно взятыми элементами, а затем геометрически их сложить (проинтегрировать), что является довольно сложной математической задачей.

Впервые экспериментальное доказательство закона всемирного тяготения для земных тел, а также числовое определение гравитационной постоянной G проведено английским физиком Г. Кавендишем (1731—1810). Принципиальная схема опыта Кавендиша, применившего крутильные весы, представлена на рис. 1. Легкое коромысло A с двумя одинаковыми шариками массой $m = 729$ г подвешено на упругой нити B . На коромысле C укреплены на той же высоте массивные шары массой $M = 158$ кг. Поворачивая коромысло C вокруг вертикальной оси, можно изменять расстояние между шарами с массами m и M . Под действием пары сил, приложенных к шарам m со стороны шаров M , коромысло A поворачивается в горизонтальной плоскости, закручивая нить B до тех пор, пока момент сил упругости не уравновесит момента сил тяготения. Зная упругие свойства нити, по измеренному углу поворота можно найти возникающие силы притяжения, а так как массы шаров известны, то и вычислить значение G



Как определяется гравитационная постоянная и каков ее физический смысл?
На какой высоте над планетой ускорение свободного падения вдвое меньше, чем на ее поверхности?

Рис. 1

Значение G , приводимое в таблицах фундаментальных физических постоянных, принимается равным $6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2/\text{кг}^2$, т. е. два точечных тела массой по 1 кг каждое, находящиеся на расстоянии 1 м друг от друга, притягиваются с силой $6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н}$. Очень малая величина G показывает, что сила гравитационного взаимодействия может быть значительной только в случае больших масс.

На любое тело, расположенное вблизи поверхности Земли, действует сила тяготения F , под влиянием которой и в согласии со вторым законом Ньютона тело начнет двигаться с ускорением свободного падения g . Таким образом, в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело массой m действует сила

$$P = mg,$$

называемая силой тяжести.

Согласно фундаментальному физическому закону — обобщенному закону Галилея, все тела в одном и том же поле тяготения падают с одинаковым ускорением. Следовательно, в данном месте Земли ускорение свободного падения одинаково для всех тел. Оно изменяется вблизи поверхности Земли с широтой в пределах от $9,780 \text{ м/с}^2$ на экваторе до $9,832 \text{ м/с}^2$ на полюсах. Это обусловлено суточным вращением Земли вокруг своей оси, с одной стороны, и сплюснутостью Земли — с другой (экваториальный и полярный радиусы Земли равны соответственно 6378 и 6357 км). Так как различие значений g невелико, ускорение свободного падения, которое используется при решении практических задач, принимается равным $9,81 \text{ м/с}^2$.

Если пренебречь суточным вращением Земли вокруг своей оси, то сила тяжести и сила гравитационного тяготения равны между собой

$$P = mg = F = GmM/R^2,$$

где M — масса Земли; R — расстояние между телом и центром Земли. Эта формула дана для случая, когда тело находится на поверхности Земли.

Пусть тело расположено на высоте A от поверхности Земли, R_1 — радиус Земли, тогда

$$P = GmM/(R_0 + h)^2,$$

т. е. сила тяжести с удалением от поверхности Земли уменьшается.

В физике применяется также понятие веса тела. Весом тела называют силу, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору (или подвес), удерживающую тело от свободного падения. Вес тела проявляется только в том случае, если тело движется с ускорением, отличным от g , т. е. когда на тело кроме силы тяжести действуют другие силы. Состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести, называется состоянием невесомости.

Таким образом, *сила тяжести действует всегда*, а *вес проявляется только* в том случае, *когда на тело кроме силы тяжести действуют еще другие силы*, вследствие чего тело движется с ускорением a , отличным от g . Если тело движется в поле тяготения Земли с ускорением $a \neq g$, то к этому телу приложена дополнительная сила N , удовлетворяющая условию

$$\mathbf{N} + \mathbf{P} = m\mathbf{a}.$$

Тогда вес тела

$$\mathbf{P}' = -\mathbf{N} = \mathbf{P} - m\mathbf{a} = m\mathbf{g} - m\mathbf{a} = m(\mathbf{g} - \mathbf{a}).$$

т. е. если тело покоится или движется прямолинейно и равномерно, то $a = 0$ и $P' = mg$. Если тело *свободно движется в поле тяготения* по любой траектории и в любом направлении, то $a = g$ и $P' = 0$, т. е. тело будет невесомым. Например, невесомыми являются тела, находящиеся в космических кораблях, свободно движущихся в космосе.

Для запуска ракет в космическое пространство надо в зависимости от поставленных целей сообщать им определенные начальные скорости, называемые космическими.

Первой космической (или круговой) скоростью v_1 называют такую минимальную скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вокруг Земли по круговой орбите, т. е. превратиться в искусственный спутник Земли. На спутник, движущийся по круговой орбите радиусом r , действует сила тяготения Земли, сообщая ему нормальное ускорение v_1^2/r . По второму закону Ньютона,

$$GmM/r^2 = mv_1^2/r.$$

Если спутник движется вблизи поверхности Земли, тогда $r \approx R_0$ (радиус Земли) и $g = GM/R_0^2$, поэтому у поверхности Земли

$$v_1 = \sqrt{gR_0} = 7,9 \text{ км/с.}$$

Первой космической скорости недостаточно для того, чтобы тело могло выйти из сферы земного притяжения. Необходимая для этого скорость называется второй космической.

Второй космической (или параболической) скоростью v_2 называют ту наименьшую скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть притяжение Земли и превратиться в спутник Солнца, т. е. чтобы его орбита в поле тяготения Земли стала параболической. Для того чтобы тело (при отсутствии сопротивления среды) могло преодолеть земное притяжение и уйти в космическое пространство, необходимо, чтобы его кинетическая энергия была равна работе, совершаемой против сил тяготения:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \int_{R_0}^{\infty} G \frac{mM}{r^2} dr = GmM/R_0,$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{2gR_0} = 11,2 \text{ км/с.}$$

Третьей космической скоростью v_3 называют скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно покинуло пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солнца. Третья космическая скорость $v_3 = 16,7$ км/с. Сообщение телам таких больших начальных скоростей является сложной технической задачей. Ее первое теоретическое осмысление начато К. Э. Циолковским.

10. Работа и мощность

1. Механическая работа (формулировка и математическое выражение)
2. Работа постоянной силы
3. Зависимость работы от угла между направлением действующей на тело силы и направлением его движения
4. Единица измерения силы

5. Работа переменной силы

6. Мощность (определение, математическое выражение и единица измерения)

Энергия — универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и пр. В одних явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других — переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение превращается в тепловое). Однако существенно, что во всех случаях энергия, отданная (в той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной последним телом.

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие работы силы.

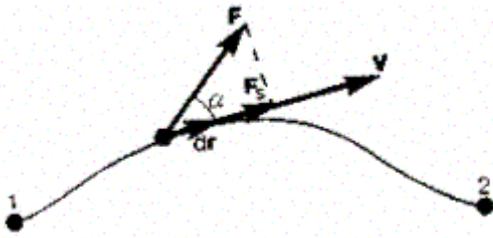
Если тело движется *прямолинейно* и на него действует постоянная сила F , которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения, то работа этой силы равна произведению проекции силы F , на направление перемещения ($F_s = F \cos \alpha$), умноженной на перемещение точки приложения силы:

$$A = F_s s = F s \cos \alpha. \quad (1)$$

В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению, поэтому формулой (1) пользоваться нельзя. Если, однако, рассмотреть элементарное перемещение dr , то силу F можно считать постоянной, а движение точки ее приложения — прямолинейным. Элементарной работой силы F на перемещении dr называется *скалярная величина*

$$dA = F dr = F \cos \alpha ds = F_s ds,$$

где α — угол между векторами F и dr ; $ds = |dr|$ — элементарный путь; F_s — проекция вектора F на вектор dr (рис. 1).



- В чем различие между понятиями энергии и работы?
- Как найти работу переменной силы?

Рис. 1

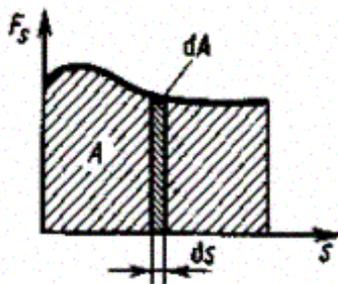
Работа силы на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Эта сумма приводится к интегралу

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds. \quad (2)$$

Для вычисления этого интеграла надо знать зависимость силы F_s от пути s вдоль траектории 1—2. Пусть эта зависимость представлена графически (рис. 2), тогда искомая работа A определяется на графике площадью заштрихованной фигуры. Если, например, тело движется прямолинейно, сила $F = \text{const}$ и $\alpha = \text{const}$, то получим

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = F \cos \alpha \int_1^2 ds = F s \cos \alpha,$$

где s — пройденный телом путь.



- Какую работу совершает равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равномерно движущемуся по окружности?
- Что такое мощность? Выведите ее формулу.

Рис. 2

Из формулы (1) следует, что при $\alpha < \pi/2$ работа силы положительна, в этом случае составляющая F_s совпадает по направлению с вектором скорости движения v (см. рис. 1). Если $\alpha > \pi/2$, то работа силы отрицательна. При $\alpha = \pi/2$ (сила направлена перпендикулярно перемещению) работа силы равна нулю.

Единица работы — джоуль (Дж): 1 Дж — работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м (1 Дж=1 Н·м).

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие мощности:

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad (3)$$

За время dt сила F совершает работу Fdr , и мощность, развиваемая этой силой, в данный момент времени

$$N = \frac{Fdr}{dt} = Fv,$$

т. е. равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы; N — величина *скалярная*.

Единица мощности — ватт (Вт): 1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж (1 Вт=1 Дж/с).

11. Энергия. Кинетическая и потенциальная энергия

1. Механическая энергия
2. Виды механической энергии
3. Единицы измерения энергии
4. Кинетическая энергия (определение, математическое выражение)
5. Теорема о кинетической энергии
6. Консервативные и диссипативные силы
7. Работа силы трения

В механике различают два вида энергии: кинетическую и потенциальную. Кинетической энергией называют механическую энергию всякого свободно движущегося тела и измеряют ее той работой, которую могло бы совершить тело при его торможении до полной остановки.

Итак, кинетическая энергия поступательно движущегося тела равна

половине произведения массы этого тела на квадрат его скорости:

$$T = mv^2/2.$$

Из формулы видно, что кинетическая энергия тела не может быть отрицательной ($T \geq 0$).

Если система состоит из n поступательно движущихся тел, то для ее остановки необходимо затормозить каждое из этих тел. Поэтому полная кинетическая энергия механической системы равна сумме кинетических энергий всех входящих в нее тел. T зависит только от величины масс и скоростей движения, входящих в нее тел. При этом неважно, каким образом тело массой m_i приобрело скорость v_i . Другими словами, кинетическая энергия системы есть функция состояния ее движения.

Скорости v_i существенно зависят от выбора системы отсчета. При выводе последней формулы предполагалось, что движение рассматривается в инерциальной системе отсчета, т.к. иначе нельзя было бы использовать законы Ньютона. Однако, в разных инерциальных системах отсчета, движущихся относительно друг друга, скорость v_i i -го тела системы, а, следовательно, его T_i и кинетическая энергия всей системы будут неодинаковы. Таким образом, кинетическая энергия системы зависит от выбора системы отсчета, т.е. является величиной относительной.

Потенциальная энергия – это механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (например, поля упругих сил, поля гравитационных сил), характеризующихся тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений. Такие поля называются потенциальными, а силы, действующие в них, — консервативными. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такая сила называется диссипативной; ее примером является сила трения.

Численно потенциальная энергия системы в данном ее положении равна работе, которую произведут действующие на систему силы при перемещении системы из этого положения в то, где потенциальная энергия условно принимается равной нулю ($\Pi = 0$). Понятие «потенциальная энергия» имеет

место только для консервативных систем, т.е. систем, у которых работа действующих сил зависит только от начального и конечного положения системы.

Конкретный вид функции Π зависит от характера силового поля (гравитационное, электростатическое и т.п.). Полная механическая энергия W системы равна сумме ее кинетической и потенциальной энергий:

$$W = \Pi + T$$

Из определения потенциальной энергии системы и рассмотренных примеров видно, что эта энергия, подобно кинетической энергии, является функцией состояния системы: она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам. Следовательно, полная механическая энергия системы также является функцией состояния системы, т.е. зависит только от положения и скоростей всех тел системы.

Кинетическая энергия механической системы — это энергия механического движения этой системы.

Сила F , действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину затраченной работы. Таким образом, работа dA силы F на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до v , идет на увеличение кинетической энергии dT тела, т. е.

$$dA = dT.$$

Работа силы (или равнодействующей сил) равна изменению кинетической энергии тела. Это утверждение называется теоремой о кинетической энергии.

Используя второй закон Ньютона $F = m \frac{dv}{dt}$ — и умножая на перемещение dr , получаем

$$F dr = m \frac{dv}{dt} dr = dA.$$

Так как $v = \frac{dr}{dt}$, то $dA = m v dv = m v dv = dT$, откуда

$$T = \int_0^v m v dv = m v^2 / 2.$$

Таким образом, тело массой m , движущееся со скоростью v , обладает кинетической энергией

$$T = mv^2/2. \quad (1)$$

Из формулы (1) видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т. е. кинетическая энергия системы есть функция состояния ее движения.

При выводе формулы (1) предполагалось, что движение рассматривается в инерциальной системе отсчета, так как иначе нельзя было бы использовать законы Ньютона. В разных инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, скорость тела, а следовательно, и его кинетическая энергия будут неодинаковы. Таким образом, кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета.

12. Потенциальная энергия. Полная механическая энергия системы

1. Потенциальная энергия
2. Работа в поле силы тяготения
3. Потенциальная энергия сжатой и растянутой пружины
4. Потенциальные поля и консервативные силы
5. Полная механическая энергия системы
6. Закон сохранения и превращения энергии

Потенциальная энергия — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (например, поля упругих сил, поля гравитационных сил), характеризующихся тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от

начального и конечного положений. Такие поля называются потенциальными, а силы, действующие в них, — консервативными. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такая сила называется диссипативной; ее примером является сила трения.

Тело, находясь в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией Π . Работа консервативных сил при элементарном (бесконечно малом) изменении кон фигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком минус, так как работа совершается за счет убыли потенциальной энергии:

$$dA = - d\Pi. \quad (2)$$

Работа dA выражается как скалярное произведение силы F на перемещение dr и выражение (2) можно записать в виде

$$Fdr = - d\Pi. \quad (3)$$

Следовательно, если известна функция $\Pi(r)$, то из формулы (3) можно найти силу F по модулю и направлению.

Потенциальная энергия может быть определена исходя из (3) как

$$\Pi = - \int Fdr + C,$$

где C — постоянная интегрирования, т. е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Это, однако, не отражается на физических законах, так как в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела, или производная Π по координатам. Поэтому потенциальную энергию тела в каком-то определенном положении считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а энергию тела в других положениях отсчитывают относительно нулевого уровня. Для консервативных сил

$$F_x = - \frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad F_y = - \frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad F_z = - \frac{\partial \Pi}{\partial z},$$

или в векторном виде

$$\mathbf{F} = - \text{grad } \Pi,$$

где

$$\text{grad } \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \mathbf{k} \quad (4) \quad (5)$$

(\mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} — единичные векторы координатных осей). Вектор, определяемый выражением (5), называется градиентом скаляра Π .

Для него наряду с обозначением $\text{grad } \Pi$ применяется также обозначение $\nabla \Pi$. ∇ («набла») означает символический вектор, называемый оператором Гамильтона* или набла-оператором

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}. \quad (6)$$

Конкретный вид функции Π зависит от характера силового поля. Например, потенциальная энергия тела массой m , поднятого на высоту h над поверхностью Земли, равна

$$\Pi = mgh, \quad (7)$$

где высота h отсчитывается от нулевого уровня, для которого $\Pi_0=0$. Выражение (7) вытекает непосредственно из того, что потенциальная энергия равна работе силы тяжести при падении тела с высоты h на поверхность Земли.

Так как начало отсчета выбирается произвольно, то потенциальная энергия может иметь отрицательное значение (*кинетическая энергия всегда положительна!*). Если принять за нуль потенциальную энергию тела, лежащего на поверхности Земли, то потенциальная энергия тела, находящегося на дне шахты (глубина h'), $\Pi = -mgh'$.

Найдем потенциальную энергию упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости пропорциональна деформации:

$$F_{x \text{ упр}} = - kx,$$

* У. Гамильтон (1805—1865) — ирландский математик и физик.

где $F_{x \text{ упр}}$ — проекция силы упругости на ось x ; k — коэффициент упругости (для пружины — жесткость), а знак минус указывает, что $F_{x \text{ упр}}$ направлена в сторону, противоположную деформации x .

По третьему закону Ньютона, деформирующая сила равна по модулю силе упругости и противоположно ей направлена, т. е.

$$F_x = - F_{x \text{ упр}} = kx.$$

Элементарная работа dA , совершаемая силой F_x при бесконечно малой деформации dx , равна

$$dA = F_x dx = kx dx,$$

а полная работа

$$A = \int_0^x kx dx = kx^2/2$$

идет на увеличение потенциальной энергии пружины. Таким образом, потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$\Pi = kx^2/2.$$

Потенциальная энергия системы является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам.

Полная механическая энергия системы — энергия механического движения и взаимодействия:

$$E = T + \Pi,$$

т. е. равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

13. Природа сил

1. Фундаментальные силы
2. Сила упругости

3. Квазиупругие силы
4. Закон Гука
5. Пластическая деформация. Абсолютная деформация.
6. Модуль Юнга
7. Физический смысл, математическое выражение и единица измерения модуля Юнга
8. Механическое напряжение
9. Сила трения и ее виды
10. Формулы для силы трения

При взаимодействии двух тел оба тела получают ускорения, направленные в противоположные стороны. При этом отношение абсолютных значений ускорений взаимодействующих тел равно обратному отношению их масс. Влияние одного тела на другое называется силой. Данное воздействие может вызывать ускорение и деформацию тела, на которое воздействуют. В механике рассматриваются сила тяжести, сила упругости и сила трения.

Сила тяжести - это сила, с которой Земля притягивает к себе все тела, находящиеся вблизи ее поверхности. Сила тяжести приложена к самому телу и направлена вертикально вниз. Подробнее рассмотрим силы трения и упругости.

Всякое тело, движущееся по горизонтальной поверхности другого тела, при отсутствии действия на него других сил с течением времени замедляет свое движение и в конце концов останавливается. Это можно объяснить существованием силы трения, которая препятствует скольжению соприкасающихся тел друг относительно друга. Силы трения зависят от относительных скоростей тел. Силы трения могут быть разной природы, но в результате их действия механическая энергия всегда превращается во внутреннюю энергию соприкасающихся тел.

Различают внешнее (сухое) и внутреннее (жидкое или вязкое) трение. Внешним трением называется трение, возникающее в плоскости касания двух соприкасающихся тел при их относительном перемещении. Если соприкасающиеся тела неподвижны друг относительно друга, говорят о

трении покоя, если же происходит относительное перемещение этих тел, то в зависимости от характера их относительного движения говорят о трении скольжения, качения или верчения.

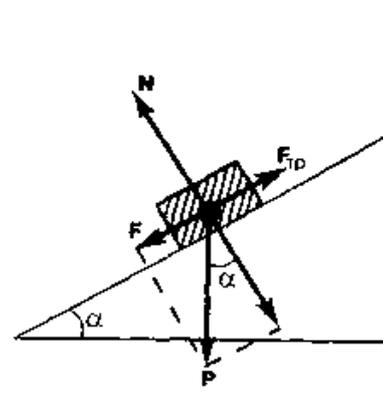
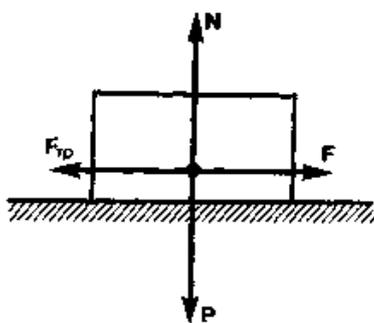
Внутренним трением называется трение между частями одного и того же тела.

Французские физики Г. Амонтон и Ш. Кулон опытным путем установили следующий закон: сила трения скольжения $F_{тр}$ пропорциональна силе N нормального давления, с которой одно тело действует на другое:

$$F_{тр} = f N,$$

где f — коэффициент трения скольжения, зависящий от свойств соприкасающихся поверхностей.

Найдем значение коэффициента трения. Если тело находится на наклонной плоскости с углом наклона α (рис.1), то оно приходит в движение, только когда тангенциальная составляющая F силы тяжести P больше силы трения $F_{тр}$. Следовательно, в предельном случае (начало скольжения тела) $F = F_{тр}$ или $P \sin \alpha_0 = f = fN = fP \cos \alpha_0$, откуда



$$f = \operatorname{tg} \alpha_0.$$

Рис. 1

Таким образом, коэффициент трения равен тангенсу угла α_0 , при котором начинается скольжение тела по наклонной **плоскости**.

Для гладких поверхностей определенную роль начинает играть межмолекулярное притяжение. Для них применяется закон трения скольжения

$$F_{\text{тр}} = f_{\text{ист}} (N + Sp_0),$$

где p_0 — добавочное давление, обусловленное силами межмолекулярного притяжения, которые быстро уменьшаются с увеличением расстояния между частицами; S — площадь контакта между телами; $f_{\text{ист}}$ — истинный коэффициент трения скольжения.

Трение играет большую роль в природе и технике. Благодаря трению движется транспорт, удерживается забитый в стену гвоздь и т. д.

В некоторых случаях силы трения оказывают вредное действие и поэтому их надо уменьшать. Для этого на трущиеся поверхности наносят смазку (сила трения уменьшается примерно в 10 раз), которая заполняет неровности между этими поверхностями и располагается тонким слоем между ними так, что поверхности как бы перестают касаться друг друга, а скользят друг относительно друга отдельные слои жидкости. Таким образом, внешнее трение твердых тел заменяется значительно меньшим внутренним трением жидкости.

Радикальным способом уменьшения силы трения является замена трения скольжения трением качения (шариковые и роликовые подшипники и т. д.). Сила трения качения определяется по закону, установленному Кулоном:

$$F_{\text{тр}} = f_k N/r, \tag{1}$$

где r — радиус катящегося тела; f_k — коэффициент трения качения, имеющий размерность $\dim f_k = L$. Из (1) следует, что сила трения качения обратно пропорциональна радиусу катящегося тела.

Все реальные тела под действием сил изменяют свою форму и размеры, т. е. *деформируются*.

Деформация называется упругой, если после прекращения действия внешних сил тело принимает первоначальные размеры и форму. Деформации, которые сохраняются в теле после прекращения действия внешних сил, называются пластическими (или остаточными). Деформации

реального тела всегда пластические, так как они после прекращения действия внешних сил никогда полностью не исчезают. Однако если остаточные деформации малы, то ими можно пренебречь и рассматривать упругие деформации, что мы и будем делать.

В теории упругости доказывается, что все виды деформаций (растяжение или сжатие, сдвиг, изгиб, кручение) могут быть сведены к одновременно происходящим деформациям растяжения или сжатия и сдвига.

Сила, действующая на единицу площади поперечного сечения, называется напряжением:

$$\sigma = F/S \quad (2)$$

Если сила направлена по нормали к поверхности, напряжение называется нормальным, если же по касательной к поверхности — тангенциальным.

Количественной мерой, характеризующей степень деформации, испытываемой телом, является его относительная деформация. Так, относительное изменение длины стержня (продольная деформация)

$$\varepsilon = \Delta l/l, \quad (3)$$

относительное поперечное растяжение (сжатие)

$$\varepsilon' = \Delta d/d,$$

где d — диаметр стержня.

Деформации ε и ε' всегда имеют разные знаки (при растяжении Δl положительно, а Δd отрицательно, при сжатии Δl отрицательно, а Δd положительно). Из опыта вытекает взаимосвязь ε и ε' :

$$\varepsilon' = -\mu\varepsilon,$$

где μ — положительный коэффициент, зависящий от свойств материала и называемый коэффициентом Пуассона*.

Английский физик Р. Гук экспериментально установил, что для малых деформаций относительное удлинение ϵ и напряжение σ прямо пропорциональны друг другу:

$$\sigma = E\epsilon, \quad (4)$$

где коэффициент пропорциональности E называется модулем Юнга^{**}. Модуль Юнга определяется напряжением, вызывающим относительное удлинение, равное единице.

Из формул (2), (3) и (4) вытекает, что

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = \frac{F}{ES}$$

или

$$F = \frac{ES}{l} \Delta l = k\Delta l, \quad (5)$$

где k — коэффициент упругости. Выражение (5) также задает закон Гука, согласно которому удлинение стержня при упругой деформации пропорционально действующей на стержень силе.

14. Центральный удар шаров

1. Центральный удар (соударение)
2. Идеально упругие шары
3. Упругий удар шаров (формулировка и математическое выражение)
4. Упругое столкновение шаров одинаковой массы
5. Упругое столкновение шаров, при условии масса одного из них значительно больше массы другого
6. Неупругое столкновение шаров

Удар (или соударение) — это столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время. Силы взаимодействия

между сталкивающимися телами (*ударные* или *мгновенные силы*) столь велики, что внешними силами, действующими на них, можно пренебречь. Это позволяет систему тел в процессе их соударения приближенно рассматривать как замкнутую систему и применять к ней законы сохранения.

Тела во время удара претерпевают деформацию. Сущность удара заключается в том, что кинетическая энергия относительного движения соударяющихся тел на короткое время преобразуется в энергию упругой деформации. Во время удара имеет место перераспределение энергии между соударяющимися телами. Наблюдения показывают, что относительная скорость тел после удара не достигает своего прежнего значения. Это объясняется тем, что нет идеально упругих тел и идеально гладких поверхностей. Отношение нормальных составляющих относительной скорости тел после и до удара называется коэффициентом восстановления ε :

$$\varepsilon = v'_n / v_n.$$

Если для сталкивающихся тел $\varepsilon = 0$, то такие тела называются абсолютно неупругими, если $\varepsilon = 1$ — абсолютно упругими. Однако в некоторых случаях тела можно с большой степенью точности рассматривать либо как абсолютно упругие, либо как абсолютно неупругие.

Прямая, проходящая через точку соприкосновения тел и нормальная к поверхности их соприкосновения, называется линией удара. Удар называется центральным, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс.

Абсолютно упругий удар — столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остается никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию (подчеркнем, что это *идеализированный случай*).

Для абсолютно упругого удара выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения кинетической энергии.

Обозначим скорости шаров массами m_1 и m_2 до удара через v_1 и v_2 , после удара — через v'_1 и v'_2 (рис. 1). В случае прямого центрального удара векторы скоростей шаров до и после удара лежат на прямой линии, соединяющей их центры. Проекции векторов скорости на эту линию равны

модулям скоростей. Их направления учтем знаками: положительное значение припишем движению вправо, отрицательное — движению влево.

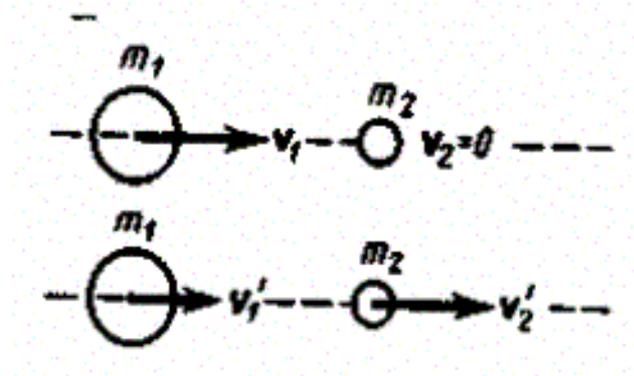


Рис. 1

При указанных допущениях законы сохранения имеют вид

$$\begin{aligned}
 m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v_1' + m_2 v_2', \\
 \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} &= \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}.
 \end{aligned}
 \tag{1} \tag{2}$$

Произведя соответствующие преобразования в выражениях (1) и (2), получим

$$\begin{aligned}
 m_1 (v_1 - v_1') &= m_2 (v_2' - v_2), \\
 m_1 (v_1^2 - v_1'^2) &= m_2 (v_2'^2 - v_2^2),
 \end{aligned}$$

откуда

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'.
 \tag{3} \tag{4} \tag{5}$$

Решая уравнения (3) и (5), находим

$$\begin{aligned}
 v_1' &= \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2}, \\
 v_2' &= \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2}.
 \end{aligned}
 \tag{6} \tag{7}$$

Разберем несколько примеров.

1. При $v_2 = 0$

$$\begin{aligned}v_1' &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1, \\v_2' &= \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1.\end{aligned}\tag{8} \tag{9}$$

Проанализируем выражения (8) и (9) для двух шаров различных масс:

а) $m_1 = m_2$. Если второй шар до удара висел неподвижно ($v_2 = 0$) (рис. 2), то после удара остановится первый шар ($v_1' = 0$), а второй будет двигаться с той же скоростью и в том же направлении, в котором двигался первый шар до удара ($v_2' = v_1$);

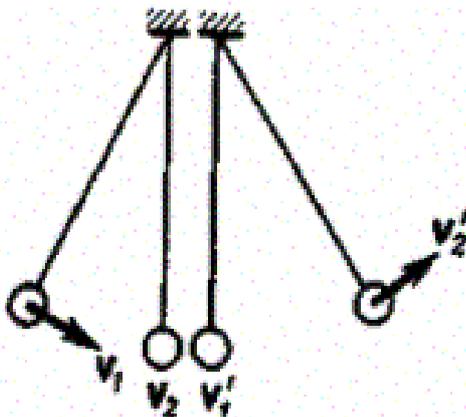


Рис. 2

б) $m_1 > m_2$. Первый шар продолжает двигаться в том же направлении, как и до удара, но с меньшей скоростью ($v_1' < v_1$). Скорость второго шара после удара больше, чем скорость первого после удара ($v_2' > v_1'$) (рис. 3);

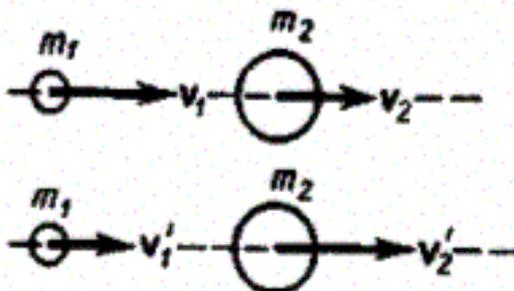


Рис. 3

в) $m_1 < m_2$. Направление движения первого шара при ударе изменяется — шар отскакивает обратно. Второй шар движется в ту же сторону, в которую двигался первый шар до удара, но с меньшей скоростью, т. е. $v'_2 < v_1$ (рис. 4);

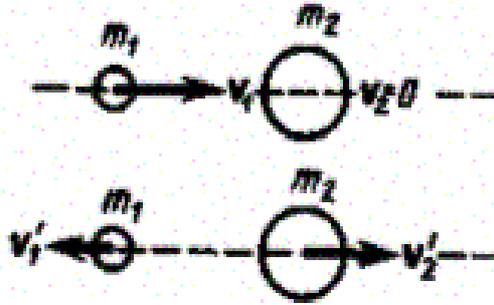


Рис. 4

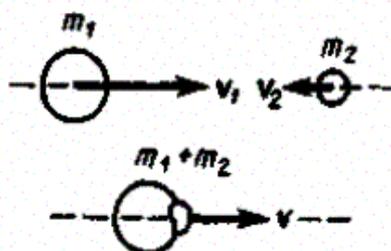
г) $m_2 \gg m_1$ (например, столкновение шара со стеной). Из уравнений (8) и (9) следует, что $v'_1 = -v_1$; $v'_2 \approx 2m_1 v_1 / m_2 \approx 0$.

2. При $m_1 = m_2$ выражения (6) и (7) будут иметь вид

$$v'_1 = v_2, \quad v'_2 = v_1,$$

т. е. шары равной массы «обмениваются» скоростями.

Абсолютно неупругий удар — столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое. Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу (рис. 5).



- Чем отличается абсолютно упругий удар от абсолютно неупругого?
- Как определить скорости тел после центрального абсолютно упругого удара? Следствием каких законов являются эти выражения?

Рис. 5

Если массы шаров m_1 и m_2 , их скорости до удара v_1 и v_2 , то, используя закон сохранения импульса, можно записать

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v,$$

где v — скорость движения шаров после удара.

Тогда

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}. \quad (9)$$

Если шары движутся навстречу друг другу, то они вместе будут продолжать двигаться в ту сторону, в которую двигался шар, обладающий большим импульсом. В частном случае, если массы шаров равны ($m_1 = m_2$),

то
$$v = (v_1 + v_2)/2.$$

Выясним, как изменяется кинетическая энергия шаров при центральном абсолютно неупругом ударе. Так как в процессе соударения шаров между ними действуют силы, зависящие не от самих деформаций, а от их скоростей, то мы имеем дело с силами, подобными силам трения, поэтому закон сохранения механической энергии не должен соблюдаться. Вследствие деформации происходит «потеря» кинетической энергии, перешедшей в тепловую и другие формы энергии. Эту «потерю» можно определить по разности кинетической энергии тел до и после удара:

$$\Delta T = \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right) - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2}.$$

Используя (10), получаем

$$\Delta T = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} (v_1 - v_2)^2.$$

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно ($v_2=0$), то

$$v = \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}, \quad \Delta T = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 v_1^2}{2}.$$

Когда $m_2 \gg m_1$ (масса неподвижного тела очень большая), то $v \ll v_1$ и почти вся кинетическая энергия тела при ударе переходит в другие формы

энергии. Поэтому, например, для получения значительной деформации наковальня должна быть массивнее молотка. Наоборот, при забивании гвоздей в стену масса молотка должна быть гораздо большей ($m_1 \gg m_2$), тогда $v \approx v_1$ и практически вся энергия затрачивается на возможно большее перемещение гвоздя, а не на остаточную деформацию стены.

Абсолютно неупругий удар — пример того, как происходит «потеря» механической энергии под действием диссипативных сил.

15. Динамика вращательного движения

1. Условия вращения твердого тела вокруг неподвижной оси
2. Вращательное движение
3. Центр масс
4. Момент инерции (цилиндра, шара и диска)
5. Теорема Штейнера
6. Плечо силы
7. Момент силы
8. Правило правого винта для момента силы
9. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела

Если твердое тело движется так, что две его точки остаются неподвижными, то такое движение тела называется вращательным движением вокруг неподвижной оси.

Прямая, соединяющая две неподвижные точки тела, называется осью вращения этого тела. Если выбраны две плоскости, проходящие через ось вращения, причем одна из них неподвижна, а вторая неизменно связана с вращающимся телом, то угол между этими двумя плоскостями, измеряемый в радианах и отсчитываемый в направлении, противоположном движению часовой стрелки, если смотреть с положительного конца оси вращения, определяет положение тела в любой момент времени t и является непрерывной однозначной функцией времени, т. е. $\varphi = f(t)$.

При изучении вращения твердых тел будем пользоваться понятием момента инерции. Моментом терции системы (тела) относительно данной оси называется физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой

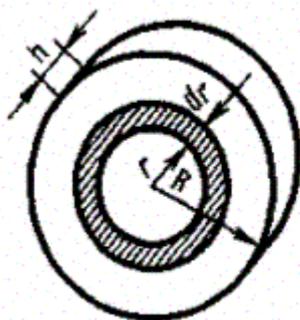
$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

оси:

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$J = \int r^2 dm,$$

где интегрирование производится по всему объему тела. Величина r в этом случае есть функция положения точки с координатами x, y, z .



- Что такое момент инерции тела?
- Какова роль момента инерции во вращательном движении?

Рис. 1

В качестве примера найдем момент инерции однородного сплошного цилиндра высотой h и радиусом R относительно его геометрической оси (рис. 1). Разобьем цилиндр на отдельные полые концентрические цилиндры бесконечно малой толщины dr с внутренним радиусом r и внешним $r+dr$. Момент инерции каждого полого цилиндра $dJ = r^2 dm$ (так как $dr \ll r$, то считаем, что расстояние всех точек цилиндра от оси равно r), где dm — масса всего элементарного цилиндра; его объем $2\pi r h dr$. Если ρ — плотность материала, то $dm = 2\pi r h \rho dr$ и $dJ = 2\pi h \rho r^3 dr$. Тогда момент инерции сплошного цилиндра

$$J = \int dJ = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} \pi h R^4 \rho.$$

но так как $\pi R^2 h$ — объем цилиндра, то его масса $m = \pi R^2 h \rho$, а момент инерции

$$J = \frac{1}{2} m R^2.$$

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Штейнера: момент инерции тела J относительно произвольной оси равен моменту его инерции J_c относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, сложенному с произведением массы m тела на квадрат расстояния a между осями:

$$J = J_c + m a^2. \quad (1)$$

В заключение приведем значения моментов инерции (табл. 1) для некоторых тел (тела считаются однородными, m — масса тела).

Таблица 1

Тело	Положение оси	Момент инерции
Полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	$m R^2$
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Тоже	$\frac{1}{2} m R^2$
Прямой тонкий стержень		

Моментом силы F относительно неподвижной точки O называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора r , проведенного из точки O в точку A приложения силы, на силу F (рис. 3):

$$M = [rF].$$

Здесь M — *псевдовектор*, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от r к F .

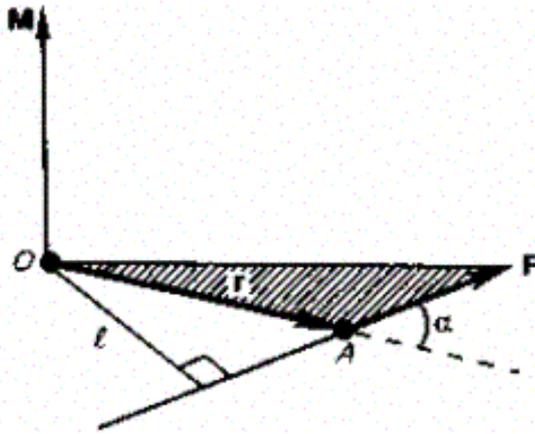


Рис. 3.

Модуль момента силы

$$M = Fr \sin \alpha = Fl, \quad (4)$$

где α — угол между r и F ; $r \cdot \sin \alpha = l$ — кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой O — плечо силы.

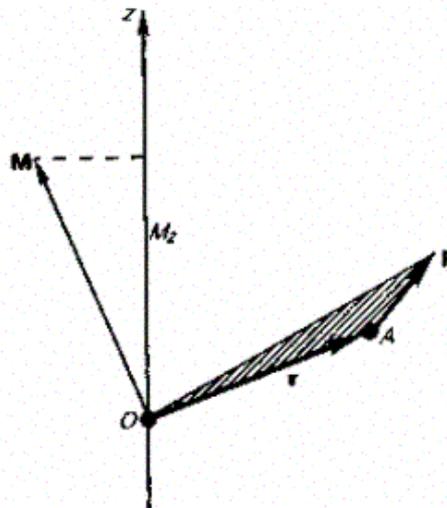


Рис. 4

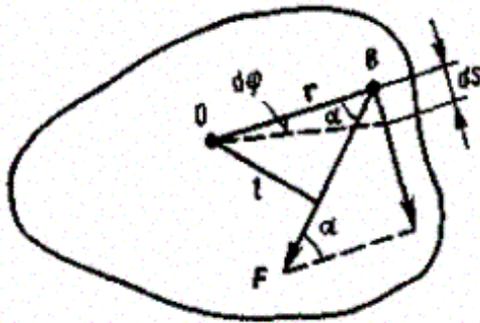
Моментом силы относительно неподвижной оси z называется *скалярная* величина M_z , равная проекции на эту ось вектора M момента силы, определенного относительно произвольной точки O данной оси z (рис. 4). Значение момента M_z не зависит от выбора положения точки O на оси z .

Если ось z совпадает с направлением вектора M , то момент силы представляется в виде вектора, совпадающего с осью:

$$M_z = [rF]_z.$$

Найдем выражение для работы при вращении тела (рис. 5). Пусть сила F приложена в точке B , находящейся от оси z на расстоянии r , α — угол между направлением силы и радиусом-вектором r . Так как тело абсолютно твердое, то работа этой силы равна работе, затраченной на поворот всего тела. При повороте тела на бесконечно малый угол $d\varphi$ точка приложения B проходит путь $ds = r d\varphi$ и работа равна произведению проекции силы на направление смещения на величину смещения:

$$dA = F \sin \alpha r d\varphi.$$



- Что называется моментом силы относительно неподвижной точки? относительно неподвижной оси? Как определяется направление момента силы?
- Выведите и сформулируйте уравнение динамики вращательного движения твердого тела

Рис. 5

Учитывая (4), можем записать

$$dA = M_z d\varphi, \quad (5)$$

где $Fr \sin \alpha = Fl = M_z$ — момент силы относительно оси z . Таким образом, работа при вращении тела равна произведению момента действующей силы на угол поворота. Работа при вращении тела идет на увеличение его кинетической энергии: $dA = dT$, но $dT = d\left(\frac{J_z \omega^2}{2}\right) = J_z \omega d\omega$,

поэтому $M_z d\varphi = J_z \omega d\omega$, или $M_z \frac{d\varphi}{dt} = J_z \omega \frac{d\omega}{dt}$.

Учитывая, что $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, получаем

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon. \quad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси.

Можно показать, что если ось z совпадает с главной осью инерции, проходящей через центр масс, то имеет место векторное равенство

$$\mathbf{M} = J\vec{\epsilon}, \quad (7)$$

где J — главный момент инерции тела (момент инерции относительно главной оси).

16. Момент импульса и закон его сохранения

1. Что такое момент импульса материальной точки и твердого тела?
2. Плечо импульса
3. Как определяется направление вектора момента импульса?
4. В чем заключается физическая сущность закона сохранения момента импульса? В каких системах он выполняется?

При сравнении законов вращательного и поступательного движений просматривается аналогия между ними, только во вращательном движении вместо силы «выступает» ее момент, роль массы «играет» момент инерции. Какая же величина будет аналогом импульса тела? Ею является момент импульса тела относительно оси.

Моментом импульса (количества движения) материальной точки A относительно неподвижной точки O называется физическая величина, определяемая векторным произведением:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r}\mathbf{p}] = [\mathbf{r}, m\mathbf{v}],$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор, проведенный из точки O в точку A ; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ — импульс материальной точки (рис. 1); \mathbf{L} — *псевдовектор*, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \mathbf{r} к \mathbf{p} . Модуль вектора момента импульса

$$L = rp \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl,$$

где α — угол между векторами \mathbf{r} и \mathbf{p} , l — плечо вектора \mathbf{p} относительно точки O .



- Что такое момент импульса материальной точки? твердого тела? Как определяется направление вектора момента импульса?
- В чем заключается физическая сущность закона сохранения момента импульса? В каких системах он выполняется? Приведите примеры.

Рис. 1

Моментом импульса относительно неподвижной оси z называется скалярная величина L_z , равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки O данной оси. Момент импульса L , не зависит от положения точки O на оси z .

При вращении абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси z каждая отдельная точка тела движется по окружности постоянного радиуса r_i с некоторой скоростью v_i . Скорость v_i и импульс $m_i v_i$ перпендикулярны этому радиусу, т. е. радиус является плечом вектора $m_i v_i$. Поэтому можем записать, что момент импульса отдельной частицы равен

$$L_{iz} = m_i v_i r_i \quad (1)$$

и направлен по оси в сторону, определяемую правилом правого винта.

Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц:

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i$$

Используя формулу (17.1) $v_i = \omega r_i$, получим

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega,$$

т. е.

$$L_z = J_z \omega. \quad (2)$$

Таким образом, момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость. Продифференцируем уравнение (19.2) по времени:

$$\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z,$$

т. е.

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z.$$

Это выражение — еще одна форма уравнения динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси: производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси.

Можно показать, что имеет место векторное равенство

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}. \quad (3)$$

В замкнутой системе момент внешних сил $\mathbf{M} = 0$ и $\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0$, откуда

$$\mathbf{L} = \text{const}. \quad (4)$$

Выражение (4) представляет собой закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения момента импульса — *фундаментальный закон природы*. Он связан со свойством симметрии пространства — его *изотропностью*, т. е. с инвариантностью физических законов относительно

выбора направления осей координат системы от счета (относительно поворота замкнутой системы в пространстве на любой угол).

17. Кинетическая энергия вращения

1. Проанализируйте связь между физическими величинами, характеризующими поступательное и вращательное движение твердого тела

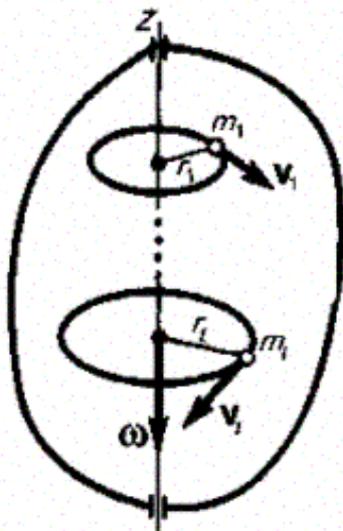
2. Кинетическая энергия вращательного движения

3. Кинетическая энергия тела, совершающее поступательное и вращательное движения.

Рассмотрим абсолютно твердое тело, вращающееся около неподвижной оси z , проходящей через него (рис. 2). Мысленно разобьем это тело на маленькие объемы с элементарными массами m_1, m_2, \dots, m_n , находящиеся на расстояниях r_1, r_2, \dots, r_n от оси.

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси отдельные его элементарные объемы массами m_i опишут окружности различных радиусов r_i и имеют различные линейные скорости v_i . Но так как мы рассматриваем абсолютно твердое тело, то угловая скорость вращения этих объемов одинакова:

$$\omega = v_1/r_1 = v_2/r_2 = \dots = v_n/r_n \quad (2)$$



- Выведите формулу для момента инерции обруча.
- Сформулируйте и поясните теорему Штейнера.
- Какова формула для кинетической энергии тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, и как ее вывести?

Рис. 2

Кинетическую энергию вращающегося тела найдем как сумму кинетических энергий его элементарных объемов:

$$T_{\text{вр}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2}, \quad \text{или} \quad T_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Используя выражение (2), получаем

$$T_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z — момент инерции тела относительно оси z . Таким образом, кинетическая энергия вращающегося тела

$$T_{\text{вр}} = J_z \omega^2 / 2. \quad (3)$$

Из сравнения формулы (3) с выражением для кинетической энергии тела, движущегося поступательно ($E_k = mv^2/2$), следует, что момент инерции — *мера инертности тела* при вращательном движении. Формула (3) справедлива для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

В случае плоского движения тела, например цилиндра, скатывающегося с наклонной плоскости без скольжения, энергия движения складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения:

$$T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2},$$

где m — масса катящегося тела; v_c — скорость центра масс тела; J_c — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω — угловая скорость тела.

18. Механические колебания и волны

1. Гармонические колебания и уравнение гармонических колебаний
2. Сложение гармонических колебаний
3. Затухающие и вынужденные колебания

4. Логарифмический декремент затухания
5. Механические волны (продольные и поперечные)
6. Уравнение волны
7. Звуковые волны

Колебаниями называются движения или процессы, которые характеризуются определенной повторяемостью во времени. Колебания называются свободными (или собственными), если они совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воз действий на колебательную систему (систему, совершающую колебания). Простейшим типом колебаний являются гармонические колебания — колебания, при которых колеблющаяся величина s изменяется со временем по закону синуса (косинуса) и описываются уравнением типа

$$s = A \cos (\omega_0 t + \varphi), \quad (1)$$

где A — максимальное значение колеблющейся величины, называемое амплитудой колебания, ω_0 — круговая (циклическая) частота, φ — начальная фаза колебания в момент времени $t = 0$, $(\omega_0 t + \varphi)$ — фаза колебания в момент времени t . Фаза колебания определяет значение колеблющейся величины в данный момент времени. Так как косинус изменяется в пределах от $+1$ до -1 , то s может принимать значения от $+A$ до $-A$.

Пусть материальная точка совершает прямолинейные гармонические колебания вдоль оси координат x около положения равновесия, принятого за начало координат. Тогда зависимость координаты x от времени t задается уравнением, аналогичным уравнению (1), где $s = x$:

$$x = A \cos (\omega_0 t + \varphi). \quad (2)$$

скорость v и ускорение a колеблющейся точки соответственно равны

$$\begin{aligned} v &= -A\omega_0 \sin (\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0 \cos (\omega_0 t + \varphi + \pi/2); \\ a &= -A\omega_0^2 \cos (\omega_0 t + \varphi) = A\omega_0^2 \cos (\omega_0 t + \varphi + \pi). \end{aligned} \quad (3)$$

Сила $F = ma$, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m , равна

$$F = -m\omega_0^2 x.$$

Следовательно, сила пропорциональна смещению материальной точки из положения равновесия и направлена в противоположную сторону (к положению равновесия).

Кинетическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания, равна

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi),$$

или

$$T = \frac{mA^2\omega_0^2}{4} [1 - \cos 2(\omega_0 t + \varphi)]. \quad (4) \quad (5)$$

Потенциальная энергии материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием упругой силы F , равна

$$П = -\int_0^x F dx = \frac{m\omega_0^2 x^2}{2} = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi),$$

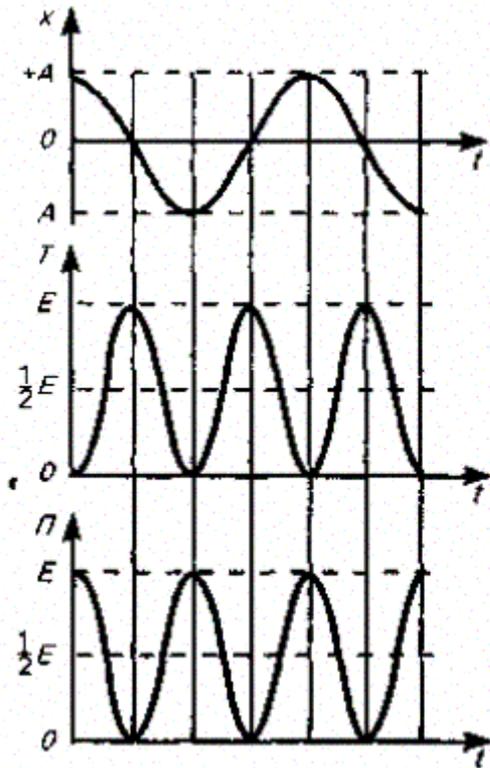
или

$$П = \frac{mA^2\omega_0^2}{4} [1 + \cos 2(\omega_0 t + \varphi)]. \quad (6) \quad (7)$$

Сложив (5) и (7), получим формулу для полной энергии:

$$E = T + П = \frac{mA^2\omega_0^2}{2}. \quad (8)$$

Полная энергия остается постоянной, так как при гармонических колебаниях справедлив закон сохранения механической энергии, поскольку



- ◆ От чего зависят амплитуда и начальная фаза гармонических механических колебаний?
- ◆ Выведите и прокомментируйте формулы для кинетической, потенциальной и полной энергии при гармонических колебаниях.
- ◆ Чему равно отношение полной энергии гармонического колебания к максимальному значению возвращающей силы, вызывающей это колебание?

Рис. 1

Если колебательная система одновременно участвует в двух (или более) независимых колебательных движениях, возникает задача - найти результирующее колебание. В случае однонаправленных колебаний под этим понимается нахождение уравнения результирующего колебания; в случае взаимно перпендикулярных колебаний - нахождение траектории результирующего колебания. Рассмотрим этот метод на примере сложения двух колебаний с произвольными частотами. Пусть наше тело участвует в двух совпадающих по направлению колебаниях:

Формулы для амплитуды и фазы результирующего колебания при сложении гармонических колебаний одного направления и одинаковой

$$\begin{cases} x_1 = A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1), \\ x_2 = A_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2), \end{cases}$$

частоты

запишутся так:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1); \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Таким образом, тело, участвуя в двух гармонических колебаниях одного направления и одинаковой частоты, совершает также гармоническое колебание в том же направлении и с той же частотой, что и складываемые колебания. Амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз $(\varphi_2 - \varphi_1)$ складываемых колебаний.

Для практики особый интерес представляет случай, когда два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте. В результате сложения этих колебаний получаются колебания с периодически изменяющейся амплитудой. Периодические изменения амплитуды колебания, возникающие при сложении двух гармонических колебаний с близкими частотами, называются биениями.

При сложении взаимно перпендикулярных колебаний необходимо найти уравнение траектории тела, то есть из уравнений колебаний типа $x = x(t)$, $y = y(t)$ исключить t и получить зависимость типа $y(x)$, например, сложим два колебания с одинаковыми частотами:

$$X = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$Y = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

исключив время, получим:

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

В общем случае это - уравнение эллипса. При $A_1 = A_2$ - окружность, при $(\varphi_2 - \varphi_1 = \pi m - \text{целое})$ - отрезок прямой.

Вид траектории при сложении взаимно перпендикулярных колебаний зависит от соотношения амплитуд, частот и начальных фаз складываемых колебаний. Получающиеся кривые носят название фигур Лиссажу.

Затухающими называются колебания, энергия и амплитуда которых уменьшается с течением времени. Затухание свободных механических колебаний связано с убыванием механической энергии за счет действия сил сопротивления и трения.

Закон затухания колебаний определяется свойствами колебательных систем. Обычно рассматривают линейные системы — идеализированные реальные системы, в которых параметры, определяющие физические свойства системы, в ходе процесса не изменяются.

Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний линейной системы задается в виде

$$\frac{d^2s}{dt^2} + 2\delta \frac{ds}{dt} + \omega_0^2 s = 0, \quad (9)$$

где s — колеблющаяся величина, описывающая тот или иной физический процесс, $\delta = \text{const}$ — коэффициент затухания, ω_0 — циклическая частота свободных *незатухающих* колебаний той же колебательной системы, т. е. при $\delta = 0$ (при отсутствии потерь энергии) называется собственной частотой колебательной системы.

решение уравнения (9) в случае малых затуханий ($\delta^2 \ll \omega_0^2$)

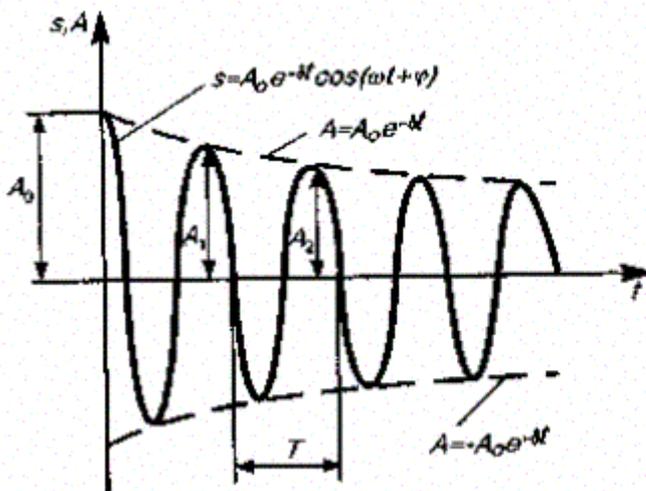
$$s = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi),$$

где

$$A = A_0 e^{-\delta t} \quad (10)$$

(11)

— амплитуда затухающих колебаний, а A_0 — начальная амплитуда. Зависимость (10) показана на рис. 2 сплошной линией, а зависимость (11) — штриховыми линиями. Промежуток времени $\tau = 1/\delta$, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз, называется временем релаксации.



- Запишите дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение. Проанализируйте их для механических и электромагнитных колебаний.
- Как изменяется частота собственных колебаний с увеличением массы колеблющегося тела?
- По какому закону изменяется амплитуда затухающих колебаний? Являются ли затухающие колебания периодическими?
- Почему частота затухающих колебаний должна быть меньше частоты собственных колебаний системы?

Рис. 2

Затухание нарушает периодичность колебаний, поэтому затухающие колебания не являются периодическими и» строго говоря, к ним неприменимо понятие периода или частоты. Однако если затухание мало, то можно условно пользоваться понятием периода как промежутка времени между двумя последующими максимумами (или минимумами) колеблющейся физической величины (рис. 2). Тогда период затухающих колебаний равен

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

Если $A(t)$ и $A(t + T)$ — амплитуды двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период, то отношение

$$\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{-\delta T}$$

называется декрементом затухания, а его логарифм

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e} \quad (12)$$

— логарифмическим декрементом затухания; N_e — число колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз. Логарифмический декремент затухания — постоянная для данной колебательной системы величина.

Для характеристики колебательной системы пользуются понятием добротности Q , которая при малых значениях логарифмического декремента равна

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \pi N_e = \frac{\pi}{\delta T_0} = \frac{\omega_0}{2\delta} \quad (13)$$

(так как затухание мало ($\delta^2 \ll \omega_0^2$), то T принято равным T_0).

Из формулы (13) следует, что добротность пропорциональна числу колебаний N_e , совершаемых системой за время релаксации.

Выводы, полученные для свободных затухающих колебаний линейных систем, применимы для колебаний различной физической природы — механических (в качестве примера рассмотрим пружинный маятник) и электромагнитных (в качестве примера рассмотрим электрический колебательный контур).

Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, надо компенсировать потери энергии. Такая компенсация возможна с помощью какого-либо периодически действующего фактора $X(t)$, изменяющего по гармоническому закону.

Колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся силы или внешней периодически изменяющейся э.д.с., называются соответственно вынужденными механическими и вынужденными электромагнитными колебаниями. Сила, вызывающая вынужденные колебания, называется вынуждающей или возмущающей силой.

Колебания, возбужденные в какой-либо точке среды (твердой, жидкой или газообразной), распространяются в ней с конечной скоростью, зависящей от свойств среды, передаваясь от одной точки среды к другой. Чем дальше расположена частица среды от источника колебаний, тем позднее она начнет колебаться. Иначе говоря, фазы колебаний частиц среды и источника тем больше отличаются друг от друга, чем больше это расстояние. При изучении распространения колебаний не учитывается дискретное (молекулярное) строение *среды* и среда рассматривается как сплошная, т. е. непрерывно распределенная в пространстве и обладающая упругими свойствами.

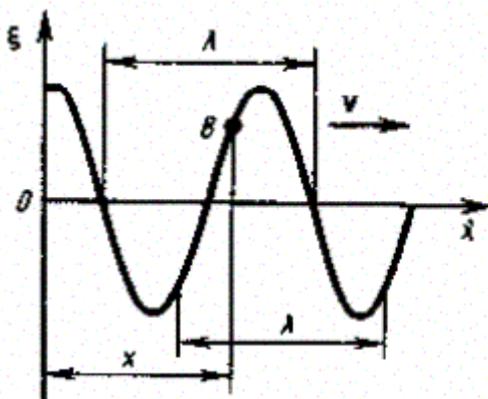
Процесс распространения колебаний в сплошной среде называется волновым процессом (или волной). При распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия. Вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и его энергия. Поэтому *основным свойством всех волн, независимо от их природы, является перенос энергии без переноса вещества.*

Среди разнообразных волн, встречающихся в природе и технике, выделяются следующие их типы: волны на поверхности жидкости, упругие и электромагнитные волны. Упругими (или механическими) волнами

называются механические возмущения, распространяющиеся в упругой среде. Упругие волны бывают продольные и поперечные. В продольных волнах частицы среды колеблются в направлении распространения волны, в поперечных — в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волны.

Продольные волны могут возбуждаться в средах, в которых возникают упругие силы *при деформации сжатия и растяжения*, т. е. твердых, жидких и газообразных телах. Поперечные волны могут возбуждаться в среде, в которой возникают упругие силы *при деформации сдвига*, т. е. в твердых телах; *в жидкостях и газах возникают только продольные волны, а в твердых телах — как продольные, так и поперечные.*

Упругая волна называется гармонической, если соответствующие ей колебания частиц среды являются гармоническими. На рис. 3 представлена гармоническая поперечная волна, распространяющаяся со скоростью v вдоль оси x , т. е. приведена зависимость между смещением ξ частиц среды, участвующих в волновом процессе, и расстоянием x этих частиц (например, частицы В) от источника колебаний O для какого-то фиксированного момента времени t . Приведенный график функции $\xi(x, t)$ похож на график гармонического колебания, однако они *различны по существу*. График волны дает зависимость смещения *всех частиц среды* от расстояния до источника колебаний в данный момент времени, а график колебаний — зависимость смещения *данной частицы от времени*.



- Как объяснить распространение колебаний в упругой среде? Что такое волна?
- Что называется поперечной волной? продольной? Когда они возникают?
- Что такое волновой фронт? волновая поверхность?
- Что называется длиной волны? Какова связь между длиной волны, скоростью и периодом?

Рис. 3

Расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе, называется длиной волны (рис. 3). Длина волны равна тому

расстоянию, на которое распространяется определенная фаза колебания за период, т. е.

$$\lambda = vT,$$

или, учитывая, что $T = 1/\nu$, где ν — частота колебаний,

$$v = \lambda\nu.$$

Если рассмотреть волновой процесс подробнее, то ясно, что колеблются не только частицы, расположенные вдоль оси x , а колеблется совокупность частиц, расположенных в некотором объеме, т. е. волна, распространяясь от источника колебаний, охватывает все новые и новые области пространства. Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени t , называется волновым фронтом. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновых поверхностей можно провести бесчисленное множество, а волновой фронт в каждый момент времени — один. Волновой фронт также является волновой поверхностью. Волновые поверхности могут быть любой формы, а в простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно волна называется плоской или сферической.

уравнение плоской волны может быть записано в виде kx

$$\xi(r,t) = A \cdot \cos(\omega t - kr), \text{ где } k = \omega/v - \text{ т. н. "волновое число"}, \lambda - \text{ длина волны.}$$

уравнение сферической волны следует записать так:

$$\xi(r,t) = A_0 r \cdot \cos(\omega t - kr).$$

Если часть энергии волны теряется в среде из-за поглощения, то происходит постепенное затухание волны, которое нужно учесть аналогично (1.34) введением дополнительного экспоненциального множителя перед косинусом:

$$A(x) = A_0 e^{-\eta x} \quad - \text{ плоская волна;}$$

$$A(x) = A_0 e^{-\eta x} / r \quad - \text{ сферическая волна.}$$

Коэффициент η называется коэффициентом поглощения среды.

19. Движение жидкостей. Уравнение Бернулли

1. Несжимаемая жидкость
2. Стационарное течение жидкости
3. Линии тока
4. Уравнение неразрывности
5. Уравнение Бернулли
6. Динамическое давление
7. Гидростатическое давление
8. Статическое давление
9. Трубка Пито

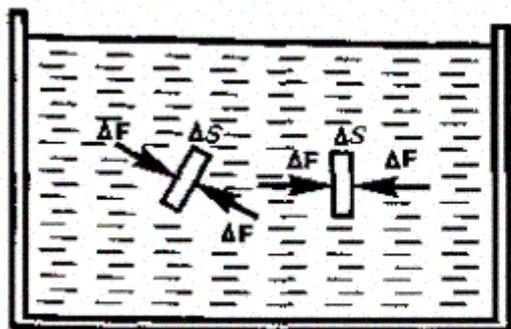
Молекулы газа, совершая беспорядочное, хаотическое движение, не связаны или весьма слабо связаны силами взаимодействия, поэтому они движутся свободно и в результате соударений стремятся разлететься во все стороны, заполняя весь предоставленный им объем, т. е. объем газа определяется объемом того сосуда, который газ занимает.

Жидкость же, имея определенный объем, принимает форму того сосуда, в который она заключена. Но в жидкостях в отличие от газов среднее расстояние между молекулами остается практически постоянным, поэтому жидкость обладает практически неизменным объемом.

Свойства жидкостей и газов во многом отличаются, однако в ряде механических явлений их поведение определяется одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. Поэтому гидроаэромеханика — раздел механики, изучающий равновесие и движение жидкостей и газов, их взаимодействие между собой и обтекаемыми ими твердыми телами, — использует *единый подход* к изучению жидкостей и газов.

В механике с большой степенью точности жидкости и газы рассматриваются как сплошные, непрерывно распределенные в занятой ими части пространства. Плотность же газов от давления зависит существенно. Из опыта известно, что сжимаемостью жидкости и газа во многих задачах можно пренебречь и пользоваться единым понятием несжимаемой жидкости — жидкости, плотность которой всюду одинакова и не изменяется со временем.

Если в покоящуюся жидкость поместить тонкую пластинку, то части жидкости, находящиеся по разные стороны от нее, будут действовать на каждый ее элемент ΔS с силами ΔF , которые независимо от того, как пластинка ориентирована, будут равны по модулю и направлены перпендикулярно площадке ΔS , так как наличие касательных сил привело бы частицы жидкости в движение (рис. 1).



- Что такое давление в жидкости? Давление — величина векторная или скалярная? Какова единица давления в СИ?
- Сформулируйте и поясните законы Паскаля и Архимеда.
- Что называют линией тока? трубкой тока?

Рис. 1

Физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади, называется давлением p жидкости:

$$p = \Delta F / \Delta S.$$

Единица давления — паскаль (Па): 1 Па равен давлению, создаваемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м² (1 Па=1 Н/м²).

Давление при равновесии жидкостей (газов) подчиняется закону Паскаля*: давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково передается по всему объему, занятому покоящейся жидкостью.

Рассмотрим, как влияет вес жидкости на распределение давления внутри покоящейся несжимаемой жидкости. При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, иначе не было бы равновесия. Поэтому свободная поверхность покоящейся жидкости всегда горизонтальна вдали от стенок сосуда. Если жидкость несжимаема, то ее плотность не

* Б. Паскаль (1623—1662) — французский ученый.

зависит от давления. Тогда при поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности ρ вес $P = \rho gSh$, а давление на нижнее основание

$$p = P/S = \rho gSh/S = \rho gh, \quad (1)$$

т. е. давление изменяется линейно с высотой. Давление ρgh называется гидростатическим давлением.

Согласно формуле (1), сила давления на нижние слои жидкости будет больше, чем на верхние, поэтому на тело, погруженное в жидкость, действует сила, определяемая законом Архимеда: на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа):

$$F_A = \rho gV,$$

где ρ — плотность жидкости, V — объем погруженного в жидкость тела.

Движение жидкостей называется течением, а совокупность частиц движущейся жидкости — потоком. Графически движение жидкостей изображается с помощью линий тока, которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости в соответствующих точках пространства (рис. 2). Линии тока проводятся так, чтобы густота их, характеризуемая отношением числа линий к площади перпендикулярной им площадки, через которую они проходят, была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее. Таким образом, по картине линий тока можно судить о направлении и модуле скорости в разных точках пространства, т. е. можно определить состояние движения жидкости. Линии тока в жидкости можно «проявить», например, подмешав в нее какие-либо заметные взвешенные частицы.

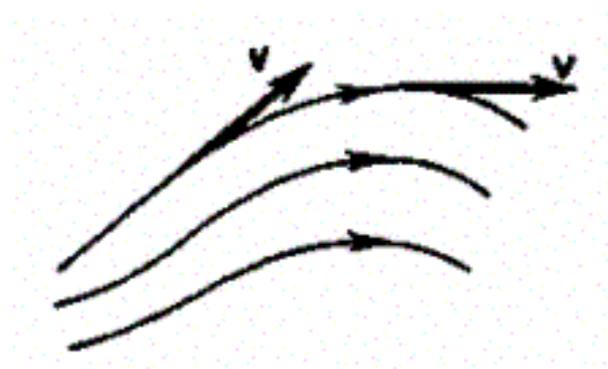


Рис. 2

Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют трубкой тока. Течение жидкости называется установившимся (или стационарным), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Рассмотрим какую-либо трубку тока. Выберем два ее сечения S_1 и S_2 , перпендикулярные направлению скорости (рис. 3).

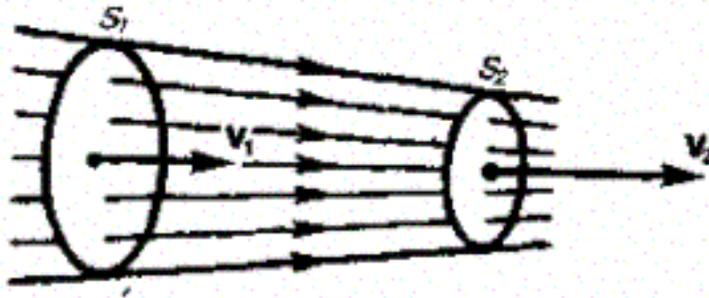


Рис. 3

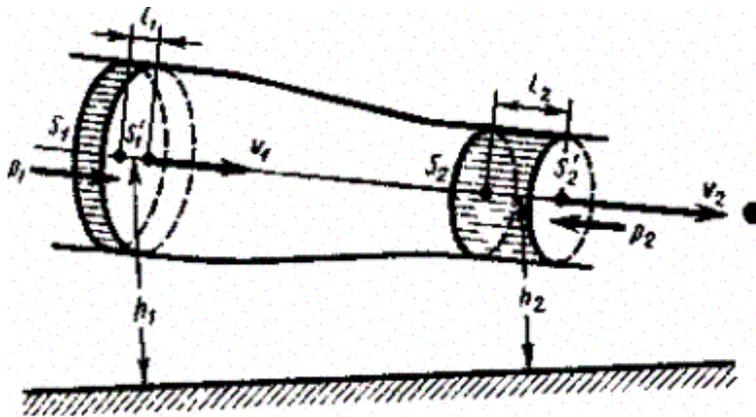
За время Δt через сечение S проходит объем жидкости $Sv\Delta t$; следовательно, за 1 с через S_1 пройдет объем жидкости S_1v_1 , где v_1 — скорость течения жидкости в месте сечения S_1 . Через сечение S_2 за 1 с пройдет объем жидкости S_2v_2 , где v_2 — скорость течения жидкости в месте сечения S_2 . Здесь предполагается, что скорость жидкости в сечении постоянна. Если жидкость несжимаема ($\rho = \text{const}$), то через сечение S_2 пройдет такой же объем жидкости, как и через сечение S_1 , т. е.

$$S_1v_1 = S_2v_2 = \text{const.} \quad (2)$$

Следовательно, произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для данной трубки тока. Соотношение (2) называется уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости.

Выделим в стационарно текущей идеальной жидкости (*физическая абстракция*, т. е. воображаемая жидкость, в которой отсутствуют силы внутреннего трения) трубку тока, ограниченную сечениями S_1 и S_2 , по которой слева направо течет жидкость (рис. 4). Пусть в месте сечения S_1 скорость течения v_1 , давление p_1 и высота, на которой это сечение

расположено, h_1 . Аналогично, в месте сечения S_2 скорость течения v_2 , давление p_2 и высота сечения h_2 . За малый промежуток времени Δt жидкость перемещается от сечения S_1 к сечению S'_1 , от S_2 к S'_2 .



- Что характерно для установившегося течения жидкости?
- Каков физический смысл уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости и как его вывести?
- Выведите уравнение Бернулли

Рис. 4

Согласно закону сохранения энергии, изменение полной энергии $E_2 - E_1$ идеальной несжимаемой жидкости должно быть равно работе A внешних сил по перемещению массы m жидкости:

$$E_2 - E_1 = A, \quad (4)$$

где E_1 и E_2 — полные энергии жидкости массой m в местах сечений S_1 и S_2 соответственно.

С другой стороны, A — это работа, совершаемая при перемещении всей жидкости, заключенной между сечениями S_1 и S_2 , за рассматриваемый малый промежуток времени Δt . Для перенесения массы m от S_1 до S_2 жидкость должна переместиться на расстояние $l_1 = v_1 \Delta t$ и от S_2 до S_2 — на расстояние $l_2 = v_2 \Delta t$. Отметим, что l_1 и l_2 настолько малы, что всем точкам объемов, закрашенных на рис. 4, приписывают постоянные значения скорости v , давления p и высоты h . Следовательно,

$$A = F_1 l_1 + F_2 l_2, \quad (5)$$

где $F_1 = p_1 S_1$ и $F_2 = -p_2 S_2$ (отрицательна, так как направлена в сторону, противоположную течению жидкости; рис. 4).

Полные энергии E_1 и E_2 будут складываться из кинетической и потенциальной энергий массы m жидкости:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1, \quad (6)$$

$$E_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2. \quad (7)$$

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 v_1 \Delta t = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 v_2 \Delta t. \quad (8)$$

Согласно уравнению неразрывности для несжимаемой жидкости (29.1), объем, занимаемый жидкостью, остается постоянным, т. е.

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t.$$

Разделив выражение (8) на ΔV , получим

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2,$$

где ρ — плотность жидкости. Но так как сечения выбирались произвольно, то можем записать

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const.} \quad (9)$$

Выражение (9) выведено швейцарским физиком Д. Бернулли (1700—1782; опубликовано в 1738 г.) и называется уравнением Бернулли. Как видно из его вывода, уравнение Бернулли — выражение закона сохранения энергии применительно к установившемуся течению идеальной жидкости. Оно хорошо выполняется и для реальных жидкостей, внутреннее трение которых не очень велико.

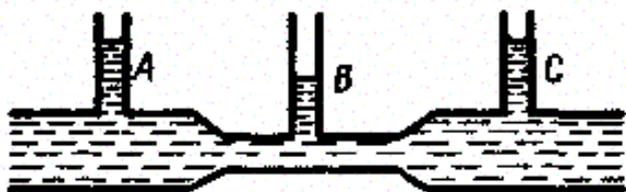
Величина p в формуле (9) называется статическим давлением (давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела), величина $\rho v^2/2$ — динамическим давлением. Как уже указывалось выше, величина ρgh представляет собой гидростатическое давление.

Для горизонтальной трубки тока ($h_1 = h_2$ выражение (9) принимает вид

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}, \quad (10)$$

где $p + \rho v^2/2$ называется полным давлением.

Из уравнения Бернулли (10) для горизонтальной трубки тока и уравнения неразрывности следует, что при течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения, а статическое давление больше в более широких местах, т. е. там, где скорость меньше. Это можно продемонстрировать, установив вдоль трубы ряд манометров (рис. 5). В соответствии с уравнением Бернулли опыт показывает, что в манометрической трубке *B*, прикрепленной к узкой части трубы, уровень жидкости ниже, чем в манометрических трубках *A* и *C*, прикрепленных к широкой части трубы.



▪ Как в потоке жидкости измерить статическое давление? динамическое давление? полное давление?

Рис. 5

Так как динамическое давление связано со скоростью движения жидкости (газа), то уравнение Бернулли позволяет измерять скорость потока жидкости. Для этого применяется трубка Пито — Прандтля (рис. 6). Прибор состоит из двух изогнутых под прямым углом трубок, противоположные концы которых присоединены к манометру. С помощью одной из трубок измеряется полное давление (p_0), с помощью другой — статическое (p). Манометром измеряют разность давлений:

$$p_0 - p = \rho_0 g h, \quad (11)$$

где ρ_0 — плотность жидкости в манометре. С другой стороны, согласно уравнению Бернулли, разность полного и статического давлений равна динамическому давлению:

$$p_0 - p = \rho v^2/2. \quad (12)$$

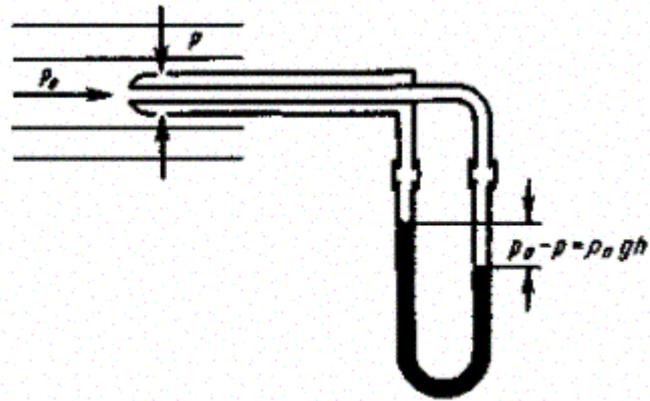


Рис. 6

Из формул (11) и (12) получаем искомую скорость потока жидкости:

$$v = \sqrt{2\rho_0gh/\rho.}$$

Уменьшение статического давления в точках, где скорость потока больше, положено в основу работы водоструйного насоса (рис. 7). Струя воды подается в трубку, открытую в атмосферу, так что давление на выходе из трубки равно атмосферному. В трубке имеется сужение, по которому вода течет с большей скоростью. В этом месте давление меньше атмосферного. Это давление устанавливается и в откачанном сосуде, который связан с трубкой через разрыв, имеющийся в ее узкой части. Воздух увлекается вытекающей с большой скоростью водой из узкого конца. Таким образом можно откачивать воздух из сосуда до давления 100 мм рт. ст. (1 мм рт. ст. = 133,32 Па).

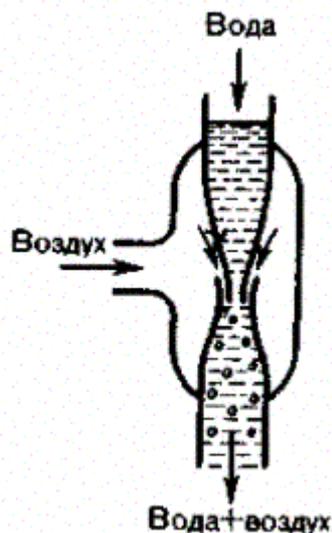


Рис. 7

Уравнение Бернулли используется для нахождения скорости истечения жидкости через отверстие в стенке или дне сосуда. Рассмотрим цилиндрический сосуд с жидкостью, в боковой стенке которого на некоторой глубине ниже уровня жидкости имеется маленькое отверстие (рис. 8).

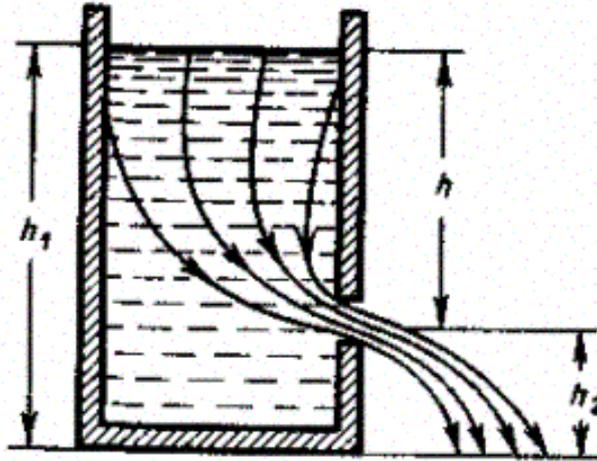


Рис. 8

Рассмотрим два сечения (на уровне А1 свободной поверхности жидкости в сосуде и на уровне А2 выхода ее из отверстия) и напишем уравнение Бернулли:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2.$$

Так как давления p_1 и p_2 в жидкости на уровнях первого и второго сечений равны атмосферному, т. е. $p_1 = p_2$, то уравнение будет иметь вид

$$\frac{v_1^2}{2} + g h_1 = \frac{v_2^2}{2} + g h_2.$$

Из уравнения неразрывности следует, что $v_2/v_1 = S_1/S_2$, где S_1 и S_2 — площади поперечных сечений сосуда и отверстия. Если $S_1 \gg S_2$, то членом $v_1^2/2$ можно пренебречь и

$$v_2^2 = 2g (h_1 - h_2) = 2gh,$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}.$$

Это выражение получило название формулы Торричелли*.

20. Реальные жидкости

1. Вязкость
2. Формула Стокса
3. Коэффициент внутреннего трения или динамическая вязкость (единица измерения)
4. Градиент скорости
5. Ламинарное течение
6. Турбулентное течение
7. Число Рейнольдса
8. Формула Пуайзеля
9. Подъемная сила

Вязкость (внутреннее трение) — это свойство реальных жидкостей оказывать сопротивление перемещению одной части жидкости относительно другой. При перемещении одних слоев реальной жидкости относительно других возникают силы внутреннего трения, направленные по касательной к поверхности слоев. Действие этих сил проявляется в том, что со стороны слоя, движущегося быстрее, на слой, движущийся медленнее, действует ускоряющая сила. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила.

Сила внутреннего трения F тем больше, чем больше рассматриваемая площадь поверхности слоя S (рис. 1), и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою. На рисунке представлены два слоя, отстоящие друг от друга на расстоянии Δx и движущиеся со скоростями v_1 и v_2 . При этом $v_1 - v_2 = \Delta v$. Направление, в котором отсчитывается расстояние между слоями, *перпендикулярно* скорости

* Э. Торричелли (1608—1647) — итальянский физик и математик.

течения слоев. Величина — показывает, как быстро меняется скорость при переходе от слоя к слою в направлении x , перпендикулярном направлению движения слоев, и называется градиентом скорости. Таким образом, модуль силы внутреннего трения

$$F = \eta \left| \frac{\Delta v}{\Delta x} \right| S, \quad (1)$$

где коэффициент пропорциональности η , зависящий от природы жидкости, называется динамической вязкостью (или просто вязкостью).

Единица вязкости — паскаль-секунда (Па·с): 1 Па·с равен динамической вязкости среды, в которой при ламинарном течении и градиенте скорости с модулем, равным 1 м/с на 1 м, возникает сила внутреннего трения 1 Н на 1 м² поверхности касания слоев (1 Па·с = 1 Н·с/м²).

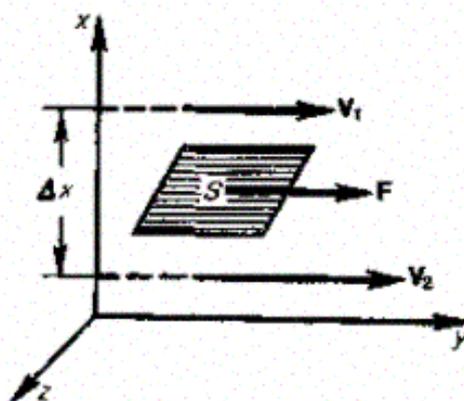


Рис. 1

Чем больше вязкость, тем сильнее жидкость отличается от идеальной, тем большие силы внутреннего трения в ней возникают. Вязкость зависит от температуры, причем характер этой зависимости для жидкостей и газов различен (для жидкостей η с увеличением температуры уменьшается, у газов, наоборот, увеличивается), что указывает на различие в них механизмов внутреннего трения. Существует два режима течения жидкостей. Течение называется ламинарным (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними, и турбулентным (вихревым), если вдоль потока происходит интенсивное вихреобразование и перемешивание жидкости (газа).

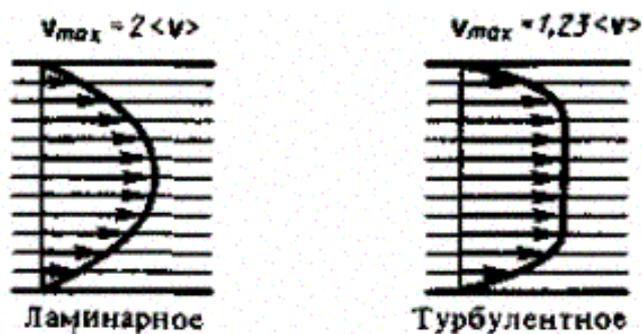
Ламинарное течение жидкости наблюдается при небольших скоростях ее движения. Внешний слой жидкости, примыкающий к поверхности трубы, в которой она течет, из-за сил молекулярного сцепления прилипает к ней и остается неподвижным. Скорости последующих слоев тем больше, чем больше их расстояние до поверхности трубы, и наибольшей скоростью обладает слой, движущийся вдоль оси трубы.

При турбулентном течении частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, поэтому они могут переходить из одного слоя в другой. Скорость частиц жидкости быстро возрастает по мере удаления от поверхности трубы, затем изменяется довольно незначительно. Так как частицы жидкости переходят из одного слоя в другой, то их скорости в различных слоях мало отличаются. Из-за большого градиента скоростей у поверхности трубы обычно происходит образование вихрей.

Профиль усредненной скорости при турбулентном течении в трубах (рис. 2) отличается от параболического профиля при ламинарном течении более быстрым возрастанием скорости у стенок трубы и меньшей кривизной в центральной части течения. Характер течения зависит от безразмерной величины, называемой числом :

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta} = \frac{\langle v \rangle d}{\nu},$$

где $\nu = \eta/\rho$ — кинематическая вязкость; ρ — плотность жидкости; $\langle v \rangle$ — средняя по сечению трубы скорость жидкости; d — характерный линейный размер, например диаметр трубы.



- Что такое градиент скорости?
- Каков физический смысл коэффициента динамической вязкости?

Рис. 2

При малых значениях числа Рейнольдса ($Re \lesssim 1000$) наблюдается ламинарное течение, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в области $1000 \lesssim Re \lesssim 2000$, а при $Re = 2300$ (для гладких труб) течение — турбулентное. Если число Рейнольдса одинаково, то режим течения различных жидкостей (газов) в трубах разных сечений одинаков.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЯЗКОСТИ

1. Метод Стокса*. Этот метод определения вязкости основан на измерении скорости медленно движущихся в жидкости небольших тел сферической формы.

На шарик, падающий в жидкости вертикально вниз, действуют три силы: сила тяжести $P = 4/3\pi r^3 \rho g$ (ρ — плотность шарика), сила Архимеда $F_A = 4/3\pi r^3 \rho' g$ (ρ' — плотность жидкости) и сила сопротивления, эмпирически установленная Дж. Стоксом: $P = 6\pi\eta r v$, где r — радиус шарика, v — его скорость. При равномерном движении шарика

$$P = F_A + F \quad \text{или} \quad 4/3\pi r^3 \rho g = 4/3\pi r^3 \rho' g + 6\pi\eta r v,$$

откуда

$$v = \frac{2(\rho - \rho')gr^2}{9\eta}.$$

Измерив скорость равномерного движения шарика, можно определить вязкость жидкости (газа).

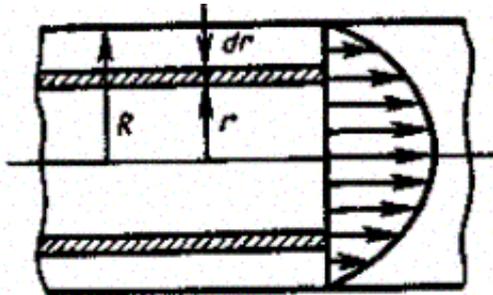
2. Метод Пуазейля**. Этот метод основан на ламинарном течении жидкости в тонком капилляре. Рассмотрим капилляр радиусом R и длиной l . В жидкости мысленно выделим цилиндрический слой радиусом r и толщиной dr (рис. 3). Сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность этого слоя,

* Дж. Стокс (1819—1903) — английский физик и математик.

** Ж. Пуазейль (1799—1868) — французский физиолог и физик.

$$F = -\eta \frac{dv}{dr} dS = -\eta \cdot 2\pi r l \frac{dv}{dr},$$

где dS — боковая поверхность цилиндрического слоя; знак минус означает, что при возрастании радиуса скорость уменьшается.



- Какое течение жидкости называется ламинарным? турбулентным? Что характеризует число Рейнольдса?
- Поясните (с выводом) практическое применение методов Стокса и Пуазейля.

Рис. 3

Для установившегося течения жидкости сила внутреннего трения, действующая на боковую поверхность цилиндра, уравновешивается силой давления, действующей на его основание:

$$-\eta \cdot 2\pi r l \frac{dv}{dr} = \Delta p \pi r^2, \quad dv = -\frac{\Delta p}{2\eta l} r dr.$$

После интегрирования, полагая, что у стенок имеет место прилипание жидкости, т. е. скорость на расстоянии R от оси равна нулю, получаем

$$v = \frac{\Delta p}{4\eta l} (R^2 - r^2).$$

Отсюда видно, что скорости частиц жидкости распределяются по параболическому закону, причем вершина параболы лежит на оси трубы (см. также рис. 3). За время t из трубы вытечет жидкость, объем которой

$$V = \int_0^R vt \cdot 2\pi r dr = \frac{2\pi \Delta p t}{4\eta l} \int_0^R r (R^2 - r^2) dr = \frac{\pi \Delta p t}{2\eta l} \left[\frac{r^2 R^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right]_0^R = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8\eta l},$$

откуда вязкость

$$\eta = \frac{\pi R^4 \Delta p t}{8 \mu l}$$

21. Пределы применимости классической механики

1. Нерелятивистская механика
2. Релятивистская механика
3. Зависимость массы от скорости
4. Релятивистский импульс
5. Закон взаимосвязи массы и энергии (формула Эйнштейна)

Классическая механика Ньютона прекрасно описывает движение макротел, движущихся с малыми скоростями ($v \ll c$). Однако в конце XIX в. выяснилось, что выводы классической механики противоречат некоторым опытным данным, в частности при изучении движения быстрых заряженных частиц оказалось, что их движение не подчиняется законам механики. Далее возникли затруднения при попытках применить механику Ньютона к объяснению распространения света. Если источник и приемник света движутся друг относительно друга равномерно и прямолинейно, то, согласно классической механике, измеренная скорость должна зависеть от относительной скорости их движения. Американский физик А. Майкельсон (1852—1913) в 1881 г., а затем в 1887 г. совместно с Е. Морли (американский физик, 1838—1923) пытался обнаружить движение Земли относительно эфира (эфирный ветер) — опыт Майкельсона — Морли, применяя интерферометр, названный впоследствии интерферометром Майкельсона. Обнаружить эфирный ветер Майкельсону не удалось, как, впрочем, не удалось его обнаружить и в других многочисленных опытах. Опыты «упрямо» показывали, что скорости света в двух движущихся друг относительно друга системах равны. Это противоречило правилу сложения скоростей классической механики.

Для объяснения этих и некоторых других опытных данных необходимо было создать новую механику, которая, объясняя эти факты, содержала бы ньютоновскую механику как предельный случай для малых скоростей ($\ll c$). Это и удалось сделать А. Эйнштейну, который пришел к выводу о том, что мирового эфира — особой среды, которая могла бы быть принята в качестве

абсолютной системы, — не существует. Существование постоянной скорости распространения света в вакууме находилось в согласии с уравнениями Максвелла.

Таким образом, А. Эйнштейн заложил основы специальной теории относительности. Эта теория представляет собой современную физическую теорию пространства и времени, в которой, как и в классической ньютоновской механике, предполагается, что время однородно, а пространство однородно и изотропно. Специальная теория относительности часто называется также релятивистской теорией, а специфические явления, описываемые этой теорией, — релятивистскими эффектами.

В основе специальной теории относительности лежат постулаты Эйнштейна, сформулированные им в 1905 г.

I. Принцип относительности: никакие опыты (механические, электрические, оптические), проведенные внутри данной инерциальной системы отсчета, не дают возможности обнаружить, покоится ли эта система или движется равномерно и прямолинейно; *все законы природы инвариантны* по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой.

II. Принцип инвариантности скорости света: *скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета.*

Специальная теория относительности потребовала отказа от привычных представлений о пространстве и времени, принятых в классической механике, поскольку они противоречили принципу постоянства скорости света. Потеряло смысл не только абсолютное пространство, но и абсолютное время.

Постулаты Эйнштейна и теория, построенная на их основе, установили новый взгляд на мир и новые пространственно-временные представления. Эти и другие следствия из теории Эйнштейна находят надежное экспериментальное подтверждение, являясь тем самым обоснованием постулатов Эйнштейна — обоснованием специальной теории относительности.

ОСНОВНОЙ ЗАКОН РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ДИНАМИКИ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Масса движущихся *релятивистских* частиц зависит от их скорости:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad (1)$$

где m_0 — масса покоя частицы, т. е. масса, измеренная в той инерциальной системе отсчета, относительно которой частица находится в покое; c — скорость света в вакууме; m — масса частицы в системе отсчета, относительно которой она движется со скоростью v . Следовательно, масса одной и той же частицы различна в разных инерциальных системах отсчета.

Из принципа относительности Эйнштейна, утверждающего инвариантность всех законов природы при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, следует условие инвариантности уравнений физических законов относительно преобразований Лоренца. Основным законом динамики Ньютона

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v})$$

оказывается также инвариантным по отношению к преобразованиям Лоренца, если в нем справа стоит производная по времени *от релятивистского импульса*. Основным законом релятивистской динамики материальной точки имеет вид

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \mathbf{v} \right), \quad (2)$$

или

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt'}$$

где

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{релятивистский импульс материальной точки.}$$

В силу *однородности пространства* в релятивистской механике выполняется закон сохранения релятивистского импульса: релятивистский

импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

При скоростях, значительно меньших скорости c , уравнение (2) переходит в основной закон классической механики. Следовательно, условием применимости законов классической (ньютоновской) механики является условие $v \ll c$. Законы классической механики получаются как следствие теории относительности для предельного случая $v \ll c$ (формально переход осуществляется при $c \rightarrow \infty$). Таким образом, *классическая механика — это механика макротел, движущихся с малыми скоростями* (по сравнению со скоростью света в вакууме).

Экспериментальное доказательство зависимости массы от скорости является подтверждением справедливости специальной теории относительности.

ЗАКОН ВЗАИМОСВЯЗИ МАССЫ И ЭНЕРГИИ

Найдем кинетическую энергию релятивистской частицы. Раньше было показано, что приращение кинетической энергии материальной точки на элементарном перемещении равно работе силы на этом перемещении:

$$dT = dA \quad \text{или} \quad dT = F dr. \quad (1)$$

Учитывая, что $dr = v dt$, и подставив в (1) получаем

$$dT = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) v dt = v d \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right).$$

Преобразовав данное выражение с учетом того, что $v dv = v dv$, придем к выражению

$$dT = d \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right) = c^2 dm, \quad (2)$$

т. е. приращение кинетической энергии частицы пропорционально приращению ее массы.

Так как кинетическая энергия покоящейся частицы равна нулю, а ее масса равна массе покоя m_0 , то, проинтегрировав (2), получим

$$T = (m - m_0) c^2, \quad (3)$$

или кинетическая энергия релятивистской частицы имеет вид

$$T = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right).$$

Выражение (4) при скоростях $v \ll c$ переходит в классическое:

$$T = m_0 v^2 / 2 \quad (4)$$

(разлагая в ряд $(1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \cdot \frac{v^4}{c^4}$ при $v \ll c$, правомерно пренебречь членами второго порядка малости).

А. Эйнштейн обобщил положение (2), предположив, что оно справедливо не только для кинетической энергии частицы, но и для полной энергии, а именно любое изменение массы Δm сопровождается изменением полной энергии частицы,

$$\Delta E = c^2 \Delta m. \quad (5)$$

Отсюда А. Эйнштейн пришел к универсальной зависимости между полной энергией тела E и его массой m :

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \quad (6)$$

Уравнение (6), равно как и (5), выражает *фундаментальный закон природы* — закон взаимосвязи (пропорциональности) массы и энергии: полная энергия системы равна произведению ее массы на квадрат скорости света в вакууме. Отметим, что в полную энергию E не входит потенциальная энергия тела во внешнем силовом поле. Закон (6) можно, учитывая выражение (3), записать в виде

$$E = m_0 c^2 + T,$$

откуда следует, что покоящееся тело также обладает энергией

$$E_0 = m_0 c^2,$$

называемой энергией покоя. В классической механике энергия покоя не учитывается, считая, что при $v = 0$ энергия покоящегося тела равна нулю.

В силу *однородности времени* в релятивистской механике, как и в классической, выполняется закон сохранения энергии: полная энергия замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Найдем релятивистское соотношение между полной энергией и импульсом частицы:

$$E^2 = m^2 c^4 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2, \quad E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}. \quad (7)$$

Возвращаясь к уравнению (6), отметим еще раз, что оно имеет *универсальный характер*. Оно применимо ко всем формам энергии, т. е. можно утверждать, что с энергией, какой бы формы она ни была, связана масса

$$m = E / c^2 \quad (8)$$

и, наоборот, со всякой массой связана энергия (6).

Чтобы охарактеризовать прочность связи и устойчивость системы каких-либо частиц (например, атомного ядра как системы из протонов и нейтронов), вводят понятие энергии связи. Энергия связи системы равна работе, которую необходимо затратить, чтобы разложить эту систему на составные части (например, атомное ядро — на протоны и нейтроны). Энергия связи системы

$$E_{св} = \sum_{i=1}^n m_{0i} c^2 - M_0 c^2, \quad (9)$$

где m_{0i} , — масса покоя i -й частицы в свободном состоянии; M_0 — масса покоя системы, состоящей из n частиц.

Закон взаимосвязи (пропорциональности) массы и энергии блестяще подтвержден экспериментом о выделении энергии при протекании ядерных реакций. Он широко используется для расчета энергетических эффектов при ядерных реакциях и превращениях элементарных частиц.

22. Основные положения молекулярно-кинетической теории

1. Методы исследования макроскопических систем (термодинамический и молекулярно-кинетический)
2. Основные положения МКТ
3. Идеальный газ
4. Средняя квадратичная скорость
5. Энергия идеального газа
6. Концентрация

Статистический и термодинамический методы исследования. Молекулярная физика и термодинамика — разделы физики, в которых изучаются макроскопические процессы в телах, связанные с огромным числом содержащихся в телах атомов и молекул. Для исследования этих процессов применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода: статистический (молекулярно-кинетический) и термодинамический. Первый лежит в основе молекулярной физики, второй — термодинамики.

Молекулярная физика — раздел физики, изучающий строение и свойства вещества исходя из молекулярно-кинетических представлений, основывающихся на том, что все тела состоят из молекул, находящихся в непрерывном хаотическом движении.

Идея об атомном строении вещества высказана древнегреческим философом Демокритом (460—370 до н. э.). Атомистика возрождается вновь лишь в XVII в. и развивается в работах М. В. Ломоносова, взгляды которого на строение вещества и тепловые явления были близки к современным. Строгое развитие молекулярной теории относится к середине XIX в. и связано с работами немецкого физика Р. Клаузиуса (1822—1888), Дж. Максвелла и Л. Больцмана.

Процессы, изучаемые молекулярной физикой, являются результатом совокупного действия огромного числа молекул. Законы поведения огромного числа молекул, являясь статистическими закономерностями, изучаются с помощью статистического метода. Этот метод основан на том, что свойства макроскопической системы в конечном счете определяются свойствами частиц системы, особенностями их движения и *усредненными*

значениями динамических характеристик этих частиц (скорости, энергии и т. д.). Например, температура тела определяется скоростью хаотического движения его молекул, но так как в любой момент времени разные молекулы имеют различные скорости, то она может быть выражена только через среднее значение скорости движения молекул. Нельзя говорить о температуре одной молекулы. Таким образом, макроскопические характеристики тел имеют физический смысл лишь в случае большого числа молекул.

Термодинамика — раздел физики, изучающий общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями. Термодинамика не рассматривает микропроцессы, которые лежат в основе этих превращений. Этим термодинамический метод отличается от статистического. Термодинамика базируется на двух началах — фундаментальных законах, установленных в результате обобщения опытных данных.

Область применения термодинамики значительно шире, чем молекулярно-кинетической теории, ибо нет таких областей физики и химии, в которых нельзя было бы пользоваться термодинамическим методом. Однако, с другой стороны, термодинамический метод несколько ограничен: термодинамика ничего не говорит о микроскопическом строении вещества, о механизме явлений, а лишь устанавливает связи между макроскопическими свойствами вещества. Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика взаимно дополняют друг друга, образуя единое целое, но отличаясь различными методами исследования.

Термодинамика имеет дело с термодинамической системой — совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют и обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой). Основа термодинамического метода — определение состояния термодинамической системы. Состояние системы задается термодинамическими параметрами (параметрами состояния) — совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру, давление и удельный объем.

Температура — одно из основных понятий, играющих важную роль не только в термодинамике, но и в физике в целом. Температура — физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия

макроскопической системы. В соответствии с решением XI Генеральной конференции по мерам и весам (1960) в настоящее время можно применять только две температурные шкалы — термодинамическую и Международную практическую, градуированные соответственно в кельвинах (К) и в градусах Цельсия ($^{\circ}\text{C}$). В Международной практической шкале температура замерзания и кипения воды при давлении $1,013 \cdot 10^5$ Па соответственно 0 и 100°C (реперные точки).

Термодинамическая температурная шкала определяется по одной реперной точке, в качестве которой взята тройная точка воды (температура, при которой лед, вода и насыщенный пар при давлении 609 Па находятся в термодинамическом равновесии). Температура этой точки по термодинамической шкале равна 273,16 К (точно). Градус Цельсия равен кельвину. В термодинамической шкале температура замерзания воды равна 273,15 К (при том же давлении, что и в Международной практической шкале), поэтому, по определению, термодинамическая температура и температура по Международной практической шкале связаны соотношением

$$T = 273,15 + t.$$

Температура $T=0$ К называется нулем кельвина. Анализ различных процессов показывает, что 0 К недостижим, хотя приближение к нему сколь угодно близко возможно.

Удельный объем v — это объем единицы массы. Когда тело однородно, т. е. его плотность $\rho = \text{const}$, то $v = V/m = 1/\rho$. Так как при постоянной массе удельный объем пропорционален общему объему, то макроскопические свойства однородного тела можно характеризовать объемом тела.

Параметры состояния системы могут изменяться. Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее термодинамических параметров, называется термодинамическим процессом. Макроскопическая система находится в термодинамическом равновесии, если ее состояние с течением времени не меняется (предполагается, что внешние условия рассматриваемой системы при этом не изменяются).

В молекулярно-кинетической теории пользуются *идеализированной моделью* идеального газа, согласно которой считают, что:

- 1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;
- 2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;

3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Модель идеального газа можно использовать при изучении реальных газов, так как они в условиях, близких к нормальным (например, кислород и гелий), а также при низких давлениях и высоких температурах близки по своим свойствам к идеальному газу. Кроме того, внося поправки, учитывающие собственный объем молекул газа и действующие молекулярные силы, можно перейти к теории реальных газов.

Рассмотрим основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ).

I. Все вещества состоят из мельчайших частиц -молекул и атомов, которые, в свою очередь, состоят из более мелких элементарных частиц. Доказательство - наблюдение больших белковых молекул в электронных микроскопах.

II. Молекулы и атомы находятся в непрерывном хаотическом движении. Доказательства: броуновское движение; диффузия; осмос

III. Между молекулами и атомами существуют силы притяжения и отталкивания. При сближении двух атомов или молекул сначала преобладают силы притяжения (до равновесного значения), затем - силы отталкивания.

Моль - единица количества вещества в системе СИ. Моль - количество вещества, содержащее столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в 0,012 кг изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$. В одном моле любого вещества содержится одно и то же число молекул (или атомов) - постоянная Авогадро:

$$N_A = \frac{N}{\nu} = 6,023 \cdot 10^{23}.$$

Закон Авогадро: один моль любого газа при нормальных условиях ($T_0 = 273 \text{ K}$, $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$) занимает один и тот же объем называемый

молярным объемом $V_\mu = 22,4 \cdot 10^{-3} \frac{\mu^3}{\text{моль}}$

Молярная масса - масса одного моля:

$$\mu = \frac{m}{\nu} = m_0 N_A$$

Количество вещества- число молей вещества:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$$

Постоянная Больцмана- одна из фундаментальных физических констант, равная отношению универсальной газовой постоянной R к числу Авогадро N_A :

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Масса одной молекулы

$$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{m}{\nu N_A} = \frac{\mu}{N_A}$$

Концентрация молекул— физическая величина, равная отношению числа частиц N к объёму V , в котором они находятся:

Размерность в системе СИ $1/\text{м}^3$, в системе СГС — $1/\text{см}^3$

$$n_0 = \frac{p}{kT}$$

Средняя кинетическая энергия

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$$

23. Основное уравнение МКТ

1. Основное уравнение МКТ
2. Постоянная Авогадро
3. Молярная масса, единица измерения
4. Количество вещества

5. Связь между средней кинетической энергией и температурой
6. Постоянная Больцмана, единица измерения
7. Другие формы основного уравнения МКТ

Моль - единица количества вещества в системе СИ. Моль - количество вещества, содержащее столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в 0,012 кг изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$. В одном моле любого вещества содержится одно и то же число молекул (или атомов) - постоянная Авогадро:

$$N_A = \frac{N}{\nu} = 6,023 \cdot 10^{23}.$$

Закон Авогадро: один моль любого газа при нормальных условиях ($T_0 = 273 \text{ К}$, $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$) занимает один и тот же объем называемый

молярным объемом
$$V_\mu = 22,4 \cdot 10^{-3} \frac{\mu^3}{\text{моль}}$$

Молярная масса - масса одного моля:

$$\mu = \frac{m}{\nu} = m_0 N_A$$

Количество вещества- число молей вещества:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$$

Постоянная Больцмана- одна из фундаментальных физических констант, равная отношению универсальной газовой постоянной R к числу Авогадро N_A :

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}.$$

Масса одной молекулы

$$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{m}{\nu N_A} = \frac{\mu}{N_A}$$

Концентрация молекул— физическая величина, равная отношению числа частиц N к объёму V , в котором они находятся:

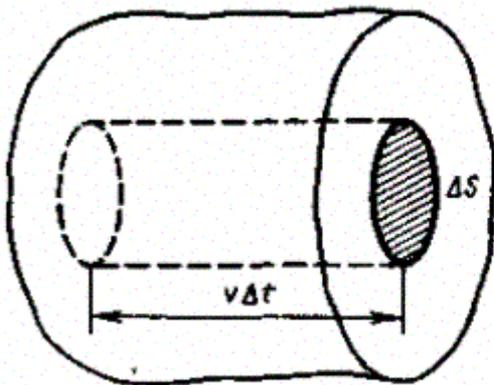
Размерность в системе СИ $1/\text{м}^3$, в системе СГС $—1/\text{см}^3$

$$n_0 = \frac{P}{kT}$$

Средняя кинетическая энергия

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT$$

Для вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории рассмотрим одноатомный идеальный газ. Предположим, что молекулы газа движутся хаотически, число взаимных столкновений между молекулами газа пренебрежимо мало по сравнению с числом ударов о стенки сосуда, а соударения молекул со стенками сосуда абсолютно упругие. Выделим на стенке сосуда некоторую элементарную площадку ΔS (рис. 1) и вычислим давление, оказываемое на эту площадку. При каждом соударении молекула, движущаяся перпендикулярно площадке, передает ей импульс $m_0v - (-m_0v) = 2m_0v$, где m_0 — масса молекулы, v — ее скорость. За время Δt площадке ΔS достигнут только те молекулы, которые заключены в объеме цилиндра с основанием ΔS и высотой $v\Delta t$ (рис. 1). Число этих молекул равно $n\Delta S v\Delta t$ (n — концентрация молекул).



- В чем заключается молекулярно-кинетическое толкование давления газа? термодинамической температуры?
- В чем содержание и какова цель вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов?

Рис. 1

Необходимо, однако, учитывать, что реально молекулы движутся к площадке ΔS под разными углами и имеют различные скорости, причем скорость молекул при каждом соударении меняется. Для упрощения расчетов хаотическое движение молекул заменяют движением вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений, так что в любой момент времени вдоль каждого из них движется $1/3$ молекул, причем половина молекул - $1/6$ - движется вдоль данного направления в одну сторону, половина — в

противоположную. Тогда число ударов молекул, движущихся в заданном направлении, о площадку ΔS будет

$\frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t$. При столкновении с площадкой эти молекулы передадут ей импульс

$$\Delta P = 2m_0 v \cdot \frac{1}{6} n \Delta S v \Delta t = \frac{1}{3} n m_0 v^2 \Delta S \Delta t.$$

Тогда давление газа, оказываемое им на стенку сосуда,

$$p = \Delta P / (\Delta t \Delta S) = \frac{1}{3} n m_0 v^2. \quad (1)$$

Если газ в объеме V содержит N молекул, движущихся со скоростями v_1, v_2, \dots, v_N , то целесообразно рассматривать среднюю квадратичную скорость

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad (2)$$

характеризующую всю совокупность молекул газа. Уравнение (1) с учетом (2) примет вид

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2. \quad (3)$$

Выражение (3) называется основным уравнением молекулярно-кинетической теории идеальных газов. Точный расчет с учетом движения молекул по всевозможным направлениям дает ту же формулу.

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E, \quad (4) \quad (5)$$

Учитывая, что $n = N/V$, получим

где E — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа.

Так как масса газа $m = N m_0$, то уравнение (4) можно переписать в виде

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2.$$

Для одного моля газа $m = M$ (M — молярная масса), поэтому

$$pV_m = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

где V_m — молярный объем. С другой стороны, по уравнению Клапейрона — Менделеева, $pV_m = RT$. Таким образом,

$$RT = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

откуда

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (6)$$

Так как $M = m_0 N_A$ — масса одной молекулы, а N_A — постоянная Авогадро, то из уравнения (6) следует, что

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad (7)$$

где $k = R/N_A$ — постоянная Больцмана. Отсюда найдем, что при комнатной температуре молекулы кислорода имеют среднюю квадратичную скорость 480 м/с, водорода — 1900 м/с. При температуре жидкого гелия те же скорости будут соответственно 40 и 160 м/с.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа

$$\langle \epsilon_0 \rangle = E/N = m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2 / 2 = \frac{3}{2} kT \quad (8)$$

(использовали формулы (5) и (7)) пропорциональна термодинамической температуре и зависит только от нее. Из этого уравнения следует, что при $T=0$ $\langle \epsilon_0 \rangle = 0$, т. е. при 0 К прекращается поступательное движение молекул газа, а следовательно, его давление равно нулю. Таким образом, термодинамическая температура является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа, и формула (8) раскрывает молекулярно-кинетическое толкование температуры.

24. Уравнение состояние идеального газа

1. Уравнение состояния для 1 моля идеального газа
2. Уравнение состояния для произвольного количества идеального газа
3. Макроскопические параметры
4. Физический смысл и единица измерения универсальной газовой постоянной
5. Опытные законы идеального газа (Бойля-Мариотта, Шарля и Гей-Люссака)

Рассмотрим законы, описывающие поведение идеальных газов.

Закон Бойля — Мариотта*: для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления газа на его объем есть величина постоянная:

$$pV = \text{const} \text{ при } T = \text{const}, m = \text{const}. \quad (1)$$

Кривая, изображающая зависимость между величинами p и V , характеризующими свойства вещества при постоянной температуре, называется изотермой. Изотермы представляют собой гиперболы, расположенные на графике тем выше, чем выше температура, при которой происходит процесс (рис. 1).

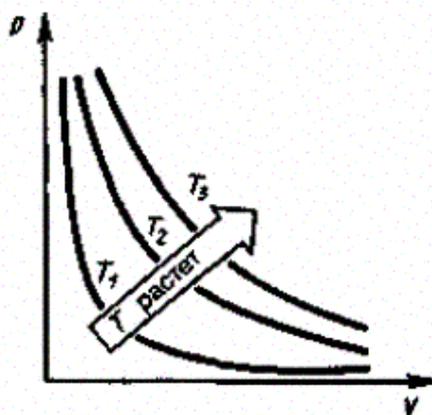


Рис. 1

* Р. Бойль (1627—1691) — английский ученый; Э. Мариотт (1620—1684)—французский физик.

Законы Гей-Люссака^{**}: 1) объем данной массы газа при постоянном давлении изменяется линейно с температурой:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \text{ при } p = \text{const}, m = \text{const}; \quad (2)$$

2) давление данной массы газа при постоянном объеме изменяется линейно с температурой:

$$p = p_0(1 + \alpha t) \text{ при } V = \text{const}, m = \text{const}. \quad (3)$$

В этих уравнениях t — температура по шкале Цельсия, p_0 и V_0 — давление и объем при 0°C , коэффициент $\alpha = 1/273,15 \text{ K}^{-1}$.

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется изобарным. На диаграмме в координатах V, t (рис. 61) этот процесс изображается прямой, называемой изобарой.

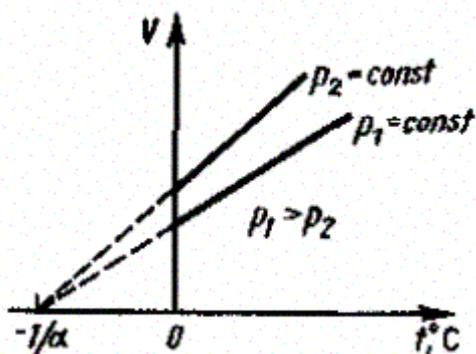
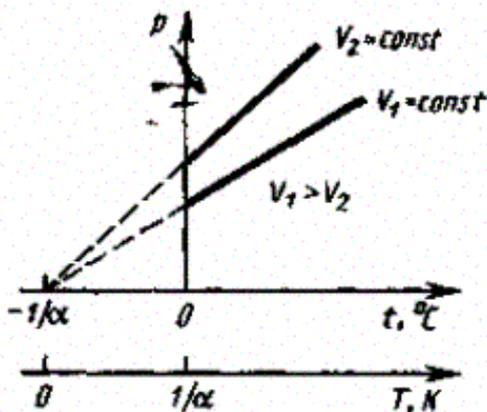


Рис. 2

Процесс, протекающий при постоянном объеме, называется изохорным. На диаграмме в координатах p, t (рис. 3) он изображается прямой, называемой изохорой.

^{**} Ж. Гей-Люссак (1778—1850) — французский ученый.



- Почему термодинамический и статистический (молекулярно-кинетический) методы исследования макроскопических систем качественно различны и взаимно дополняют друг друга?
- Что такое термодинамические параметры? Какие термодинамические параметры вам известны?
- Как объяснить закон Бойля — Мариотта с точки зрения молекулярно-кинетической теории?

Рис. 3

Из (2) и (3) следует, что изобары и изохоры пересекают ось температур в точке $t = 1/\alpha = -273,15 \text{ }^\circ\text{C}$, определяемой из условия $1 + \alpha t = 0$. Если перенести начало отсчета в эту точку, то происходит переход к шкале Кельвина (рис. 3), откуда

$$T = t + 1/\alpha.$$

Вводя в формулы (2) и (3) термодинамическую температуру, законам Гей-Люссака можно придать более удобный вид:

$$V = V_0(1 + \alpha t) = V_0[1 + \alpha(T - 1/\alpha)] = V_0 \alpha T,$$

$$p = p_0(1 + \alpha t) = p_0[1 + \alpha(T - 1/\alpha)] = p_0 \alpha T.$$

$$V_1/V_2 = T_1/T_2 \quad \text{при} \quad p = \text{const}, \quad m = \text{const},$$

$$p_1/p_2 = T_1/T_2 \quad \text{при} \quad V = \text{const}, \quad m = \text{const}, \quad (4) \quad (5)$$

где индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям, лежащим на одной изобаре или изохоре.

Закон Авогадро*: моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы. При нормальных условиях этот объем равен $22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$.

По определению, в одном моле различных веществ содержится одно и то же число молекул, называемое постоянной Авогадро:

* А. Авогадро (1776—1856) — итальянский физик и химик.

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Закон Дальтона^{**}: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений p_1, p_2, \dots, p_n входящих в нее газов:

$$P = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

Парциальное давление — давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.

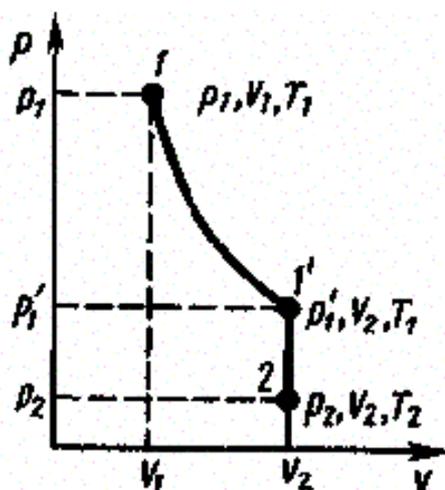
Как уже указывалось, состояние некоторой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами: давлением p , объемом V и температурой T . Между этими параметрами существует определенная связь, называемая уравнением состояния, которое в общем виде дается выражением

$$f(p, V, T) = 0,$$

где каждая из переменных является функцией двух других.

Французский физик и инженер Б. Клапейрон (1799—1864) вывел уравнение состояния идеального газа, объединив законы Бойля — Мариотта и Гей-Люссака. Пусть некоторая масса газа занимает объем V_1 , имеет давление p_1 и находится при температуре T_1 . Эта же масса газа в другом произвольном состоянии характеризуется параметрами p_2, V_2, T_2 (рис. 63). Переход из состояния 1 в состояние 2 осуществляется в виде двух процессов: 1) изотермического (изотерма 1 — 1'), 2) изохорного (изохора 1' - 2).

^{**} Дж. Дальтон (1766—1844) — английский химик и физик.



- Какими законами описываются изобарные и изохорные процессы?
- Каков физический смысл постоянной Авогадро? числа Лошмидта?
- При некоторых значениях температуры и давления азот количеством вещества 1 моль занимает объем 20 л. Какой объем при этих же условиях займет водород количеством вещества 1 моль?

Рис. 1

В соответствии с законами Бойля — Мариотта и Гей-Люссака запишем:

$$p_1 V_1 = p_1' V_2,$$

$$\frac{p_1'}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}.$$

(1) (2)

Исключив из уравнений (1) и (2) p_1' , получим

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Так как состояния 1 и 2 были выбраны произвольно, то для данной массы газа величина pV/T остается постоянной, т. е.

$$pV/T = B = \text{const.} \quad (3)$$

Выражение (3) является уравнением Клапейрона, в котором B — газовая постоянная, *различная для разных газов*.

Русский ученый Д. И. Менделеев (1834—1907) объединил уравнение Клапейрона с законом Авогадро, отнеся уравнение (3) к одному молю, используя молярный объем V_m . Согласно закону Авогадро, при одинаковых p и T моли всех газов занимают одинаковый молярный объем V_m , поэтому

постоянная V будет одинаковой для всех газов. Эта общая для всех газов постоянная обозначается R и называется молярной газовой постоянной. Уравнению

$$pV_m = RT \quad (4)$$

удовлетворяет лишь идеальный газ, и оно является уравнением состояния идеального газа, называемым также уравнением Клапейрона — Менделеева.

Числовое значение молярной газовой постоянной определим из формулы (4), полагая, что моль газа находится при нормальных условиях ($p_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Па, $T_0 = 273,15$ К, $V_m = 22,41 \cdot 10^{-3}$ м³/моль): $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

От уравнения (4) для моля газа можно перейти к уравнению Клапейрона — Менделеева для произвольной массы газа. Если при некоторых заданных давлении и температуре один моль газа занимает молярный объем V_m , то при тех же условиях масса m газа займет объем $V = (m/M) \cdot V_m$, где M — молярная масса (масса одного моля вещества). Единица молярной массы — килограмм на моль (кг/моль). Уравнение Клапейрона — Менделеева для массы m газа

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT, \quad (5)$$

где $\nu = m/M$ — количество вещества.

Часто пользуются несколько иной формой уравнения состояния идеального газа, вводя постоянную Больцмана:

$$k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Исходя из этого уравнение состояния (4) запишем в виде

$$p = RT/V_m = kN_A T/V_m = nkT,$$

где $N_A/V_m = n$ — концентрация молекул (число молекул в единице объема). Таким образом, из уравнения

$$p = nkT \quad (6)$$

следует, что давление идеального газа при данной температуре прямо пропорционально концентрации его молекул (или плотности газа). При

одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объема одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся в 1 м^3 газа при нормальных условиях, называется числом Лошмидта*:

$$N_L = p_0/(kT_0) = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

25. Выводы из основного уравнения МКТ

1. Средняя квадратичная скорость молекул газа
2. Средняя кинетическая энергия теплового движения молекул газа
3. Число Лошмидта

Уравнение Клапейрона — Менделеева для массы m газа

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT,$$

где $\nu = m/M$ — количество вещества.

Часто пользуются несколько иной формой уравнения состояния идеального газа, вводя постоянную Больцмана:

$$k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}.$$

Исходя из этого уравнение состояния запишем в виде

$$p = RT/V_m = kN_A T/V_m = nkT,$$

где $N_A/V_m = n$ — концентрация молекул (число молекул в единице объема). Таким образом, из уравнения

$$p = nkT$$

следует, что давление идеального газа при данной температуре прямо пропорционально концентрации его молекул (или плотности газа). При одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объема

одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся в 1 м^3 газа при нормальных условиях, называется числом Лошмидта*:

$$N_L = p_0/(kT_0) = 2,68 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}.$$

Основное уравнение МКТ

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{ср}} \rangle^2.$$

связывает макроскопические параметры (давление, объём, температура) термодинамической системы с микроскопическими (масса молекул, средняя скорость их движения). Точный расчет с учетом движения молекул по всевозможным направлениям дает ту же формулу.

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{ср}} \rangle^2,$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{\text{ср}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E, \quad (1) \quad (2)$$

Учитывая, что $n = N/V$, получим

где E — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа.

Так как масса газа $m = Nm_0$, то уравнение (1) можно переписать в виде

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{ср}} \rangle^2.$$

Для одного моля газа $m = M$ (M — молярная масса), поэтому

$$pV_m = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{ср}} \rangle^2,$$

где V_m — молярный объём. С другой стороны, по уравнению Клапейрона — Менделеева, $pV_m = RT$. Таким образом,

$$RT = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{ср}} \rangle^2,$$

откуда

* И. Лошмидт (1821—1895) — австрийский химик и физик. 86

$$\langle v_{\text{ср}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (3)$$

Так как $M = m_0 N_A$ — масса одной молекулы, а N_A — постоянная Авогадро, то из уравнения (43.6) следует, что

$$\langle v_{\text{ср}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad (4)$$

где $k=R/N_A$ — постоянная Больцмана. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа

$$\langle \epsilon_0 \rangle = E/N = m_0 \langle v_{\text{ср}} \rangle^2 / 2 = 3/2 kT \quad (5)$$

пропорциональна термодинамической температуре и зависит только от нее. Из этого уравнения следует, что при $T=0$ $\langle \epsilon_0 \rangle = 0$, т. е. при 0 К прекращается поступательное движение молекул газа, а следовательно, его давление равно нулю. Таким образом, термодинамическая температура является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа, и формула (5) раскрывает молекулярно-кинетическое толкование температуры.

26. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул

1. Средняя длина свободного пробега молекул (определение и формула)
2. Среднее число столкновений, испытываемых молекулой в единицу времени (определение и формула)
3. Зависимость средней длины свободного пробега молекул от давления газа
4. Зависимость средней длины свободного пробега от концентрации молекул
5. Эффективный диаметр молекулы
6. Зависимость эффективного диаметра молекулы от температуры газа

Молекулы газа, находясь в состоянии хаотического движения, непрерывно сталкиваются друг с другом. Между двумя последовательными

столкновениями молекулы проходят некоторый путь l , который называется длиной свободного пробега. В общем случае длина пути между последовательными столкновениями различна, но так как мы имеем дело с огромным числом молекул и они находятся в беспорядочном движении, то можно говорить о средней длине свободного пробега молекул $\langle l \rangle$.

Минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул, называется эффективным диаметром молекулы d (рис. 1). Он зависит от скорости сталкивающихся молекул, т. е. от температуры газа (несколько уменьшается с ростом температуры).

Так как за 1 с молекула проходит в среднем путь, равный средней арифметической скорости $\langle v \rangle$, и если $\langle z \rangle$ — среднее число столкновений, испытываемых одной молекулой газа за 1 с, то средняя длина свободного пробега

$$\langle l \rangle = \langle v \rangle / \langle z \rangle.$$

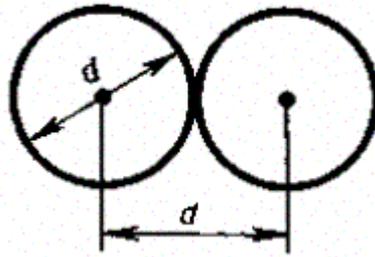
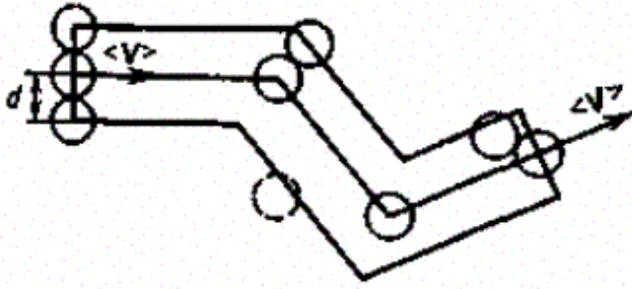


Рис. 1

Для определения $\langle z \rangle$ представим себе молекулу в виде шарика диаметром d , которая движется среди других «застывших» молекул. Эта молекула столкнется только с теми молекулами, центры которых находятся на расстояниях, равных или меньших d , т. е. лежат внутри «ломаного» цилиндра радиусом d (рис. 2).



- В чем суть распределения Больцмана?
- Зависит ли средняя длина свободного пробега молекул от температуры газа? Почему?
- Как изменится средняя длина свободного пробега молекул с увеличением давления?

Рис. 2

Среднее число столкновений за 1 с равно числу молекул в объеме «ломаного» цилиндра:

$$\langle z \rangle = nV,$$

где n — концентрация молекул, $V = nd^2 \langle v \rangle$ ($\langle v \rangle$ — средняя скорость молекулы или путь, пройденный ею за 1 с). Таким образом, среднее число столкновений

$$\langle z \rangle = n\pi d^2 \langle v \rangle.$$

Расчеты показывают, что при учете движения других молекул

$$\langle z \rangle = \sqrt{2} \pi d^2 n \langle v \rangle.$$

Тогда средняя длина свободного пробега

$$\langle l \rangle = 1/(\sqrt{2} \pi d^2 n),$$

т. е. $\langle l \rangle$ обратно пропорциональна концентрации n молекул. С другой стороны, из уравнения $p = nkT$ следует, что при постоянной температуре n пропорциональна давлению p . Следовательно,

$$\frac{\langle l_1 \rangle}{\langle l_2 \rangle} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{p_2}{p_1}.$$

27. Явления переноса в газах: диффузия, теплопроводность, внутреннее трение

1. Пространственный перенос физических величин, происходящий в термодинамически неравновесных системах, вследствие беспорядочного теплового движения молекул газа
2. Диффузия. Закон Фика
3. Коэффициент диффузии (D). Зависимость диффузии от \bar{v} и T
4. Сила внутреннего трения
5. Коэффициент внутреннего трения (η)
6. Зависимость η от v , λ и ρ
7. Теплопроводность. Закон Фурье
8. Коэффициент теплопроводности (α)
9. Зависимость α от v , λ , ρ и C_v

В термодинамически неравновесных системах возникают особые *необратимые* процессы, называемые явлениями перевеса, в результате которых происходит пространственный перенос энергии, массы, импульса. К явлениям переноса относятся теплопроводность (обусловлена *переносом энергии*), диффузия (обусловлена *переносом массы*) и внутреннее трение (обусловлено *переносом импульса*). Для простоты ограничимся *одномерными* явлениями переноса. Систему отсчета выберем так, чтобы ось x была ориентирована в направлении переноса.

1. Теплопроводность. Если в одной области газа средняя кинетическая энергия молекул больше, чем в другой, то с течением времени вследствие постоянных столкновений молекул происходит процесс выравнивания средних кинетических энергий молекул, т. е., иными словами, выравнивание температур.

Перенос энергии в форме теплоты подчиняется закону Фурье:

$$j_E = -\lambda \frac{dT}{dx}, \quad (1)$$

где j_E — плотность теплового потока — величина, определяемая энергией, переносимой в форме теплоты *в единицу времени через единичную площадку*, перпендикулярную оси x , λ - теплопроводность, $\frac{dT}{dx}$ - градиент температуры, равный скорости изменения температуры на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке. Знак минус показывает, что при

теплопроводности энергия переносится в направлении убывания температуры (поэтому знаки j_E и $\frac{dT}{dx}$ — противоположны).

Теплопроводность λ численно равна плотности теплового потока при градиенте температуры, равном единице. Можно показать, что

$$\lambda = \frac{1}{3} c_v \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \quad (2)$$

где c_v — удельная теплоемкость газа при постоянном объеме (количество теплоты, необходимое для нагревания 1 кг газа на 1 К при постоянном объеме), ρ — плотность газа, $\langle v \rangle$ — средняя скорость теплового движения молекул, $\langle l \rangle$ — средняя длина свободного пробега.

2. Диффузия. Явление диффузии заключается в том, что происходит самопроизвольное проникновение и перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел; диффузия сводится к обмену масс частиц этих тел, возникает и продолжается, пока существует градиент плотности. Во время становления молекулярно-кинетической теории по вопросу диффузии возникли противоречия. Так как молекулы движутся с огромными скоростями, диффузия должна происходить очень быстро. Если же открыть в комнате сосуд с пахучим веществом, то запах распространяется довольно медленно. Однако противоречия здесь нет. Молекулы при атмосферном давлении обладают малой длиной свободного пробега и, сталкиваясь с другими молекулами, в основном «стоят» на месте.

Явление диффузии для химически однородного газа подчиняется закону Фика:

$$j_m = -D \frac{d\rho}{dx}, \quad (3)$$

где J_m — плотность потока массы — величина, определяемая массой вещества, диффундирующего в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную оси x , D — диффузия (коэффициент диффузии), $d\rho/dx$ — градиент плотности, равный скорости изменения плотности на единицу длины x в направлении нормали к этой площадке. Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотности (поэтому знаки j_m и $d\rho/dx$ противоположны). Диффузия D численно равна плотности потока массы при градиенте плотности, равном единице. Согласно кинетической теории газов,

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (4)$$

3. Внутреннее трение (вязкость). Механизм возникновения внутреннего трения между параллельными слоями газа (жидкости), движущимися с различными скоростями, заключается в том, что из-за хаотического теплового движения происходит обмен молекулами между слоями, в результате чего импульс слоя, движущегося быстрее, уменьшается, движущегося медленнее — увеличивается, что приводит к торможению слоя, движущегося быстрее, и ускорению слоя, движущегося медленнее.

Согласно формуле (31.1), сила внутреннего трения между двумя слоями газа (жидкости) подчиняется закону Ньютона:

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dx} \right| S, \quad (5)$$

где η — динамическая вязкость (вязкость), dv/dx — градиент скорости, показывающий быстроту изменения скорости в направлении x , перпендикулярном направлению движения слоев, S — площадь, на которую действует сила F .

Взаимодействие двух слоев согласно второму закону Ньютона можно рассматривать как процесс, при котором от одного слоя к другому в единицу времени передается импульс, по модулю равный действующей силе. Тогда выражение (5) можно пред ставить в виде

$$j_p = -\eta \frac{dv}{dx}, \quad (6)$$

где j_p — плотность потока импульса — величина, определяемая полным импульсом, переносимым в единицу времени в положительном направлении оси x через единичную площадку, перпендикулярную оси x , $\frac{dv}{dx}$ — градиент скорости. Знак минус указывает, что импульс переносится в направлении убывания скорости (поэтому знаки j_m и dp/dx — противоположны).

Динамическая вязкость η численно равна плотности потока импульса при градиенте скорости, равном единице; она вычисляется по формуле

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle. \quad (7)$$

Из сопоставления формул, описывающих явления переноса, следует, что закономерности всех явлений переноса сходны между собой. Эти законы были установлены задолго до того, как они были обоснованы и выведены из молекулярно-кинетической теории, позволившей установить, что внешнее сходство их математических выражений обусловлено общностью лежащего в основе явлений теплопроводности, диффузии и внутреннего трения молекулярного механизма перемешивания молекул в процессе их хаотического движения и столкновений друг с другом.

Рассмотренные законы Фурье, Фика и Ньютона не вскрывают молекулярно-кинетического смысла коэффициентов λ , D и η . Выражения для коэффициентов переноса выводятся из кинетической теории. Они записаны без вывода, так как строгое рассмотрение явлений переноса довольно громоздко, а качественное — не имеет смысла. Формулы (2), (4) и (7) связывают коэффициенты переноса и характеристики теплового движения молекул. Из этих формул вытекают простые зависимости между λ , D и η :

$$\eta = \rho D, \\ \lambda / (\eta c_v) = 1.$$

Используя эти формулы, можно по найденным из опыта одним величинам определить другие.

28. Степень свободы молекул и внутренняя энергия системы

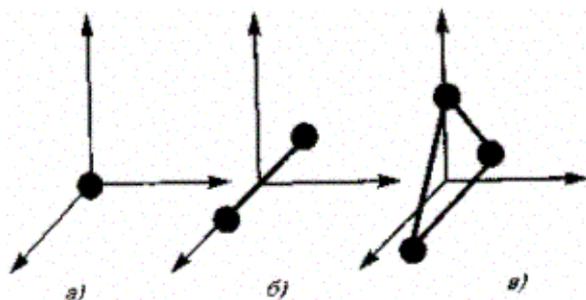
1. Понятие о степени свободы молекулы (определение)
2. Число степеней свободы у одноатомной, двухатомной и трехатомной молекулы
3. Закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул. Энергия, приходящаяся на каждую степень свободы
4. Внутренняя энергия идеального газа

Важной характеристикой термодинамической системы является ее внутренняя энергия U — энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц. Из этого определения следует, что к внутренней

энергии не относятся кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях.

Внутренняя энергия — *однозначная функция* термодинамического состояния системы, т. е. в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией (она не зависит от того, как система пришла в данное состояние). Это означает, что при переходе системы из одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

Число степеней свободы: это число независимых переменных (координат), полностью определяющих положение системы в пространстве. В ряде задач молекулу одноатомного газа (рис. 1, а) рассматривают как материальную точку, которой приписывают три степени свободы поступательного движения. При этом энергию вращательного движения можно не учитывать ($r \rightarrow 0, J = mr^2 \rightarrow 0, T_{вр} = J\omega^2 \rightarrow 0$).



- В чем суть закона Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул?
- Почему колебательная степень свободы обладает вдвое большей энергией, чем поступательная и вращательная?

Рис.1

В классической механике молекула двухатомного газа в первом приближении рассматривается как совокупность двух материальных точек, жестко связанных недеформируемой связью (рис. 1, б). Эта система кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения. Вращение вокруг третьей оси (оси, проходящей через оба атома) лишено смысла. Таким образом, двухатомный газ обладает пятью степенями свободы ($\nu=5$). Трехатомная (рис. 1, в) и многоатомная нелинейные молекулы имеют шесть степеней свободы: три поступательных и три вращательных. Естественно, что жесткой связи между атомами не существует. Поэтому для реальных молекул необходимо учитывать также степени свободы колебательного движения.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные. Ни одна из поступательных степеней

свободы не имеет преимуществ перед другими, поэтому на каждую из них приходится в среднем одинаковая энергия, равная 1/3 значения :

$$\langle \epsilon_1 \rangle = \frac{\langle \epsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT.$$

В классической статистической физике выводится закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул: для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная $kT/2$, а на каждую колебательную степень свободы — в среднем энергия, равная kT . Колебательная степень «обладает» вдвое большей энергией потому, что на нее приходится не только кинетическая энергия (как в случае поступательного и вращательного движений), но и потенциальная, причем средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы. Таким образом, средняя энергия молекулы

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i — сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб.}}$$

В классической теории рассматривают молекулы с жесткой связью между атомами; для них i совпадает с числом степеней свободы молекулы.

Так как в идеальном газе взаимная потенциальная энергия молекул равна нулю (молекулы между собой не взаимодействуют), то внутренняя энергия, отнесенная к одному молу газа, будет равна сумме кинетических энергий M молекул:

$$U_m = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT. \quad (1)$$

Внутренняя энергия для произвольной массы m газа

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \nu \frac{i}{2} RT,$$

где M — молярная масса, ν — количество вещества.

29.Количество теплоты. Работа газа при изменении его объема

1. Количество теплоты, переданное или полученное системой
2. Единица измерения количества теплоты
3. При постоянном давлении элементарная работа совершаемая газом при бесконечно малом изменении его объема
4. При постоянном давлении работа совершаемая газом при изменении его объема

Рассмотрим термодинамическую систему, для которой механическая энергия не изменяется, а изменяется лишь ее внутренняя энергия. Внутренняя энергия системы может изменяться в результате различных процессов, например совершения над системой работы или сообщения ей теплоты. Так, вдвигая поршень в цилиндр, в котором находится газ, мы сжимаем этот газ, в результате чего его температура повышается, т. е. тем самым изменяется (увеличивается) внутренняя энергия газа. С другой стороны, температуру газа и его внутреннюю энергию можно увеличить за счет сообщения ему некоторого количества теплоты — энергии, переданной системе внешними телами путем теплообмена (процесс обмена внутренними энергиями при контакте тел с разными температурами).

Таким образом, можно говорить о двух формах передачи энергии от одних тел к другим: работе и теплоте. Энергия механического движения может превращаться в энергию теплового движения, и наоборот. При этих превращениях соблюдается закон сохранения и превращения энергии; применительно к термодинамическим процессам этим законом и является первое начало термодинамики, установленное в результате обобщения многовековых опытных данных.

Допустим, что некоторая система (газ, заключенный в цилиндр под поршнем), обладая внутренней энергией U_1 получила некоторое количество теплоты Q и, перейдя в новое состояние, характеризующееся внутренней энергией U_2 , совершила работу A над внешней средой, т. е. против внешних сил. Количество теплоты считается положительным, когда оно подводится к системе, а работа — положительной, когда система совершает ее против внешних сил. Опыт показывает, что в соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из первого состояния во

второе изменение внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$ будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты Q , полученным системой, и работой A , совершенной системой против внешних сил:

$$\Delta U = Q - A,$$

или

$$Q = \Delta U + A.$$

(1)

Уравнение (1) выражает первое начало термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил. Выражение (1) в дифференциальной форме будет иметь вид

$$dQ = dU + dA,$$

или в более

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (2)$$

где dU — бесконечно малое изменение внутренней энергии системы, δA — элементарная работа, δQ — бесконечно малое количество теплоты. В этом выражении dU является полным дифференциалом, а δA и δQ таковыми не являются. В дальнейшем будем использовать запись первого начала термодинамики в форме (2).

Из формулы (1) следует, что в СИ количество теплоты выражается в тех же единицах, что работа и энергия, т. е. в джоулях (Дж).

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии $\Delta U = 0$. Тогда, согласно первому началу термодинамики,

$$A = Q,$$

т. е. вечный двигатель первого рода — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, — невозможен (одна из формулировок первого начала термодинамики).

РАБОТА ГАЗА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕГО ОБЪЕМА

Для рассмотрения конкретных процессов найдем в общем виде внешнюю работу, совершаемую газом при изменении его объема. Рассмотрим, например, газ, находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде (рис. 1). Если газ, расширяясь, перемещает поршень на бесконечно малое расстояние dl , то производит над ним работу

$$\delta A = Fdl = pSdl = p dV,$$

где S — площадь поршня, $Sdl = dV$ — изменение объема системы. Таким образом,

$$\delta A = p dV. \quad (1)$$

Полную работу A , совершаемую газом при изменении его объема от V_1 до V_2 , найдем интегрированием формулы (52.1):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (2)$$

Результат интегрирования определяется характером зависимости между давлением и объемом газа. Найденное для работы выражение (.2) справедливо при любых изменениях объема твердых, жидких и газообразных тел.

Произведенную при том или ином процессе работу можно изобразить графически с помощью кривой в координатах p , V . Пусть изменение давления газа при его расширении изображается кривой на рис. 1. При увеличении объема на dV совершаемая газом работа равна $p dV$, т. е. определяется площадью полоски с основанием dV , заштрихованной на рисунке. Поэтому полная работа, совершаемая газом при расширении от объема V_1 до объема V_2 , определяется площадью, ограниченной осью абсцисс, кривой $p=f(V)$ и прямыми V_1 и V_2 .

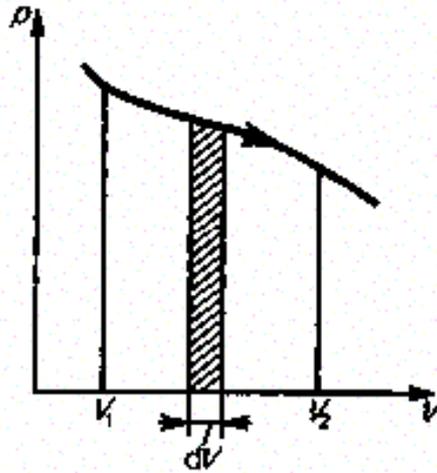


Рис. 1

Графически можно изображать только равновесные процессы — процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. *Все реальные процессы неравновесны* (они протекают с конечной скоростью), но в ряде случаев неравновесностью реальных процессов можно пренебречь (чем медленнее процесс протекает, тем он ближе к равновесному). В дальнейшем рассматриваемые процессы будем считать равновесными.

30. Теплоемкость

1. Теплоемкость (определение и формула)
2. Удельная теплоемкость (определение и формула)
3. Молярная теплоемкость (определение и формула)
4. Связь между молярной и удельной теплоемкостями
5. Связь между молярными теплоемкостями при постоянном давлении и при постоянном объеме
6. Физический смысл универсальной газовой постоянной (R)

Теплоёмкость тела (обычно обозначается латинской буквой C) — физическая величина, определяемая отношением бесконечно малого количества теплоты δQ , полученного телом, к соответствующему приращению его температуры δT :

$$C = \delta Q / \delta T$$

Единица измерения теплоёмкости в Международной системе единиц (СИ) — Дж/К.

На значение удельной теплоёмкости влияет температура вещества и другие термодинамические параметры. Кроме того, удельная теплоёмкость зависит от того, каким образом позволено изменяться термодинамическим параметрам вещества (давлению, объёму и т. д.); например, удельная теплоёмкость при постоянном давлении (C_p) и при постоянном объёме (C_v), вообще говоря, различны.

Удельная теплоемкость вещества — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}.$$

Единица удельной теплоемкости — джоуль на килограмм-кельвин (Дж/(кг·К)).

Молярная теплоемкость — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моль вещества на 1 К:

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu dT}, \quad (1)$$

где $\nu = m/M$ — количество вещества.

Единица молярной теплоемкости — джоуль на моль·кельвин (Дж/(моль·К)).

Удельная теплоемкость c связана с молярной C_m соотношением

$$C_m = cM, \quad (2)$$

где M — молярная масса вещества.

Различают теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении, если в процессе нагревания вещества его объем или давление поддерживается постоянным.

Запишем выражение первого начала термодинамики для 1 моль газа:

$$C_m dT = dU_m + p dV_m. \quad (3)$$

Если газ нагревается при постоянном объеме, то работа внешних сил равна нулю и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии:

$$C_V = \frac{dU_m}{dT}, \quad (4)$$

т. е. молярная теплоемкость газа при постоянном объеме C_V равна изменению внутренней энергии 1 моль газа при повышении его температуры на 1 К. Согласно формуле (50.1), $dU_m = \frac{i}{2} R dT$, тогда

$$C_V = iR/2. \quad (5)$$

Если газ нагревается при постоянном давлении, то выражение (3) можно записать в виде

$$C_p = \frac{dU_m}{dT} + \frac{p dV_m}{dT}.$$

Учитывая, что $\frac{dU_m}{dT}$ не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа не зависит ни от p , ни от V , а определяется лишь температурой T) и всегда равна C_V (см. (4)), и дифференцируя уравнение Клапейрона — Менделеева $pV_m = RT$ по T ($p = \text{const}$), получаем

$$C_p = C_V + R. \quad (6)$$

Выражение (6) называется уравнением Майера; оно показывает, что C_p всегда больше C_V на величину молярной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа *при постоянном давлении* требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа. Используя (5), выражение (6) можно записать в виде

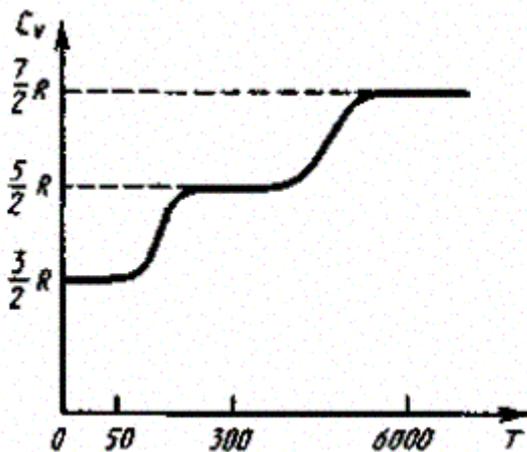
$$C_p = \frac{i+2}{2} R. \quad (7)$$

При рассмотрении термодинамических процессов важно знать характерное для каждого газа отношение C_p к C_V :

$$\gamma = C_p/C_v = (i + 2)/i. \quad (8)$$

Из формул (5) и (7) следует, что молярные теплоемкости определяются лишь числом степеней свободы и не зависят от температуры. Это утверждение молекулярно-кинетической теории справедливо в довольно широком интервале температур лишь для одноатомных газов. Уже у двухатомных газов число степеней свободы, проявляющееся в теплоемкости, зависит от температуры. Молекула двухатомного газа обладает тремя поступательными, двумя вращательными и одной колебательной степенями свободы.

По закону равномерного распределения энергии по степеням свободы, для комнатных температур $C_v = 7/2R$. Из качественной экспериментальной зависимости молярной теплоемкости C_v водорода (рис. 1) следует, что C_v зависит от температуры: при низкой температуре (≈ 50 К) $C_v = 3/2 R$, при комнатной — $C_v = 5/2R$ (вместо расчетных $7/2 R$!) и при очень высокой — $C_v = 7/2R$. Это можно объяснить, предположив, что при низких температурах наблюдается только поступательное движение молекул, при комнатных — добавляется их вращение, а при высоких — к этим двум видам движения добавляются еще колебания молекул.



- Что такое внутренняя энергия идеального газа? В результате каких процессов может изменяться внутренняя энергия системы?
- Что такое теплоемкость газа? Какая из теплоемкостей — C_v или C_p — больше и почему?
- Как объяснить температурную зависимость молярной теплоемкости водорода?

Рис. 1

Расхождение теории и эксперимента нетрудно объяснить. Дело в том, что при вычислении теплоемкости надо учитывать квантование энергии вращения и колебаний молекул (возможны не любые вращательные и колебательные энергии, а лишь определенный дискретный ряд значений энергий). Если энергия теплового движения недостаточна, например, для

возбуждения колебаний, то эти колебания не вносят своего вклада в теплоемкость (соответствующая степень свободы «замораживается» — к ней неприменим закон равнораспределения энергии). Этим объясняется, что теплоемкость моля двухатомного газа — водорода — при комнатной температуре равна $5/2R$ вместо $7/2 R$. Аналогично можно объяснить уменьшение теплоемкости при низкой температуре («замораживаются» вращательные степени свободы) и увеличение при высокой («возбуждаются» колебательные степени свободы).

31. Первое начало термодинамики

1. Термодинамическая система
2. Понятие о количестве теплоты и работы в термодинамике
3. Работа, совершаемая системой против внешних сил. Работа, совершаемая внешними силами над системой
4. Процессы, в результате которых может измениться внутренняя энергия системы
5. Первое начало термодинамики (определение и математическое выражение)
6. Математическое выражение первого начала термодинамики для элементарных процессов

Рассмотрим термодинамическую систему, для которой механическая энергия не изменяется, а изменяется лишь ее внутренняя энергия. Внутренняя энергия системы может изменяться в результате различных процессов, например совершения над системой работы или сообщения ей теплоты. Так, вдвигая поршень в цилиндр, в котором находится газ, мы сжимаем этот газ, в результате чего его температура повышается, т. е. тем самым изменяется (увеличивается) внутренняя энергия газа. С другой стороны, температуру газа и его внутреннюю энергию можно увеличить за счет сообщения ему некоторого количества теплоты — энергии, переданной системе внешними телами путем теплообмена (процесс обмена внутренними энергиями при контакте тел с разными температурами).

Таким образом, можно говорить о двух формах передачи энергии от одних тел к другим: работе и теплоте. Энергия механического движения

может превращаться в энергию теплового движения, и наоборот. При этих превращениях соблюдается закон сохранения и превращения энергии; применительно к термодинамическим процессам этим законом и является первое начало термодинамики, установленное в результате обобщения многовековых опытных данных.

Допустим, что некоторая система (газ, заключенный в цилиндр под поршнем), обладая внутренней энергией U_1 получила некоторое количество теплоты Q и, перейдя в новое состояние, характеризующееся внутренней энергией U_2 , совершила работу A над внешней средой, т. е. против внешних сил. Количество теплоты считается положительным, когда оно подводится к системе, а работа — положительной, когда система совершает ее против внешних сил. Опыт показывает, что в соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из первого состояния во второе изменение внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$ будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты Q , полученным системой, и работой A , совершенной системой против внешних сил:

или

$$\Delta U = Q - A,$$

$$Q = \Delta U + A.$$

(1)

Уравнение (1) выражает первое начало термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил. Выражение (1) в дифференциальной форме будет иметь вид

$$dQ = dU + dA,$$

или в более

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (2)$$

где dU — бесконечно малое изменение внутренней энергии системы, δA — элементарная работа, δQ — бесконечно малое количество теплоты. В этом выражении dU является полным дифференциалом, а δA и δQ таковыми не являются. В дальнейшем будем использовать запись первого начала термодинамики в форме (2).

Из формулы (1) следует, что в СИ количество теплоты выражается в тех же единицах, что работа и энергия, т. е. в джоулях (Дж).

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии $\Delta U = 0$. Тогда, согласно первому началу термодинамики,

$$A = Q,$$

т. е. вечный двигатель первого рода — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, — невозможен (одна из формулировок первого начала термодинамики).

32. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам

1. Применение первого начала термодинамики к изобарному процессу
2. Применение первого начала термодинамики к изотермическому процессу
3. Применение первого начала термодинамики к изохорному процессу
4. Применение первого начала термодинамики к адиабатическому процессу

Среди равновесных процессов, происходящих с термодинамическими системами, выделяются изопроцессы, при которых один из основных параметров состояния сохраняется постоянным.

Изохорный процесс ($V = \text{const}$). Диаграмма этого процесса (изохора) в координатах p, K изображается прямой, параллельной оси ординат (рис. 1), где процесс 1—2 есть изохорное нагревание, а 1—3 — изохорное охлаждение. При изохорном процессе газ не совершает работы над внешними телами, т. е.

$$\delta A = p dV = 0.$$

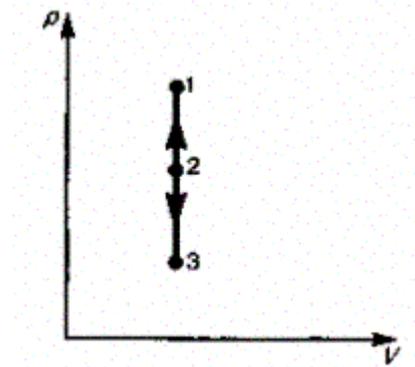


Рис. 1

Как уже указывалось в § 53, из первого начала термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) для изохорного процесса следует, что вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии:

$$\delta Q = dU.$$

Согласно

формуле (53.4),

$$dU_m = C_V dT.$$

Тогда для произвольной массы газа получим

$$\delta Q = dU = \frac{m}{M} C_V dT. \quad (1)$$

Изобарный процесс ($p = \text{const}$). Диаграмма этого процесса (изобара) в координатах p, V изображается прямой, параллельной оси V . При изобарном процессе работа газа при увеличении объема от V_1 до V_2 равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) \quad (2)$$

и определяется площадью заштрихованного прямоугольника (рис. 2).

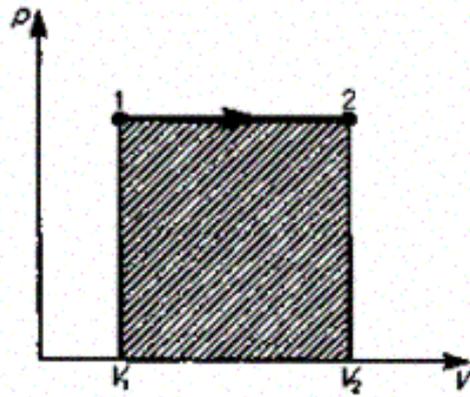


Рис. 2

Если использовать уравнение Клапейрона — Менделеева для выбранных нами двух состояний, то

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{M} RT_2,$$

откуда

$$V_2 - V_1 = \frac{m}{M} \frac{R}{p} (T_2 - T_1). \quad (3)$$

Тогда выражение (2) для работы изобарного расширения примет вид
(3)

Из этого выражения вытекает *физический смысл молярной газовой постоянной R*: если $(T_2 - T_1 = 1 \text{ К})$, то для 1 моль газа $R=A$, т. е. R численно равна работе изобарного расширения 1 моль идеального газа при нагревании его на 1 К.

В изобарном процессе при сообщении газу массой m количества теплоты

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p dT$$

его внутренняя энергия возрастает на величину

$$dU = \frac{m}{M} C_v dT.$$

При этом газ совершит работу, определяемую выражением (3). Изотермический процесс ($T = \text{const}$). Изотермический процесс описывается законом Бойля—Мариотта:

$$pV = \text{const.}$$

Диаграмма этого процесса (изотерма) в координатах p, V представляет собой гиперболу, расположенную на диаграмме тем выше, чем выше температура, при которой происходит процесс.

Исходя из выражения (2) найдем работу изотермического расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Так как при $T = \text{const}$ внутренняя энергия идеального газа не изменяется:

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT = 0,$$

то из первого начала термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) следует, что для изотермического процесса

$$\delta Q = \delta A,$$

т. е. все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил:

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (4)$$

Следовательно, для того чтобы при расширении газа температура не понижалась, к газу в течение изотермического процесса необходимо подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения.

33. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона

1. Адиабатический процесс (определение)

2. Математическое выражение первого начала термодинамики для адиабатического процесса
3. Зависимость объема газа от давления при его адиабатическом расширении
4. Зависимость объема газа от температуры при его адиабатическом расширении
5. Уравнение Пуассона

Адиабатическим называется процесс, при котором отсутствует теплообмен между системой и окружающей средой. К адиабатическим процессам можно отнести все быстропротекающие процессы. Например, адиабатическим процессом можно считать процесс распространения звука в среде, так как скорость распространения звуковой волны настолько велика, что обмен энергией между волной и средой произойти не успевает. Адиабатические процессы применяются в двигателях внутреннего сгорания (расширение и сжатие горючей смеси в цилиндрах), в холодильных установках и т. д. Из первого начала термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) для адиабатического процесса следует, что

$$\delta A = - dU, \quad (1)$$

т. е. внешняя работа совершается за счет изменения внутренней энергии системы.

Для произвольной массы газа перепишем уравнение (1) в виде

$$p dV = - \frac{m}{M} C_v dT. \quad (2)$$

Продифференцировав уравнение состояния для идеального газа $pV = \frac{m}{M} RT_v$, получим

$$p dV + V dp = \frac{m}{M} R dT. \quad (3)$$

Исключим из (2) и (3) температуру T :

$$\frac{p dV + V dp}{p dV} = - \frac{R}{C_v} = - \frac{C_p - C_v}{C_v}$$

Разделив переменные и учитывая, что $C_p/C_v = \gamma$, найдем

$$dp/p = -\gamma dV/V$$

Интегрируя это уравнение в пределах от p_1 до p_2 и соответственно от V_1 до V_2 , а затем потенцируя, придем к выражению

$$p_2/p_1 = (V_1/V_2)^\gamma, \text{ или } p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma.$$

Так как состояния 1 и 2 выбраны произвольно, то можно записать

$$pV^\gamma = \text{const.} \quad (4)$$

Полученное выражение есть уравнение адиабатического процесса, называемое также уравнением Пуассона.

Для перехода к переменным T , V или p , T исключим из (4) с помощью уравнения Клапейрона — Менделеева

$$pV = \frac{m}{M} RT$$

соответственно давление или объем:

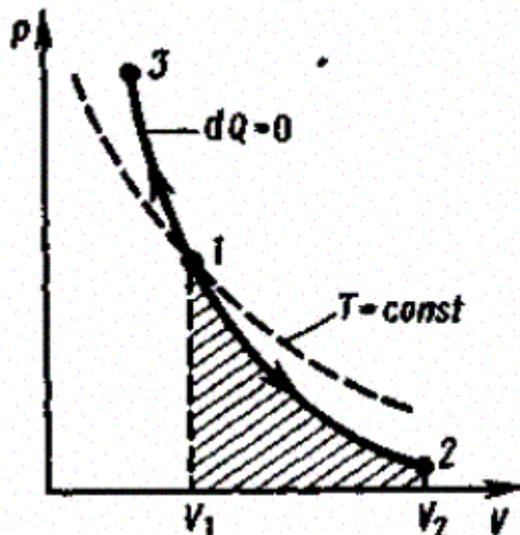
$$\begin{aligned} TV^{\gamma-1} &= \text{const}, \\ T^\gamma p^{1-\gamma} &= \text{const}. \end{aligned} \quad (5) \quad (6)$$

Выражения (4) — (6) представляют собой уравнения адиабатического процесса. В этих уравнениях безразмерная величина

$$\gamma = C_p/C_v = c_p/c_v = (i+2)/i \quad (7)$$

называется показателем адиабаты (или коэффициентом Пуассона). Для одноатомных газов .

Диаграмма адиабатического процесса (адиабата) в координатах p , V изображается гиперболой (рис. 1). На рисунке видно, что адиабата ($pV^\gamma = \text{const}$) более крута, чем изотерма ($pV = \text{const}$). Это объясняется тем, что при адиабатическом сжатии 1—3 увеличение давления газа обусловлено не только уменьшением его объема, как при изотермическом сжатии, но и повышением температуры.



- Почему адиабата более крута, чем изотерма?
- Как изменится температура газа при его адиабатическом сжатии?
- Показатель политропы $n > 1$. Нагревается или охлаждается идеальный газ при сжатии?

Рис. 1

34. Политропный процесс

1. Политропный процесс (определение)
2. Математическое выражение первого начала термодинамики для политропного процесса
3. Уравнение политропного процесса
4. Показатель политропы

Рассмотренные изохорный, изобарный, изотермический и адиабатический процессы имеют общую особенность — они происходят при постоянной теплоемкости. В первых двух процессах теплоемкости соответственно равны C_V и C_p , в изотермическом процессе ($dT = 0$) теплоемкость равна $\pm \infty$, в адиабатическом ($\delta Q = 0$) теплоемкость равна нулю. Процесс, в котором теплоемкость остается постоянной, называется политропным.

Исходя из первого начала термодинамики при условии постоянства теплоемкости ($C = \text{const}$) можно вывести уравнение политропы:

$$pV^n = \text{const},$$

где $n = (C - C_p) / (C - C_V)$ — показатель политропы. Очевидно, что

- 1) при $C=0$, $n = 0$, из (1) получается уравнение адиабаты;
- 2) при $C = \infty$, $n = 1$ — уравнение изотермы;

- 3) при $C = C_p$, $n = 0$ — уравнение изобары,
- 4) при $C = C_v$, $n = \pm \infty$ — уравнение изохоры.

Таким образом, все рассмотренные процессы являются частными случаями политропного процесса.

35. Второе начало термодинамики

1. Второе начало термодинамики (определение)
2. Тепловые двигатели
3. К.П.Д. тепловых двигателей
4. Вечный двигатель первого рода
5. Вечный двигатель второго рода

Первое начало термодинамики, выражая закон сохранения и превращения энергии, не позволяет установить направление протекания термодинамических процессов. Кроме того, можно представить множество процессов, не противоречащих первому началу, в которых энергия сохраняется, а в природе они не осуществляются. Появление второго начала термодинамики связано с необходимостью дать ответ на вопрос, какие процессы в природе возможны, а какие нет. Второе начало термодинамики определяет направление протекания термодинамических процессов.

Используя понятие энтропии и неравенство Клаузиуса, второе начало термодинамики можно сформулировать как закон возрастания энтропии замкнутой системы при необратимых процессах: *любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает.*

Можно дать более краткую формулировку второго начала термодинамики: *в процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает.* Здесь существенно, что речь идет о замкнутых системах, так как в незамкнутых системах энтропия может вести себя любым образом (убывать, возрасти, оставаться ПОСТОЯННОЕ). Кроме того, отметим еще раз, что энтропия остается постоянной в замкнутой системе только при обратимых процессах. При необратимых процессах в замкнутой системе энтропия всегда возрастает.

Формула Больцмана позволяет объяснить постулируемое вторым началом термодинамики возрастание энтропии в замкнутой системе при

необратимых процессах: *возрастание энтропии* означает переход системы из менее вероятных в более вероятные состояния. Таким образом, формула Больцмана позволяет дать статистическое толкование второго начала термодинамики. Оно, являясь статистическим законом, описывает закономерности хаотического движения большого числа частиц, составляющих замкнутую систему.

Укажем еще две формулировки второго начала термодинамики:

1) по Кельвину: *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу;*

2) по Клаузиусу: *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.*

Можно довольно просто доказать (предоставим это читателю) эквивалентность формулировок Кельвина и Клаузиуса. Кроме того, показано, что если в замкнутой системе провести воображаемый процесс, противоречащий второму началу термодинамики в формулировке Клаузиуса, то он сопровождается уменьшением энтропии. Это же доказывает эквивалентность формулировки Клаузиуса (а следовательно, и Кельвина) и статистической формулировки, согласно которой энтропия замкнутой системы не может убывать.

В середине XIX в. возникла проблема так называемой тепловой смерти Вселенной. Рассматривая Вселенную как замкнутую систему и применяя к ней второе начало термодинамики, Клаузиус свел его содержание к утверждению, что энтропия Вселенной должна достигнуть своего максимума. Это означает, что со временем все формы движения должны перейти в тепловую. Переход же теплоты от горячих тел к холодным приведет к тому, что температура всех тел во Вселенной сравняется, т. е. наступит полное тепловое равновесие и все процессы во Вселенной прекратятся — наступит тепловая смерть Вселенной. Ошибочность вывода о тепловой смерти заключается в том, что бессмысленно применять второе начало термодинамики к незамкнутым системам, например к такой безграничной и бесконечно развивающейся системе, как Вселенная.

Первые два начала термодинамики дают недостаточно сведений о поведении термодинамических систем при нуле Кельвина. Они дополняются третьим началом термодинамики, или теоремой Нернста* — Планка:

* В. Ф. Г. Нернст (1864—1941) — немецкий физик и химик.

энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

Так как энтропия определяется с точностью до аддитивной постоянной, то эту постоянную удобно взять равной нулю. Отметим, однако, что это произвольное допущение, поскольку энтропия по своей *сущности* всегда определяется с точностью до аддитивной постоянной. Из теоремы Нернста — Планка следует, что теплоемкости C_p и C_v при 0 К равны нулю.

ТЕПЛОВЫЕ ДВИГАТЕЛИ И ХОЛОДИЛЬНЫЕ МАШИНЫ. ЦИКЛ КАРНО И ЕГО К. П. Д. ДЛЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Из формулировки второго начала термодинамики по Кельвину следует, что вечный двигатель второго рода — периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет охлаждения одного источника теплоты, — невозможен. Для иллюстрации этого положения рассмотрим работу теплового двигателя (исторически второе начало термодинамики и возникло из анализа работы тепловых двигателей).

Принцип действия теплового двигателя приведен на рис. 1. От термостата* с более высокой температурой T_1 называемого нагревателем, за цикл отнимается количество теплоты Q_1 , а термостату с более низкой температурой T_2 , называемому холодильником, за цикл передается количество теплоты Q_2 , при этом совершается работа $A = Q_1 - Q_2$.

* Термодинамическая система, которая может обмениваться теплотой с телами без изменения температуры.

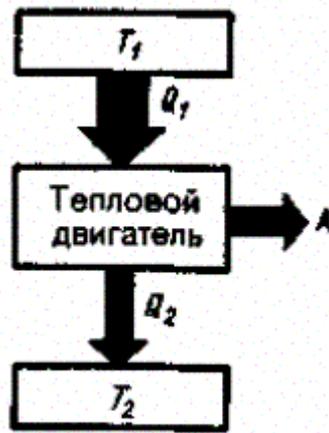


Рис. 1

по условию, $Q = Q_2 - Q_1 < 0$, поэтому $A < 0$ и $Q_2 - Q_1 = -A$, или $Q_1 = Q_2 + A$, т. е. количество теплоты Q_1 , отданное системой источнику теплоты при более высокой температуре T_1 , больше количества теплоты Q_2 , полученного от источника теплоты при более низкой температуре T_2 на величину работы, совершенной над системой. Следовательно, *без совершения работы нельзя отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому*. Это утверждение есть не что иное, как второе начало термодинамики в формулировке Клаузиуса.



Рис. 2

Однако второе начало термодинамики не следует представлять так, что оно совсем запрещает переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому. Ведь именно такой переход осуществляется в холодильной машине. Но при этом надо помнить, что внешние силы совершают работу над системой, т. е. этот переход не является единственным результатом процесса.

Основываясь на втором начале термодинамики, Карно вывел теорему, носящую теперь его имя: из всех периодически действующих тепловых машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей (T_1) и холодильников (T_2), наибольшим к. п. д. обладают обратимые машины; при этом к. п. д. обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей (T_1) и холодильников (T_2), равны друг другу и не зависят от природы рабочего тела (тела, совершающего круговой процесс и обменивающегося энергией с другими телами), а определяются только температурами нагревателя и холодильника.

36. Круговой процесс (цикл). Обратимые и необратимые процессы

1. Круговой процесс
2. Обратимые процессы
3. Необратимые процессы
4. Принцип работы тепловых двигателей
5. Цикл Карно

Круговым процессом (или циклом) называется процесс, при котором система, пройдя через ряд состояний, возвращается в исходное. На диаграмме процессов цикл изображается замкнутой кривой (рис. 1). Цикл, совершаемый идеальным газом, можно разбить на процессы расширения (1—2) и сжатия (2—1) газа. Работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой замкнутой кривой. Если за цикл совершается положительная работа $A = \oint pdV > 0$ (цикл протекает по часовой стрелке), то он называется прямым (рис. 1, а), если за цикл совершается отрицательная работа $A = \oint pdV < 0$ (цикл протекает против часовой стрелки), то он называется обратным (рис. 1, б). Прямой цикл используется в *тепловых двигателях* — периодически действующих двигателях, совершающих работу за счет полученной извне теплоты. Обратный цикл используется в *холодильных машинах* — периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

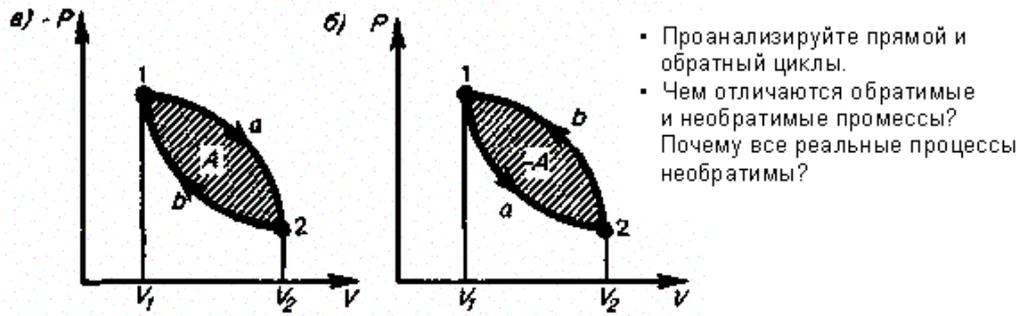


Рис. 1

В результате кругового процесса система возвращается в исходное состояние и, следовательно, полное изменение внутренней энергии газа равно нулю. Поэтому первое начало термодинамики для кругового процесса

$$Q = \Delta U + A = A, \quad (1)$$

т. е. работа, совершаемая за цикл, равна количеству полученной извне теплоты. Однако в результате кругового процесса система может теплоту как получать, так и отдавать, поэтому

$$Q = Q_1 - Q_2,$$

где Q_1 — количество теплоты, полученное системой, Q_2 — количество теплоты, отданное системой. Поэтому термический коэффициент полезного действия для кругового процесса

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}. \quad (2)$$

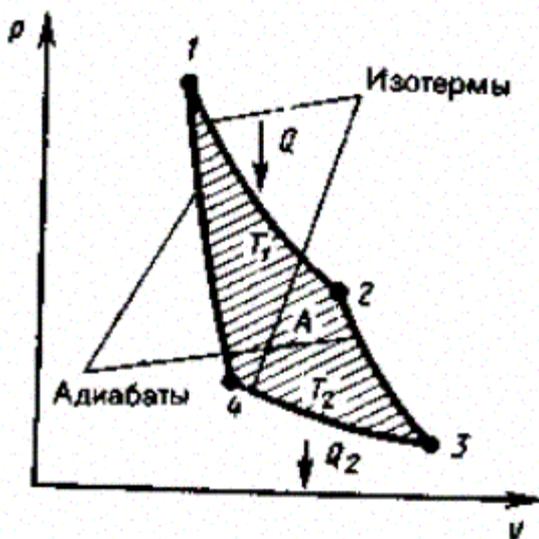
Термодинамический процесс называется обратимым, если он может происходить как в прямом, так и в обратном направлении, причем если такой процесс происходит сначала в прямом, а затем в обратном направлении и система возвращается в исходное состояние, то в окружающей среде и в этой системе не происходит никаких изменений. Всякий процесс, не удовлетворяющий этим условиям, является необратимым.

Любой равновесный процесс является обратимым. Обратимость равновесного процесса, происходящего в системе, следует из того, что ее любое промежуточное состояние есть состояние термодинамического равновесия; для него «безразлично», идет процесс в прямом или обратном направлении. Реальные процессы сопровождаются диссипацией энергии (из-

за трения, теплопроводности и т. д.), которая нами не обсуждается. Обратимые процессы — это идеализация реальных процессов Карно теоретически проанализировал обратимый наиболее экономичный цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Его называют циклом Карно. Рассмотрим *прямой цикл* Карно, в котором в качестве рабочего тела используется идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем.

Цикл Карно изображен на рис. 2, где изотермические расширение и сжатие заданы соответственно кривыми 1—2 и 5—4, а адиабатические расширение и сжатие — кривыми 2—3 и 4—7. При изотермическом процессе $U = \text{const}$, поэтому, количество теплоты Q_1 , полученное газом от нагревателя, равно работе расширения A_{12} , совершаемой газом при переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1. \quad (3)$$



- Представив цикл Карно на диаграмме p, V графически, укажите, какой площадью определяется: 1) работа, совершенная над газом; 2) работа, совершенная самим расширяющимся газом.
- Представьте графически цикл Карно в переменных T, S .

Рис. 2

При адиабатическом расширении 2—3 теплообмен с окружающей средой отсутствует и работа расширения A_{23} совершается за счет изменения внутренней энергии :

$$A_{23} = - \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1).$$

Количество теплоты Q_2 , отданное газом холодильнику при изотермическом сжатии, равно работе сжатия A_{34} :

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -Q_2. \quad (4)$$

Работа адиабатического сжатия

$$A_{41} = -\frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = -A_{23}.$$

Работа, совершаемая в результате кругового процесса,

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2$$

и, как можно показать, определяется площадью, заштрихованной на рис. 2. Термический к. п. д. цикла Карно,

$$\eta = A/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1.$$

Для адиабат 2—3 и 4—1, получим

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

откуда

$$V_2/V_1 = V_3/V_4. \quad (5)$$

Подставляя (3) и (4) в формулу

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

и учитывая (5), получаем

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (6)$$

т. е. для цикла Карно к. п. д. действительно определяется только температурами нагревателя и холодильника. Для его повышения необходимо увеличивать разность температур нагревателя и холодильника.

Обратный цикл Карно положен в основу действия тепловых насосов. В отличие от холодильных машин тепловые насосы должны как можно больше тепловой энергии отдавать горячему телу, например системе отопления. Часть этой энергии отбирается от окружающей среды с более низкой температурой, а часть — получается за счет механической работы, производимой, например, компрессором.

Теорема Карно послужила основанием для установления термодинамической шкалы температур. Сравнив левую и правую части формулы (6), получим (7)

$$T_2/T_1 = Q_2/Q_1,$$

т. е. для сравнения температур T_1 и T_2 двух тел необходимо осуществить обратимый цикл Карно, в котором одно тело используется в качестве нагревателя, другое — холодильника. Из равенства (7) видно, что отношение температур тел равно отношению отданного в этом цикле количества теплоты к полученному. Согласно теореме Карно, химический состав рабочего тела не влияет на результаты сравнения температур, поэтому такая термодинамическая шкала не связана со свойствами какого-то определенного термометрического тела. Отметим, что практически таким образом сравнивать температуры трудно, так как реальные термодинамические процессы, как уже указывалось, являются необратимыми.

37. Приведенное количество теплоты. Энтропия. Неравенство Клаузиуса

1. Приведенное количество теплоты
2. Приведенное количество теплоты в обратимых и необратимых процессах и связь между ними
3. Неравенство Клаузиуса
4. Энтропия
5. Свойства энтропии
6. Теорема Нернста

Понятие энтропии введено в 1865 г. Р. Клаузиусом. Для выяснения физического содержания этого понятия рассматривают отношение теплоты Q , полученной телом в изотермическом процессе, к температуре T теплоотдающего тела, называемое приведенным количеством теплоты.

Приведенное количество теплоты, сообщаемое телу на бесконечно малом участке процесса, равно $\delta Q/T$. Строгий теоретический анализ показывает, что приведенное количество теплоты, сообщаемое телу *в любом обратимом круговом процессе*, равно нулю:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (1)$$

Из равенства нулю интеграла (1), взятого по замкнутому контуру, следует, что подынтегральное выражение $\delta Q/T$ есть полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, каким система пришла в это состояние. Таким образом,

$$\frac{\delta Q}{T} = dS. \quad (2)$$

Функция состояния, дифференциалом которой является $\delta Q/T$, называется энтропией и обозначается S .

Из формулы (1) следует, что для *обратимых процессов* изменение энтропии

$$\Delta S = 0. \quad (3)$$

В термодинамике доказывается, что энтропия системы, совершающей *необратимый цикл*, возрастает:

$$\Delta S > 0. \quad (4)$$

Выражения (3) и (4) относятся только к *замкнутым системам*, если же система обменивается теплотой с внешней средой, то ее энтропия может вести себя любым образом. Соотношения (3) и (4) можно представить в виде неравенства Клаузиуса

$$\Delta S \geq 0, \quad (5)$$

т. е. энтропия замкнутой системы может либо возрасть (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянной (в случае обратимых процессов).

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то изменение энтропии

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}, \quad (6)$$

где подынтегральное выражение и пределы интегрирования определяются через величины, характеризующие исследуемый процесс. Формула (6) определяет энтропию лишь с точностью до аддитивной постоянной. Физический смысл имеет не сама энтропия, а разность энтропии.

Исходя из выражения (6), найдем изменение энтропии в процессах идеального газа. Так как $dU = \frac{m}{M} C_V dT$, $\delta A = p dV = \frac{m}{M} R T \frac{dV}{V}$, то

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M} C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V},$$

или

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right), \quad (7)$$

т. е. изменение энтропии $\Delta S_{1 \rightarrow 2}$ идеального газа при переходе его из состояния 1 в состояние 2 не зависит от вида процесса перехода $1 \rightarrow 2$.

Так как для адиабатического процесса $\delta Q = 0$, то $\Delta S = 0$ и, следовательно, $S = \text{const}$, т. е. адиабатический обратимый процесс протекает при постоянной энтропии. Поэтому его часто называют изоэнтропийным процессом. Из формулы (7) следует, что при изотермическом процессе ($T_1 = T_2$)

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

при изохорном процессе ($V_1 = V_2$)

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Энтропия обладает свойством *аддитивности*: *энтропия системы равна сумме энтропий тел, входящих в систему*. Свойством аддитивности обладают также внутренняя энергия, масса, объем (температура и давление таким свойством не обладают).

Более глубокий смысл энтропии вскрывается в статистической физике: энтропия связывается с термодинамической вероятностью состояния системы. Термодинамическая вероятность W состояния системы — это *число способов*, которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы, или число микросостояний, осуществляющих данное макросостояние (по определению, $W \geq 1$, т. е. термодинамическая вероятность не есть вероятность в математическом смысле (последняя $< 1!$)).

Согласно Больцману (1872), *энтропия системы и термодинамическая вероятность* связаны между собой следующим образом:

$$S = k \ln W, \quad (8)$$

где k — постоянная Больцмана. Таким образом, энтропия определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние. Следовательно, энтропия может рассматриваться как *мера вероятности* состояния термодинамической системы. Формула Больцмана (8) позволяет дать энтропии следующее *статистическое* толкование: *энтропия является мерой неупорядоченности системы*. В самом деле, чем больше число микросостояний, реализующих данное макросостояние, тем больше энтропия. В состоянии равновесия — наиболее вероятного состояния системы — число микросостояний максимально, при этом максимальна и энтропия.

Так как реальные процессы необратимы, то можно утверждать, что все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению ее энтропии — принцип возрастания энтропии. При статистическом толковании энтропии это

означает, что процессы в замкнутой системе идут в направлении увеличения числа микросостояний, иными словами, от менее вероятных состояний к более вероятным, до тех пор пока вероятность состояния не станет максимальной.

Сопоставляя выражения (7) и (8), видим, что энтропия и термодинамическая вероятность состояний замкнутой системы могут либо возрастать (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянными (в случае обратимых процессов).

Отметим, однако, что эти утверждения имеют место для систем, состоящих из очень большого числа частиц, но могут нарушаться в системах с малым числом частиц. Для «малых» систем могут наблюдаться флуктуации, т. е. энтропия и термодинамическая вероятность состояний замкнутой системы на определенном отрезке времени могут убывать, а не возрастать, или оставаться постоянными.

Первые два начала термодинамики дают недостаточно сведений о поведении термодинамических систем при нуле Кельвина. Они дополняются третьим началом термодинамики, или теоремой Нернста* — Планка: *энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина:*

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

Так как энтропия определяется с точностью до аддитивной постоянной, то эту постоянную удобно взять равной нулю. Отметим, однако, что это произвольное допущение, поскольку энтропия по своей *сущности* всегда определяется с точностью до аддитивной постоянной. Из теоремы Нернста — Планка следует, что теплоемкости C_p и C_v при 0 К равны нулю.

38. Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Изотермы Ван-дер-Ваальса

1. Реальные газы
2. Поправки Ван-дер-Ваальса
3. Уравнение Ван-дер-Ваальса

* В. Ф. Г. Нернст (1864—1941) — немецкий физик и химик.

4. Изотермы Ван-дер-Ваальса
5. Критическое состояние вещества
6. Критические параметры. Определение критических параметров через поправки Ван-дер-Ваальса a и b (формулы)

Модель идеального газа, используемая в молекулярно-кинетической теории газов, позволяет описывать поведение разреженных реальных газов при достаточно высоких температурах и низких давлениях. При выводе уравнения состояния идеального газа размерами молекул и их взаимодействием друг с другом пренебрегают. Повышение давления приводит к уменьшению среднего расстояния между молекулами, поэтому необходимо учитывать объем молекул и взаимодействие между ними.

Как уже указывалось, для реальных газов необходимо учитывать размеры молекул и их взаимодействие друг с другом, поэтому модель идеального газа и уравнение Клапейрона — Менделеева $pV_m = RT$ (для моля газа), описывающее идеальный газ, для реальных газов непригодны.

Учитывая собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия, голландский физик И. Ван-дер-Ваальс (1837—1923) вывел уравнение состояния реального газа. Ван-дер-Ваальсом в уравнение Клапейрона — Менделеева введены две поправки.

1. Учет собственного объема молекул. Наличие сил отталкивания, которые противодействуют проникновению в занятый молекулой объем других молекул, сводится к тому, что фактический свободный объем, в котором могут двигаться молекулы реального газа, будет не V_m , а $V_m - b$, где b — объем, занимаемый самими молекулами.

Объем b равен *четверенному собственному объему молекул*. Если, например, в сосуде находятся две молекулы, то центр любой из них не может приблизиться к центру другой молекулы на расстояние, меньшее диаметра d молекулы. Это означает, что для центров обеих молекул оказывается недоступным сферический объем радиуса d , т. е. объем, равный восьми объемам молекулы или четверенному объему молекулы в расчете на одну молекулу.

2. Учет притяжения молекул. Действие сил притяжения газа приводит к появлению дополнительного давления на газ, называемого

внутренним давлением. По вычислениям Ван-дер-Ваальса, внутреннее давление обратно пропорционально квадрату молярного объема, т. е.

$$p' = a/V_m^2, \quad (1)$$

где a — постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения, V_m — молярный объем.

Вводя эти поправки, получим уравнение Ван-дер-Ваальса для моля газа (уравнение состояния реальных газов):

$$(p + a/V_m^2)(V_m - b) = RT. \quad (2)$$

Для произвольного количества вещества ν газа ($\nu = m/M$) с учетом того, что $V = \nu V_m$, уравнение Ван-дер-Ваальса примет вид

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right) \left(\frac{V}{\nu} - b\right) = RT, \text{ или } (p + \nu^2 a/V^2)(V - \nu b) = \nu RT,$$

где поправки a и b — постоянные для каждого газа величины, определяемые опытным путем (записываются уравнения Ван-дер-Ваальса для двух известных из опыта состояний газа и решаются относительно a и b).

При выводе уравнения Ван-дер-Ваальса сделан целый ряд упрощений, поэтому оно также весьма приближенное, хотя и лучше (особенно для несильно сжатых газов) согласуется с опытом, чем уравнение состояния идеального газа.

Уравнение Ван-дер-Ваальса не единственное уравнение, описывающее реальные газы. Существуют и другие уравнения, некоторые из них даже точнее описывают реальные газы, но не рассматриваются из-за их сложности.

Для исследования поведения реального газа рассмотрим изотермы Ван-дер-Ваальса — кривые зависимости p от V_m при заданных T , определяемые уравнением Ван-дер-Ваальса для моля газа. Эти кривые (рассматриваются для четырех различных температур; (рис. 1) имеют довольно своеобразный характер. При высоких температурах ($T > T_k$ изотерма реального газа отличается от изотермы идеального газа только некоторым искажением ее формы, оставаясь монотонно спадающей кривой. При некоторой температуре T_k на изотерме имеется лишь одна точка перегиба K .

Эта изотерма называется критической, соответствующая ей температура T_k — критической температурой; точка перегиба K называется критической точкой; в этой точке касательная к ней параллельна оси абсцисс. Соответствующие этой точке объем V_k и давление p_k называются также критическими. Состояние с критическими параметрами (p_k , V_k , T_k) называется критическим состоянием. При низких температурах ($T < T_k$) изотермы имеют волнообразный участок, сначала монотонно опускаясь вниз, затем монотонно поднимаясь вверх и снова монотонно опускаясь.

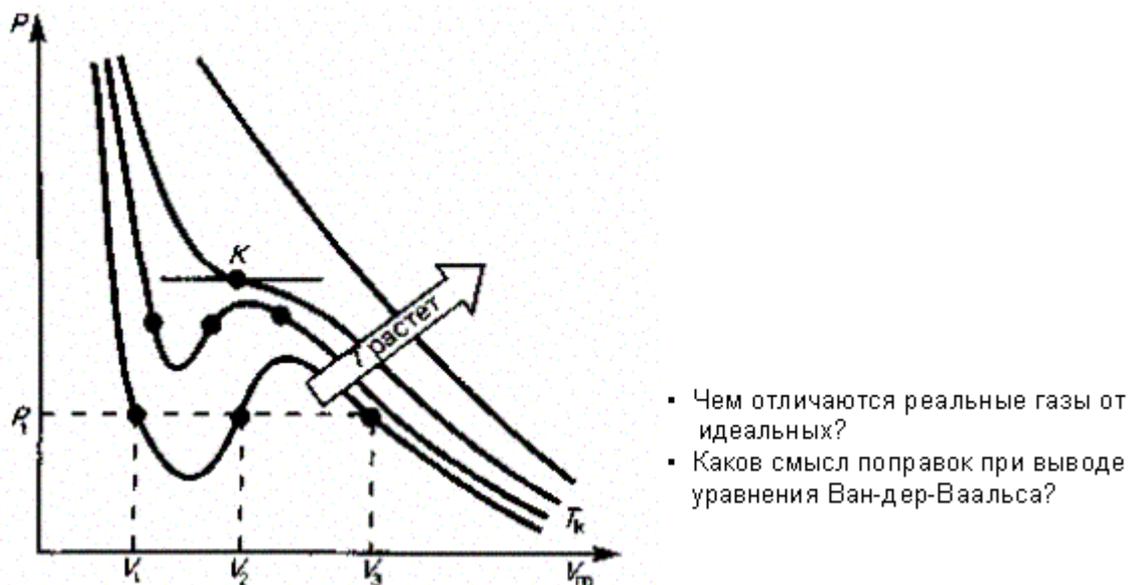


Рис. 1

Для пояснения характера изотерм преобразуем уравнение Ван-дер-Ваальса к виду

$$pV_m^3 - (RT + pb)V_m^2 + aV_m - ab = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) при заданных p и T является уравнением третьей степени относительно V_m ; следовательно, оно может иметь либо три вещественных корня, либо один вещественный и два мнимых, причем физический смысл имеют лишь вещественные положительные корни. Поэтому первому случаю соответствуют изотермы при низких температурах (три значения объема газа V_1 , V_2 и V_3 отвечают (символ «m» для простоты опускаем) одному значению давления p_1), второму случаю — изотермы при высоких температурах.

Рассматривая различные участки изотермы при $T < T_k$ (рис. 2), видим, что на участках 1—3 и 5—7 при уменьшении объема V_m давление p

возрастает, что естественно. На участке 3—5 сжатие вещества приводит к уменьшению давления; практика же показывает, что такие состояния в природе не осуществляются. Наличие участка 3—5 означает, что при постепенном изменении объема вещество не может оставаться все время в виде однородной среды; в некоторый момент должно наступить скачкообразное изменение состояния и распад вещества на две фазы. Таким образом, истинная изотерма будет иметь вид ломаной линии 7—6—2—1, Часть 6—7 отвечает газообразному состоянию, а часть 2—1 — жидкому. В состояниях, соответствующих горизонтальному участку изотермы 6—2, наблюдается равновесие жидкой и газообразной фаз вещества. Вещество в газообразном состоянии при температуре ниже критической называется паром, а пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется насыщенным.

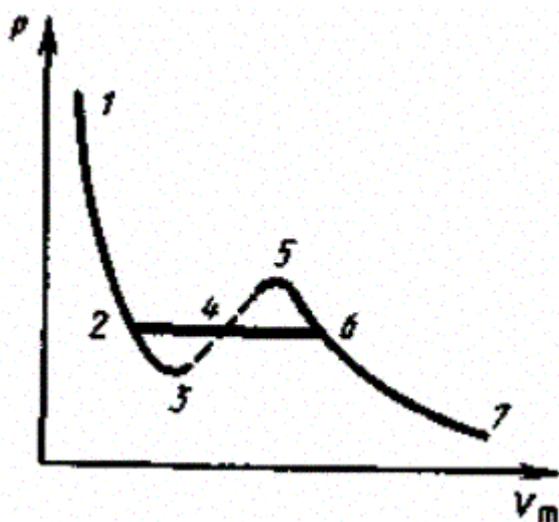


Рис. 2

Данные выводы, следующие из анализа уравнения Ван-дер-Ваальса, были подтверждены опытами ирландского ученого Т. Эндрюса (1813—1885), изучавшего изотермическое сжатие углекислого газа. Отличие экспериментальных (Эндрюс) и теоретических (Ван-дер-Ваальс) изотерм заключается в том, что превращению газа в жидкость в первом случае соответствуют горизонтальные участки, а во втором — волнообразные.

Для нахождения критических параметров подставим их значения в уравнение (62.1) и запишем

$$p_c V_c^3 - (RT_c + p_c b) V_c^2 + a V_c - ab = 0 \quad (2)$$

(символ «m» для простоты опускаем). Поскольку в критической точке все три корня совпадают и равны V_k , уравнение приводится к виду

$$p_k (V - V_k)^3 = 0,$$

или

$$p_k V^3 - 3p_k V_k V^2 + 3p_k V_k^2 V - p_k V_k^3 = 0. \quad (3)$$

Так как уравнения (2) и (3) тождественны, то в них должны быть равны и коэффициенты при неизвестных соответствующих степеней. Поэтому можно записать

$$p_k V_k^3 = ab, \quad 3p_k V_k^2 = a, \quad 3p_k V_k = RT_k + p_k b.$$

Решая полученные уравнения, найдем

$$V_k = 3b, \quad p_k = a/(27b^2), \quad T_k = 8a/(27Rb). \quad (4)$$

Если через крайние точки горизонтальных участков семейства изотерм провести линию, то получится колоколообразная кривая (рис. 3), ограничивающая область двухфазных состояний вещества. Эта кривая и критическая изотерма делят диаграмму p, V_m под изотермой на три области: под колоколообразной кривой располагается область двухфазных состояний (жидкость и насыщенный пар), слева от нее находится область жидкого состояния, а справа — область пара. Пар отличается от остальных газообразных состояний тем, что при изотермическом сжатии претерпевает процесс сжижения. Газ же при температуре выше критической не может быть превращен в жидкость ни при каком давлении.

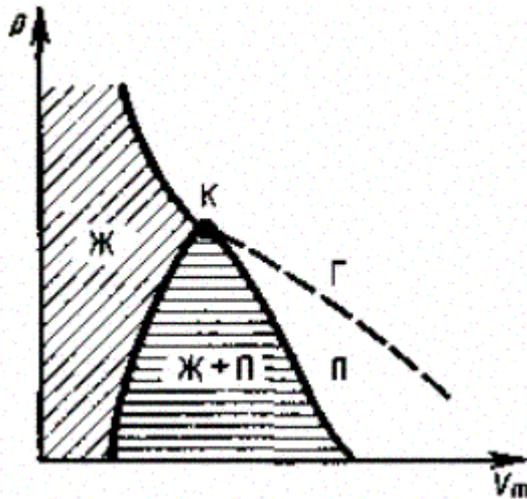
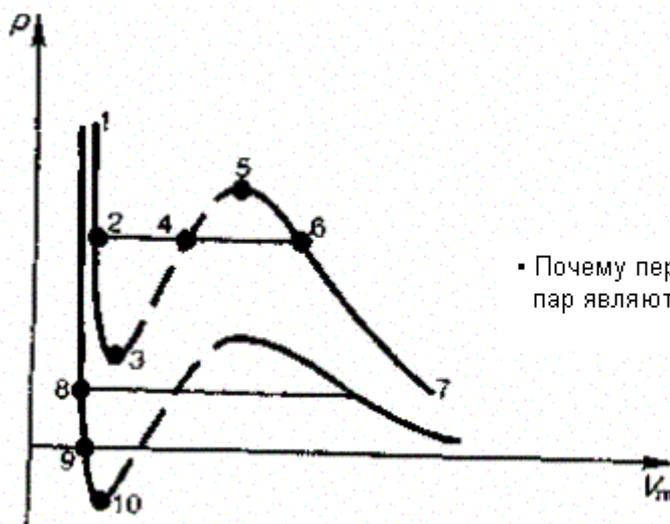


Рис. 3

Сравнивая изотерму Ван-дер-Ваальса с изотермой Эндрюса (верхняя кривая на рис. 92), видим, что последняя имеет прямолинейный участок 2—6, соответствующий двухфазным состояниям вещества. Правда, при некоторых условиях могут быть реализованы состояния, изображаемые участками ван-дер-ваальсовой изотермы 5—6 и 2—3. Эти неустойчивые состояния называются метастабильными. Участок 2—3 изображает перегретую жидкость, 5—6 — пересыщенный пар. Обе фазы ограниченно устойчивы.



При достаточно низких температурах изотерма пересекает ось V_m , переходя в область отрицательных давлений (нижняя кривая на рис. 4). Вещество под отрицательным давлением находится в состоянии растяжения. При некоторых условиях такие состояния также реализуются. Участок 8—9

на нижней изотерме соответствует перегретой жидкости, участок 9—10 — растянутой жидкости.

39. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля-Томсона

1. Элементарная работа, совершаемая реальным газом против внутренних сил при сжатии и расширении
2. Внутренняя энергия реального газа
3. Эффект Джоуля-Томсона
4. Положительный и отрицательный эффект Джоуля-Томсона
5. Применение эффекта Джоуля-Томсона

Внутренняя энергия реального газа складывается из кинетической энергии теплового движения его молекул (определяет внутреннюю энергию идеального газа, равную $C_V T$;) и потенциальной энергии межмолекулярного взаимодействия. Потенциальная энергия реального газа обусловлена только силами притяжения между молекулами. Наличие сил притяжения приводит к возникновению внутреннего давления на газ :

$$p' = a/V_m^2.$$

Работа, которая затрачивается для преодоления сил притяжения, действующих между молекулами газа, как известно из механики, идет на увеличение потенциальной энергии системы, т. е. $\delta A = p' dV_m = \delta \Pi$, или

$$\delta \Pi = \frac{a}{V_m^2} dV, \text{ откуда}$$

$$\Pi = -a/V_m$$

(постоянная интегрирования принята равной нулю). Знак минус означает, что молекулярные силы, создающие внутреннее давление p' , являются силами притяжения. Учитывая оба слагаемых, получим, что внутренняя энергия моля реального газа

$$U_m = C_V T - a/V_m \quad (1)$$

растет с повышением температуры и увеличением объема.

Если газ расширяется без теплообмена с окружающей средой (адиабатический процесс, т. е. $\delta Q = 0$) и не совершает внешней работы (расширение газа в вакуум, т. е. $\delta A = 0$), то на основании первого начала термодинамики ($\delta Q = (U_2 - U_1) + \delta A$) получим, что

$$U_1 = U_2.$$

Следовательно, при адиабатическом расширении без совершения внешней работы внутренняя энергия газа не изменяется.

Равенство (2) формально справедливо как для идеального, так и для реального газов, но физический смысл его для обоих случаев совершенно различен. Для идеального газа равенство $U_1 = U_2$ означает равенство температур ($T_1 = T_2$), т. е. при адиабатическом расширении идеального газа в вакуум его температура не изменяется. Для реального газа из равенства (2), учитывая, что для моля газа

$$U_1 = C_V T_1 - a/V_1, \quad U_2 = C_V T_2 - a/V_2,$$

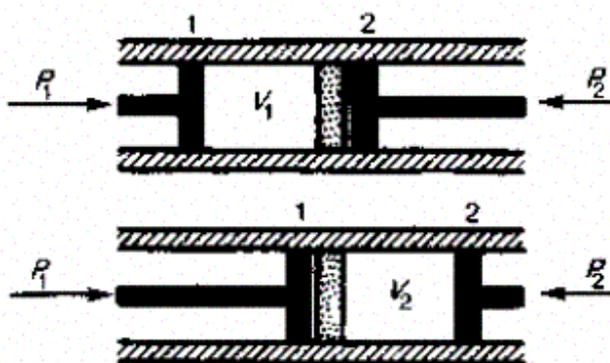
получаем

$$T_1 - T_2 = \frac{a}{C_V} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right). \quad (3)$$

Так как $V_2 > V_1$ (то $T_1 > T_2$, т. е. реальный газ при адиабатическом расширении в вакуум охлаждается. При адиабатическом сжатии в вакуум реальный газ нагревается.

ЭФФЕКТ ДЖОУЛЯ — ТОМСОНА

Если идеальный газ адиабатически расширяется и совершает при этом работу, то он охлаждается, так как работа в данном случае совершается за счет его внутренней энергии. Подобный процесс, но с реальным газом — адиабатическое расширение реального газа с совершением внешними силами положительной работы — осуществили английские физики Дж. Джоуль (1818—1889) и У. Томсон (лорд Кельвин, 1824—1907).



- При адиабатическом расширении газа в вакууме его внутренняя энергия не изменяется. Как изменится температура, если газ идеальный? реальный?
- Какова суть эффекта Джоуля — Томсона? Когда он положителен? отрицателен?

Рис. 1

Рассмотрим эффект Джоуля — Томсона. На рис. 1 представлена схема их опыта. В теплоизолированной трубке с пористой перегородкой находятся два поршня, которые могут перемещаться без трения. Пусть сначала слева от перегородки газ под поршнем 1 находится под давлением p_1 , занимает объем V_1 при температуре T_1 , а справа газ отсутствует (поршень 2 придвинут к перегородке). После прохождения газа через пористую перегородку в правой части газ характеризуется параметрами p_2 , V_2 , T_2 . Давления p_1 и p_2 поддерживаются постоянными ($p_1 > p_2$).

Так как расширение газа происходит без теплообмена с окружающей средой (адиабатически), то на основании первого начала термодинамики

$$\delta Q = (U_2 - U_1) + \delta A = 0. \quad (1)$$

Внешняя работа, совершаемая газом, состоит из положительной работы при движении поршня 2 ($A_2 = p_2 V_2$) и отрицательной при движении поршня 1 ($A_1 = p_1 V_1$), т. е. $\delta A = A_2 - A_1$. Подставляя выражения для работ в формулу (1), получаем

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2. \quad (2)$$

Таким образом, в опыте Джоуля — Томсона сохраняется (остается неизменной) величина $U + pV$. Она является функцией состояния и называется энтальпией.

Ради простоты рассмотрим 1 моль газа. Подставляя в формулу (2) выражение (3) и рассчитанные из уравнения Ван-дер-Ваальса (2) значения $p_1 V_1$ и $p_2 V_2$ (символ «m» опять опускаем) и производя элементарные преобразования, получаем

$$T_2 - T_1 = \frac{2a(1/V_2 - 1/V_1) - b(p_2 - p_1)}{C_V + R} - \frac{ab(1/V_2^2 - 1/V_1^2)}{C_V + R}. \quad (3)$$

Из выражения (3) следует, что знак разности $(T_2 - T_1)$ зависит от того, какая из поправок Ван-дер-Ваальса играет большую роль. Проанализируем данное выражение, сделав допущение, что $p_2 \approx p_1$ и $V_2 \approx V_1$

1) $a \approx 0$ — не учитываем силы притяжения между молекулами, а учитываем лишь размеры самих молекул. Тогда

$$T_2 - T_1 \approx \frac{-b(p_2 - p_1)}{C_V + R} > 0,$$

т. е. газ в данном случае нагревается;

2) $b \approx 0$ — не учитываем размеров молекул, а учитываем лишь силы притяжения между молекулами. Тогда

$$T_2 - T_1 \approx \frac{2a(1/V_2 - 1/V_1)}{C_V + R} < 0,$$

т. е. газ в данном случае охлаждается;

3) учитываем обе поправки. Подставив в выражение (3) вычисленное из уравнения Ван-дер-Ваальса (2) значение p_1 имеем

$$T_2 - T_1 \approx \frac{-\frac{2a}{V_1} + \frac{bRT_1}{V_1 - b}}{C_V + R} + \frac{\frac{ba}{V_1^2} - \frac{ab}{V_1^2}}{C_V + R} = \frac{\frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}}{C_V + R}, \quad (4)$$

т. е. знак разности температур зависит от значений начального объема V_1 и начальной температуры T_1 .

Изменение температуры реального газа в результате его адиабатического расширения, или, как говорят, адиабатического дросселирования — медленного прохождения газа под действием перепада давления сквозь дроссель (например, пористую перегородку), называется эффектом Джоуля — Томсона. Эффект Джоуля — Томсона принято называть положительным, если газ в процессе дросселирования охлаждается ($\Delta T < 0$), и отрицательным, если газ нагревается ($\Delta T > 0$).

В зависимости от условий дросселирования для одного и того же газа эффект Джоуля — Томсона может быть как положительным, так и отрицательным. Температура, при которой (для данного давления) происходит изменение знака эффекта Джоуля — Томсона, называется температурой инверсии. Ее зависимость от объема получим, приравняв выражение (4) нулю:

$$T = \frac{2a}{Rb} \left(1 - \frac{b}{V} \right). \quad (5)$$

Кривая, определяемая уравнением (5), — кривая инверсии — приведена на рис. 2. Область выше этой кривой соответствует отрицательному эффекту Джоуля — Томсона, ниже — положительному. Отметим, что при больших перепадах давления на дросселе температура газа изменяется значительно. Так, при дросселировании от 20 до 0,1 МПа и начальной температуре 17° С воздух охлаждается на 35° С.

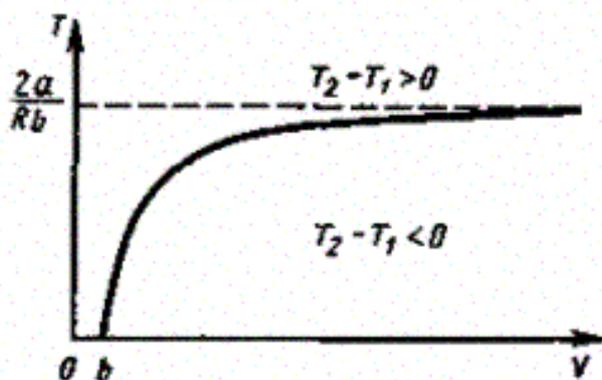


Рис. 2

Эффект Джоуля — Томсона обусловлен отклонением газа от идеальности. В самом деле, для моля идеального газа $pV_m = RT$, поэтому выражение (2) примет вид

$$C_V T_1 + RT_1 = C_V T_2 + RT_2,$$

откуда следует, что $T_1 = T_2$.

Для сжижения газов чаще применяются два промышленных метода, в основе которых используется либо эффект Джоуля — Томсона, либо охлаждение газа при совершении им работы.

40. Свойства жидкостей. Поверхностное натяжение. Смачивание

1. Строение жидкостей
2. Свободная поверхность жидкости
3. Температурная зависимость коэффициента поверхностного натяжения
4. Смачивание и несмачивание
5. Краевой угол θ

Жидкость является агрегатным состоянием вещества, промежуточным между газообразным и твердым, поэтому она обладает свойствами как газообразных, так и твердых веществ. Рентгеноструктурный анализ жидкостей показал, что характер расположения частиц жидкости промежуточен между газом и твердым телом. В газах молекулы движутся хаотично, поэтому нет никакой закономерности в их взаимном расположении. Для твердых тел наблюдается так называемый *дальний порядок* в расположении частиц, т. е. их упорядоченное расположение, повторяющееся на больших расстояниях. В жидкостях имеет место так называемый *ближний порядок* в расположении частиц, т. е. их упорядоченное расположение, повторяющееся на расстояниях, сравнимых с межатомными.

На каждую молекулу жидкости со стороны окружающих молекул действуют силы притяжения, быстро убывающие с расстоянием (см. рис. 88); следовательно, начиная с некоторого минимального расстояния силами притяжения между молекулами можно пренебречь. Это расстояние (порядка 10^{-9} м) называется радиусом молекулярного действия r , а сфера радиуса r — сферой молекулярного действия.

Выделим внутри жидкости какую-либо молекулу A (рис. 1) и проведем вокруг нее сферу радиуса r . Достаточно, согласно определению, учесть действие на данную молекулу только тех молекул, которые находятся внутри сферы молекулярного действия. Силы, с которыми эти молекулы действуют на молекулу A , направлены в разные стороны и в среднем скомпенсированы, поэтому результирующая сила, действующая на молекулу внутри жидкости

со стороны других молекул, равна нулю. Иначе обстоит дело, если молекула, например молекула B , расположена от поверхности на расстоянии, меньшем r . В данном случае сфера молекулярного действия лишь частично расположена внутри жидкости. Так как концентрация молекул в расположенном над жидкостью газе мала по сравнению с их концентрацией в жидкости, то равнодействующая сил F , приложенных к каждой молекуле поверхностного слоя, не равна нулю и направлена внутрь жидкости. Таким образом, результирующие силы всех молекул поверхностного слоя оказывают на жидкость давление, называемое молекулярным (или внутренним). Молекулярное давление не действует на тело, помещенное в жидкость, так как оно обусловлено силами, действующими только между молекулами самой жидкости.

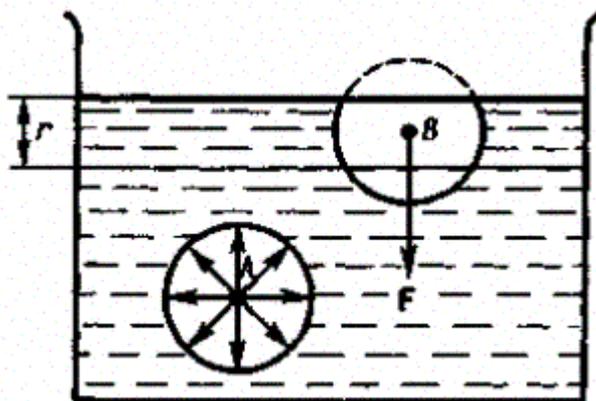


Рис. 1

Суммарная энергия частиц жидкости складывается из энергии их хаотического (теплового) движения и потенциальной энергии, обусловленной силами межмолекулярного взаимодействия. Для перемещения молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой надо затратить работу. Эта работа совершается за счет кинетической энергии молекул и идет на увеличение их потенциальной энергии. Поэтому молекулы поверхностного слоя жидкости обладают большей потенциальной энергией, чем молекулы внутри жидкости. Эта дополнительная энергия, которой обладают молекулы в поверхностном слое жидкости, называемая поверхностной энергией, пропорциональна площади слоя ΔS :

$$\Delta E = \sigma \Delta S, \quad (1)$$

где σ — поверхностное натяжение.

Так как равновесное состояние характеризуется минимумом потенциальной энергии, то жидкость при отсутствии внешних сил будет принимать такую форму, чтобы при заданном объеме она имела минимальную поверхность, т. е. форму шара. Наблюдая мельчайшие капельки, взвешенные в воздухе, можем видеть, что они действительно имеют форму шариков, но несколько искаженную из-за действия сил земного тяготения. В условиях невесомости капля любой жидкости (независимо от ее размеров) имеет сферическую форму, что доказано экспериментально на космических кораблях.

Итак, условием устойчивого равновесия жидкости является минимум поверхностной энергии. Это означает, что жидкость при заданном объеме должна иметь наименьшую площадь поверхности, т. е. жидкость стремится сократить площадь свободной поверхности. В этом случае поверхностный слой жидкости можно уподобить растянутой упругой пленке, в которой действуют силы натяжения.

Рассмотрим поверхность жидкости (рис. 2), ограниченную замкнутым контуром. Под действием сил поверхностного натяжения (направлены по касательной к поверхности жидкости и перпендикулярно участку контура, на который они действуют) поверхность жидкости сократилась и рассматриваемый контур переместился в положение, отмеченное светло-серым цветом. Силы, действующие со стороны выделенного участка на граничащие с ним участки, совершают работу

$$\Delta A = f \Delta l \Delta x,$$

где f — сила поверхностного натяжения, действующая на единицу длины контура поверхности жидкости.

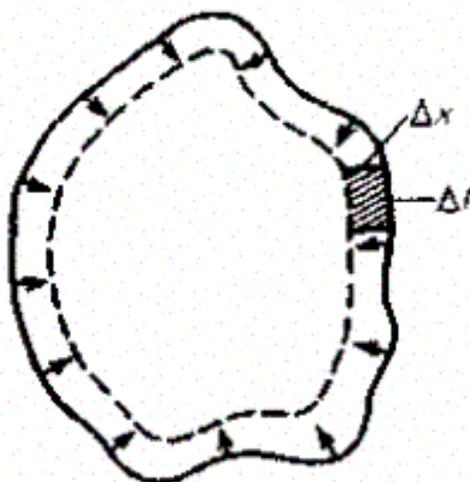


Рис. 2

Из рис. 97 видно, что $\Delta l/\Delta x = \Delta S$, т. е.

$$\Delta A = f \Delta S. \quad (2)$$

Эта работа совершается за счет уменьшения поверхностной энергии, т. е.

$$\Delta A = \Delta E. \quad (3)$$

Из сравнения выражений (1) — (3) видно, что

$$\sigma = f, \quad (4)$$

т. е. поверхностное натяжение σ равно силе поверхностного натяжения, приходящейся на единицу длины контура, ограничивающего поверхность. Единица поверхностного натяжения — *ньютон на метр* (Н/м) или *джоуль на квадратный метр* (Дж/м²). Поверхностное натяжение с повышением температуры уменьшается, так как увеличиваются средние расстояния между молекулами жидкости.

Поверхностное натяжение существенным образом зависит от примесей, имеющих в жидкостях. Вещества, ослабляющие поверхностное натяжение жидкости, называются *поверхностно-активными*. Наиболее известным *поверхностно-активным* веществом по отношению к воде является мыло. Оно сильно уменьшает ее поверхностное натяжение (примерно с $7,5 \cdot 10^{-2}$ до $4,5 \cdot 10^{-2}$ Н/м). *Поверхностно-активными* веществами, понижающими поверхностное натяжение воды, являются также спирты, эфиры, нефть и др.

Существуют вещества (сахар, соль), которые увеличивают поверхностное натяжение жидкости благодаря тому, что их молекулы взаимодействуют с молекулами жидкости сильнее, чем молекулы жидкости между собой.

СМАЧИВАНИЕ

Из практики известно, что капля воды растекается на стекле и принимает форму, изображенную на рис. 1, в то время как ртуть на той же поверхности превращается в несколько сплюснутую каплю (рис. 2). В первом случае говорят, что жидкость *смачивает* твердую поверхность, во втором —

не смачивает ее. Смачивание зависит от характера сил, действующих между молекулами поверхностных слоев соприкасающихся сред. Для смачивающей жидкости силы притяжения между молекулами жидкости и твердого тела больше, чем между молекулами самой жидкости, и жидкость стремится увеличить поверхность соприкосновения с твердым телом. Для несмачивающей жидкости силы притяжения между молекулами жидкости и твердого тела меньше, чем между молекулами жидкости, и жидкость стремится уменьшить поверхность своего соприкосновения с твердым телом.

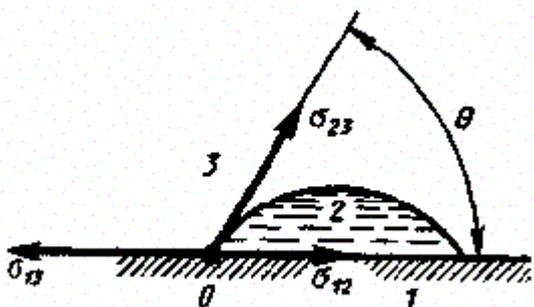


Рис. 1

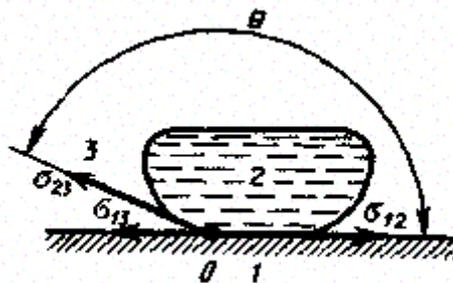


Рис. 2

К линии соприкосновения трех сред (точка O есть ее пересечение с плоскостью чертежа) приложены три силы поверхностного натяжения, которые направлены по касательной внутрь поверхности соприкосновения соответствующих двух сред (рис. 1 и 2). Эти силы, отнесенные к единице длины линии соприкосновения, равны соответствующим поверхностным натяжениям σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} . Угол θ между касательными к поверхности жидкости и твердого тела называется краевым углом.

Если угол θ — острый, т. е. жидкость смачивает твердую поверхность. Если угол θ — тупой, т. е. жидкость не смачивает твердую поверхность.

Если жидкость растекается по поверхности твердого тела, покрывая его тонкой пленкой (например, керосин на поверхности стекла), — имеет место полное смачивание (в данном случае $\theta = 0$). Если жидкость стягивается в шаровую каплю, в пределе имея с ней лишь одну точку соприкосновения (например, капля воды на поверхности парафина), — имеет место полное несмачивание (в данном случае $\theta = \pi$).

Смачивание и несмачивание являются понятиями относительными, т. е. жидкость, смачивающая одну твердую поверхность, не смачивает другую.

Например, вода смачивает стекло, но не смачивает парафин; ртуть не смачивает стекло, но смачивает чистые поверхности металлов.

Явления смачивания и несмачивания имеют большое значение в технике. Например, при механической обработке металлов их смачивают специальными жидкостями, что облегчает и ускоряет обработку.

41. Давление под искривленной поверхностью жидкости.

Капиллярные явления

1. Давление под искривленной поверхностью жидкости
2. Формула Лапласа
3. Капиллярность
4. Высота поднятия жидкости в капилляре

Если поверхность жидкости не плоская, а искривленная, то она оказывает на жидкость *избыточное (добавочное) давление*. Это давление, обусловленное силами поверхностного натяжения, для выпуклой поверхности положительно, а для вогнутой поверхности — отрицательно.

Для расчета избыточного давления предположим, что свободная поверхность жидкости имеет форму сферы радиуса R , от которой мысленно отсечен шаровой сегмент, опирающийся на окружность радиуса $r = R \sin \alpha$ (рис. 1). На каждый бесконечно малый элемент длины Δl этого контура действует сила поверхностного натяжения $\Delta F = \sigma \Delta l$, касательная к поверхности сферы. Разложив ΔF на два компонента (ΔF_1 и ΔF_2), видим, что геометрическая сумма сил ΔF_2 равна нулю, так как эти силы на противоположных сторонах контура направлены в обратные стороны и взаимно уравниваются. Поэтому равнодействующая сил поверхностного натяжения, действующих на вырезанный сегмент, направлена перпендикулярно плоскости сечения внутрь жидкости и равна алгебраической сумме составляющих ΔF_1 :

$$F = \sum \Delta F_1 = \sum \Delta F \sin \alpha = \sum \sigma \Delta l \frac{r}{R} = \frac{\sigma r}{R} \sum \Delta l = \frac{\sigma r}{R} 2\pi r.$$

Разделив эту силу на площадь основания сегмента πr^2 , вычислим избыточное давление на жидкость, создаваемое силами поверхностного натяжения и обусловленное кривизной поверхности:

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{2\sigma\pi r^2}{R\pi r^2} = \frac{2\sigma}{R}. \quad (1)$$

Если поверхность жидкости вогнутая, то можно доказать, что результирующая сила поверхностного натяжения направлена из жидкости и равна

$$\Delta p = -2\sigma/R. \quad (2)$$

Следовательно, давление внутри жидкости под вогнутой поверхностью меньше, чем в газе, на величину Δp .

Формулы (1) и (2) являются частным случаем формулы Лапласа*, определяющей избыточное давление для произвольной поверхности жидкости двоякое кривизны:

$$\Delta p = \sigma (1/R_1 + 1/R_2), \quad (3)$$

где R_1 и R_2 - радиусы кривизны двух любых взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости в данной точке. Радиус кривизны положителен, если центр кривизны соответствующего сечения находится внутри жидкости, и отрицателен, если центр кривизны находится вне жидкости.

Для сферической искривленной поверхности ($R_1 = R_2 = R$) выражение (3) переходит в (1), для цилиндрической ($R_1 = R$ и $R_2 = \infty$) — избыточное давление

$$\Delta p = \sigma (1/R + 1/\infty) = \sigma/R.$$

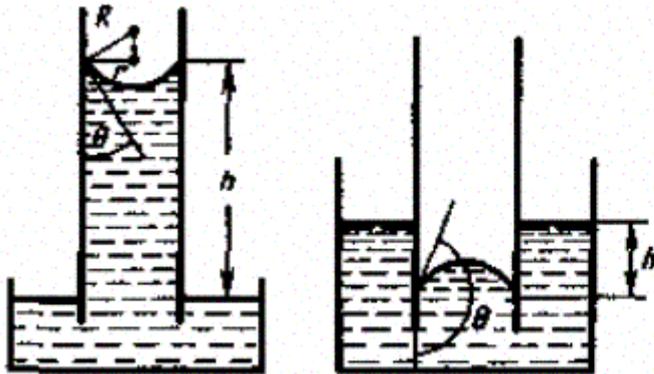
В случае плоской поверхности ($R_1 = R_2 = \infty$) силы поверхностного натяжения избыточного давления не создают.

КАПИЛЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Если поместить узкую трубку (капилляр) одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то вследствие смачивания или несмачивания

* П. Лаплас (1749—1827) — французский ученый.

жидкостью стенок капилляра кривизна поверхности жидкости в капилляре становится значительной. Если жидкость смачивает материал трубки, то внутри ее поверхность жидкости — мениск — имеет вогнутую форму, если не смачивает — выпуклую (рис. 1).



- При каком условии жидкость смачивает твердое тело? не смачивает?
- От чего зависит высота поднятия смачивающей жидкости в капилляре?

Рис. 1

Под вогнутой поверхностью жидкости появится отрицательное избыточное давление. Наличие этого давления приводит к тому, что жидкость в капилляре поднимается, так как под плоской поверхностью жидкости в широком сосуде избыточного давления нет. Если же жидкость не смачивает стенки капилляра, то положительное избыточное давление приведет к опусканию жидкости в капилляре. Явление изменения высоты уровня жидкости в капиллярах называется капиллярностью. Жидкость в капилляре поднимается или опускается на такую высоту h , при которой давление столба жидкости (гидростатическое давление) ρgh уравновешивается избыточным давлением Δp , т. е.

$$2\sigma/R = \rho gh,$$

где ρ — плотность жидкости, g — ускорение свободного падения.

Если r — радиус капилляра, θ — краевой угол, то из рис. 1 следует, что $(2\sigma \cos \theta)/r = \rho gh$, откуда

$$h = (2\sigma \cos \theta) / (\rho gh). \quad (1)$$

В соответствии с тем, что смачивающая жидкость по капилляру поднимается, а несмачивающая — опускается, из формулы (1) при $\theta < \pi/2$ ($\cos\theta > 0$) получим положительные значения A , а при $\theta > \pi/2$ ($\cos\theta < 0$) — отрицательные. Из выражения (1) видно также, что высота поднятия (опускания) жидкости в капилляре обратно пропорциональна его радиусу. В тонких капиллярах жидкость поднимается достаточно высоко. Капиллярные явления играют большую роль в природе и технике. Например, влагообмен в почве и в растениях осуществляется за счет поднятия воды по тончайшим капиллярам. На капиллярности основано действие фитилей, впитывание влаги бетоном и т. д.

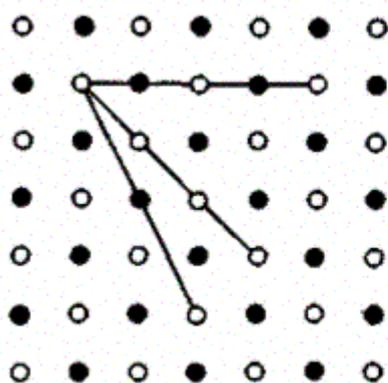
42. Твердые тела. Свойства твердых тел. Типы кристаллических твердых тел.

1. Анизотропность
2. Изотропность
3. Монокристаллы и поликристаллы
4. Типы кристаллических решеток
5. Ионные кристаллы
6. Атомные кристаллы
7. Металлические кристаллы
8. Молекулярные кристаллы

Твердые тела (кристаллы) характеризуются наличием значительных сил межмолекулярного взаимодействия и сохраняют постоянными не только свой объем, но и форму. Кристаллы имеют правильную геометрическую форму, которая, как показали рентгенографические исследования немецкого физика-теоретика М. Лауэ является результатом упорядоченного расположения частиц (атомов, молекул, ионов), составляющих кристалл. Структура, для которой характерно регулярное расположение частиц с периодической повторяемостью в трех измерениях, называется кристаллической решеткой. Точки, в которых расположены частицы, а точнее — средние равновесные положения, около которых частицы совершают колебания, называются узлами кристаллической решетки.

Кристаллические тела можно разделить на две группы: монокристаллы и поликристаллы. Монокристаллы — твердые тела, частицы которых образуют единую кристаллическую решетку. Характерной особенностью монокристаллов является их анизотропность, т. е. зависимость физических

свойств — упругих, механических, тепловых, электрических, магнитных, оптических — от направления. Анизотропия монокристаллов объясняется тем, что в кристаллической решетке различно число частиц, приходящихся на одинаковые по длине, но разные по направлению отрезки (рис. 1), т. е. плотность расположения частиц кристаллической решетки по разным направлениям неодинакова, что и приводит к различию свойств кристалла вдоль этих направлений. В поликристаллах анизотропия наблюдается только для отдельных мелких кристалликов, но их различная ориентация приводит к тому, что свойства поликристалла по всем направлениям в среднем одинаковы.



- Что такое узлы кристаллической решетки?
- В чем заключается анизотропность монокристаллов?
- Что такое капиллярность?
- Чем отличаются монокристаллы от поликристаллов?
- Как можно классифицировать кристаллы?

Рис. 1

Существует два признака для классификации кристаллов: 1) кристаллографический; 2) физический (природа частиц, расположенных в узлах кристаллической решетки, и характер сил взаимодействия между ними).

1. Кристаллографический признак кристаллов. В данном случае важна только пространственная периодичность в расположении частиц, поэтому можно отвлечься от их внутренней структуры, рассматривая частицы как геометрические точки.

Кристаллическая решетка может обладать различными видами симметрии. Симметрия кристаллической решетки — ее свойство совмещаться с собой при некоторых пространственных перемещениях, например параллельных переносах, поворотах, отражениях или их комбинациях и т. д. С переносной симметрией в трехмерном пространстве связывают понятие трехмерной периодической структуры — пространственной решетки, или решетки Бравэ, представление о которой

введено французским кристаллографом О. Бравэ (1811—1863). Всякая пространственная решетка может быть составлена повторением в трех различных направлениях одного и того же структурного элемента — элементарной ячейки. Всего существует 14 типов решеток Бравэ, различающихся по виду переносной симметрии. Они распределяются по семи кристаллографическим системам, или сингониям, представленным в порядке возрастающей симметрии в табл. 3. Для описания элементарных ячеек пользуются кристаллографическими осями координат, которые проводят параллельно ребрам элементарной ячейки, а начало координат выбирают в левом углу передней грани элементарной ячейки. Элементарная кристаллическая ячейка представляет собой параллелепипед, построенный на ребрах a , b , c с углами α , β и γ между ребрами (табл. 3). Величины a , b и c и α , β и γ называются параметрами элементарной ячейки и однозначно ее определяют.

2. Физический признак кристаллов. В зависимости от рода частиц, расположенных в узлах кристаллической решетки, и характера сил взаимодействия между ними кристаллы разделяются на четыре типа: ионные, атомные, металлические, молекулярные.

Ионные кристаллы. В узлах кристаллической решетки располагаются поочередно ионы противоположного знака. Типичными ионными кристаллами являются большинство галоидных соединений щелочных металлов (NaCl , CsCl , KBr и т. д.), а также оксидов различных элементов (MgO , CaO и т. д.). показаны на рис. 2.

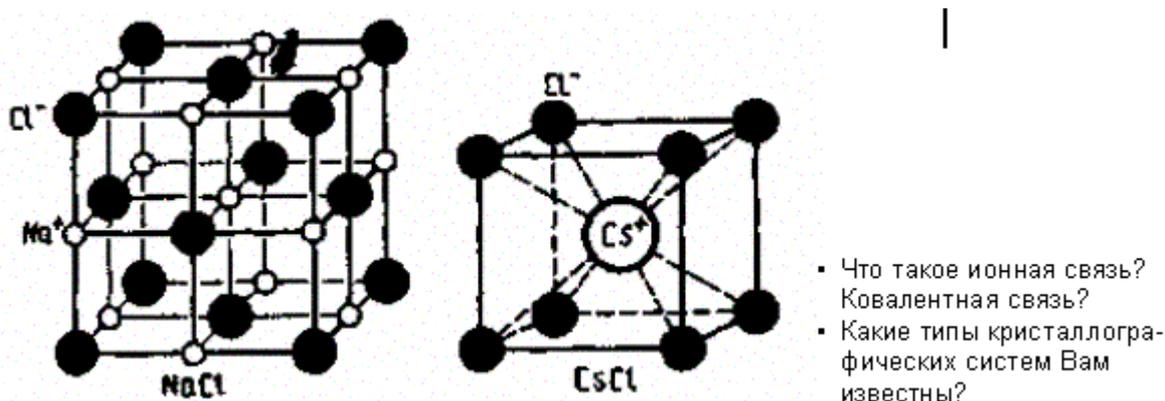


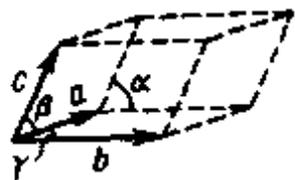
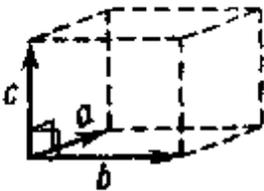
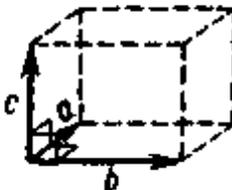
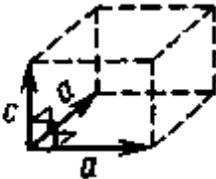
Рис. 2

Силы взаимодействия между ионами являются в основном электростатическими (кулоновскими). Связь, обусловленная кулоновскими силами притяжения между разноименно заряженными ионами, называется

ионной (или гетерополярной). В ионной решетке нельзя выделить отдельные молекулы: кристалл представляет собой как бы одну гигантскую молекулу.

Атомные кристаллы. В узлах кристаллической решетки располагаются нейтральные атомы, удерживаемые в узлах решетки гомеомольными, или ковалентными, связями квантово-механического происхождения (у соседних атомов обобществлены валентные электроны, наименее связанные с атомом). Атомными кристаллами являются алмаз и графит (два различных состояния углерода), некоторые неорганические соединения (ZnS , BeO и т. д.), а также типичные полупроводники — германий Ge и кремний Si .

Таблица 3

Кристаллографическая система	Характеристики элементарной ячейки	Форма элементарной ячейки
Триклинная	$a \neq b \neq c,$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$	
Моноклинная	$a \neq b \neq c,$ $\alpha = \beta = 90^\circ \neq \gamma$	
Ромбическая	$a \neq b \neq c,$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Тетрагональная	$a = b \neq c,$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	
Ромбоэдрическая (тригональная)	$a = b = c,$ $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	
Гексагональная	$a = b \neq c,$ $\alpha = \beta = 90^\circ,$ $\gamma = 120^\circ$	
Кубическая	$a = b = c,$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	

Металлические кристаллы. В узлах кристаллической решетки располагаются положительные ионы металла. При образовании

кристаллической решетки валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомами, отделяются от атомов и коллективизируются: они уже принадлежат не одному атому, как в случае ионной связи, и не паре соседних атомов, как в случае гомеоплярной связи, а всему кристаллу в целом. Таким образом, в металлах между положительными ионами хаотически, подобно молекулам газа, движутся «свободные» электроны, наличие которых обеспечивает хорошую электропроводность металлов. Так как металлическая связь не имеет направленного действия и положительные ионы решетки одинаковы по свойствам, то металлы должны иметь симметрию высокого порядка. Действительно, большинство металлов имеют кубическую объемно центрированную (Li, Na, K, Rb, Cs) и кубическую гранецентрированную (Si, Ag, Pt, Au) решетки. Чаще всего металлы встречаются в виде поликристаллов.

Молекулярные кристаллы. В узлах кристаллической решетки располагаются нейтральные молекулы вещества, силы взаимодействия между которыми обусловлены незначительным взаимным смещением электронов в электронных оболочках атомов. Эти силы называются ван-дер-ваальсовыми, так как они имеют ту же природу, что и силы притяжения между молекулами, приводящими к отклонению газов от идеальности. Молекулярными кристаллами являются, например, большинство органических соединений (парафин, спирт, резина и т. д.), инертные газы (He, Ar, Kr, Xe) и газы CO₂, O₂, N₂ в твердом состоянии, лед, а также кристаллы брома Br₂ иода I₂. Ван-дер-ваальсовы силы довольно слабые, поэтому молекулярные кристаллы легко деформируются.

43.Теплоемкость твердых тел. Испарение, сублимация, плавление и кристаллизация. Аморфные тела

1. Теплоемкость твердых тел
2. Закон Дюлонга-Пти
3. Плавление и кристаллизация
4. Аморфные тела

В качестве модели твердого тела рассмотрим правильно построенную кристаллическую решетку, в узлах которой частицы (атомы, ионы, молекулы), принимаемые за материальные точки, колеблются около своих положений равновесия — узлов решетки — в трех взаимно перпендикулярных направлениях. Таким образом, каждой составляющей

кристаллическую решетку частице приписывается три колебательных степени свободы, каждая из которых, согласно закону равнораспределения энергии по степеням свободы обладает энергией kT . Внутренняя энергия моля твердого тела

$$U_m = 3N_A kT = 3RT,$$

где N_A — постоянная Авогадро; $N_A k = R$ (R — молярная газовая постоянная). Молярная теплоемкость твердого тела

$$C_V = \frac{dU_m}{dT} = 3R = 25 \text{ Дж/(моль·К)}, \quad (1)$$

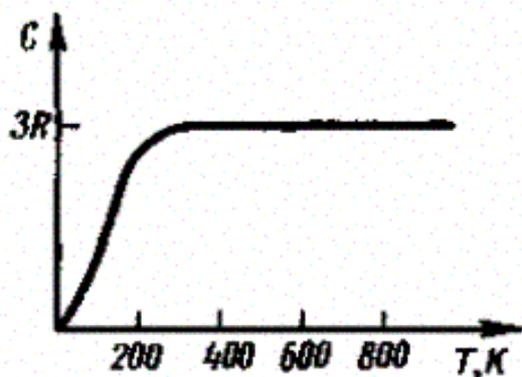
т. е. молярная (атомная) теплоемкость *химически простых тел* в кристаллическом состоянии одинакова (равна $3R$) и не зависит от температуры. Этот закон был эмпирически получен французскими учеными П. Дюлонгом (1785—1838) и Л. Пти (1791—1820) и носит название закона Дюлонга - Пти.

Если твердое тело является химическим соединением (например, NaCl), то число частиц в моле не равно постоянной Авогадро, а равно nN_A , где n — число атомов в молекуле (для NaCl число частиц в моле равно $2N_A$, так, в одном моле NaCl содержится N_A атомов Na и N_A атомов Cl). Таким образом, молярная теплоемкость *твердых химических соединений*

$$C_V = 3nR \approx 25n \text{ Дж/(моль·К)}, \quad (1)$$

т. е. равна сумме атомных теплоемкостей элементов, составляющих это соединение.

Как показывают опытные данные для многих веществ закон Дюлонга и Пти выполняется с довольно хорошим приближением, хотя некоторые вещества (C , Be , V) имеют значительные отклонения от вычисленных теплоемкостей. Кроме того, так же как и в случае газов), опыты по измерению теплоемкости твердых тел при низких температурах показали, что она зависит от температуры. Вблизи нуля кельвин теплоемкость тел пропорциональна T^3 , и только при достаточно высоких температурах, характерных для каждого вещества, выполняется условие (1). Алмаз, например, имеет теплоемкость, равную $3R$ при 1800 K ! Однако для большинства твердых тел комнатная температура является уже достаточно высокой.



▪ Как получить закон Дюлонга и Пти исходя из классической теории теплоемкости?

Расхождение опытных и теоретических значений теплоемкостей, вычисленных на основе классической теории, объяснили, исходя из квантовой теории теплоемкостей, А. Эйнштейн и П. Дебай.

ИСПАРЕНИЕ, СУБЛИМАЦИЯ, ПЛАВЛЕНИЕ И КРИСТАЛЛИЗАЦИЯ. АМОΡФНЫЕ ТЕЛА

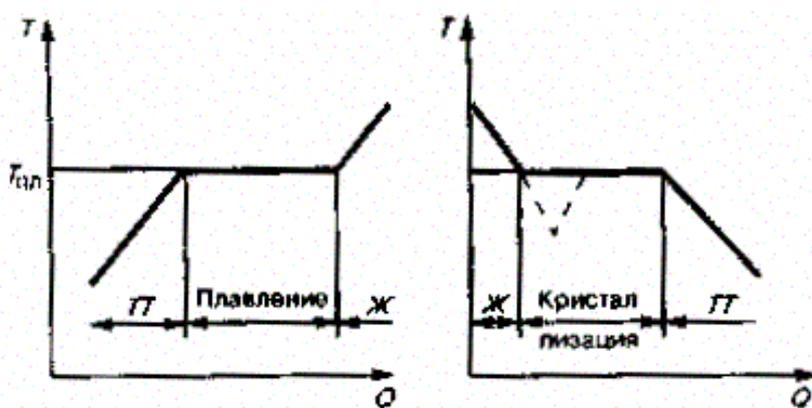
Как в жидкостях, так и в твердых телах всегда имеется некоторое число молекул, энергия которых достаточна для преодоления притяжения к другим молекулам и которые способны оторваться от поверхности жидкости или твердого тела и перейти в окружающее их пространство. Этот процесс для жидкости называется испарением (или парообразованием), для твердых тел — сублимацией (или возгонкой).

Испарение жидкостей идет при любой температуре, но его интенсивность с повышением температуры возрастает. Наряду с процессом испарения происходит компенсирующий его процесс конденсация пара в жидкость. Если число молекул, покидающих жидкость за единицу времени через единицу поверхности, равно числу молекул, переходящих из пара в жидкость, то наступает динамическое равновесие между процессами испарения и конденсации. Пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется насыщением.

Для большинства твердых тел процесс сублимации при обычных температурах незначителен и давление пара над поверхностью твердого тела мало; оно повышается с повышением температуры. Интенсивно сублимируют такие вещества, как нафталин, камфора, что обнаруживается по резкому, свойственному им запаху. Особенно интенсивно сублимация происходит в вакууме — этим пользуются для изготовления зеркал. Известный пример сублимации — превращение льда в пар — мокрое белье высыхает на морозе.

Если твердое тело нагревать, то его *внутренняя энергия* (складывается из энергии колебаний частиц в узлах решетки и энергии взаимодействия этих частиц) возрастает. При повышении температуры амплитуда колебаний частиц увеличивается до тех пор, пока кристаллическая решетка не разрушится, — твердое тело плавится. На рис. 1, а изображена примерная зависимость $T(Q)$, где Q — количество теплоты, получаемое телом при плавлении. По мере сообщения твердому телу теплоты его температура повышается, а при температуре плавления T_m начинается переход тела из твердого состояния в жидкое. Температура T_m , остается постоянной до тех пор, пока весь кристалл не расплавится, и только тогда температура жидкости вновь начнет повышаться.

Нагревание твердого тела до T_m еще не переводит его в жидкое состояние, поскольку энергия частиц вещества должна быть достаточной для разрушения кристаллической решетки. В процессе плавления теплота, сообщаемая веществу, идет на совершение работы по разрушению кристаллической решетки, а поэтому $T_{пл} = \text{const}$ до расплавления всего кристалла. Затем подводимая теплота пойдет опять-таки на увеличение энергии частиц жидкости и ее температура начнет повышаться. Количество теплоты, необходимое для расплавления 1 кг вещества, называется удельной теплотой плавления.



- Что такое насыщенный пар?
- Некоторое количество твердого вещества смешано с тем же веществом в жидком состоянии. Почему при нагревании этой смеси ее температура не поднимается?

Рис. 1

Если жидкость охлаждать, то процесс протекает в обратном направлении (рис. 1, б; Q' — количество теплоты, отдаваемое телом при кристаллизации): сначала температура жидкости понижается, затем при постоянной температуре, равной T_m , начинается кристаллизация, после ее завершения температура кристалла начнет понижаться. Для кристаллизации вещества необходимо наличие так называемых центров кристаллизации — кристаллических зародышей, которыми могут быть не только кристаллики

образующегося вещества, но и примеси, а также пыль, сажа и т. д. Отсутствие центров кристаллизации в чистой жидкости затрудняет образование микроскопических кристалликов, и вещество, оставаясь в жидком состоянии, охлаждается до температуры, меньшей температуры кристаллизации, при этом образуется переохлажденная жидкость (на рис. 1, б ей соответствует штриховая кривая). При сильном переохлаждении начинается спонтанное образование центров кристаллизации и вещество кристаллизуется довольно быстро.

Обычно переохлаждение расплава происходит от долей до десятков градусов, но для ряда веществ может достигать сотен градусов. Из-за большой вязкости сильно переохлажденные жидкости теряют текучесть, сохраняя, как и твердые тела, свою форму. Эти тела получили название аморфных твердых тел; к ним относятся смолы, воск, сургуч, стекло. Аморфные тела, являясь, таким образом, переохлажденными жидкостями, изотропны, т. е. их свойства во всех направлениях одинаковы; для них, как и для жидкостей, характерен *ближний порядок* в расположении частиц; в них в отличие от жидкостей подвижность частиц довольно мала. Особенностью аморфных тел является отсутствие у них определенной точки плавления, т. е. невозможно указать определенную температуру, выше которой можно было бы констатировать жидкое состояние, а ниже — твердое. Из опыта известно, что в аморфных телах со временем может наблюдаться процесс кристаллизации, например в стекле появляются кристаллики; оно, теряя прозрачность, начинает мутнеть и превращаться в поликристаллическое тело.

44. Электрическое поле и его основные свойства

1. Электрическое поле
2. Элементарный заряд
3. Разноименные заряды
4. Дискретность электрического заряда
5. Закон сохранения заряда

Элементарные частицы могут иметь электрический заряд, тогда они называются заряженными; взаимодействуют друг с другом с силами, которые зависят от расстояния между частицами, но превышают во много раз силы взаимного тяготения (это взаимодействие называется

электромагнитным). Электрический заряд - физическая величина, определяет интенсивность электромагнитных взаимодействий.

Существует 2 знака электрического зарядов: положительный и отрицательный. Частицы с одноименными зарядами отталкиваются, с разноименными - притягиваются. Опытным путем (1910—1914) американский физик Р. Милликен (1868—1953) показал, что электрический заряд дискретен», т. е. заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда e ($e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Электрон ($m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг) и протон ($m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг) являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов. Элементарный заряд - минимальный заряд, разделить который невозможно.

Все тела в природе способны электризоваться, т. е. приобретать электрический заряд. Электризация тел может осуществляться различными способами: соприкосновением (трением), электростатической индукцией и т. д. Всякий процесс заряджения сводится к разделению зарядов, при котором на одном из тел (или части тела) появляется избыток положительного заряда, а на другом (или другой части тела) — избыток отрицательного заряда. Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: эти заряды только перераспределяются между телами.

Из обобщения опытных данных был установлен *фундаментальный закон природы*, экспериментально подтвержденный в 1843 г. английским физиком М. Фарадеем (1791—1867), — закон сохранения заряда: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы (системы, не обменивающейся зарядами с внешними телами) остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

Электрический заряд — величина релятивистски инвариантная, т. е. не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

В зависимости от концентрации свободных зарядов тела делятся на проводники, диэлектрики и полупроводники. Проводники — тела, в которых электрический заряд может перемещаться по всему его объему. Проводники делятся на две группы: 1) проводники первого рода (металлы) — перенос в них зарядов (свободных электронов) не сопровождается химическими превращениями; 2) проводники второго рода (например, расплавленные соли, растворы кислот) — перенос в них зарядов (положительных и отрицательных ионов) ведет к химическим изменениям. Диэлектрики

(например, стекло, пластмассы) — тела, в которых практически отсутствуют свободные заряды. Полупроводники (например, германий, кремний) занимают промежуточное положение между проводниками и диэлектриками. Указанное деление тел является весьма условным, однако большое различие в них концентраций свободных зарядов обуславливает огромные качественные различия в их поведении и оправдывает поэтому деление тел на проводники, диэлектрики и полупроводники.

Единица электрического заряда (производная единица, так как определяется через единицу силы тока) — кулон (Кл) — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

45. Взаимодействие электрических зарядов. Единицы измерения.

Закон Кулона

1. Взаимодействие электрических зарядов
2. Единица электрического заряда. Закон Кулона (формула)
3. Электрическая постоянная
4. Диэлектрическая проницаемость

Закон взаимодействия *неподвижных точечных* электрических зарядов установлен в 1785 г. Ш. Кулоном с помощью крутильных весов, подобных тем, которые использовались Г. Кавендишем для определения гравитационной постоянной (ранее этот закон был открыт Г. Кавендишем, однако его работа оставалась неизвестной более 100 лет). Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является *физической абстракцией*.

Закон Кулона: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися *в вакууме*, пропорциональна зарядам Q_1 и Q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

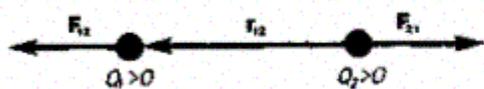
$$F = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2},$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Сила F направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению ($F < 0$) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ($F > 0$) в случае одноименных зарядов. Эта сила называется кулоновской силой. В векторной форме закон Кулона имеет вид

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r}, \quad (1)$$

где F_{12} — сила, действующая на заряд Q_1 со стороны заряда Q_2 , r_{12} — радиус-вектор, соединяющий заряд Q_2 с зарядом Q_1 , $r = |r_{12}|$ (рис. 1). На заряд Q_2 со стороны заряда Q_1 действует сила $F_{21} = -F_{12}$.



• В чем заключается закон сохранения заряда? Приведите примеры проявления закона.

Рис. 1

В СИ коэффициент пропорциональности равен

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0).$$

Тогда закон Кулона запишется в окончательном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \quad (2)$$

Величина ϵ_0 называется электрической постоянной; она относится к числу *фундаментальных физических постоянных* и равна

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2), \text{ или } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad (3)$$

где **фарад (Ф)** — единица электрической емкости (см. § 93). Тогда

$$1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}.$$

Электростатическое поле — поле, созданное неподвижными в пространстве и неизменными во времени электрическими зарядами (при

отсутствии электрических токов). Электрическое поле представляет собой особый вид материи, связанный с электрическими зарядами и передающий действия зарядов друг на друга.

Если в пространстве имеется система заряженных тел, то в каждой точке этого пространства существует силовое электрическое поле. Оно определяется через силу, действующую на пробный заряд, помещённый в это поле. Пробный заряд должен быть малым, чтобы не повлиять на характеристику электростатического поля.

Электрическое поле называют однородным, если вектор его напряжённости одинаков во всех точках поля.

Основные характеристики электростатического поля: напряжённость и потенциал. Силовые линии электростатического поля имеют следующие свойства:

1. Всегда незамкнуты: начинаются на положительных зарядах (или на бесконечности) и заканчиваются на отрицательных зарядах (или на бесконечности).
2. Не пересекаются и не касаются друг друга.
3. Линий тем больше, чем больше напряжённость, то есть напряжённость поля прямо пропорциональна количеству силовых линий, проходящих через площадку единичной площади, расположенную перпендикулярно линиям.

Напряжённость E результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна *геометрической сумме* напряжённостей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i$$

Это есть принцип суперпозиции, который позволяет рассчитать электростатические поля любой системы неподвижных зарядов, поскольку если заряды не точечные, то их можно всегда свести к совокупности точечных зарядов.

46. Напряжённость и потенциал электростатического поля

1. Пробный заряд
2. Напряжённость поля
3. Линии напряжённости

4. Поток вектора напряженности
5. Работа при перемещении заряда в электростатическом поле
6. Потенциал
7. Связь между потенциалом и напряженностью поля

Если в пространство, окружающее электрический заряд, внести другой заряд, то на него будет действовать кулоновская сила; значит, в пространстве, окружающем электрические заряды, существует силовое поле. Согласно представлениям современной физики, поле реально существует и наряду с веществом является одной из форм существования материи, посредством которого осуществляются определенные взаимодействия между макроскопическими телами или частицами, входящими в состав вещества. В данном случае говорят об электрическом поле — поле, посредством которого взаимодействуют электрические заряды. Мы будем рассматривать электрические поля, которые создаются неподвижными электрическими зарядами и называются электростатическими.

Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется *пробный точечный положительный заряд* — такой заряд, который не искажает исследуемое поле (не вызывает перераспределения зарядов, создающих поле). Если в поле, создаваемое зарядом Q , поместить пробный заряд Q_0 , то на него действует сила F , различная в разных точках поля, которая, согласно закону Кулона пропорциональна пробному заряду Q_0 . Поэтому отношение F/Q_0 не зависит от Q_0 и характеризует электростатическое поле в той точке, где пробный заряд находится. Эта величина называется напряженностью и является *силовой характеристикой электростатического поля*.

Напряженность электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/Q_0. \quad (1)$$

Напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \text{ или } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Направление вектора E совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то вектор E направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор E направлен к заряду (рис. 1).

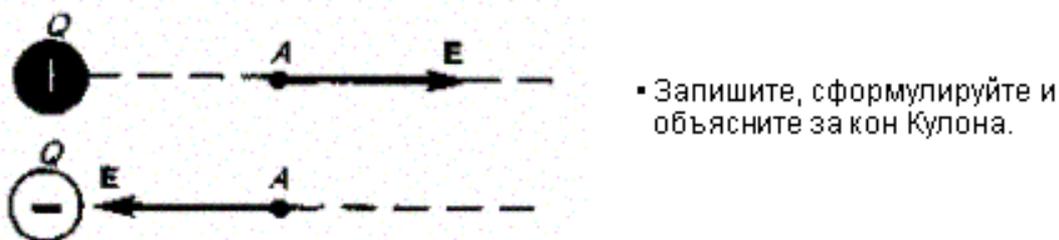


Рис. 1

Из формулы (1) следует, что единица напряженности электростатического поля — ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н; $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м}$, где В (вольт) — единица потенциала электростатического поля.

Графически электростатическое поле изображают с помощью линий напряженности — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора E (рис. 2).

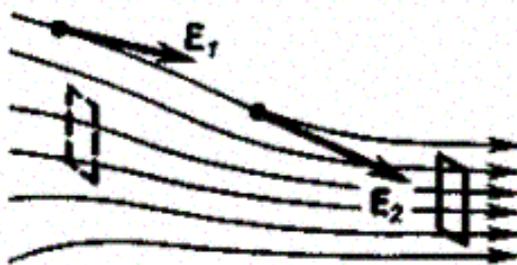


Рис. 2

Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в каждой данной точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Для однородного поля (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности. Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. 3, а), и входящие в

него, если заряд отрицателен (рис. 3, б). Вследствие большой наглядности графический способ представления электростатического поля широко применяется в электротехнике.

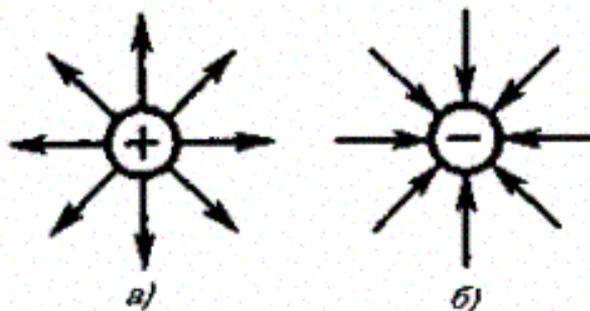
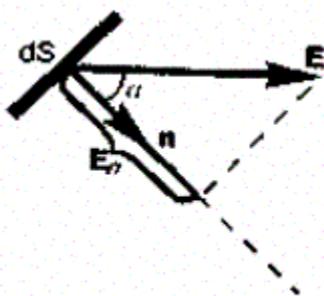


Рис. 3

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, условились про водить их с определенной густотой (рис. 2): число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора E . Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS , нормаль о которой образует угол α с вектором E , равно $E dS \cos \alpha = E_n dS$, где E_n — проекция вектора E на нормаль n к площадке dS (рис. 4).



- Какие поля называют электростатическими?
- Что такое напряженность E электростатического поля?
- Каково направление вектора напряженности E ?
Единица напряженности в СИ?

Рис. 4

Величина

$$d\Phi_E = E_n dS = E dS$$

называется потоком вектора напряженности через площадку dS . Здесь $dS = dSn$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с

направлением нормали n к площадке. Выбор направления вектора n (а следовательно, и dS) условен, так как его можно направить в любую сторону. Единица потока вектора напряженности электростатического поля — 1 В·м.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора E сквозь эту поверхность

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \oint_S E dS, \quad (3)$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S . Поток вектора E является *алгебраической величиной*: зависит не только от конфигурации поля E , но и от выбора направления n . Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается *внешняя нормаль*, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

В истории развития физики имела место борьба двух теорий: дальнего действия и ближнего действия. В теории дальнего действия принимается, что электрические явления определяются мгновенным взаимодействием зарядов на любых расстояниях. Согласно теории ближнего действия, все электрические явления определяются изменениями полей зарядов, причем эти изменения распространяются в пространстве от точки к точке с конечной скоростью. Применительно к электростатическим полям обе теории дают одинаковые результаты, хорошо согласующиеся с опытом. Переход же к явлениям, обусловленным движением электрических зарядов, приводит к несостоятельности теории дальнего действия, поэтому современной теорией взаимодействия заряженных частиц является *теория ближнего действия*.

47. Поток индукции. Теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме

1. Принцип суперпозиции электростатических полей
2. Суммарный заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности
3. Теорема Гаусса
4. Суммарный заряд, за пределами замкнутой поверхности
5. Поле равномерно заряженной сферической поверхности
6. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити)

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей можно значительно упростить, используя выведенную немецким ученым К. Гауссом (1777—1855) теорему, определяющую поток вектора напряженности электрического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность.

Поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r , охватывающую точечный заряд Q , находящийся в ее центре (рис. 1), равен

$$\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

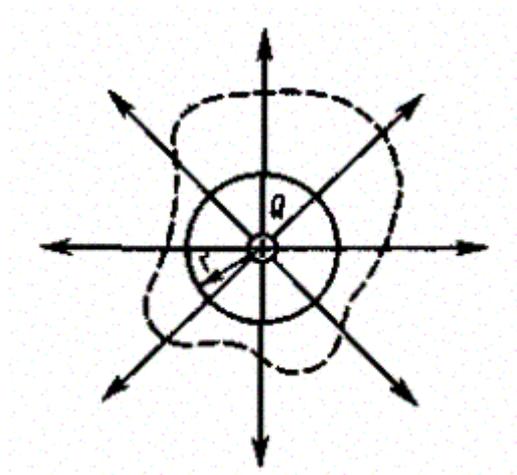


Рис. 1

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Действительно, если окружить сферу (рис. 1) произвольной замкнутой поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность.

Если замкнутая поверхность произвольной формы охватывает заряд (рис. 2), то при пересечении любой выбранной линии напряженности с поверхностью она то входит в нее, то выходит из нее.

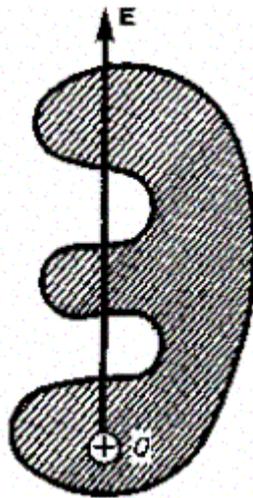


Рис. 2

Нечетное число пересечений при вычислении потока в конечном счете сводится к одному пересечению, так как поток считается положительным, если линии напряженности выходят из поверхности, и отрицательным для линий, входящих в поверхность. Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток сквозь нее равен нулю, так как число линий напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий напряженности, выходящих из нее.

Таким образом, для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд Q , поток вектора E будет равен Q/ϵ_0 , т. е.

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = Q/\epsilon_0. \quad (1)$$

Знак потока совпадает со знаком заряда Q .

Рассмотрим общий случай произвольной поверхности, окружающей n зарядов. В соответствии с принципом суперпозиции напряженность E поля, создаваемого всеми зарядами, равна сумме напряженностей E_i полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $E = \sum_i E_i$. Поэтому

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S (\sum_i \mathbf{E}_i) d\mathbf{S} = \sum_i \oint_S \mathbf{E}_i d\mathbf{S}.$$

Согласно (1), каждый из интегралов, стоящий под знаком суммы, равен Q_i/ϵ_0 . Следовательно,

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i$$

(2)

Формула (2) выражает теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток вектора напряженности электростатического поля *в вакууме* сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ϵ_0 . Эта теорема выведена математически для векторного поля любой природы русским математиком М. В. Остроградским (1801—1862), а затем независимо от него применительно к электростатическому полю — К. Гауссом.

В общем случае электрические заряды могут быть «размазаны» с некоторой объемной плотностью $\rho = dQ/dV$, различной в разных местах пространства. Тогда суммарный заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности S , охватывающей некоторый объем V ,

$$\sum_i Q_i = \int_V \rho dV. \quad (3)$$

Используя формулу (3), теорему Гаусса (2) можно записать так:

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости. Бесконечная плоскость (рис. 1) заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = dQ/dS$ — заряд, приходящийся на единицу поверхности).

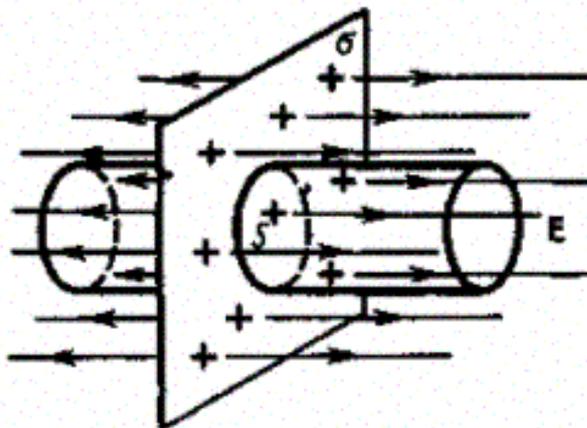


Рис. 1

Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей. Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos\alpha = 0$), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны и для основания E_n совпадает с E), т. е. равен $2ES$. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен σS . Согласно теореме Гаусса, $2ES = \sigma S/\epsilon_0$, откуда

$$E = \sigma / (2\epsilon_0). \quad (1)$$

Из формулы (1) вытекает, что E не зависит от длины цилиндра, т. е. напряженность поля на любых расстояниях одинакова по модулю, иными словами, поле равномерно заряженной плоскости *однородно*.

2. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей (рис. 2). Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными плотностями $+\alpha$ и $-\alpha$. Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. На рисунке верхние стрелки соответствуют полю от положительно заряженной плоскости, нижние — от отрицательной плоскости. Слева и справа от плоскостей поля вычитаются (линии напряженности направлены навстречу друг другу), поэтому здесь напряженность поля $E = 0$. В области между плоскостями $E = E_+ + E_-$ (E_+ и E_- определяются по формуле (1)), поэтому результирующая напряженность

$$E = \sigma / \epsilon_0. \quad (2)$$

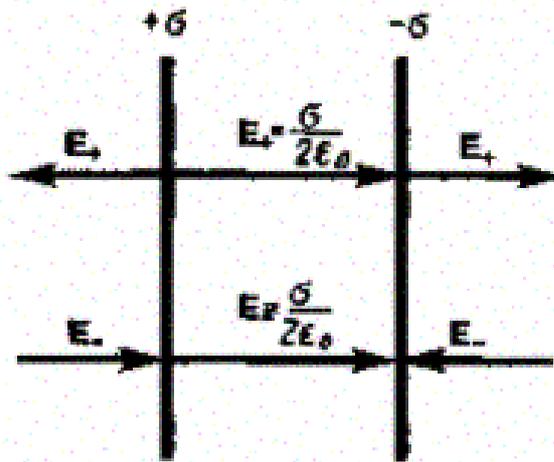


Рис. 2

Таким образом, результирующая напряженность поля в области между плоскостями описывается формулой (2), а вне объема, ограниченного плоскостями, равна нулю.

3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности. Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом Q заряжена равномерно с поверхностной плотностью $+\sigma$. Благодаря равномерному распределению заряда по поверхности поле, создаваемое им, обладает сферической симметрией. Поэтому линии напряженности направлены радиально (рис. 3).

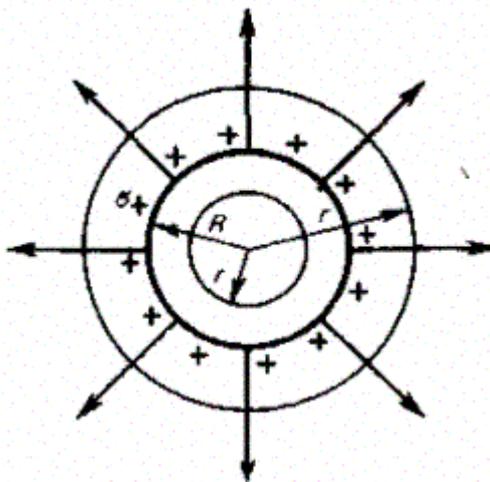


Рис. 3

Построим мысленно сферу радиуса r , имеющую общий центр с заряженной сферой. Если $r > R$, то внутрь поверхности попадает весь заряд Q , создающий рассматриваемое поле, и, по теореме Гаусса (2), $4\pi r^2 E = Q/\epsilon_0$, откуда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r \geq R). \quad (3)$$

При $r > R$ поле убывает с расстоянием r по такому же закону, как у точечного заряда. График зависимости E от r приведен на рис. 4. Если $r' < R$, то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри равномерно заряженной сферической поверхности электростатическое поле отсутствует ($E = 0$).

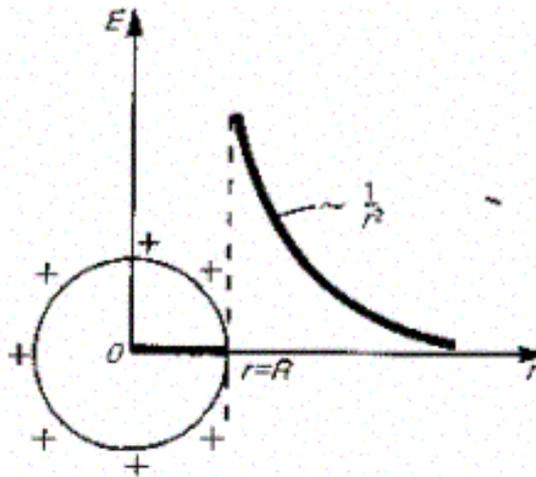


Рис. 4

4. Поле объемно заряженного шара. Шар радиуса R с общим зарядом Q заряжен равномерно с объемной плотностью ρ ($\rho = \frac{dQ}{dV}$ - заряд, приходящийся на единицу объема). Учитывая соображения симметрии, можно показать, что для напряженности поля вне шара получится тот же результат, что и в предыдущем случае (см. (3)). Внутри же шара напряженность поля будет другая. Сфера радиуса $r' < R$ охватывает заряд $Q' = 4/3\pi r'^3 \rho$. Поэтому, согласно теореме Гаусса (2), $4\pi r'^2 E = Q'/\epsilon_0 = 4/3\pi r'^3 \rho/\epsilon_0$. Учитывая, что $\rho = Q/(4/3\pi R^3)$, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r' \quad (r' \leq R). \quad (4)$$

Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного шара описывается формулой (3), а внутри его изменяется линейно с

расстоянием r согласно выражению (4). График зависимости E от r для рассмотренного случая приведен на рис. 5

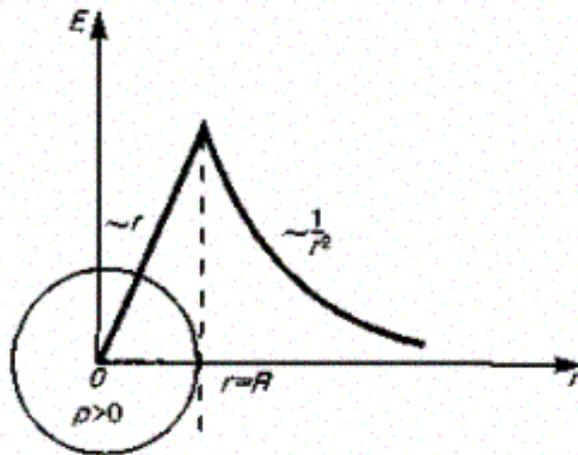


Рис. 5

5. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити). Бесконечный цилиндр радиуса R (рис. 6) заряжен равномерно с линейной плотностью τ ($\tau = \frac{dQ}{dl}$ - заряд, приходящийся на единицу длины).

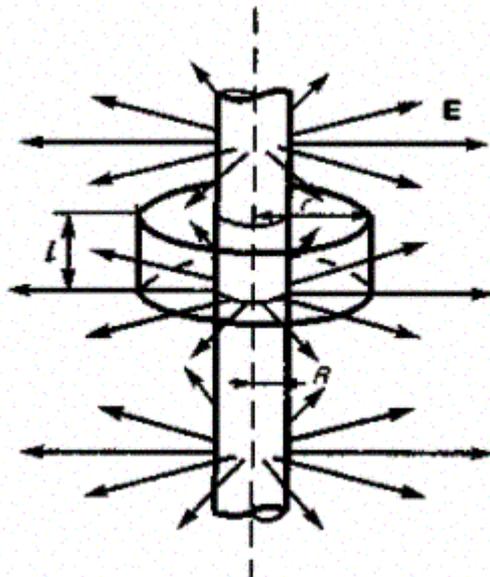


Рис. 6

Из соображений симметрии следует, что линии напряженности будут направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой плотностью во все стороны относительно оси цилиндра. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим коаксиальный с заряженным цилиндром радиуса r и высотой l . Поток вектора E сквозь торцы коаксиального цилиндра равен нулю (торцы параллельны линиям напряженности), а сквозь боковую поверхность равен $2\pi r l E$. По теореме Гаусса (2), при $r > R$ $2\pi r l E = \tau l / \epsilon_0$, откуда

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \quad (r \geq R).$$

(5)

Если $r < R$, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому в этой области $E = 0$. Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного бесконечного цилиндра определяется выражением (5), внутри же его поле отсутствует.

ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Тело, находящееся в потенциальном поле сил (а электростатическое поле является потенциальным), обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Как известно, работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии. Поэтому работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q :

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2 \quad (1)$$

откуда следует, что потенциальная энергия заряда Q_0 в поле заряда Q равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r} + C.$$

Она, как и в механике, определяется неоднозначно, а с точностью до произвольной постоянной C . Если считать, что при удалении заряда в бесконечность ($r \rightarrow \infty$) потенциальная энергия обращается в нуль ($U = 0$), то $C = 0$ и потенциальная энергия заряда Q_0 , находящегося в поле заряда Q на расстоянии r от него, равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}. \quad (2)$$

Для одноименных зарядов $Q_0Q > 0$ и потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов $Q_0Q < 0$ и потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Если поле создается системой n точечных зарядов Q_1, Q_2, \dots, Q_n , то работа электростатических сил, совершаемая над зарядом Q_0 , равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в отдельности. Поэтому потенциальная энергия U заряда Q_0 , находящегося в этом поле, равна сумме потенциальных энергий U_i каждого из зарядов:

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = Q_0 \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}. \quad (3)$$

Из формул (2) и (3) вытекает, что отношение U/Q_0 не зависит от Q_0 и является поэтому *энергетической характеристикой электростатического поля*, называемой потенциалом:

$$\varphi = U/Q_0. \quad (4)$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Из формул (4) и (2) следует, что потенциал поля, создаваемого точечным зарядом Q , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (5)$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 (см. (84.1), (84.4), (84.5)), может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (6)$$

т. е. равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках. Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

Работа сил поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 может быть записана также в виде

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 \mathbf{E} \, d\mathbf{l}, \quad (7)$$

Приравняв (6) и (7), приходим к выражению для разности потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \mathbf{E} \, d\mathbf{l} = \int_1^2 E_t \, dl, \quad (8)$$

где интегрирование можно производить вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Если перемещать заряд Q_0 из произвольной точки за пределы поля, т. е. в бесконечность, где, по условию, потенциал равен нулю, то работа сил электростатического поля, согласно (6), $A_\infty = Q_0 \varphi$, откуда

$$\varphi = A_\infty / Q_0. \quad (9)$$

Таким образом, потенциал — физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность. Эта работа численно равна работе, совершаемой внешними силами (против сил электростатического поля) по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля.

Из выражения (4) следует, что единица потенциала — вольт (В): 1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает

потенциальной энергией 1 Дж (1 В=1 Дж/Кл). Учитывая размерность вольта, можно показать, что введенная единица напряженности электростатического поля действительно равна 1 В/м: $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ Н}\cdot\text{м}/(\text{Кл}\cdot\text{м}) = 1 \text{ Дж}/(\text{Кл}\cdot\text{м}) = 1 \text{ В/м}$.

Из формул (3) и (4) вытекает, что если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической* сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}$$

НАПРЯЖЕННОСТЬ КАК ГРАДИЕНТ ПОТЕНЦИАЛА. ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Найдем взаимосвязь между напряженностью электростатического поля, являющейся его *силовой характеристикой*, и потенциалом — *энергетической характеристикой поля*. Работа по перемещению *единичного* точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси x при условии, что точки расположены бесконечно близко друг к другу и $x_1 - x_2 = dx$, равна $E_x dx$. Та же работа равна $\varphi_1 - \varphi_2 = d\varphi$. Приравняв оба выражения, можем записать

$$E_x = - \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \tag{1}$$

где символ частной производной подчеркивает, что дифференцирование производится только по x . Повторив аналогичные рассуждения для осей y и z , можем найти вектор \mathbf{E} :

$$\mathbf{E} = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right),$$

где \mathbf{i} , \mathbf{j} , \mathbf{k} — единичные векторы координатных осей x , y , z .

Из определения градиента (12.4) и (12.6) следует, что

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi, \text{ или } \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \tag{2}$$

т. е. напряженность E поля равна градиенту потенциала со знаком минус. Знак минус определяется тем, что вектор напряженности E поля направлен в *сторону убывания* потенциала.

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля, как и в случае поля тяготения, пользуются эквипотенциальными поверхностями — поверхностями, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение.

Если поле создается точечным зарядом, то его потенциал, согласно (5),

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$
. Таким образом, эквипотенциальные поверхности в данном

случае — концентрические сферы. С другой стороны, линии напряженности в случае точечного заряда — радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности в случае точечного заряда *перпендикулярны* эквипотенциальным поверхностям.

Линии напряженности *всегда нормальны* к эквипотенциальным поверхностям. Действительно, все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, поэтому работа по перемещению заряда вдоль этой поверхности равна нулю, т. е. электростатические силы, действующие на заряд, *всегда* направлены по нормальям к эквипотенциальным поверхностям. Следовательно, вектор E *всегда нормален* к эквипотенциальным поверхностям, а поэтому линии вектора E ортогональны этим поверхностям.

Эквипотенциальных поверхностей вокруг каждого заряда и каждой системы зарядов можно провести бесчисленное множество. Однако их обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше.

Итак, зная расположение линий напряженности электростатического поля, можно построить эквипотенциальные поверхности и, наоборот, по известному расположению эквипотенциальных поверхностей можно определить в каждой точке поля модуль и направление напряженности поля. На рис. для примера показан вид линий напряженности (штриховые линии) и эквипотенциальных поверхностей (сплошные линии) полей положительного

точечного заряда (а) и заряженного металлического цилиндра, имеющего на одном конце выступ, а на другом — впадину (б).

48. Электрическая емкость уединенного проводника

1. Емкость уединенного проводника (формула и единица измерения)
2. Единицы измерения электрической емкости
3. Емкость Земли
4. Заземление

Рассмотрим уединенный проводник, т. е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал прямо пропорционален заряду проводника. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют различные потенциалы. Поэтому для уединенного проводника можно записать

$$Q = C\varphi.$$

Величину

$$C = Q/\varphi \quad (1)$$

называют емкостью (или просто емкостью) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщением которого проводнику изменяет его потенциал на единицу

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала.

Единица емкости — фарад (Ф): 1 Ф — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

Согласно потенциал уединенного шара радиуса R , находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\epsilon R}$$

Используя формулу (1), получим, что емкость шара

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (2)$$

Отсюда следует, что емкостью 1 Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус $R = C/(4\pi\epsilon_0) \approx 9 \cdot 10^6$ км, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (емкость Земли $C \approx 0,7$ мФ). Следовательно, фарад — очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы — миллифарад (мФ), микрофарад (мкФ), нанофарад (нФ), пикофарад (пФ). Из формулы (2) вытекает также, что единица электрической постоянной ϵ_0 — фарад на метр (Ф/м)

49. Конденсаторы и их емкость. Энергия электростатического поля

1. Практическое значение конденсаторов
2. Плоский конденсатор и его емкость
3. Напряженность и разность потенциалов между обкладками конденсаторов
4. Определение для диэлектрической проницаемости относительно емкости
5. Сферический конденсатор и его емкость
6. Цилиндрический конденсатор и его емкость
7. Энергия электрического поля

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре

между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют: 1) две плоские пластины; 2) два коаксиальных цилиндра; 3) две концентрические сферы. Поэтому в зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на плоские, цилиндрические и сферические.

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и кончаются на другой, поэтому свободные заряды, возникающие на разных обкладках, являются равными по модулю разноименными зарядами. Под емкостью конденсатора понимается физическая величина, равная отношению заряда Q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов $(\varphi_1 - \varphi_2)$ между его обкладками:

$$C = Q / (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1)$$

Рассчитаем емкость плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды $+Q$ и $-Q$. При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов между ними,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sigma d / (\epsilon_0 \epsilon), \quad (2)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость. Тогда из формулы (1), заменяя $Q = \sigma S$ с учетом (2) получим выражение для емкости плоского конденсатора:

$$C = \epsilon_0 \epsilon S / d. \quad (3)$$

Для определения емкости цилиндрического конденсатора, состоящего из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами r_1 и r_2 ($r_2 > r_1$), вставленных один в другой, опять пренебрегая краевыми эффектами, считаем поле радиально-симметричным и сосредоточенным между цилиндрическими обкладками. Разность потенциалов между обкладками вычислим по формуле

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

для поля равномерно заряженного бесконечного цилиндра с линейной плотностью $\tau = Q/l$ (l — длина обкладок). При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0\epsilon l} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (1), получим выражение для емкости цилиндрического конденсатора:

$$C = 2\pi\epsilon_0\epsilon l / \ln (r_2/r_1). \quad (5)$$

Для определения емкости сферического конденсатора, состоящего из двух concentрических обкладок, разделенных сферическим слоем диэлектрика, используем формулу

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

для разности потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 ($r_2 > r_1$) от центра заряженной сферической поверхности. При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Подставив (6) в

(1), получим

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \quad (6) \quad (7)$$

Если $d = r_2 - r_1 \ll r_1$ то $r_2 \approx r_1 \approx r$ и $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r^2/d$. Так как $4\pi r^2$ — площадь сферической обкладки, то получаем формулу (3). Таким образом, при малой величине зазора по сравнению с радиусом сферы выражения для емкости сферического и плоского конденсаторов совпадают. Этот вывод справедлив и для цилиндрического конденсатора: при малом зазоре между цилиндрами по сравнению с их радиусами в формуле (5) $\ln (r_2/r_1)$ можно разложить в ряд, ограничиваясь только членом первого порядка. В результате опять приходим к формуле (3)

Из формул (3), (5) и (7) вытекает, что емкость конденсаторов любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Поэтому

применение в качестве прослойки сегнетоэлектриков значительно увеличивает емкость конденсаторов.

Конденсаторы характеризуются пробивным напряжением — разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит пробой — электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q , C , φ . Увеличим заряд этого проводника на dQ . Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \varphi dQ = C\varphi d\varphi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до φ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = C\varphi^2/2.$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = C\varphi^2/2 = Q\varphi/2 = Q^2/(2C).$$

где $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ - заряд проводника.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая равна

$$W = C (\Delta\varphi)^2/2 = Q\Delta\varphi/2 = Q^2/(2C),$$

где Q — заряд конденсатора, C — его емкость, $\Delta\varphi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Преобразуем последнюю формулу, выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \epsilon_0\epsilon S/d$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\varphi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V,$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора. Эта формула показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — *напряженность* E .

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

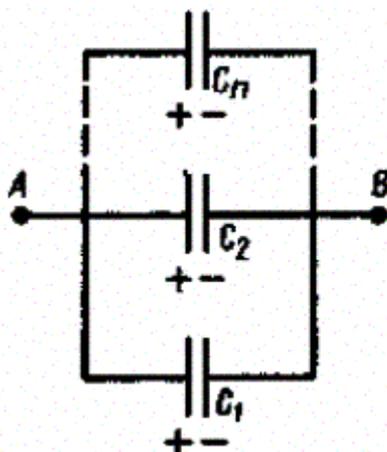
$$w = W/V = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2 = ED/2.$$

50. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов

1. Последовательное соединение конденсаторов
2. Параллельное соединение конденсаторов
3. Емкость при сложном соединении (одновременно последовательное и параллельное соединение) конденсаторов
4. Энергия электрического поля

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединения.

1. Параллельное соединение конденсаторов (рис. 1).



- Три одинаковых конденсатора один раз соединены последовательно, другой — параллельно. Во сколько раз и когда емкость батареи будет больше?
- Может ли электростатика ответить на вопрос: где локализована энергия и что является ее носителем — заряды или поле? Почему?

Рис. 1

У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна $\varphi_A - \varphi_B$. Если емкости отдельных конденсаторов C_1, C_2, \dots, C_n , то, согласно (1), их заряды равны

$$Q_1 = C_1 (\varphi_A - \varphi_B),$$

$$Q_2 = C_2 (\varphi_A - \varphi_B),$$

$$\dots \dots \dots$$

$$Q_n = C_n (\varphi_A - \varphi_B),$$

а заряд батареи конденсаторов

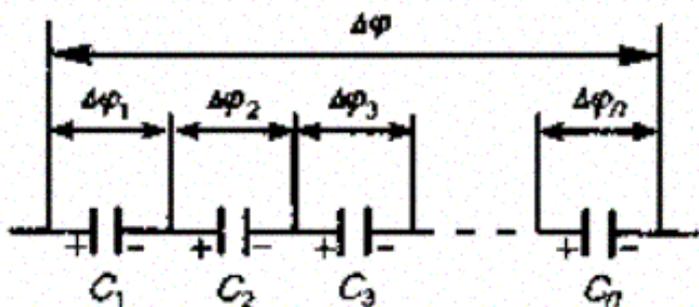
$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) (\varphi_A - \varphi_B).$$

Полная емкость батареи

$$C = Q/(\varphi_A - \varphi_B) = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i,$$

т. е. при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

2. Последовательное соединение конденсаторов (рис. 2).



• Выведите формулы для энергии заряженного конденсатора, выражая ее через за ряд на обкладках конденсатора и через напряженность поля.

Рис. 2

У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i,$$

где для любого из рассматриваемых конденсаторов $\Delta\varphi_i = Q/C_i$. С другой стороны,

$$\Delta\varphi = Q/C = Q \sum_{i=1}^n (1/C_i),$$

откуда

$$1/C = \sum_{i=1}^n (1/C_i),$$

т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям. Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q , C , φ . Увеличим заряд этого проводника на dQ . Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \varphi dQ = C\varphi d\varphi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до φ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = C\varphi^2/2.$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = C\varphi^2/2 = Q\varphi/2 = Q^2/(2C).$$

где $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ - заряд проводника.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая равна

$$W = C (\Delta\varphi)^2/2 = Q\Delta\varphi/2 = Q^2/(2C),$$

где Q — заряд конденсатора, C — его емкость, $\Delta\varphi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Преобразуем последнюю формулу, выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \epsilon_0 \epsilon S/d$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\phi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V,$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора. Эта формула показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — *напряженность* E .

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = W/V = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2 = ED/2.$$

Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q , C , ϕ . Увеличим заряд этого проводника на dQ . Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \phi dQ = C\phi d\phi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до ϕ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\phi} C\phi d\phi = C\phi^2/2.$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = C\phi^2/2 = Q\phi/2 = Q^2/(2C).$$

где $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ - заряд проводника.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая равна

$$W = C (\Delta\phi)^2/2 = Q\Delta\phi/2 = Q^2/(2C),$$

где Q — заряд конденсатора, C — его емкость, $\Delta\varphi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Преобразуем последнюю формулу, выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \epsilon_0\epsilon S/d$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\varphi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} V,$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора. Эта формула показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — *напряженность* E .

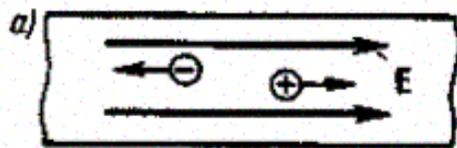
Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = W/V = \epsilon_0\epsilon E^2/2 = ED/2.$$

51. Постоянный электрический ток и параметры характеризующие его

1. Сила тока (определение, математическое выражение, единица измерения)
2. Условия возникновения электрического тока
3. Плотность тока
4. Постоянный электрический ток
5. Электродвижущая сила

Электрическим током называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. В проводнике под действием приложенного электрического поля E свободные электрические заряды перемещаются: положительные — по полю, отрицательные — против поля (рис. 1, *a*), т. е. в проводнике возникает электрический ток, называемый током проводимости. Если же упорядоченное движение электрических зарядов осуществляется перемещением в пространстве заряженного макроскопического тела (рис. 1, *б*), то возникает так называемый конвекционный ток.



- Что называется силой тока? плотностью тока? Каковы их единицы? (Дать определения.)
- Назовите условия возникновения и существования электрического тока.

Рис. 1

Для возникновения и существования электрического тока необходимо, с одной стороны, наличие свободных носителей тока — заряженных частиц, способных перемещаться упорядоченно, а с другой — наличие электрического поля, энергия которого, каким-то образом восполняясь, расходовалась бы на их упорядоченное движение. За направление тока условно принимают направление движения *положительных зарядов*.

Количественной мерой электрического тока служит сила тока I — скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = Q/t,$$

где Q — электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника. Единица силы тока — ампер (А).

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется плотностью тока:

$$j = \frac{dI}{dS_1}.$$

Выразим силу и плотность тока через скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения зарядов в проводнике. Если концентрация носителей тока равна n и

каждый носитель имеет элементарный заряд e (что не обязательно для ионов), то за время Δt через поперечное сечение S проводника переносится заряд

$\Delta Q = ne \langle v \rangle S \Delta t$. Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = ne \langle v \rangle S,$$

а плотность тока

$$\mathbf{j} = ne \langle \mathbf{v} \rangle. \quad (1)$$

Плотность тока — *вектор*, ориентированный по направлению тока, т. е. направление вектора \mathbf{j} совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов. Единица плотности тока — ампер на метр в квадрате (А/м^2).

Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора \mathbf{J} , т. е.

$$I = \int_S \mathbf{j} d\mathbf{S}, \quad (2)$$

где $d\mathbf{S} = n dS$ (n — единичный вектор нормали к площадке dS , составляющей с вектором \mathbf{j} угол α).

Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей (они предполагаются положительными) от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Это приведет к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и к исчезновению электрического поля. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называются источниками тока. Силы *неэлектростатического происхождения*, действующие на заряды со стороны источников тока, называются сторонними.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора и т. п. Роль источника

тока в электрической цепи, образно говоря, такая же, как роль насоса, который необходим для перекачивания жидкости в гидравлической системе. Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Сторонние силы совершают работу по перемещению электрических зарядов. Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (э.д.с.), действующей в цепи:

$$\mathcal{E} = A/Q_0 \quad (3)$$

Эта работа производится за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину \mathcal{E} можно также называть электродвижущей силой источника тока, включенного в цепь. Часто, вместо того чтобы сказать: «в цепи действуют сторонние силы», говорят: «в цепи действует э. д. с.», т. е. термин «электродвижущая сила» употребляется как характеристика сторонних сил. Э.д.с., как и потенциал, выражается в вольтах .

Сторонняя сила $F_{ст}$, действующая на заряд Q_0 . может быть выражена как

$$F_{ст} = E_{ст} Q_0,$$

где E — напряженность поля сторонних сил. Работа же сторонних сил по перемещению заряда Q_0 на замкнутом участке цепи равна

$$A = \oint F_{ст} dl = Q_0 \oint E_{ст} dl. \quad (4)$$

Разделив (4) на Q_0 , получим выражение для э. д. с., действующей в цепи:

$$\mathcal{E} = \oint E_{ст} dl,$$

т. е. э.д.с., действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил. Э.д.с., действующая на участке 1 -2, равна

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l}. \quad (5)$$

На заряд Q_0 помимо сторонних сил действуют также силы электростатического поля $F_e = Q_0 E$. Таким образом, результирующая сила, действующая в цепи на заряд Q_0 , равна

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{ст}} + \mathbf{F}_e = Q_0(\vec{\mathbf{E}}_{\text{ст}} + \vec{\mathbf{E}}).$$

Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом Q_0 на участке 1—2, равна

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l} + Q_0 \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l}.$$

Тогда можем записать

$$A_{12} = Q_0 \mathcal{E}_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (6)$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю, поэтому в данном случае $A_{12} = Q_0 \xi_{12}$

Напряжением U на участке 1—2 называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи. Таким образом,

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует э.д.с., т. е. сторонние силы отсутствуют.

52. Закон Ома. Сопротивление проводников

1. Закон Ома для однородного участка цепи
2. Сопротивление проводника. Единица измерения сопротивления
3. Удельное электрическое сопротивление

4. Закон Ома для неоднородного участка цепи
5. Короткое замыкание

Немецкий физик Г. Ом (1787,—1854) экспериментально установил, что сила тока I , текущего по однородному металлическому проводнику (т. е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника:

$$I=U/R, \quad (1)$$

где R — электрическое сопротивление проводника. Уравнение (1) выражает закон Ома для участка цепи (не содержащего источника тока. Формула (1) позволяет установить единицу сопротивления — ом (Ом): 1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток 1 А. Величина

$$G=1/R$$

называется электрической проводимостью проводника. Единица проводимости — сименс (См): 1 См — проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом. Сопротивление проводников зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Для однородного линейного проводника сопротивление R прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S :

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2)$$

где ρ — коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый удельным электрическим сопротивлением. Единица удельного электрического сопротивления — ом-метр (Ом·м).

Закон Ома можно представить в дифференциальной форме. Подставив выражение для сопротивления (2) в закон Ома (1), получим

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}, \quad (3)$$

где величина, обратная удельному сопротивлению,

$$\gamma = 1/\rho$$

называется удельной электрической проводимостью вещества проводника. Ее единица — сименс на метр (См/м). Учитывая, что $U/l = E$ — напряженность электрического поля в проводнике, $I/S = j$ — плотность тока, формулу (3) можно записать в виде

$$j = \gamma E. \quad (4)$$

Так как в изотропном проводнике носители тока в каждой точке движутся в направлении вектора E , то направления j и E совпадают. Поэтому формулу (4) можно записать в виде

$$j = \gamma E. \quad (5)$$

Выражение (5) — закон Ома в дифференциальной форме, связывающий плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в этой же точке. Это соотношение справедливо и для переменных полей.

Мы рассматривали закон Ома для однородного участка цепи, т. е. такого, в котором не действует э.д.с. (не действуют сторонние силы). Теперь рассмотрим неоднородный участок цепи, где действующую э.д.с. на участке 1—2 обозначим через ξ_{12} , а приложенную на концах участка разность потенциалов — через $\varphi_1 - \varphi_2$.

Если ток проходит по *неподвижным* проводникам, образующим участок 1—2, то работа A_{12} всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока, по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте, выделяющейся на участке. Работа сил, совершаемая при перемещении заряда Q_0 на участке 1—2, равна

$$A_{12} = Q_0 \xi_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (6)$$

Э.д.с. ξ_{12} , как и сила тока I , — величина скалярная. Ее необходимо брать либо с положительным, либо с отрицательным знаком в зависимости от знака работы, совершаемой сторонними силами. Если э.д.с. способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении (в направлении 1—2), то $\xi_{12} > 0$. Если э.д.с. препятствует движению положительных зарядов в данном направлении, то $\xi_{12} < 0$. За время t в проводнике выделяется теплота

$$Q = I^2 R t = IR (It) = IRQ_0. \quad (7)$$

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12},$$

откуда

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}. \quad (8)$$

Выражение (8) представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме, который является обобщенным законом Ома.

Если на данном участке цепи *источник тока отсутствует* ($\mathcal{E}_{12} = 0$), то из (8) приходим к *закону Ома для однородного участка цепи* :

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2) / R = U / R$$

(при отсутствии сторонних сил напряжение на концах участка равно разности потенциалов. Если же электрическая цепь *замкнута*, то выбранные точки 1 и 2 сопадают, $\varphi_1 = \varphi_2$, тогда из (8) получаем *закон Ома для замкнутой цепи*:

$$I = \mathcal{E} / R,$$

где \mathcal{E} — э.д.с., действующая в цепи, R — суммарное сопротивление всей цепи. В общем случае $R = r + R_1$, где r — внутреннее сопротивление источника тока, R_1 — сопротивление внешней цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой цепи будет иметь вид

$$I = \mathcal{E} / (r + R_1).$$

Если цепь *разомкнута* и, следовательно, в ней ток отсутствует ($I = 0$), то из закона Ома (8) получим, что $\mathcal{E}_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$, э.д.с., действующая в разомкнутой цепи, равна разности потенциалов на ее концах. Следовательно, для того чтобы найти э.д.с. источника тока, надо измерить разность потенциалов на его клеммах при разомкнутой цепи.

Когда сопротивление нагрузки меньше внутреннего сопротивления источника питания происходит короткое замыкание. Короткое замыкание — электрическое соединение двух точек электрической цепи с различными значениями потенциала, не предусмотренное конструкцией устройства и

нарушающее его нормальную работу. Короткое замыкание может возникать в результате нарушения изоляции токоведущих элементов или механического соприкосновения неизолированных элементов.

При коротком замыкании резко и многократно возрастает сила тока, протекающего в цепи, что, согласно закону Джоуля — Ленца приводит к значительному тепловыделению, и, как следствие, возможно расплавление электрических проводов, с последующим возникновением возгорания и распространением пожара.

53. Сверхпроводимость. Законы Джоуля-Ленца и Видемана-Франца

1. Температурная зависимость сопротивления проводников
2. Сверхпроводимость
3. Закон Джоуля-Ленца
4. Закон Видемана-Франца

Опыт показывает, что в первом приближении изменение удельного сопротивления, а значит и сопротивления, с температурой описывается линейным законом:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad R = R_0 (1 + \alpha t),$$

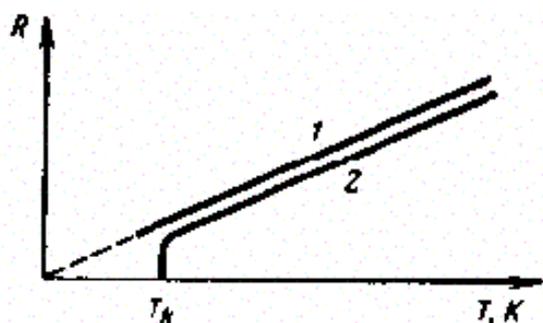
где ρ и ρ_0 , R и R_0 — соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при t и 0 °С, α — температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низких температурах) близкий к $1/273$ К⁻¹. Следовательно, температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде

$$R = \alpha R_0 T,$$

где T — термодинамическая температура.

Качественный ход температурной зависимости сопротивления металла представлен на рис. 1 (кривая 1). Впоследствии было обнаружено, что сопротивление многих металлов (например, Al, Pb, Zn и др.) и их сплавов при очень низких температурах T_k (0,4—20 К), называемых критическими, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля (кривая 2), т. е. металл становится абсолютным проводником. Впервые это явление, названное сверхпроводимостью, обнаружено в 1911 г. Г.

Камерлинг-Оннесом для ртути. Явление сверхпроводимости объясняется на основе квантовой теории. Практическое использование сверхпроводящих материалов (в обмотках сверхпроводящих магнитов, в системах памяти ЭВМ и др.) затруднено из-за их низких критических температур. В настоящее время обнаружены и активно исследуются керамические материалы, обладающие сверхпроводимостью при температуре выше 100 К.



- В чем заключается явление сверхпроводимости? Каковы его перспективы?
- На чем основано действие термометров сопротивления?

Рис. 1

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие термометров сопротивления, которые позволяют по градуированной взаимосвязи сопротивления от температуры измерять температуру с точностью до 0,003 К. Термометры сопротивления, в которых в качестве рабочего вещества используются полупроводники, изготовленные по специальной технологии, называются термисторами. Они позволяют измерять температуры с точностью до миллионных долей кельвин.

Итак, трудность достижения сверхпроводимости - необходимость сильного охлаждения вещества.

Область применения:

- получение сильных магнитных полей;
- мощные электромагниты со сверхпроводящей обмоткой в ускорителях и генераторах.

В настоящий момент в энергетике существует большая проблема-большие потери электроэнергии при передаче ее по проводам. Возможное решение проблемы- при сверхпроводимости сопротивление проводников приблизительно равно 0 и потери энергии резко уменьшаются.

Вещество с самой высокой температурой сверхпроводимости

В 1988 г. США, при температуре -148°C было получено явление сверхпроводимости. Проводником служила смесь оксидов таллия, кальция, бария и меди – $\text{Tl}_2\text{Ca}_2\text{Ba}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$.

Законы Джоуля-Ленца и Видемана-Франца

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение U . За время dt через сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. Так как ток представляет собой перемещение заряда dq под действием электрического поля, то, по формуле (84.6), работа тока

$$\mathbf{dA = Udq = IUdt.} \tag{1}$$

Если сопротивление проводника R , то, используя закон Ома, получим

$$\mathbf{dA = I^2Rdt = \frac{U^2}{R} dt.} \tag{2}$$

Из (1) и (2) следует, что мощность тока

$$\mathbf{P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2R = U^2/R.} \tag{3}$$

Если сила тока выражается в амперах, напряжение — в вольтах, сопротивление — в омах, то работа тока выражается в джоулях, а мощность — в ваттах. На практике применяются также внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч — работа тока мощностью 1 Вт в течение 1 ч; $1 \text{ Вт}\cdot\text{ч} = 3600 \text{ Вт}\cdot\text{с} = 3,6\cdot 10^3 \text{ Дж}$; $1 \text{ кВт}\cdot\text{ч} = 10^3 \text{ Вт}\cdot\text{ч} = 3,6\cdot 10^6 \text{ Дж}$.

Если ток проходит по *неподвижному* металлическому проводнику, то вся работа тока идет на его нагревание и, по закону сохранения энергии,

$$\mathbf{dQ = dA.} \tag{4}$$

Таким образом, используя выражения (4), (1) и (2), получим

$$\mathbf{dQ = IUdt = I^2Rdt = \frac{U^2}{R} dt.} \tag{5}$$

Выражение (5) представляет собой закон Джоуля — Ленца, экспериментально установленный независимо друг от друга Дж. Джоулем и Э. Х. Ленцем¹.

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем $dV = dSdl$ (ось цилиндра совпадает с направлением тока), сопротивление которого $R = \rho \frac{dl}{dS}$. По закону Джоуля — Ленца, за время Δt в этом объеме выделится теплота

$$dQ = I^2 R dt = \frac{\rho dl}{dS} (j dS)^2 dt = \rho j^2 dV dt.$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называется удельной тепловой мощностью тока. Она равна

$$w = \rho j^2. \quad (6)$$

Используя дифференциальную форму закона Ома ($j = \gamma E$) и соотношение $\rho = 1/\gamma$, получим

$$w = jE = \gamma E^2. \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) являются обобщенным выражением закона Джоуля — Ленца в дифференциальной форме, пригодным для любого проводника.

Из опыта известно, что наряду с высокой электропроводностью металлы отличаются также большой теплопроводностью. Видеман и Франц установили в 1853 г. эмпирический закон, согласно которому отношение коэффициента теплопроводности к коэффициенту электропроводности для всех металлов приблизительно одинаково и изменяется пропорционально абсолютной температуре.

$$\frac{\kappa}{\gamma} = \beta T, \text{ где } \beta = 3 \left(\frac{\kappa}{e} \right)^2 = 2,23 \cdot 10^{-8} \quad (8)$$

κ -постоянная Больцмана, e -заряд электрона

Способностью проводить тепло обладают и неметаллические кристаллы. Однако теплопроводность металлов значительно превосходит теплопроводность диэлектриков. Из этого можно заключить, что

¹ Э. Х. Ленц (1804—1865) — русский физик.

теплопередача в металлах осуществляется в основном не кристаллической решеткой, а электронами.

54. Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

1. Разветвленные цепи
2. Узел
3. Первое правило Кирхгофа
4. Замкнутый контур
5. Второе правило Кирхгофа

Обобщенный закон Ома позволяет рассчитать практически любую сложную цепь. Однако непосредственный расчет разветвленных цепей, содержащих несколько замкнутых контуров довольно сложен. Эта задача решается более просто с помощью двух правил Кирхгофа².

Любая точка разветвления цепи, в которой сходится не менее трех проводников с током, называется узлом. При этом ток, входящий в узел, считается положительным, а ток, выходящий из узла, — отрицательным.

Первое правило Кирхгофа: алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_k I_k = 0.$$

Например, для рис. 1 первое правило Кирхгофа запишется так:

$$I_1 - I_2 + I_3 - I_4 - I_5 = 0.$$

Первое правило Кирхгофа вытекает из закона сохранения электрического заряда. Действительно, в случае установившегося постоянного тока ни в одной точке проводника и ни на одном его участке не должны накапливаться электрические заряды. В противном случае токи не могли бы оставаться постоянными.

² Г. Кирхгоф (1824—1887) — немецкий физик.

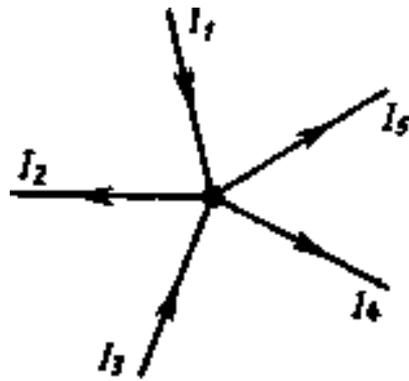


Рис. 1

Второе правило Кирхгофа получается из обобщенного закона Ома для разветвленных цепей. Рассмотрим контур, состоящий из трех участков (рис. 2).

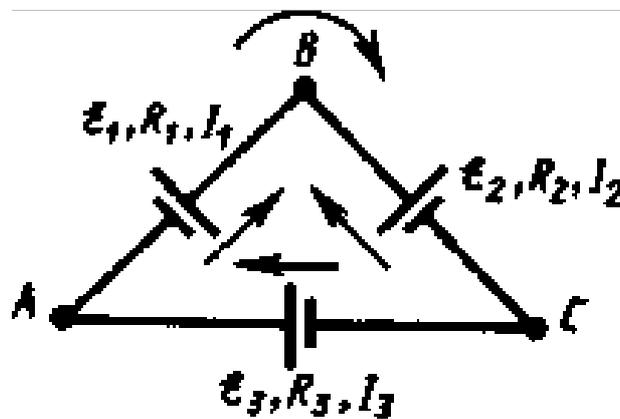


Рис. 2

Направление обхода по часовой стрелке примем за положительное, отметив, что выбор этого направления совершенно произволен. Все токи, совпадающие по направлению с направлением обхода контура, считаются положительными, не совпадающие с направлением обхода — отрицательными. Источники тока считаются положительными, если они создают ток, направленный в сторону обхода контура. Применяя к участкам закон Ома, можно записать:

$$\begin{cases} I_1 R_1 = \varphi_A - \varphi_B + \mathcal{E}_1, \\ -I_2 R_2 = \varphi_B - \varphi_C - \mathcal{E}_2, \\ I_3 R_3 = \varphi_C - \varphi_A + \mathcal{E}_3. \end{cases}$$

Складывая почленно эти уравнения, получим

$$I_1 R_1 - I_2 R_2 + I_3 R_3 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3. \quad (1)$$

Уравнение (1) выражает второе правило Кирхгофа: в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений сил токов I_i на сопротивления R_i , соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме э.д.с. ξ_k , встречающихся в этом контуре:

$$\sum_i I_i R_i = \sum_k \mathcal{E}_k \quad (2)$$

При расчете сложных цепей постоянного тока с применением правил Кирхгофа необходимо:

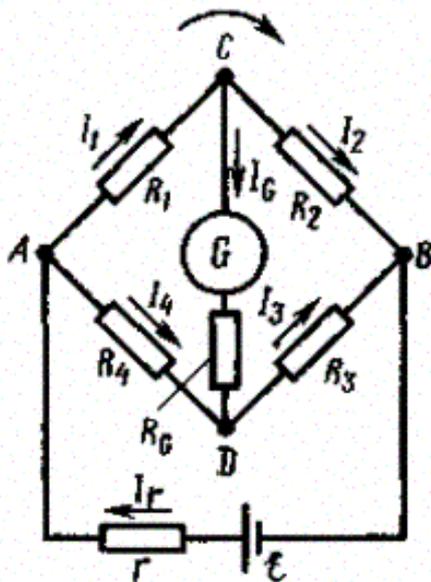
1. Выбрать *произвольное* направление токов на всех участках цепи; действительное направление токов определяется при решении задачи: если искомый ток получится положительным, то его направление было выбрано правильно, отрицательным — его истинное направление противоположно выбранному.

2. Выбрать направление обхода контура и строго его придерживаться; произведение IR положительно, если ток на данном участке совпадает с направлением обхода, и, наоборот, э.д.с., действующие по выбранному направлению обхода, считаются положительными, против — отрицательными.

3. Составить столько уравнений, чтобы их число было равно числу искомых величин (в систему уравнений должны входить все сопротивления и э.д.с. рассматриваемой цепи); каждый рассматриваемый контур должен содержать хотя бы один элемент, не содержащийся в предыдущих контурах, иначе получатся уравнения, являющиеся простой комбинацией уже составленных.

В качестве примера использования правил Кирхгофа рассмотрим схему (рис. 3) измерительного моста Уитстона³.

³ Ч. Уитстон (1802—1875) — английский физик.



- Выведите законы Ома и Джоуля — Ленца в дифференциальной форме.
- В чем заключается физический смысл удельной тепловой мощности тока?
- Проанализируйте обобщенный закон Ома. Какие частные законы можно из него получить?
- Поясните физический смысл электродвижущей силы, разности потенциалов и напряжения на участке электрической цепи.

Рис. 3

Сопротивления R_1 , R_2 , R_3 и R_4 образуют его «плечи». Между точками А и В моста включена батарея с э.д.с. ξ и сопротивлением r , между точками С и D включен гальванометр с сопротивлением R_G . Для узлов А, В и С, применяя первое правило Кирхгофа, получим

$$I_r - I_1 - I_4 = 0, \quad I_2 + I_3 - I_r = 0, \quad I_1 - I_2 - I_G = 0. \quad (3)$$

Для контуров АСВА, АСДА и СВДС, согласно второму правилу Кирхгофа, можно записать:

$$I_r r + I_1 R_1 + I_2 R_2 = \mathcal{E}, \quad I_1 R_1 + I_G R_G - I_4 R_4 = 0, \quad I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_G R_G = 0. \quad (4)$$

Если известны все сопротивления и э.д.с., то, решая полученные шесть уравнений, можно найти неизвестные токи. Изменяя известные сопротивления R_2 , R_3 и R_4 можно добиться того, чтобы ток через гальванометр был равен нулю ($I_G = 0$). Тогда

а из (4) получим

$$I_1 = I_2, \quad I_3 = I_4,$$

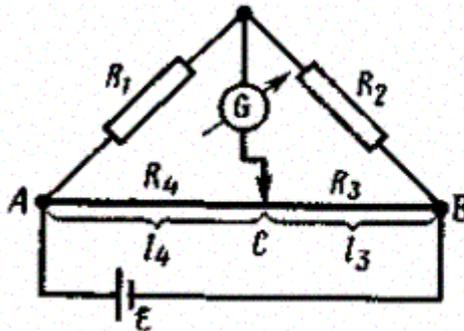
$$I_1 R_1 = I_4 R_4, \quad I_2 R_2 = I_3 R_3. \quad (6) \quad (5)$$

Из (5) и (6) вытекает, что

$$\frac{R_1}{R_4} = \frac{R_2}{R_3}, \quad \text{или} \quad R_1 = \frac{R_2 R_4}{R_3}. \quad (7)$$

Таким образом, в случае равновесного моста ($I_G = 0$) при определении искомого сопротивления R_1 Э.Д.С. батареи, сопротивления батареи и гальванометра роли не играют.

На практике обычно используется реохордный мост Унтстоиа (рис. 4), где сопротивления R_3 и R_4 представляют собой длинную однородную проволоку (реохорд) с большим удельным сопротивлением, так что отношение R_3/R_4 можно заменить отношением l_3/l_4 .



- Какими опытами была выяснена природа носителей электрического тока в металлах?
- Каковы основные идеи теории Друде — Лоренца?
- Как формулируются правила Кирхгофа? На чем они основаны?
- Как составляются уравнения, выражающие правила Кирхгофа?

Рис. 4

Тогда, используя выражение (7), можно записать

$$R_1 = R_2 \frac{l_4}{l_3}. \quad (8)$$

Длины l_3 и l_4 легко измеряются по шкале, а R_2 всегда известно. Поэтому уравнение (8) позволяет определить неизвестное сопротивление R_1 .

55. Работа выхода электронов из металла

1. Потенциальная яма
2. Работа выхода
3. Единица измерения работы выхода
4. Уменьшение работы выхода металла

Как показывает опыт, свободные электроны при обычных температурах практически не покидают металл. Следовательно, в поверхностном слое металла должно быть задерживающее электрическое поле, препятствующее выходу электронов из металла в окружающий вакуум. Работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум, называется работой выхода. Укажем две вероятные причины появления работы выхода:

1. Если электрон по какой-то причине удаляется из металла, то в том месте, которое электрон покинул, возникает избыточный положительный заряд и электрон притягивается к индуцированному им самим положительному заряду.

2. Отдельные электроны, покидая металл, удаляются от него на расстояния порядка атомных и создают тем самым над поверхностью металла «электронное облако», плотность которого быстро убывает с расстоянием. Это облако вместе с наружным слоем положительных ионов решетки образует *двойной электрический слой*, поле которого подобно полю плоского конденсатора. Толщина этого слоя равна нескольким межатомным расстояниям (10^{-10} — 10^{-9} м). Он не создает электрического поля во внешнем пространстве, но препятствует выходу свободных электронов из металла.

Таким образом, электрон при вылете из металла должен преодолеть задерживающее его электрическое поле двойного слоя. Разность потенциалов $\Delta\phi$ в этом слое, называемая поверхностным скачком потенциала, определяется работой выхода (A) электрона из металла:

$$\Delta\phi = A/e,$$

где e — заряд электрона. Так как вне двойного слоя электрическое поле отсутствует, то потенциал среды равен нулю, а внутри металла потенциал положителен и равен $\Delta\phi$. Потенциальная энергия свободного электрона внутри металла равна $-e\Delta\phi$ и является относительно вакуума отрицательной. Исходя из этого можно считать, что весь объем металла для электронов проводимости представляет потенциальную яму с плоским дном, глубина которой равна работе выхода A .

Работа выхода выражается в электрон-вольтах (эВ): 1 эВ равен работе, совершаемой силами поля при перемещении элементарного электрического заряда (заряда, равного заряду электрона) при прохождении им разности потенциалов в 1 В. Так как заряд электрона равен $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Работа выхода зависит от химической природы металлов и от чистоты их поверхности и колеблется в пределах нескольких электрон-вольт (например, у калия $A = 2,2$ эВ, у платины $A = 6,3$ эВ). Подобранным образом покрытие поверхности, можно значительно уменьшить работу выхода. Например, если нанести на поверхность вольфрама ($A = 4,5$ эВ) слой оксида щелочно-земельного металла (Ca, Sr, Ba), то работа выхода снижается до 2 эВ.

56. Контактная разность потенциалов

1. Контакт двух металлов с различными работами выхода
2. Контактная разность потенциалов
3. Внешняя контактная разность потенциалов
4. Внутренняя контактная разность потенциалов
5. Закон Вольты

Если два различных металла привести в соприкосновение, то между ними возникает разность потенциалов, называемая контактной разностью потенциалов. Итальянский физик А. Вольты установил, что если металлы Al, Zn, Sn, Pb, Sb, Bi, Hg, Fe, Cu, Ag, Au, Pt, Pd привести в контакт в указанной последовательности, то каждый предыдущий при соприкосновении с одним из следующих зарядится положительно. Этот ряд называется рядом Вольты. Контактная разность потенциалов для различных металлов составляет от десятых до целых вольт.

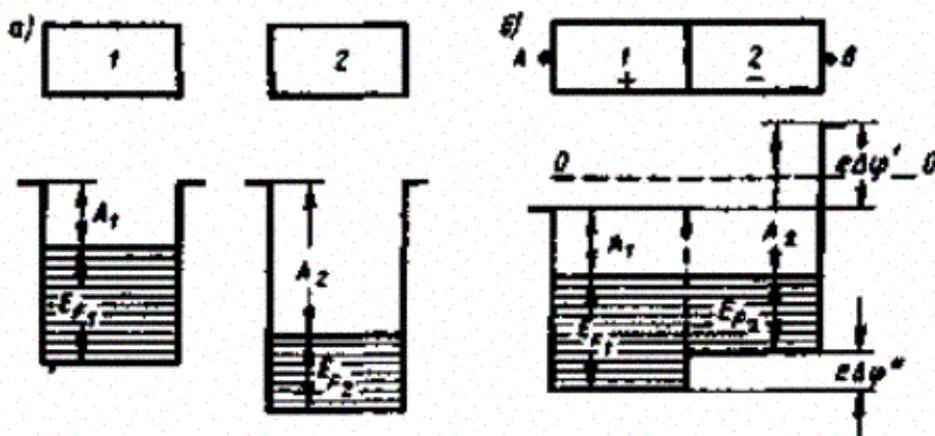
Вольты экспериментально установил два закона:

1. Контактная разность потенциалов зависит лишь от химического состава и температуры соприкасающихся металлов.
2. Контактная разность потенциалов последовательно соединенных различных проводников, находящихся *при одинаковой температуре*, не зависит от химического состава промежуточных проводников и равна контактной разности потенциалов, возникающей при непосредственном соединении крайних проводников.

Для объяснения возникновения контактной разности потенциалов воспользуемся представлениями зонной теории. Рассмотрим контакт двух

металлов с различными работами выхода A_1 и A_2 , т. е. с различными положениями уровня Ферми (верхнего заполненного электронами энергетического уровня). Если $A_1 < A_2$ (этот случай изображен на рис. 330, а), то уровень Ферми располагается в металле 1 выше, чем в металле 2. Следовательно, при контакте металлов электроны с более высоких уровней металла 1 будут переходить на более низкие уровни металла 2, что приведет к тому, что металл 1 зарядится положительно, а металл 2 — отрицательно. Одновременно происходит относительное смещение энергетических уровней: в металле, заряжающемся положительно, все уровни смещаются вниз, а в металле, заряжающемся отрицательно, — вверх. Этот процесс будет происходить до тех пор, пока между соприкасающимися металлами не установится равновесие, которое, как доказывается в статистической физике, характеризуется совпадением уровней Ферми в обоих металлах (рис. 330, б). Так как для соприкасающихся металлов уровни Ферми совпадают, а работы выхода A_1 и A_2 не изменяются (они являются константами металлов и не зависят от того, находятся металлы в контакте или нет), то потенциальная энергия электронов в точках, лежащих вне металлов в непосредственной близости к их по поверхности (точки А и В на рис. 330, б), будет различной. Следовательно, между точками А и В устанавливается разность потенциалов,

которая, как следует из рисунка, равна
$$\Delta\varphi' = (A_2 - A_1)/e. \quad (1)$$



- Сформулируйте законы Вольта.
- В чем причины возникновения контактной разности потенциалов?
- Объясните механизм возникновения контактной разности потенциалов согласно зонной теории.

Рис. 1

Разность потенциалов (1), обусловленная различием работ выхода контактирующих металлов, называется внешней контактной разностью

потенциалов. Чаще говорят просто о контактной разности потенциалов, подразумевая под ней внешнюю.

Если уровни Ферми для двух контактирующих металлов не одинаковы, то между внутренними точками металлов наблюдается внутренняя контактная разность потенциалов, которая, как следует из рисунка, равна

$$\Delta\varphi'' = (E_{F1} - E_{F2})/e. \quad (2)$$

В квантовой теории доказывается, что причиной возникновения внутренней контактной разности потенциалов является различие концентраций электронов в контактирующих металлах. $\Delta\varphi''$ зависит от температуры T контакта металлов (поскольку наблюдается зависимость E_F от T), обуславливая термоэлектрические явления. Как правило, $\Delta\varphi'' \ll \Delta\varphi'$.

57. Термоэлектронная эмиссия

1. Термоэлектронная эмиссия электронов
2. Вакуумная лампа
3. ВАХ вакуумной лампы. Закон $3/2$ (трех вторых).
4. Ток насыщения
5. Формула Ленгмюра
6. Формула Ричардсона-Дешмана

Если сообщить электронам в металлах энергию, необходимую для преодоления работы выхода, то часть электронов может покинуть металл, в результате чего наблюдается явление испускания электронов, или электронной эмиссии. В зависимости от способа сообщения электронам энергии различают термоэлектронную, фотоэлектронную, вторичную электронную и автоэлектронную эмиссии.

1. Термоэлектронная эмиссия — это испускание электронов нагретыми металлами. Концентрация свободных электронов в металлах достаточно высока, поэтому даже при средних температурах вследствие распределения электронов по скоростям (по энергиям) некоторые электроны обладают энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера на границе металла. С повышением температуры число электронов, кинетическая энергия теплового движения которых больше работы выхода, растет и явление термоэлектронной эмиссии становится заметным.

Исследование закономерностей термоэлектронной эмиссии можно провести с по мощью простейшей двухэлектродной лампы — вакуумного диода, представляющего собой откачанный баллон, содержащий два электрода: катод K и анод A . В простейшем случае катодом служит нить из тугоплавкого металла (например, вольфрама), накаливаемая электрическим током. Анод чаще всего имеет форму металлического цилиндра, окружающего катод. Если диод включить в цепь, как это показано на рис. 1, то при накаливании катода и подаче на анод положительного напряжения (относительно катода) в анодной цепи диода возникает ток. Если поменять полярность батареи $B_{л}$ то ток прекращается, как бы сильно катод ни накаливали. Следовательно, катод испускает отрицательные частицы — электроны.

Если поддерживать температуру накаленного катода постоянной и снять зависимость анодного тока I_a от анодного напряжения U_a — вольт-амперную характеристику (рис. 1), то оказывается, что она не является линейной, т. е. для вакуумного диода закон Ома не выполняется. Зависимость термоэлектронного тока I от анодного напряжения в области малых положительных значений U описывается законом трех вторых (установлен русским физиком С. А. Богуславским (1883—1923) и американским физиком И. Ленгмюром (1881—1957)):

$$I = BU^{3/2},$$

где B — коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов, а также их взаимного расположения.

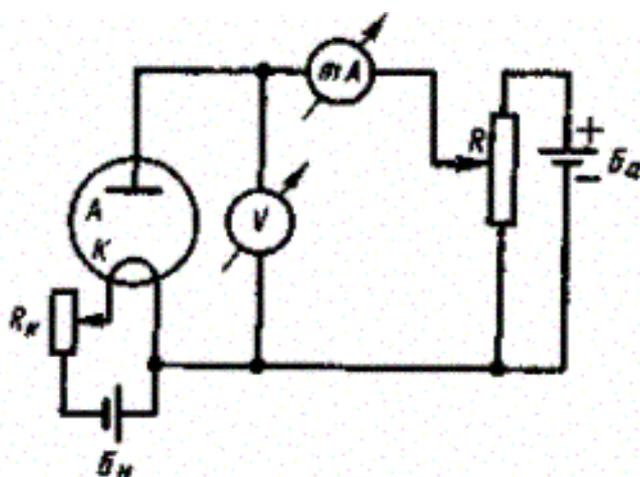


Рис. 1

При увеличении анодного напряжения ток возрастает до некоторого максимального значения I_M , называемого током насыщения. Это означает, что почти все электроны, покидающие катод, достигают анода, поэтому дальнейшее увеличение напряженности поля не может привести к увеличению термоэлектронного тока. Следовательно, плотность тока насыщения характеризует эмиссионную способность материала катода.

Плотность тока насыщения определяется формулой Ричардсона — Дешмана, выведенной теоретически на основе квантовой статистики:

$$j_{\text{нас}} = CT^2 e^{-A/kT},$$

где A — работа выхода электронов из катода, T — термодинамическая температура, C — постоянная, теоретически одинаковая для всех металлов (это не подтверждается экспериментом, что, по-видимому, объясняется поверхностными эффектами). Уменьшение работы выхода приводит к резкому увеличению плотности тока насыщения. Поэтому применяются оксидные катоды (например, никель, покрытый оксидом щелочноземельного металла), работа выхода которых равна 1—1,5 эВ.

На рис. 2 представлены вольт-амперные характеристики для двух температур катода: T_1 и T_2 причем $T_2 > T_1$. С повышением температуры катода испускание электронов с катода интенсивнее, при этом увеличивается и ток насыщения. При $U_a=0$ наблюдается анодный ток, т. е. некоторые электроны, эмиттируемые катодом, обладают энергией, достаточной для преодоления работы выхода и достижения анода без приложения электрического поля.

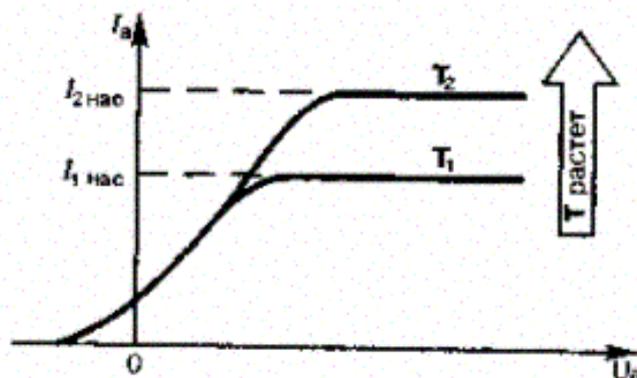


Рис. 2

Явление термоэлектронной эмиссии используется в приборах, в которых необходимо получить поток электронов в вакууме, например в электронных лампах, рентгеновских трубках, электронных микроскопах и т. д.

58. Термоэлектрические явления

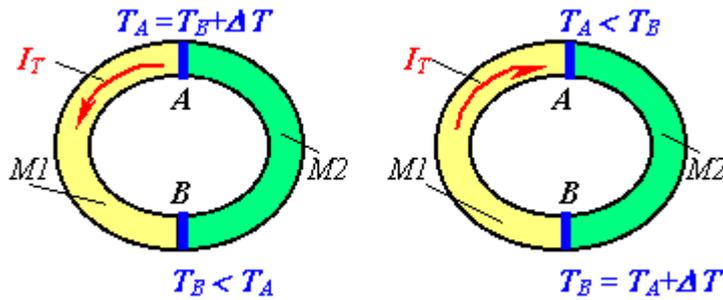
1. Эффект Зеебека
2. Термоэ.д.с.
3. Термопары
4. Эффект Пельтье
5. Тепло Пельтье
6. Разница между теплом Пельтье и теплотой Джоуля-Ленца
7. Эффект Томсона
8. Формула Томсона
9. Разница между эффектами Пельтье и Томсона

Согласно второму закону Вольты, в замкнутой цепи, состоящей из нескольких металлов, находящихся при одинаковой температуре, э.д.с. не возникает, т. е. не происходит возбуждения электрического тока. Однако если температура контактов не одинакова, то в цепи возникает электрический ток, называемый термоэлектрическим. Явление возбуждения термоэлектрического тока (явление Зеебека), а также тесно связанные с ним явления Пельтье и Томсона называются термоэлектрическими явлениями.

1. Явление Зеебека (1821). Немецкий физик Т. Зеебек (1770—1831) обнаружил

возникновение эдс (термоэдс) в электрической цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты между которыми находятся при разных температурах.

Эффект Зеебека состоит в том, что в электрической цепи, составленной из разных проводников (M_1 и M_2), возникает термоэдс, если места контактов (A , B) поддерживаются при разных температурах. Если цепь замкнута, то в ней течет электрический ток (так называемый термоток I_T), причем изменение знака у разности температур спаев сопровождается изменением направления термотока (рис. 1).



Возникновение термоиндуцированного тока в двух спаянных проводниках при различных температурах контактов

Цепь, составленная из двух различных проводников (M1, M2), называется термоэлементом (или термопарой), а ее ветви - термоэлектродами. Величина термоэдс (ε_T) зависит от абсолютных значений температур спаев (T_A , T_B), разности этих температур ΔT и от природы материалов, составляющих термоэлемент. Измеряется термоэдс в мкВ/К.

Термоэдс контура определяется формулами:

$$d\varepsilon_T = a_{12}dT;$$

$$\varepsilon_T = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_{12}dT$$

Здесь a_{12} - коэффициент термоэдс металла 1 по отношению к металлу 2, который является характеристикой обоих металлов термопары. На практике это создает определенные неудобства. Поэтому условились величину a измерять по отношению к одному и тому же металлу, за который удобно принять свинец, т.к. для образца из свинца не возникает никакой разности потенциалов между его нагретым и холодным концами.

Значения коэффициентов термоэдс металлов M1 и M2 по отношению к свинцу обозначают соответственно a_1 и a_2 и называют абсолютными коэффициентами термоэдс. Тогда $a_{12} = a_1 - a_2$.

Направление термотока определяется следующим образом: в нагретом спае ток течет от металла с меньшим значением a к металлу, у которого коэффициент термоэдс больше.

Коэффициент термоэдс определяется физическими характеристиками проводников, составляющих термоэлемент: концентрацией, энергетическим спектром, механизмами рассеяния носителей заряда, а также интервалом

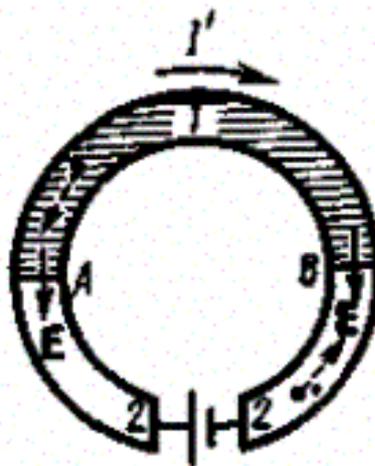
температур. В некоторых случаях при изменении температуры происходит даже изменение знака α .

Явление Зеебека используется для измерения температуры. Для этого применяются термоэлемент, или термопары — датчики температур, состоящие из двух соединенных между собой разнородных металлических проводников. Термопары применяются как для измерения ничтожно малых разностей температур, так и для измерения очень высоких и очень низких температур (например, внутри доменных печей или жидких газов). Точность определения температуры с помощью термопар составляет, как правило, несколько кельвин, а у некоторых термопар достигает $\approx 0,01$ К. Термопары обладают рядом преимуществ перед обычными термометрами: имеют большую чувствительность и малую инерционность, позволяют проводить измерения в широком интервале температур и допускают дистанционные измерения.

Явление Зеебека в принципе может быть использовано для генерации электрического тока. Так, уже сейчас к.п.д. полупроводниковых термобатарей достигает $\approx 18\%$. Следовательно, совершенствуя полупроводниковые термоэлектрогенераторы, можно добиться эффективного прямого преобразования солнечной энергии в электрическую/

Французский физик Ж. Пельтье (1785—1845) обнаружил, что при прохождении через контакт двух различных проводников электрического тока в зависимости от его направления помимо джоулевой теплоты выделяется или поглощается дополнительная теплота. Таким образом, явление Пельтье является обратным по отношению к явлению Зеебека. В отличие от джоулевой теплоты, которая пропорциональна квадрату силы тока, теплота Пельтье пропорциональна первой степени силы тока и меняет знак при изменении направления тока. Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух разнородных металлических проводников 1 и 2 (рис. 1), по которым пропускается ток I (его направление в данном случае выбрано совпадающим с направлением термотока. Согласно наблюдениям Пельтье, спай A , который при явлении Зеебека поддерживался бы при более высокой температуре, будет теперь охлаждаться, а спай B — нагреваться. При

изменении направления тока I' спай A будет нагреваться, спай B —



охлаждаться.

Рис. 1

Объяснить явление Пельтье можно следующим образом. Электроны по разную сторону спаев обладают различной средней энергией (полной — кинетической плюс потенциальной). Если электроны (направление их движения задано на рис. 1 пунктирными стрелками) пройдут через спай B и попадут в область с меньшей энергией, то избыток своей энергии они отдадут кристаллической решетке и спай будет нагреваться. В спае A электроны переходят в область с большей энергией, забирая теперь недостающую энергию у кристаллической решетки, и спай будет охлаждаться.

Величина выделяемого тепла и его знак зависят от вида контактирующих веществ, направления и силы протекающего электрического тока:

$$Q = \Pi_{AB}It = (\Pi_B - \Pi_A)It, \text{ где}$$

Q — количество выделенного или поглощенного тепла; I — сила тока; t — время протекания тока; Π — коэффициент Пельтье, который связан с коэффициентом термо-ЭДС α вторым соотношением Томсона $\Pi = \alpha T$, где T — абсолютная температура в К.

Явление Пельтье используется в термоэлектрических полупроводниковых холодильниках, созданных впервые в 1954 г. под руководством А. Ф. Иоффе, и в некоторых электронных приборах.

Эффект Томсона — одно из термоэлектрических явлений, заключающееся в том, что в однородном неравномерно нагретом проводнике

с постоянным током, дополнительно к теплоте, выделяемой в соответствии с законом Джоуля — Ленца, в объёме проводника будет выделяться или поглощаться дополнительная теплота Томсона в зависимости от направления тока. Количество теплоты Томсона пропорционально силе тока, времени и перепаду температур, зависит от направления тока. Эффект открыт Уильямом Томсоном в 1856 году. Объяснение эффекта в первом приближении заключается в следующем. В условиях, когда вдоль проводника, по которому протекает ток, существует градиент температуры, причём направление тока соответствует движению электронов от горячего конца к холодному, при переходе из более горячего сечения в более холодное, электроны передают избыточную энергию окружающим атомам (выделяется теплота), а при обратном направлении тока, проходя из более холодного участка в более горячий, пополняют свою энергию за счёт окружающих атомов (теплота поглощается). В полупроводниках важным является то, что концентрация носителей в них сильно зависит от температуры. Если полупроводник нагрет неравномерно, то концентрация носителей заряда в нем будет больше там, где выше температура, поэтому градиент температуры приводит к градиенту концентрации, вследствие чего возникает диффузионный поток носителей заряда. Это приводит к нарушению электронейтральности. Разделение зарядов порождает электрическое поле, препятствующее разделению. Таким образом, если в полупроводнике имеется градиент температуры, то в нем имеется объёмное электрическое поле E' .

Предположим теперь, что через такой образец пропускается электрический ток под действием внешнего электрического поля E . Если ток идет против внутреннего поля E' , то внешнее поле должно совершать дополнительную работу при перемещении зарядов относительно поля E' что приведет к выделению тепла, дополнительного к ленц-джоулевым $\tau\tau$. Если ток (или внешнее поле E) направлен по E' , то E само совершает работу по перемещению зарядов для создания тока. В этом случае внешний источник тратит энергию для поддержания тока меньшую, чем в том случае, когда внутреннего поля E' нет. Работа поля E' может совершаться только за счет тепловой энергии самого проводника, поэтому он охлаждается. Явление выделения или поглощения тепла в проводнике, обусловленное градиентом температуры, при прохождении тока носит название эффекта Томсона. Таким образом, вещество нагревается, когда поля E и E' противоположно направлены, и охлаждается, когда их направления совпадают.

В общем случае, количество тепла, выделяемое в объеме dV , определяется соотношением:

$$dQ^T = -\tau(\nabla T \cdot j) dt dV$$

где τ - коэффициент Томсона.

59. Электрический ток в металлах

1. Основные носители тока в металлах
2. Концентрация основных носителей тока в металлах
3. Заряд и масса электрона
4. Удельный заряд электрона

Носителями тока в металлах являются свободные электроны, т. е. электроны, слабо связанные с ионами кристаллической решетки металла. Это представление о природе носителей тока в металлах основывается на электронной теории проводимости металлов, созданной немецким физиком П. Друде (1863—1906) и разработанной впоследствии нидерландским физиком Х. Лоренцем, а также на ряде классических опытов, подтверждающих положения электронной теории.

Первый из таких опытов — опыт Рикке⁴ (1901), в котором в течение года электрический ток пропускался через три последовательно соединенных с тщательно отшлифованными торцами металлических цилиндра (Cu, Al, Cu) одинакового радиуса. Несмотря на то, что общий заряд, прошедший через эти цилиндры, достигал огромного значения ($\approx 3,5 \cdot 10^6$ Кл), никаких, даже микроскопических, следов переноса вещества не обнаружилось. Это явилось экспериментальным доказательством того, что ионы в металлах не участвуют в переносе электричества, а перенос заряда в металлах осуществляется частицами, которые являются общими для всех металлов. Такими частицами могли быть открытые в 1897 г. английским физиком Д. Томсоном электроны.

Для доказательства этого предположения необходимо было определить знак и величину удельного заряда носителей (отношение заряда носителя к его массе). Идея подобных опытов заключалась в следующем: если в металле имеются подвижные, слабо связанные с решеткой носители тока, то при

⁴ К. Рикке (1845—1915) — немецкий физик.

резком торможении проводника эти частицы должны по инерции смещаться вперед, как смещаются вперед пассажиры, стоящие в вагоне при его торможении. Результатом смещения зарядов должен быть импульс тока; по направлению тока можно определить знак носителей тока, а зная размеры и сопротивление проводника, можно вычислить удельный заряд носителей. Идея этих опытов (1913) и их качественное воплощение принадлежат российским физикам С. Л. Манделъштаму (1879—1944) и Н. Д. Папалекси (1880—1947). Эти опыты в 1916 г. были усовершенствованы и проведены американским физиком Р. Толменом (1881—1948) и ранее шотландским физиком Б. Стюартом (1828—1887). Ими экспериментально доказано, что носители тока в металлах имеют отрицательный заряд, а их удельный заряд приблизительно одинаков для всех исследованных металлов. По значению удельного заряда носителей электрического тока и по определенному ранее Р. Миллиkenом элементарному электрическому заряду была определена их масса. Оказалось, что значения удельного заряда и массы носителей тока и электронов, движущихся в вакууме, совпадали. Таким образом, было окончательно доказано, что носителями электрического тока в металлах являются *свободные электроны*.

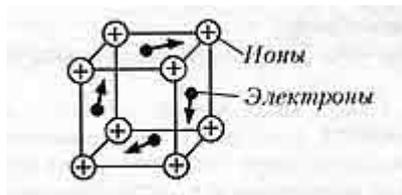
Существование свободных электронов в металлах можно объяснить следующим образом: при образовании кристаллической решетки металла (в результате сближения изолированных атомов) валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, отрываются от атомов металла, становятся «свободными» и могут перемещаться по всему объему. Таким образом, в узлах кристаллической решетки располагаются ионы металла, а между ними хаотически движутся свободные электроны, образуя своеобразный электронный газ, обладающий, согласно электронной теории металлов, свойствами идеального газа.

Электроны проводимости при своем движении сталкиваются с ионами решетки, в результате чего устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. По теории Друде — Лоренца, электроны обладают такой же энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного газа. Поэтому, применяя выводы молекулярно-кинетической теории, можно найти среднюю скорость теплового движения электронов

$$\langle u \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_e)},$$

которая для $T=300$ К равна $1,1 \cdot 10^5$ м/с. Тепловое движение электронов, являясь хаотическим, не может привести к возникновению тока.

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение, т. е. возникает электрический ток.



Зависимость сопротивления проводника R от температуры:

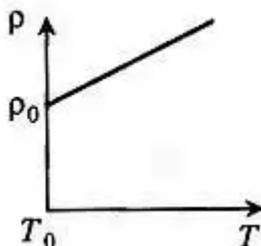
$$R = \rho \frac{l}{S}$$

При нагревании размеры проводника меняются мало, а в основном меняется удельное сопротивление.

Удельное сопротивление проводника зависит от температуры:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

где ρ_0 - удельное сопротивление при 0 градусов, t - температура, α - температурный коэффициент сопротивления (т.е. относительное изменение удельного сопротивления проводника при нагревании его на один градус)



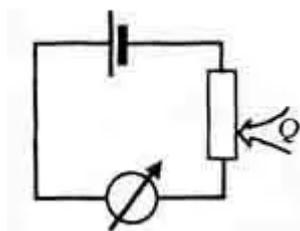
Для металлов и сплавов

$$\alpha > 0$$

Обычно для чистых металлов принимается

$$\alpha = \frac{1}{273} \text{ K}^{-1}$$

Таким образом, для металлических проводников с ростом температуры



увеличивается удельное сопротивление, увеличивается сопротивление проводника и уменьшается эл.ток в цепи.

Сопротивление проводника при изменении температуры можно рассчитать по формуле: $R = R_0 (1 + \alpha t)$, где R_0 - сопротивление проводника при 0 градусов Цельсия, t - температура проводника, α - температурный коэффициент сопротивления.

60. Электрический ток в электролитах

1. Электролиты
2. Электролитическая диссоциация
3. Явление электролиза
4. Первый закон Фарадея
5. Электрохимический эквивалент
6. Химический эквивалент
7. Второй закон Фарадея
8. Постоянная Фарадея

Жидкости по степени электропроводности делятся на: диэлектрики (дистиллированная вода), проводники (электролиты), полупроводники (расплавленный селен). Электролит - это проводящая жидкость (растворы кислот, щелочей, солей и расплавленные соли).

Электролитами принято называть проводящие среды, в которых протекание электрического тока сопровождается переносом вещества. Носителями свободных зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы. К электролитам относятся многие соединения металлов в расплавленном состоянии, а также некоторые твердые вещества. Однако основными представителями электролитов, широко используемыми в технике, являются водные растворы неорганических кислот, солей и оснований. Прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением веществ на электродах. Это явление получило название электролиза. Электрический ток в электролитах представляет собой перемещение ионов обоих знаков в противоположных направлениях. Положительные ионы движутся к отрицательному электроду (катоде), отрицательные ионы – к положительному электроду (аноду). Ионы обоих знаков появляются в водных растворах солей, кислот и щелочей в результате расщепления части нейтральных молекул. Это явление называется электролитической диссоциацией. Наряду с диссоциацией в электролите одновременно может происходить процесс восстановления ионов в нейтральные молекулы.

Между процессами электролитической диссоциации и рекомбинации при неизменных условиях устанавливается динамическое равновесие. Степень диссоциации- доля молекул, распавшихся на ионы, которая зависит

возрастает с увеличением температуры и от концентрации раствора и от электрических свойств растворителя.

При подключении электродов к источнику тока ионы под действием электрического поля начинают упорядоченное движение: положительные ионы движутся к катоду, а отрицательно заряженные ионы – к аноду (рис 1.).

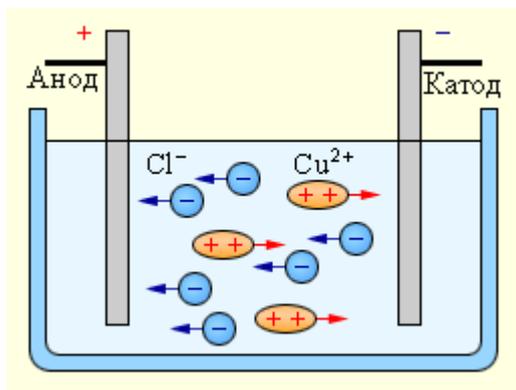


рис.1

Во многих случаях электролиз сопровождается вторичными реакциями продуктов разложения, выделяющихся на электродах, с материалом электродов или растворителей.

Закон электролиза был экспериментально установлен английским физиком М. Фарадеем в 1833 году. Закон Фарадея определяет количества первичных продуктов, выделяющихся на электродах при электролизе:

Масса m вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду Q , прошедшему через электролит:

$$m = kQ = kIt.$$

Величину k называют электрохимическим эквивалентом. Масса выделившегося на электроде вещества равна массе всех ионов, пришедших к электроду:

$$M = m_0 N = m_0 Q / q_0 = m_0 It / q_0$$

где m_0 и q_0 – масса и заряд одного иона, N – число ионов, пришедших к электроду при прохождении через электролит заряда Q . Таким образом, электрохимический эквивалент k равен отношению массы m_0 иона данного вещества к его заряду q_0 . Так как заряд иона равен произведению валентности вещества n на элементарный заряд e ($q_0 = ne$), то выражение для электрохимического эквивалента k можно записать в виде

$$k = m_0 / q_0 = m_0 N_A / (ne N_A) = M / Fn$$

Здесь N_A – постоянная Авогадро, $M = m_0 N_A$ – молярная масса вещества, $F = e N_A$ – постоянная Фарадея. $F = e N_A = 96485$ Кл / моль.

Постоянная Фарадея численно равна заряду, который необходимо пропустить через электролит для выделения на электроде одного моля одновалентного вещества.

Закон Фарадея для электролиза приобретает вид:

$$m = MIt / (Fn)$$

Электропроводимость электролитов

Ионная проводимость - упорядоченное движение ионов под действием внешнего эл.поля; существует в электролитах; прохождение эл.тока связано с переносом вещества.

Электронная проводимость - также в небольшой мере присутствует в электролитах, но в основном характеризует электропроводимость жидких металлов.

Ионы в электролите движутся хаотически до тех пор, пока в жидкость не опускаются электроды, между которыми существует разность потенциалов. Тогда на хаотическое движение ионов накладывается их упорядоченное движение к соответствующим электродам и в электролите возникает эл. ток.

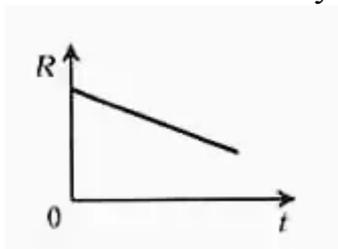
Зависимость сопротивления электролита от температуры

Температурная зависимость сопротивления электролита объясняется в основном изменением удельного сопротивления.

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

где альфа - температурный коэффициент сопротивления.

Для электролитов всегда $\alpha < 0$. Поэтому



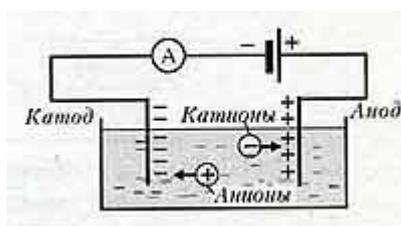
Сопротивление электролита можно рассчитать по формуле:

$$R = R_0 (1 + \alpha t)$$

Явление электролиза

- сопровождает прохождение эл.тока через жидкость;
- это выделение на электродах веществ, входящих в электролиты;

Положительно заряженные анионы под действием электрического поля стремятся к отрицательному катоду, а отрицательно заряженные катионы - к положительному аноду. На аноде отрицательные ионы отдают лишние электроны (окислительная реакция). На катоде положительные ионы получают недостающие электроны (восстановительная реакция).



Явление электролиза широко применяется в современном промышленном производстве при получении чистых металлов (очистка от примесей); в гальваностегии -получение покрытий на металле (никелирование, хромирование и т.д.); в гальванопластике- получении отслаиваемых покрытий (рельефных копий).

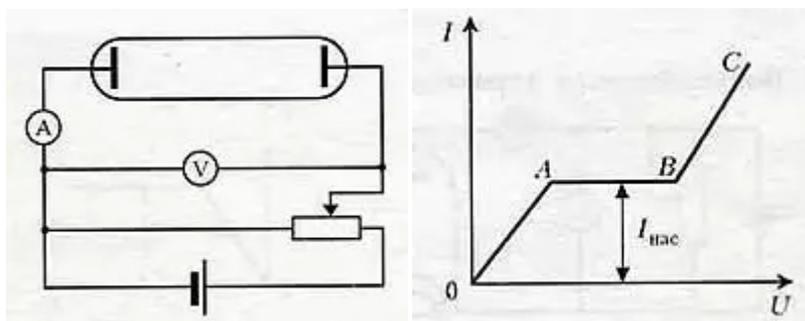
61. Электрический ток в газах

1. Ионизация газов
2. Несамостоятельный газовый разряд
3. Самостоятельный газовый разряд
4. Плотность тока в газах
5. Газовые разряды

В обычных условиях газ - это диэлектрик, т.е. он состоит из нейтральных атомов и молекул и не содержит свободных носителей эл.тока. Газ-проводник - это ионизированный газ. Ионизированный газ обладает электронно-ионной проводимостью. Воздух является диэлектриком в линиях электропередач, в воздушных конденсаторах, в контактных выключателях. Воздух является проводником при возникновении молнии, электрической искры, при возникновении сварочной дуги.

При ионизации газов под действием какого-либо ионизатора происходит вырывание из электронной оболочки атома или молекулы одного или нескольких электронов, что приводит к образованию свободных электронов и положительных ионов. Электроны могут присоединяться к

нейтральным молекулам и атомам, превращая их в отрицательные ионы. Следовательно, в ионизованном газе имеются положительные и отрицательные ионы и свободные электроны. Прохождение электрического тока через газы называется газовым разрядом. Газовый разряд наблюдается в газоразрядных трубках (лампах) при воздействии электрического или магнитного поля.



Ионизация газов может происходить под действием различных ионизаторов: сильный нагрев, короткое электромагнитное излучение, корпускулярное излучение и т. д. Для того чтобы выбить из молекулы (атома) один электрон, необходимо затратить определенную энергию, называемую энергией ионизации, значения которой для атомов различных веществ лежат в пределах $4 \div 25$ эВ.

Одновременно с процессом ионизации газа всегда идет и обратный процесс — процесс рекомбинации: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и электроны, встречаясь, воссоединяются между собой с образованием нейтральных атомов и молекул. Чем больше ионов возникает под действием ионизатора, тем интенсивнее идет и процесс рекомбинации.



Характер газового разряда определяется составом газа, его температурой и давлением, размерами, конфигурацией и материалом электродов, приложенным напряжением, плотностью тока.

Существует самостоятельный и несамостоятельный газовый разряд. Разряды, **существующие только под действием внешних ионизаторов, называются** несамостоятельными. При несамостоятельном газовом разряде - если действие ионизатора прекратить, то прекратится и разряд. Когда разряд достигает насыщения - график становится горизонтальным. Здесь электропроводность газа вызвана лишь действием ионизатора. Разряд в газе,

сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется самостоятельным. В этом случае газовый разряд продолжается и после прекращения действия внешнего ионизатора за счет ионов и электронов, возникших в результате ударной ионизации (= ионизации эл. удара); возникает при увеличении разности потенциалов между электродами (возникает электронная лавина).

Несамостоятельный газовый разряд может переходить в самостоятельный газовый разряд при $U_a = U_{\text{зажигания}}$. Электрический пробой газа - процесс перехода несамостоятельного газового разряда в самостоятельный.

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов, параметров внешней цепи можно говорить о четырех типах самостоятельного разряда: *тлеющем, искровом, дуговом и коронном*:

1. тлеющий - при низких давлениях (до нескольких мм рт.ст.) - наблюдается в газосветных трубках и газовых лазерах.

2. искровой - при нормальном давлении и высокой напряженности электрического поля (молния - сила тока до сотен тысяч ампер).

3. коронный - при нормальном давлении в неоднородном электрическом поле (на острие).

4. дуговой - большая плотность тока, малое напряжение между электродами (температура газа в канале дуги -5000-6000 градусов Цельсия); наблюдается в прожекторах, проекционной киноаппаратуре.

Эти разряды наблюдаются:

тлеющий - в лампах дневного света;

искровой - в молниях;

коронный - в электрофильтрах, при утечке энергии;

дуговой - при сварке, в ртутных лампах.

Плазма- это четвертое агрегатное состояние вещества с высокой степенью ионизации за счет столкновения молекул на большой скорости при высокой температуре; встречается в природе: ионосфера - слабо ионизированная плазма, Солнце - полностью ионизированная плазма; искусственная плазма - в газоразрядных лампах.

Плазма бывает:

Низкотемпературная - при температурах меньше 100 000К;

высокотемпературная - при температурах больше 100 000К.

Основные свойства плазмы:

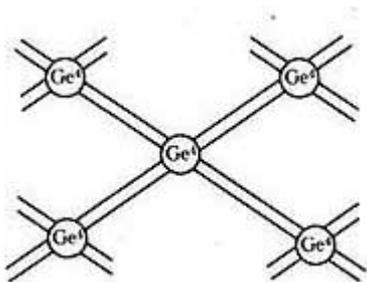
- высокая электропроводность
- сильное взаимодействие с внешними электрическими и магнитными полями.

При температуре $T = 20 \cdot 10^3 \div 30 \cdot 10^3 \text{ К}$ любое вещество находится в состоянии плазмы. Интересно, что 99% вещества во Вселенной - плазма.

62. Электрический ток в полупроводниках

1. Основные носители тока в полупроводниках
2. Собственная проводимость
3. Примесная проводимость
4. n-тип проводимости
5. p-тип проводимости
6. Полупроводниковый диод
7. Полупроводниковый транзистор

Полупроводник -- вещество, у которого удельное сопротивление может изменяться в широких пределах и очень быстро убывает с повышением температуры., а это значит, что электрическая проводимость ($1/R$) увеличивается - наблюдается у кремния, германия, селена и у некоторых соединений. Кристаллы полупроводников имеют атомную кристаллическую решетку, где внешние электроны связаны с соседними атомами ковалентными связями. При низких температурах у чистых полупроводников свободных электронов нет и он ведет себя как диэлектрик.



Если полупроводник чистый(без примесей), то он обладает собственной проводимостью, которая невелика. Собственная проводимость бывает двух видов: электронная и дырочная.

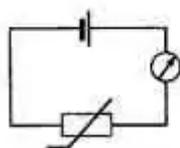
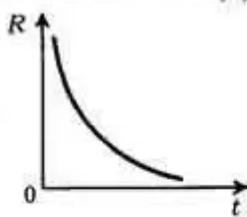
1) электронная (проводимость "n " - типа)

При низких температурах в полупроводниках все электроны связаны с ядрами и сопротивление большое; при увеличении температуры кинетическая энергия частиц увеличивается, рушатся связи и возникают свободные электроны - сопротивление уменьшается. Свободные электроны перемещаются противоположно вектору напряженности электрического поля. Электронная проводимость полупроводников обусловлена наличием свободных электронов.

2) дырочная (проводимость " p " - типа)

При увеличении температуры разрушаются ковалентные связи, осуществляемые валентными электронами, между атомами и образуются места с недостающим электроном - "дырка". Она может перемещаться по всему кристаллу, т.к. ее место может замещаться валентными электронами. Перемещение "дырки" равноценно перемещению положительного заряда. Перемещение дырки происходит в направлении вектора напряженности электрического поля. Кроме нагревания , разрыв ковалентных связей и возникновение собственной проводимости полупроводников могут быть вызваны освещением (фотопроводимость) и действием сильных электрических полей

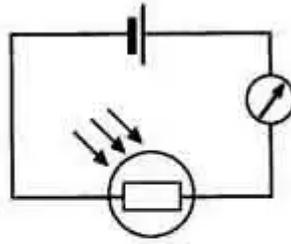
Зависимость $R(t)$



Термистор

- Дистанционное измерение t ;
- противопожарная сигнализация.

Зависимость R от освещенности



Фоторезистор

- Фотореле;
- аварийные выключатели.

Общая проводимость чистого полупроводника складывается из проводимостей "р" и "n" -типов и называется электронно-дырочной проводимостью.

У полупроводников при наличии примесей существует собственная + примесная проводимость. Наличие примесей сильно увеличивает проводимость. При изменении концентрации примесей изменяется число носителей электрического тока - электронов и дырок. Возможность управления током лежит в основе широкого применения полупроводников.

Существуют:

1) донорные примеси (отдающие) - являются дополнительными поставщиками электронов в кристаллы полупроводника, легко отдают электроны и увеличивают число свободных электронов в полупроводнике.

Это проводники " n " - типа, т.е. полупроводники с донорными примесями, где основной носитель заряда - электроны, а неосновной - дырки. Такой полупроводник обладает электронной примесной проводимостью. Например – мышьяк.



2) акцепторные примеси (принимающие) - создают "дырки" , забирая в себя электроны.

Это полупроводники " р "- типа, т.е. полупроводники с акцепторными примесями, где основной носитель заряда - дырки, а неосновной - электроны.

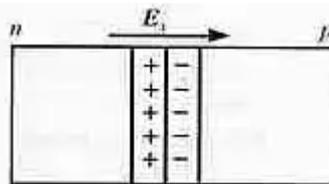
Такой полупроводник обладает дырочной примесной проводимостью. Например - индий.



Электрические свойства "p-n" перехода

"p-n" переход (или электронно-дырочный переход) - область контакта двух полупроводников, где происходит смена проводимости с электронной на дырочную (или наоборот).

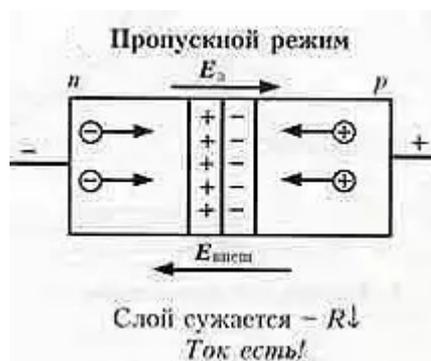
В кристалле полупроводника введением примесей можно создать такие области. В зоне контакта двух полупроводников с различными проводимостями будет проходить взаимная диффузия. электронов и дырок и образуется запирающий электрический слой. Электрическое поле запирающего слоя препятствует дальнейшему переходу электронов и дырок через границу. Запирающий слой имеет повышенное сопротивление по сравнению с другими областями полупроводника.



Внешнее электрическое поле влияет на сопротивление запирающего слоя.

При прямом (пропускном) направлении внешнего эл.поля эл.ток проходит через границу двух полупроводников. Т.к. электроны и дырки движутся навстречу друг другу к границе раздела, то электроны, переходя границу, заполняют дырки. Толщина запирающего слоя и его сопротивление непрерывно уменьшаются.

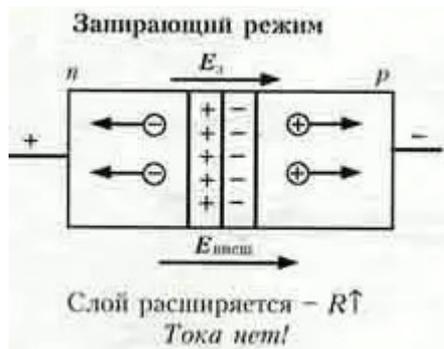
Пропускной режим p-n перехода:



При запирающем (обратном) направлении внешнего электрического поля электрический ток через область контакта двух полупроводников проходить

не будет. Т.к. электроны и дырки перемещаются от границы в противоположные стороны, то запирающий слой утолщается, его сопротивление увеличивается.

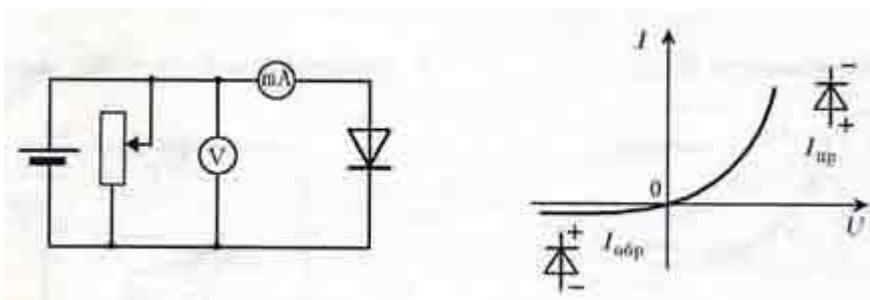
Запирающий режим p-n перехода:



Таким образом, электронно-дырочный переход обладает односторонней проводимостью.

Полупроводниковые диоды

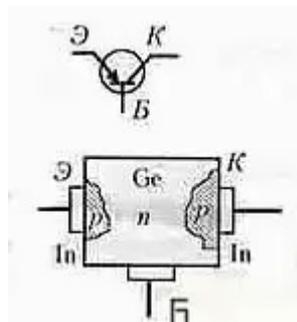
Полупроводник с одним "p-n" переходом называется полупроводниковым диодом. При наложении электрического поля в одном направлении сопротивление полупроводника велико, в обратном - сопротивление мало.



Полупроводниковые диоды основные элементы выпрямителей переменного тока.

Полупроводниковые транзисторы

Полупроводниковые транзисторы- также используются свойства" р-п "переходов,



- транзисторы используются в схемотехнике радиоэлектронных приборов.

63. Магнитное поле и его характеристики

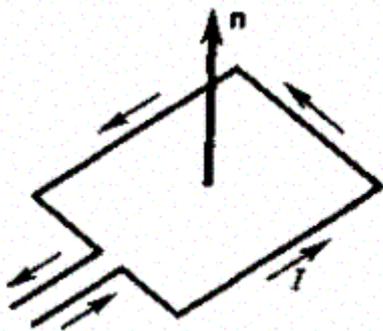
1. Магнитное поле проводника с током
2. Взаимодействие токов
3. Действие магнитного поля на рамку с током и магнитную стрелку
4. Магнитный момент
5. Правило правого винта

Опыт показывает, что, подобно тому, как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так и в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое магнитным. Наличие магнитного поля обнаруживается по силовому действию на внесенные в него проводники с током или постоянные магниты. Название «магнитное поле» связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием поля, создаваемого током (это явление впервые обнаружено датским физиком Х. Эрстедом).

Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся в нем электрические заряды. Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует *только на движущиеся* в этом поле электрические заряды. Опыт показывает, что характер воздействия магнитного поля на ток различен в зависимости от формы проводника, по

которому течет ток, от расположения проводника и от направления тока. Следовательно, чтобы охарактеризовать магнитное поле, надо рассмотреть его действие на определенный ток.

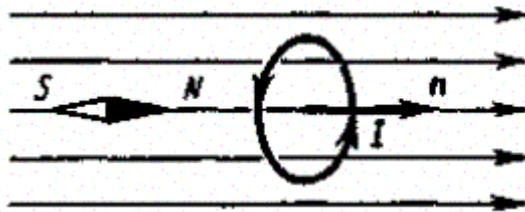
Подобно тому, как при исследовании электростатического поля использовались точечные заряды, при исследовании магнитного поля используется замкнутый плоский контур с током (рамка с током), линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве определяется направлением нормали к контуру. Направление нормали определяется *правилом правого винта*: за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рис. 1).



- Как, пользуясь магнитной стрелкой, можно определить знаки полюсов источников постоянного тока?
- Чему равен и как направлен магнитный момент рамки с током?

Рис. 1

Опыты показывают, что магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая ее определенным образом. Этот результат используется для выбора направления магнитного поля. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке (рис. 1). За направление магнитного поля может быть также принято направление, совпадающее с направлением силы, которая действует на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку. Так как оба полюса магнитной стрелки лежат в близких точках поля, то силы, действующие на оба полюса, равны друг другу. Следовательно, на магнитную стрелку действует пара сил, поворачивающая ее так, чтобы ось стрелки, соединяющая южный полюс с северным, совпадала с направлением поля.



- Что называют индукцией магнитного поля? Каково направление вектора B ?
- Нарисуйте и покажите, как ориентированы линии магнитной индукции поля прямого тока.

Рис. 2

Рамкой с током можно воспользоваться также и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие поля, то на нее в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки и определяется формулой

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}], \quad (1)$$

где \mathbf{p}_m — вектор магнитного момента рамки с током (\mathbf{B} — вектор магнитной индукции, количественная характеристика магнитного поля). Для плоского контура с током I

$$\mathbf{p}_m = IS\mathbf{n}, \quad (2)$$

где S — площадь поверхности контура (рамки), \mathbf{n} — единичный вектор нормали к поверхности рамки. Направление \mathbf{p}_m совпадает, таким образом, с направлением положительной нормали.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение M_{\max}/p_m (M_{\max} — максимальный вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$B = M_{\max}/p_m.$$

Магнитная индукция в данной точке *однородного* магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля. Следует отметить, что вектор \mathbf{B} может быть выведен также из закона Ампера и из выражения для силы Лоренца.

Так как магнитное поле является *силовым*, то его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью линий магнитной индукции — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора B . Их направление задается правилом правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции можно «проявить» с помощью железных опилок, намагничивающихся в исследуемом поле и ведущих себя подобно маленьким магнитным стрелкам. На рис. 3, а показаны линии магнитной индукции поля кругового тока, на рис. 3, б — линии магнитной индукции поля соленоида (соленоид — равномерно намотанная на цилиндрическую поверхность проволоочная спираль, по которой течет электрический ток).

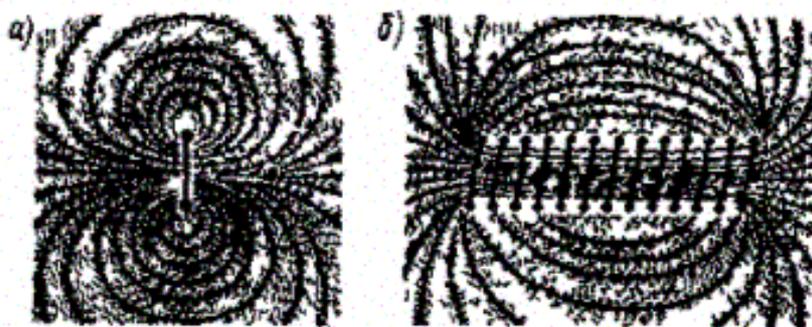


Рис. 3

Линии магнитной индукции всегда *замкнуты* и охватывают проводники с током. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются *разомкнутыми* (начинаются на положительных зарядах и кончаются на отрицательных).

На рис. 4 изображены линияй магнитной индукции полосового магнита; они выходят из северного полюса и входят в южный. Вначале казалось, что здесь наблюдается полная аналогия с линиями напряженности электростатического поля и полюсы магнитов играют роль магнитных «зарядов» (магнитных монополей).

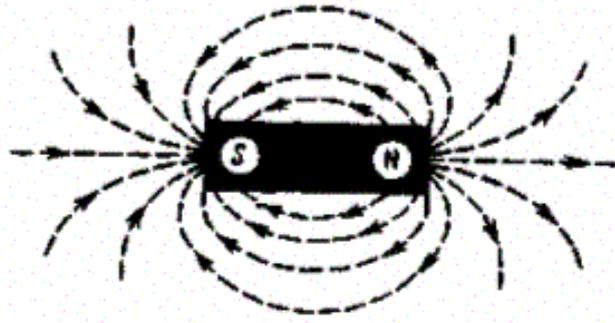


Рис. 4

Опыты показали, что, разрезая магнит на части, его полюсы разделить нельзя, т. е. в отличие от электрических зарядов свободные магнитные «заряды» не существуют, поэтому линии магнитной индукции не могут обрываться на полюсах. В дальнейшем было установлено, что внутри полосовых магнитов имеется магнитное поле, аналогичное полю внутри соленоида, линии магнитной индукции этого магнитного поля являются продолжением линий магнитной индукции вне магнита. Таким образом, линии магнитной индукции магнитного поля постоянных магнитов являются также замкнутыми.

До сих пор мы рассматривали макроскопические токи, текущие в . Однако, согласно предположению французского физика А. Ампера, в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков. Например, если вблизи какого-то тела поместить проводник с током (макроток), то под действием его магнитного поля микротоки во всех атомах определенным образом ориентируются, создавая в теле дополнительное магнитное поле. Вектор магнитной индукции \mathbf{B} характеризует *резльтирующее* магнитное поле, создаваемое всеми *микро-* и *микро-токами*, т. е. при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор \mathbf{B} в *различных* средах будет иметь *разные* значения.

Магнитное поле *макротоков* описывается вектором напряженности \mathbf{H} . Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности следующим соотношением:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad (3)$$

где μ_0 — магнитная постоянная, μ — безразмерная величина — магнитная проницаемость среды, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков H усиливается за счет поля микротоков среды.

Сравнивая векторные характеристики электростатического (E и D) и магнитного (B и H) полей, укажем, что аналогом вектора напряженности электростатического поля E является вектор магнитной индукции B , так как векторы E и B определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды. Аналогом вектора электрического смещения D является вектор напряженности H магнитного поля.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i.$$

64. Закон Био-Савара-Лапласа

1. Вектор магнитной индукции
2. Элемент тока
3. Принцип суперпозиции для магнитных полей
4. Закон Био-Савара-Лапласа
5. Магнитное поле движущегося заряда
6. Магнитное поле прямого тока

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж. Био и Ф. Саваром. Результаты этих опытов были обобщены выдающимся французским математиком и физиком П. Лапласом.

Закон Био — Савара — Лапласа для проводника с током I , элемент dl которого создает в некоторой точке A (рис. 1) индукцию поля dB , записывается в виде

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{[dl, r]}{r^3}, \quad (1)$$

где dl — вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током, r — радиус-вектор, проведенный из

элемента $d\ell$ проводника в точку A поля, r — модуль радиуса-вектора \mathbf{r} . Направление $d\mathbf{B}$ перпендикулярно $d\ell$ и \mathbf{r} , т. е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу правого винта: направление вращения головки винта дает направление $d\mathbf{B}$, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

Модуль вектора $d\mathbf{B}$ определяется выражением

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I d\ell \sin \alpha}{r^2}, \quad (2)$$

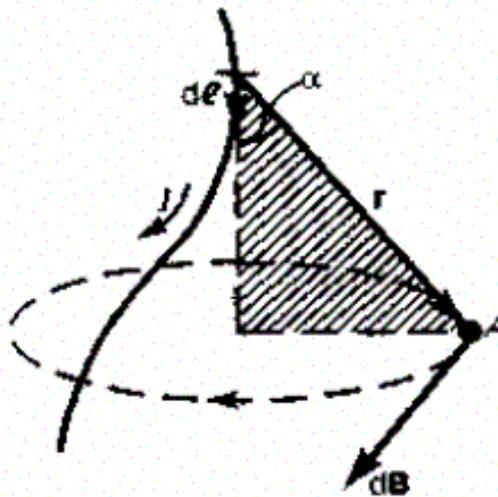


Рис. 1

где α — угол между векторами $d\ell$ и \mathbf{r} .

Рассмотрим два примера.

1. Магнитное поле прямого тока — тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины (рис. 2). В произвольной точке A , удаленной от оси проводника на расстояние R , векторы $d\mathbf{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа («к нам»). Поэтому сложение векторов $d\mathbf{B}$ можно заменить сложением их модулей. В качестве постоянной интегрирования выберем угол α (угол между векторами $d\ell$ и \mathbf{r}), выразив через него все остальные величины.

Из рис. 2 следует, что

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad d\ell = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$$

(радиус дуги CD вследствие малости dl равен r , и угол FDC по этой же причине можно считать прямым). Подставив эти выражения получим, что магнитная индукция, создаваемая одним элементом проводника, равна

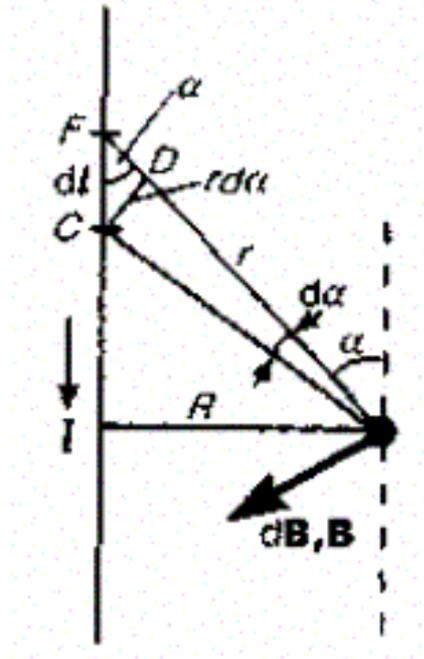


Рис. 2

(3)

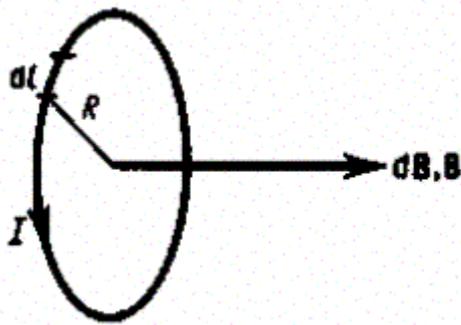
Так как угол α для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от 0 до π , то

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R} \int_0^\pi \sin \alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R}.$$

Следовательно, магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I}{R}. \quad (4)$$

2. Магнитное поле в центре кругового проводника с током (рис. 3). Как следует из рисунка, все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитные поля одинакового направления — вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов dB можно заменить сложением их модулей.



- Записав закон Био — Савара — Лапласа, объясните его физический смысл.
- Рассчитайте, применяя закон Био — Савара — Лапласа, магнитное поле: 1) прямого тока; 2) в центре кругового проводника с током.

Рис. 3

Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($\sin\alpha = 1$) и расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно R , то

$$dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl.$$

Тогда

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} 2\pi R = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

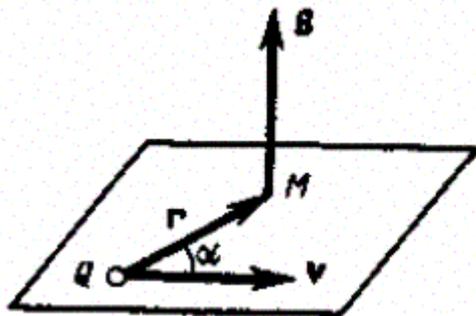
Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Электрический же ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому можно сказать, что любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. В результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий поле B точечного заряда Q , свободно движущегося с нерелятивистской скоростью v . Под свободным движением заряда понимается его движение с постоянной скоростью. Этот закон выражается формулой

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[vr]}{r^3}, \quad (5)$$

где t — радиус-вектор, проведенный от заряда Q к точке наблюдения M (рис. 4). Согласно выражению (5), вектор B направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы v и r , а именно: его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от v к r . Модуль магнитной индукции (5) вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Qv}{r^2} \sin \alpha, \quad (6)$$

где α — угол между векторами v и r .



- Определите числовое значение магнитной постоянной.
- Почему движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока?

Рис. 4

Приведенные закономерности (5) и (4) справедливы лишь при малых скоростях ($v \ll c$) движущихся зарядов, когда электрическое поле свободно движущегося заряда можно считать электростатическим, т. е. создаваемым неподвижным зарядом, находящимся в той точке, где в данный момент времени расположен движущийся заряд.

Впервые поле движущегося заряда удалось обнаружить американскому физику Г. Роуланду (1848—1901). Окончательно этот факт был установлен профессором Московского университета А. А. Эйхенвальдом (1863—1944), изучившим магнитное поле конвекционного тока, а также магнитное поле связанных зарядов поляризованного диэлектрика. Магнитное поле свободно движущихся зарядов было измерено академиком А. Ф. Иоффе, доказавшим эквивалентность, в смысле возбуждения магнитного поля, электронного пучка и тока проводимости.

65. Закон Ампера

1. Сила Ампера
2. Закон Ампера (определение и математическое выражение)
3. Определение направление силы Ампера. Правило левой руки
4. Взаимодействие параллельных проводников с током

Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие. Следовательно, вращающий момент, испытываемый рамкой, есть результат

действия сил на отдельные ее элементы. Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что сила dF , с которой магнитное поле действует на элемент проводника dl с током, находящегося в магнитном поле, равна

$$d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}, \mathbf{B}], \quad (1)$$

где $d\mathbf{l}$ — вектор, по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током, \mathbf{B} — вектор магнитной индукции.

Направление вектора $d\mathbf{F}$ может быть найдено, согласно (1), по общим правилам векторного произведения, откуда следует правило левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор \mathbf{B} , а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток.

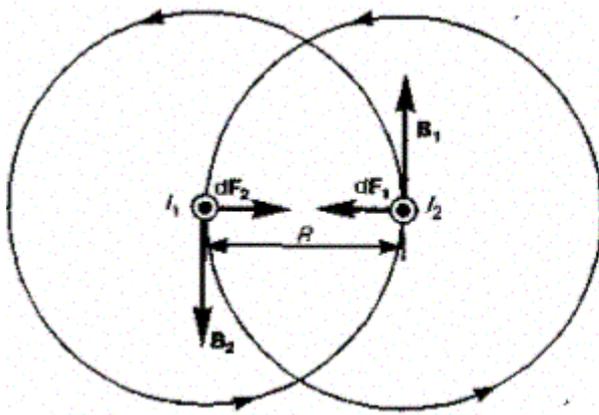
Модуль силы Ампера (см. (1)) вычисляется по формуле

$$dF = IB dl \sin \alpha, \quad (2)$$

где α — угол между векторами $d\mathbf{l}$ и \mathbf{B} .

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов. Рассмотрим два бесконечных прямолинейных параллельных тока I_1 и I_2 (направления токов указаны на рис. 1), расстояние между которыми равно R . Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Рассмотрим, с какой силой действует магнитное поле тока I_1 на элемент dl второго проводника с током I_2 . Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого представляют собой концентрические окружности. Направление вектора \mathbf{B}_1 определяется правилом правого винта, его модуль по формуле равен

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1}{R}.$$



- Найдите выражение для силы взаимодействия двух бесконечных прямолинейных одинаковых токов противоположного направления. Начертите рисунок с указанием сил.
- Назовите единицы магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Дайте их определения.

Рис. 1

Направление силы dF_1 , с которой поле B_1 действует на участок dl второго тока, определяется по правилу левой руки и указано на рисунке. Модуль силы, согласно (2), с учетом того, что угол α между элементами тока I_2 и вектором B_1 прямой, равен

$$dF_1 = I_2 B_1 dl;$$

подставляя значение для B_1 получим

$$dF_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (3)$$

Рассуждая аналогично, можно показать, что сила dF_2 , с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент dl первого проводника с током I_1 направлена в противоположную сторону и по модулю равна

$$dF_2 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (4)$$

Сравнение выражений (3) и (4) показывает, что

$$dF_1 = dF_2,$$

т. е. два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (5)$$

Если токи имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая формулой (5).

Если два параллельных проводника с током находятся в вакууме ($\mu = 1$), то сила взаимодействия на единицу длины проводника, согласно (5), равна

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R}. \quad (6)$$

Для нахождения числового значения μ_0 воспользуемся определением ампера, согласно которому $\frac{dF}{dl} = 2 \cdot 10^{-7}$ Н/м при $I_1 = I_2 = 1$ А и $R = 1$ м.

Подставив это значение в формулу (6), получим

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м},$$

где генри (Гн) — единица индуктивности.

Закон Ампера позволяет определить единицу магнитной индукции B . Предположим, что элемент проводника dl с током I перпендикулярен направлению магнитного поля. Тогда закон Ампера запишется в виде $dF = IBdl$, откуда

$$B = \frac{1}{I} \frac{dF}{dl}.$$

Единица магнитной индукции — тесла (Тл): 1 Тл — магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику проходит ток 1 А:

$$1 \text{ Тл} = 1 \text{ Н}/(\text{А}\cdot\text{м}).$$

Так как $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Н/А², а в случае вакуума ($\mu = 1$), $B = \mu_0 H$, то для данного случая

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0.$$

Единица напряженности магнитного поля — ампер на метр (А/м): 1 А/м — напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл.

66. Магнитное поле движущегося заряда

1. Магнитное поле движущегося заряда
2. Связь между электрическим и магнитным полем движущегося заряда
3. Связь между ϵ_0 и μ_0

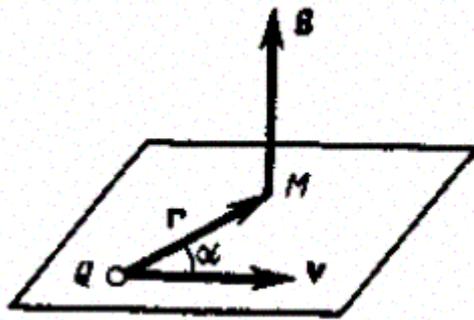
Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Электрический же ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому можно сказать, что любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. В результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий поле \mathbf{B} точечного заряда Q , свободно движущегося с нерелятивистской скоростью v . Под свободным движением заряда понимается его движение с постоянной скоростью. Этот закон выражается формулой

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[\mathbf{v}r]}{r^3}, \quad (1)$$

где \mathbf{r} — радиус-вектор, проведенный от заряда Q к точке наблюдения M (рис. 4). Согласно выражению (5), вектор \mathbf{B} направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы \mathbf{v} и \mathbf{r} , а именно: его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \mathbf{v} к \mathbf{r} . Модуль магнитной индукции (5) вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Qv}{r^2} \sin \alpha, \quad (2)$$

где α — угол между векторами \mathbf{v} и \mathbf{r} .



- Определите числовое значение магнитной постоянной.
- Почему движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока?

Рис. 1

Приведенные закономерности (1) и (2) справедливы лишь при малых скоростях ($v \ll c$) движущихся зарядов, когда электрическое поле свободно движущегося заряда можно считать электростатическим, т. е. создаваемым неподвижным зарядом, находящимся в той точке, где в данный момент времени расположен движущийся заряд.

Впервые поле движущегося заряда удалось обнаружить американскому физику Г. Роуланду (1848—1901). Окончательно этот факт был установлен профессором Московского университета А. А. Эйхенвальдом (1863—1944), изучившим магнитное поле конвекционного тока, а также магнитное поле связанных зарядов поляризованного диэлектрика. Магнитное поле свободно движущихся зарядов было измерено академиком А. Ф. Иоффе, доказавшим эквивалентность, в смысле возбуждения магнитного поля, электронного пучка и тока проводимости.

Электромагнитное поле движущегося заряда.

Процесс возникновения магнитного поля, под действием изменяющегося во времени электрического поля, также логически следует из принципа относительности и полевой теории близкодействия. Неподвижный электрический заряд создает электростатическое поле, если же перейти в систему отсчета, в которой этот заряд движется равномерно, то в этой системе отсчета будет существовать и магнитное поле. Появление это поля качественно можно истолковать следующим образом: пусть в некоторой точке А в некоторый момент времени движущийся со

скоростью v заряд q создает электрическое поле напряженности E_0 (рис. 2).

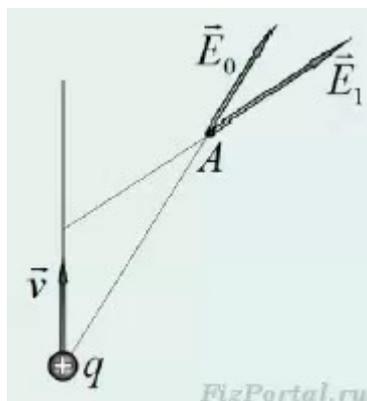


рис. 2

При смещении заряда напряженность электрического поля будет изменяться по величине и по направлению. Изменяющееся в рассматриваемой точке электрическое поле и создает в этой точке магнитное поле.

Свяжем между собой характеристики электрического и магнитного полей. Для этого воспользуемся законом Био-Савара. Элемент тока $I\Delta l$ в произвольной точке A создает магнитное поле, индукции которого равна

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\Delta l}{R^2} \sin \alpha, \quad (3)$$

где R – расстояние от элемента тока до точки A , α – угол между направлением элемента тока и направлением на точку A (рис. 3 а).

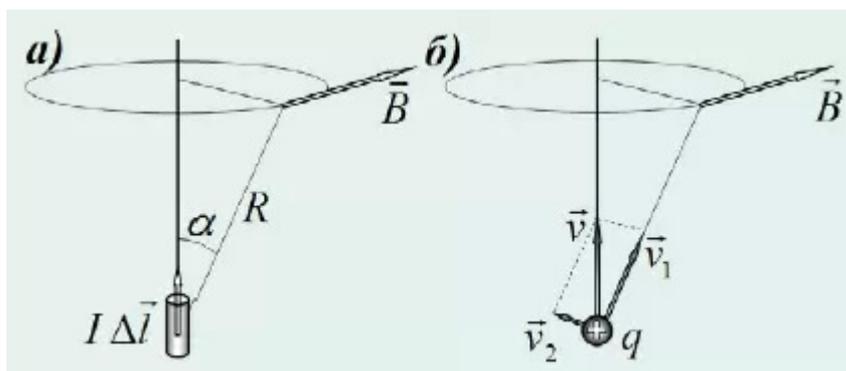


рис. 3

Направлен вектор индукции перпендикулярно элементу тока и отрезку, соединяющему его с точкой А. Характеристику элемента тока $I\Delta l$ можно представить в виде

$$I\Delta \vec{l} = q\vec{v}, \quad (4)$$

где q – величина заряда, движущегося внутри выделенного элемента тока. Следовательно, можно утверждать, что заряд q , движущийся со скоростью v , создает магнитное поле величиною

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{R^2} \sin \alpha. \quad (5)$$

Движущийся заряд создает также и электрическое поле, в отличие от элемента тока, в котором заряды одного знака движутся, а равные по величине заряды противоположного знака покоятся. Проведенная нами замена элемента тока на движущийся заряд законна, так как магнитное поле создается только движущимися зарядами.

Разложим вектор скорости v заряженного тела на две составляющие (рис. 3 б): v_1 – направленную вдоль отрезка, соединяющей заряд с точкой наблюдения, и v_2 – перпендикулярную этому отрезку. Как следует из закона Био-Савара, движущийся заряд не создает магнитного поля в точках, лежащих на прямой вдоль вектора скорости. Поэтому, можно

сказать, что магнитное поле в точке А создается благодаря перпендикулярной компоненте скорости v_2 . Это обстоятельство отражено и в формуле (3), где фигурирует произведение $v \sin \alpha$, равное модулю перпендикулярной компоненты скорости v_2 . Таким образом, можно упростить рассматриваемую задачу, рассматривая поля в точках плоскости, проходящей через заряд и перпендикулярной вектору заряда (рис. 4).

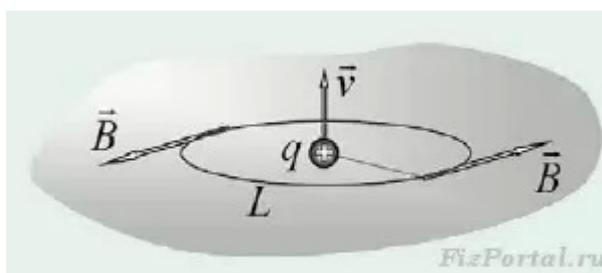


рис. 4

По аналогии с законом электромагнитной индукции можно предположить, что циркуляция вектора индукции связана с изменением потока вектора напряженности электрического поля, поэтому найдем эти величины и попытаемся найти связь между ними. Рассмотрим наиболее простой случай. На окружности L , центр которой совпадает с зарядом, вектор индукции направлен по касательной к этой окружности и постоянен по модулю. Поэтому циркуляция вектора индукции по этому контуру равна

$$\Gamma_B = B \cdot 2\pi R = \frac{\mu_0 q v}{4\pi R^2} 2\pi R = \mu_0 \left(\frac{qv}{2R} \right). \quad (6)$$

Найдем изменение потока вектора напряженности электрического поля через рассматриваемый контур L . Как и в случае расчета магнитного «потока через контур», мы должны выбрать поверхность, опирающуюся на контур.

Пусть в рассматриваемый момент времени заряд находится в некоторой плоскости. В качестве поверхности, через которую рассчитывается поток, выберем полусферу Ω_0 , опирающуюся на окружность L (рис. 5).

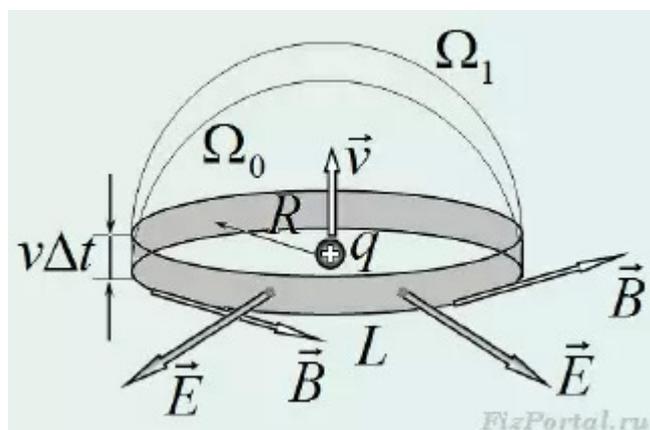


рис. 5

Через малый промежуток времени Δt заряд сместится на расстояние $v\Delta t$. Чтобы найти электрический поток в этот момент времени дополним сместившуюся полусферу Ω_1 тонким цилиндрическим слоем, соединяющим край полусферы с окружностью L (на рис. 5 этой слой затенен). Понятно, что изменение потока через контур равно потоку через выделенную полоску. Так как полоска узкая, то можно считать, что во всех ее точках вектор напряженности электрического поля направлен по нормали к поверхности и постоянен по модулю, поэтому искомый поток равен

$$\Delta\Phi_E = ES = E \cdot 2\pi R \cdot v\Delta t = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 2\pi R \cdot v\Delta t = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{qv}{2R} \right) \Delta t, \quad (7)$$

где

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

напряженность электрического поля точечного заряда,

$$S = 2\pi R \cdot v\Delta t$$

площадь выделенной полоски.

Сравнивая это выражение с формулой для циркуляции вектора магнитной индукции (6), мы видим, что наша гипотеза оправдалась: действительно, циркуляция вектора индукции пропорциональна изменению потока вектора напряженности электрического поля

$$\Gamma_B = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\Delta \Phi_E}{\Delta t}. \quad (8)$$

Тем самым мы пришли к той же формулировке закона, описывающего токи смещения.

В данном выводе сделано одно неявное допущение: мы приняли, что напряженность электрического поля движущегося заряда определяется, так же как и напряженность поля неподвижного заряда. Строго говоря, это условие выполняется только при скоростях движения зарядов значительно меньших скорости света. Однако, полученный закон, связывающий характеристики изменяющегося электрического поля и создаваемого им магнитного поля справедлив при любых скоростях движущихся зарядов.

67. Сила Лоренца

1. Действие магнитного поля на движущийся заряд
2. Сила Лоренца (формула)
3. Определение направления силы Лоренца. Правило левой руки
4. Движение заряженной частицы, влетевшей в однородное магнитное поле под различными углами к вектору \vec{B}

Опыт показывает, что магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле. Сила, действующая на электрический заряд Q , движущийся в магнитном поле со скоростью v , называется силой Лоренца и выражается формулой

$$\mathbf{F} = Q[\mathbf{v}\mathbf{B}], \quad (1)$$

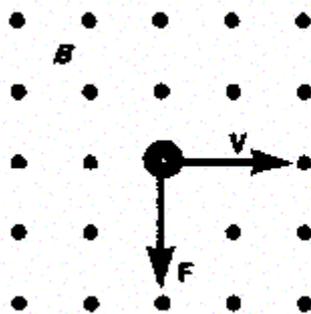
где B — индукция магнитного поля, в котором заряд движется.

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор B , а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора v (для $Q > 0$ направления I и v совпадают, для $Q < 0$ — противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на *положительный заряд*. На отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении. Модуль силы Лоренца равен

$$F = QvB \sin \alpha,$$

где α — угол между v и B .

Отметим еще раз, что магнитное поле *не действует на покоящийся электрический заряд*. В этом существенное отличие магнитного поля от электрического. *Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды*.



- Чему равна и как направлена сила, действующая на отрицательный электрический заряд, движущийся в магнитном поле?
- Чему равна работа силы Лоренца при движении протона в магнитном поле? Ответ обосновать.

Рис. 1

Так как по действию силы Лоренца можно найти модуль и направление вектора B , то выражение для силы Лоренца может быть использовано для определения вектора магнитной индукции B .

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно, сила Лоренца работы не совершает. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля с индукцией B действует и электрическое поле с напряженностью E , то

результатирующая сила F , приложенная к заряду, равна векторной сумме сил — силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца:

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{E} + Q[\mathbf{v}\mathbf{B}].$$

Это выражение называется формулой Лоренца. Скорость v в этой формуле есть скорость заряда относительно магнитного поля.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью v вдоль линий магнитной индукции, то угол α между векторами v и B равен 0 или π . Тогда сила Лоренца равна нулю, т. е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью v , перпендикулярной вектору B , то сила Лоренца $F = Q[vB]$ постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Отсюда следует, что частица будет двигаться по окружности, радиус r которой определяется из условия $QvB = mv^2/r$, откуда

$$r = \frac{m v}{Q B}. \quad (2)$$

Период вращения частицы, т. е. время T , за которое она совершает один полный оборот,

$$T = 2\pi r/v.$$

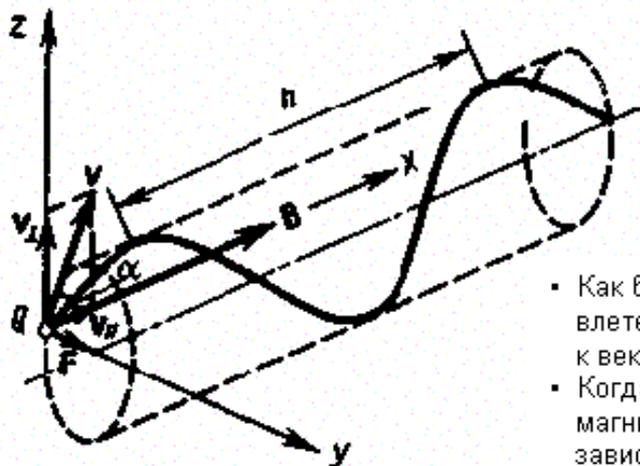
Подставив сюда выражение (2), получим

$$T = \frac{2\pi m}{B Q}, \quad (3)$$

т. е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной, обратной удельному заряду (Q/m) частицы, и магнитной индукцией поля, но не зависит от ее скорости (при $v \ll c$). На этом основано действие циклических ускорителей заряженных частиц.

Если скорость v заряженной частицы направлена под углом α к вектору B (рис. 2), то ее движение можно представить в виде суперпозиции:
1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_1 =$

$v \cos \alpha$; 2) равномерного движения со скоростью $v_{\perp} = v \sin \alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю (рис. 2).



- Как будет двигаться заряженная частица, влетевшая в однородное магнитное поле к вектору B под углом $\pi/2$?
- Когда заряженная частица движется в магнитном поле по спирали? От чего зависит шаг спирали? (Ответы подтвердите выводами формул.)

Рис. 2

Шаг винтовой линии

$$h = v_{\parallel} T = v T \cos \alpha.$$

$$h = 2\pi m v \cos \alpha / (BQ).$$

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

68. Эффект Холла

1. Эффект Холла
2. Холловская разность потенциалов
3. Постоянная Холла
4. По измеренному значению постоянной Холла определение концентрации носителей тока в проводнике и природы проводимости полупроводников

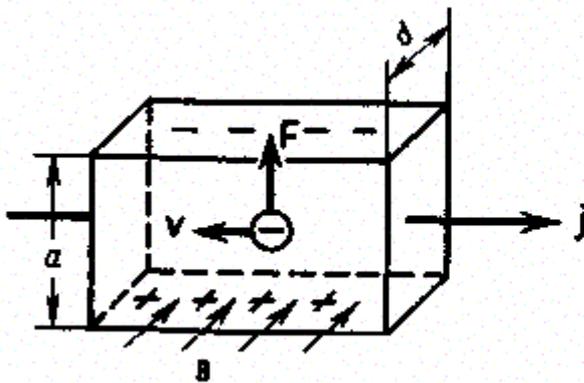
Эффект Холла— это возникновение в металле (или полупроводнике) с током плотностью j , помещенном в магнитное поле B , электрического поля в направлении, перпендикулярном B и j .

Поместим металлическую пластинку с током плотностью j в магнитное поле B , перпендикулярное j (рис. 1). При данном направлении j скорость

носителей тока в металле — электронов — направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца, которая в данном случае направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего — их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Когда напряженность E_v этого поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды будет уравнивать силу Лоренца, то установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

$$eE_v = e\Delta\varphi/a = evB, \text{ или } \Delta\varphi = vBa,$$

где a — ширина пластинки, $\Delta\varphi$ — поперечная (холловская) разность потенциалов.



- Какие данные о проводниках и полупроводниках можно получить на основе экспериментального исследования эффекта Холла?
- В чем заключается эффект Холла? Выведите формулу для холловской разности потенциалов

Рис. 1

Учитывая, что сила тока $I = jS = nevS$ (S - площадь поперечного сечения пластинки толщиной a , n — концентрация электронов, v — средняя скорость упорядоченного движения электронов), получим

$$\Delta\varphi = \frac{I}{nead} Ba = \frac{1}{en} \frac{IB}{d} = R \frac{IB}{d}, \quad (1)$$

т. е. холловская поперечная разность потенциалов прямо пропорциональна магнитной индукции B , силе тока I и обратно пропорциональна толщине пластинки d . В формуле (1) $R = 1/(en)$ — постоянная Холла, зависящая от вещества. По измеренному значению постоянной Холла можно: 1) определить концентрацию носителей тока в проводнике (при известных характере проводимости и заряде носителей); 2) судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со

знаком заряда e носителей тока. Эффект Холла поэтому — наиболее эффективный метод изучения энергетического спектра носителей тока в металлах и полупроводниках. Он применяется также для умножения постоянных токов в аналоговых вычислительных машинах, в измерительной технике (датчики Холла) и т. д.

69. Поток вектора магнитной индукции

1. Магнитный поток
2. Нормаль к площадке
3. Формула для определения магнитного потока
4. Единица измерения магнитного потока
5. Поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность (теорема Гаусса)

Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку dS называется *скалярная* физическая величина, равная

$$d\Phi_B = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_n dS, \quad (1)$$

где $B_n = B \cos \alpha$. — проекция вектора B на направление нормали к площадке dS (α — угол между векторами n и B), $d\mathbf{S} = dS \mathbf{n}$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление его совпадает с направлением нормали n к площадке. Поток вектора B может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака $\cos \alpha$ (определяется выбором положительного направления нормали n). Поток вектора B связывают с контуром, по которому течет ток. В таком случае положительное направление нормали к контуру нами уже определено: оно связывается с током правилом правого винта. Таким образом, магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Поток вектора магнитной индукции Φ_B через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B_n dS. \quad (2)$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору B , $B_n = B = \text{const}$ и

$$\Phi_B = BS.$$

Из этой формулы определяется единица магнитного потока вебер (Вб): 1 Вб — магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 м², расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл (1 Вб = 1 Тл·м²).

Теорема Гаусса для поля В: поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (3)$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Итак, для потоков векторов В и Е сквозь замкнутую поверхность в вихревом и потенциальном полях получаются различные выражения.

Аналогично циркуляции вектора напряженности электростатического поля введем циркуляцию вектора магнитной индукции. Циркуляцией вектора В по заданному замкнутому контуру называется интеграл

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_t dl,$$

где $d\mathbf{l}$ — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура, $B_t = B \cos \alpha$ — составляющая вектора В в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода), α — угол между векторами В и $d\mathbf{l}$.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора В): циркуляция вектора В по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_t dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k, \quad (4)$$

где n — число проводников с токами, охватываемых контуром L произвольной формы. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление

которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным.

Сравнивая выражения для циркуляции векторов E и B , видим, что между ними существует *принципиальное различие*. Циркуляция вектора B электростатического поля всегда равна нулю, т. е. электростатическое поле является *потенциальным*. Циркуляция вектора B магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется *вихревым*,

Теорема о циркуляции вектора B имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как теорема Гаусса в электростатике, так как позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био — Савара — Лапласа.

70. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

1. Перемещение проводника с током в магнитном поле под действием силы Ампера
2. Работа при перемещении проводника с током в однородном магнитном поле
3. Работа при перемещении проводника с током в неоднородном магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действуют силы, определяемые законом Ампера. Если проводник не закреплен (например, одна из сторон контура изготовлена в виде подвижной перемычки, рис. 1), то под действием силы Ампера он будет в магнитном поле перемещаться. Следовательно, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током.

Для определения этой работы рассмотрим проводник длиной l с током I (он может свободно перемещаться), помещенный в однородное внешнее магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура. Сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение — по закону Ампера равна

$$F = IlB.$$

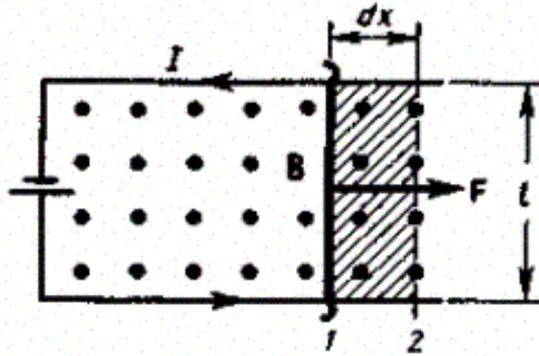


Рис. 1

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx из положения 1 в положение 2. Работа, совершаемая магнитным полем, равна

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi,$$

так как $ldx = dS$ — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле, $BdS = d\Phi$ — поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом,

$$dA = Id\Phi, \quad (1)$$

т. е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, *пересеченный движущимся проводником*. Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора B .

Таким образом, работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на *изменение магнитного потока, сцепленного с контуром*. Формула (1) остается справедливой для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

Согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время dt ($\xi_1 Idt$) будет складываться из работы на джоулеву теплоту ($I^2 R dt$) и работы по перемещению проводника в магнитном поле ($Id\Phi$):

$$\xi_1 Idt = I^2 R dt + Id\Phi,$$

где R — полное сопротивление контура. Тогда

$$I = \left(\mathcal{E} - \frac{d\Phi}{dt} \right) / R,$$

где $-\frac{d\Phi}{dt}$ есть не что иное, как закон Фарадея

71. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея

1. Э.Д.С. электромагнитной индукции
2. Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)
3. Математическое выражение для закона электромагнитной индукции
4. Правило Ленца

Связь магнитного поля с током привела к многочисленным попыткам возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта фундаментальная задача была блестяще решена в 1831 г. английским физиком М. Фарадеем, открывшим явление электромагнитной индукции. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.

Опытным путем было также установлено, что значение индукционного тока совершенно не зависит *от способа изменения потока магнитной индукции*, а определяется лишь *скоростью* его изменения (в опытах Фарадея также доказывалось, что отклонение стрелки гальванометра (сила тока) тем больше, чем больше скорость движения магнита, или скорость изменения силы тока, или скорость движения катушек).

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение, так как была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля. Этим была установлена взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями, что послужило в дальнейшем толчком для разработки теории электромагнитного поля.

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к количественному закону электромагнитной индукции. Он показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток; возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой электродвижущей силой электромагнитной индукции. Значение

индукционного тока, а следовательно, и э.д.с. электромагнитной индукции ξ_1 определяются только скоростью изменения магнитного потока, т. е.

$$\xi_1 \sim \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

Знак магнитного потока зависит от выбора положительной нормали к контуру. В свою очередь, положительное направление нормали определяется правилом правого винта. Следовательно, выбирая положительное направление нормали, мы определяем как знак потока магнитной индукции, так и направление тока и э.д.с. в контуре. Пользуясь этими представлениями и выводами, можно соответственно прийти к формулировке закона электромагнитной индукции Фарадея: какова бы ни была причина изменения потока магнитной индукции, охватываемого замкнутым проводящим контуром, возникающая в контуре э. д. с.

$$\xi_1 = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Знак минус показывает, что увеличение потока $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0\right)$ вызывает э.д.с. $\xi_1 < 0$, т. е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку; уменьшение потока $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$ вызывает $\xi_1 > 0$, т. е. направления потока и поля индукционного тока совпадают. Знак минус в формуле (2) определяется правилом Ленца — общим правилом для нахождения направления индукционного тока, выведенного в 1833 г.

Правило Ленца: индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток.

Закон Фарадея можно сформулировать еще таким образом: э.д.с. \mathcal{E} , электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром. Этот закон является *универсальным*: э. д. с. \mathcal{E} , не зависит от способа изменения магнитного потока. Э.д.с. электромагнитной индукции выражается в вольтах. Действительно, учитывая, что единицей магнитного потока является вебер (Вб), получим

$$\left[\frac{d\Phi}{dt} \right] = \frac{Вб}{с} = \frac{Тл \cdot м^2}{с} = \frac{Н \cdot м^2}{А \cdot м \cdot с} = \frac{Дж}{А \cdot с} = \frac{А \cdot В \cdot с}{А \cdot с} = В.$$

Какова природа э.д.с. электромагнитной индукции? Если проводник движется в постоянном магнитном поле, то сила Лоренца, действующая на заряды внутри проводника, движущиеся вместе с проводником, будет направлена противоположно току, т. е. она будет создавать в проводнике индукционный ток противоположного направления (за направление электрического тока принимается движение положительных зарядов). Таким образом, возбуждение э.д.с. индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца, возникающей при движении проводника.

Согласно закону Фарадея, возникновение э.д.с. электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в *переменном* магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение э.д.с. индукции. Максвелл для объяснения э. д. с. индукции в *неподвижных* проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. Циркуляция вектора E_B этого поля по любому неподвижному контуру L проводника представляет собой э. д. с. электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L E_B dl = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

72. Индуктивность контура. Самоиндукция

1. Индуктивность проводника
2. Единица измерения индуктивности
3. Самоиндукция
4. Правило Ленца

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био - Савара - Лапласа, пропорциональна току. Сцепленный с контуром магнитный поток Φ поэтому пропорционален току I в контуре:

$$\Phi = LI, \tag{1}$$

где коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью контура.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться э.д.с. Возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией.

Из выражения (1) определяется единица индуктивности генри (Гн): 1 Гн — индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при токе в 1 А равен 1 Вб:

$$1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А} = 1 \text{ В} \cdot \text{с/А}.$$

Можно показать, что индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим, что э. д. с. самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (LI) = - \left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt} \right).$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется (в дальнейшем будет показано, что последнее условие выполняется не всегда), то $L = \text{const}$ и

$$\mathcal{E}_s = - L \frac{dI}{dt}, \quad (2)$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к *замедлению изменения* тока в нем.

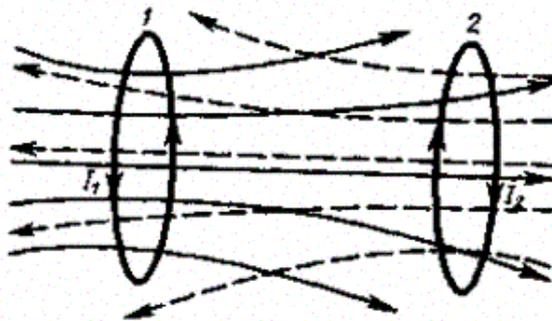
Если ток со временем возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\xi_s < 0$, т. е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание. Если ток со временем убывает, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\xi_s > 0$, т. е. индукционный ток имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание. Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую

инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

73. Взаимная индукция. Правило Ленца

1. Взаимная индукция
2. Взаимная индуктивность контуров
3. Работа при удалении одного из контуров относительно другого на бесконечность
4. Явление возникновения э.д.с. в контуре

Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга (рис. 2).



- В чем заключаются явления самоиндукции и взаимной индукции? Вычислите э.д.с. индукции для обоих случаев
- В чем заключается физический смысл времени релаксации $\tau = L/R$? Докажите, что оно имеет размерность времени.

Рис. 2

Если в контуре 1 течет ток I_1 то магнитный поток, создаваемый этим током (поле, создающее этот поток, на рисунке изображено сплошными линиями), пропорционален I_1 . Обозначим через Φ_{21} ту часть потока, которая пронизывает контур 2. Тогда

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1, \tag{3}$$

где L_{21} — коэффициент пропорциональности.

Если ток I_1 изменяется, то в контуре 2 индуцируется э.д.с. \mathcal{E}_{12} , которая по закону Фарадея равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{21} созданного током в первом контуре и пронизывающего второй:

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока I_2 магнитный поток (его поле изображено на рис. 2 штриховыми линиями) пронизывает первый контур. Если Φ_{12} — часть этого потока, пронизывающего контур 1, то

$$\Phi_{12} = L_{12}I_2.$$

Если ток I_2 изменяется, то в контуре 1 индуцируется э.д.с. \mathcal{E}_{11} , которая равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{12} , созданного током во втором контуре и пронизывающего первый:

$$\mathcal{E}_{11} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. Коэффициенты пропорциональности L_{21} и L_{12} называются взаимной индуктивностью контуров. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что L_{21} и L_{12} равны друг другу, т. е.

$$L_{12} = L_{21}.$$

Коэффициенты L_{12} и L_{21} зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей контуры среды. Единица взаимной индуктивности та же, что и для индуктивности, — генри (Гн).

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0\mu \frac{N_1N_2}{l} S.$$

74. Электромагнитные колебания и волны

1. Колебательный контур
2. Электромагнитные колебания
3. Собственная частота электромагнитных колебаний
4. Формула Томсона
5. Электромагнитные волны

Периодические изменения заряда q , силы тока I и напряжения U называют электрическими колебаниями. Свободные электрические гармоническое колебания происходят в колебательном контуре по закону: $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$.

При свободных колебаниях происходит периодическое превращение электрической энергии, запасенной в конденсаторе, в магнитную энергию катушки, и наоборот. Полная электромагнитная энергия в идеальном колебательном контуре остается постоянной:

$$W = W_e + W_m = \frac{q^2}{2c} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}$$

Собственная частота свободных колебаний равняется. $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Период свободных колебаний равен: $T = 2\pi\sqrt{LC}$ - впервые получена Томсоном и называется формулой Томсона.

Колебания, возникающие в колебательной системе под действием периодически изменяющихся внешних сил, называются вынужденными.

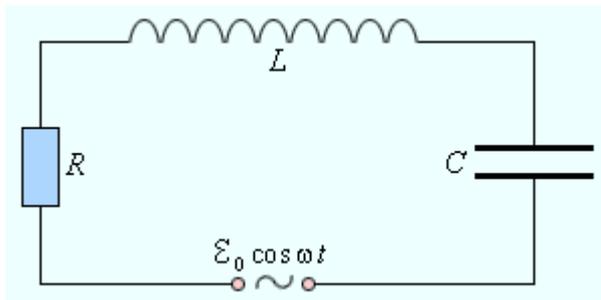


Рис. 1. Вынужденные колебания в контуре

Мощность, выделяемая на участке цепи, равна: $P = IU \cos \varphi$, где φ – разность фаз между колебаниями напряжения и силы тока.

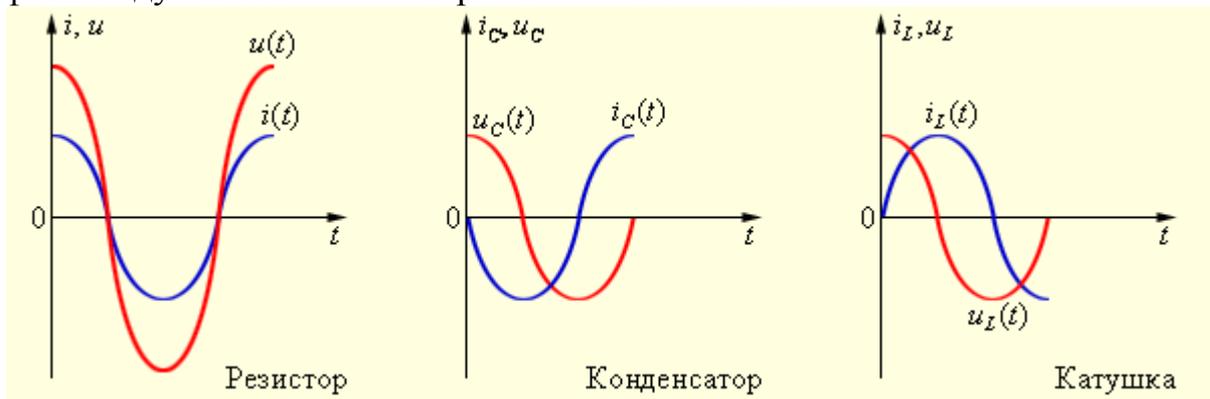


Рис. 2. Колебания электрического тока i и напряжения u на резисторе, конденсаторе и катушке индуктивности

Мощность в цепи переменного тока выделяется только на активном сопротивлении (резисторе). Средняя мощность переменного тока на конденсаторе и катушке индуктивности равна нулю.

Для расчета цепей на переменном токе, содержащих резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности, вводится понятие реактивного сопротивления.

Реактивное сопротивление конденсатора равно

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

сопротивление катушки равно

$$Z_L = \omega L.$$

Полное сопротивление Z на переменном токе цепи, состоящей из последовательно соединенных R , C и L , рассчитывается по формуле:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения равны:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Электромагнитные волны – это распространяющиеся в пространстве электромагнитные колебания. Они поперечны, то есть векторы \vec{E} и \vec{B} перпендикулярны и друг другу, и направлению распространения волны.

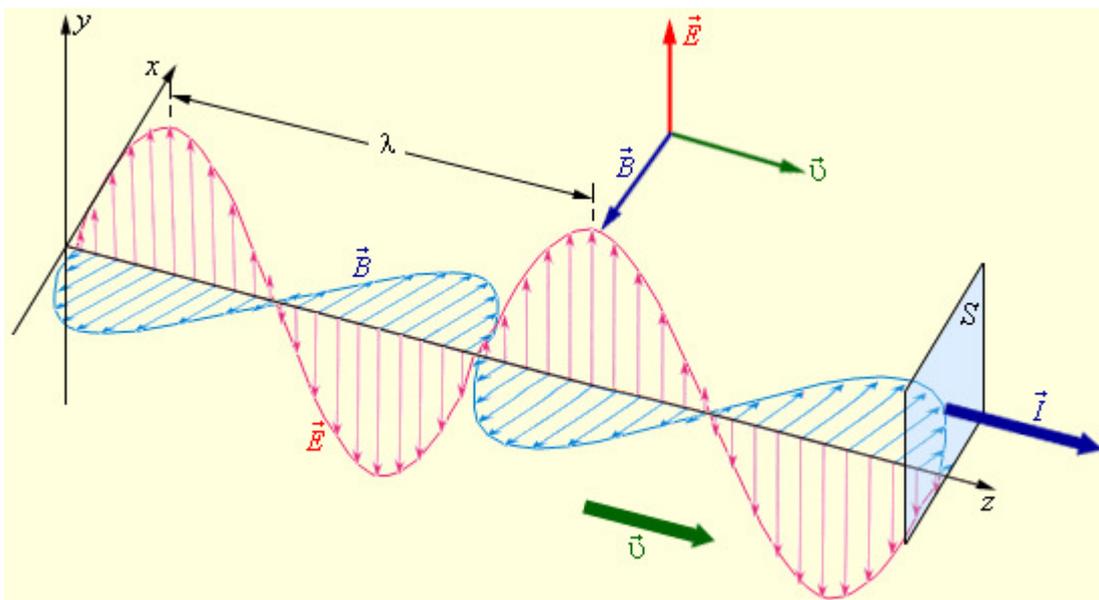


Рис. 3. Синусоидальная электромагнитная волна

Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме c (скорость света) – это мировая константа: $c = 2,9979 \cdot 10^8$ м/с.

Скорость распространения электромагнитных волн в веществе равна:

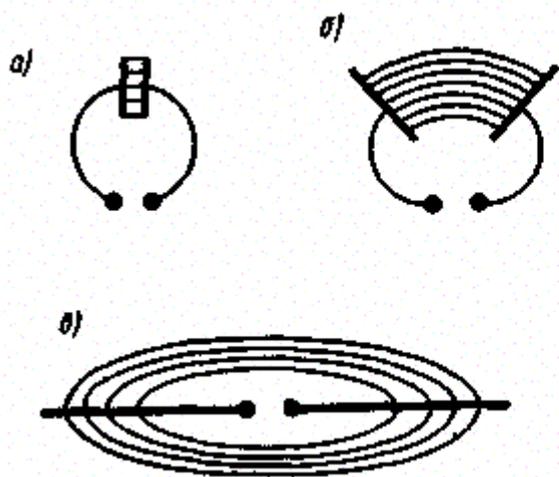
где ϵ – диэлектрическая, а μ – магнитная проницаемости вещества.

Длина волны в вакууме и ее частота связаны формулой:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Источником электромагнитных волн в действительности может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток, так как для возбуждения электромагнитных волн необходимо создать в пространстве переменное электрическое поле (ток смещения) или соответственно переменное магнитное поле. Однако излучающая способность источника определяется его формой, размерами и частотой колебаний. Чтобы излучение играло заметную роль, необходимо увеличить объем пространства, в котором переменное электромагнитное поле создается. Поэтому для получения электромагнитных волн непригодны закрытые колебательные контуры, так как в них электрическое поле сосредоточено между обкладками конденсатора, а магнитное — внутри катушки индуктивности.

Герц в своих опытах, уменьшая число витков катушки и площадь пластин конденсатора, а также раздвигая их (рис. 4, а, б), совершил переход от закрытого колебательного контура к открытому колебательному контуру (вибратору Герца), представляющему собой два стрелня, разделенных искровым промежутком (рис. 4, в).



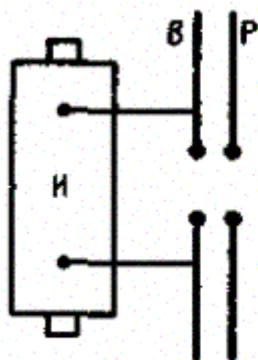
- ♦ Что такое электромагнитная волна? Какова скорость ее распространения?
- ♦ Что может служить источником электромагнитных волн?
- ♦ Каковы физические процессы, приводящие к возможности существования электромагнитных волн?

Рис. 4

Если в закрытом колебательном контуре переменное электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора (рис. 4, а), то в открытом оно заполняет окружающее контур пространство (рис. 4, в), что существенно повышает интенсивность электромагнитного излучения. Колебания в такой системе поддерживаются за счет источника э.д.с., подключенного к

обкладкам конденсатора, а искровой промежуток применяется для того, чтобы увеличить разность потенциалов, до которой первоначально заряжаются обкладки.

Для возбуждения электромагнитных волн вибратор Герца V подключался к индуктору I (рис. 5).



- Почему Герц в своих опытах использовал открытый колебательный контур?
- Как можно представить себе шкалу электромагнитных волн, и каковы источники излучения разных видов волн?

Рис. 5

Когда напряжение на искровом промежутке достигало пробивного значения, возникала искра, закорачивающая обе половины вибратора, и в нем возникали свободные затухающие колебания. При исчезновении искры контур размыкался и колебания прекращались. Затем индуктор снова заряжал конденсатор, возникала искра и в контуре опять наблюдались колебания и т. д. Для регистрации электромагнитных волн Герц пользовался вторым вибратором, называемым резонатором P , имеющим такую же частоту собственных колебаний, что и излучающий вибратор, т. е. настроенным в резонанс с вибратором. Когда электромагнитные волны достигали резонатора, то в его зазоре проскакивала электрическая искра.

С помощью описанного вибратора Герц экспериментировал с электромагнитными волнами, длина волны которых составляла примерно 3 м. П. Н. Лебедев, применяя миниатюрный вибратор из тонких платиновых стерженьков, получил миллиметровые электромагнитные волны с $\lambda = 6 - 4$ мм. Дальнейшее развитие методики эксперимента в этом направлении позволило в 1923 г. российскому физику А. А. Глаголевой-Аркадьевой сконструировать массовый излучатель, в котором короткие электромагнитные волны, возбуждаемые колебаниями электрических зарядов в атомах и молекулах, генерировались с помощью искр, проскакиваемых между металлическими опилками, взвешенными в масле. Так были получены волны с λ от 50 мм до 80 мкм. Тем самым было доказано

существование волн, перекрывающих интервал между радиоволнами и инфракрасным излучением.

Недостатком вибраторов Герца и Лебедева и массового излучателя Глаголевой-Аркадьевой являлось то, что свободные колебания в них быстро затухали и обладали малой мощностью. Для получения незатухающих колебаний необходимо создать автоколебательную систему, которая обеспечивала бы подачу энергии с частотой, равной частоте собственных колебаний контура. Поэтому в 20-х годах нашего столетия перешли к генерированию электромагнитных волн с помощью электронных ламп. Ламповые генераторы позволяют получать колебания заданной (практически любой) мощности и синусоидальной формы.

Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном частот (или длин волн $\lambda = c/v$, где c — скорость электромагнитных волн в вакууме), отличаются друг от друга по способам их генерации и регистрации, а также по своим свойствам. Поэтому электромагнитные волны делятся на несколько видов: радиоволны, световые волны, рентгеновское и γ -излучения (табл.5). Следует отметить, что границы между различными видами электромагнитных волн довольно условны.

Таблица 5

Вид излучения	Длина волны, м	Частота волны, Гц	Источник излучения
Радиоволны	10^3-10^4	$3 \cdot 10^5-3 \cdot 10^{12}$	Колебательный контур Вибратор Герца Массовый излучатель Ламповый генератор

Световые волны:	$5 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{11} - 3,75 \cdot 10^{14}$	Лампы
инфракрасное излучение	$8 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$3,75 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$	Лазеры
видимый свет	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$	$7,5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{17}$	
ультрафиолетовое излучение		$1,5 \cdot 10^{17} - 5 \cdot 10^{19}$	
Рентгеновское излучение	$2 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-12}$		Трубки Рентгена
Гамма-излучение	$< 6 \cdot 10^{-12}$	$> 5 \cdot 10^{19}$	Радиоактивный распад
			Ядерные процессы
			Космические процессы

75. Энергия магнитного поля

1. Явление возникновения э.д.с. в соленоиде
2. Работа, совершаемая в соленоиде э.д.с. индукцией за время Δt
3. Работа при изменении силы тока в контуре
4. Энергия магнитного поля
5. Объемная плотность энергии магнитного поля

Проводник, по которому протекает электрический ток, всегда окружен магнитным полем, причем магнитное поле появляется и исчезает вместе с появлением и исчезновением тока. Магнитное поле, подобно электрическому, является носителем энергии. Естественно предположить, что энергия магнитного поля равна работе, которая затрачивается током на создание этого поля.

Рассмотрим контур индуктивностью L , по которому течет ток I . С данным контуром сцеплен магнитный поток $\Phi = LI$, причем при изменении тока на dI магнитный поток изменяется на $d\Phi = LdI$. Однако для изменения магнитного потока на величину $d\Phi$ необходимо совершить работу $dA = Id\Phi = LIdI$. Тогда работа по созданию магнитного потока Φ будет равна

$$A = \int_0^I LI dI = LI^2/2.$$

Следовательно, энергия магнитного поля, связанного с контуром,

$$W = LI^2/2. \quad (1)$$

Исследование свойств переменных магнитных полей, в частности распространения электромагнитных волн, явилось доказательством того, что энергия магнитного поля локализована в пространстве. Это соответствует представлениям теории поля.

Энергию магнитного поля можно представить как функцию величин, характеризующих это поле в окружающем пространстве. Для этого рассмотрим частный случай — однородное магнитное поле внутри длинного соленоида. Подставив в формулу (1) выражение

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

получим

$$W = \frac{1}{2} \mu_0 \mu \frac{N^2 I^2}{l} S.$$

Так как $I = Bl N_2/N_1 > 1N$ и $B = N_2/N_1 > 1$, то

$$W = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} V = \frac{BH}{2} V, \quad (2)$$

где $Sl = V$ — объем соленоида.

Магнитное поле соленоида однородно и сосредоточено внутри него, поэтому энергия заключена в объеме соленоида и распределена в нем с постоянной объемной плотностью

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \quad (3)$$

Выражение (3) для объемной плотности энергии магнитного поля имеет вид, аналогичный формуле для объемной плотности энергии электростатического поля, с той разницей, что электрические величины

заменены в нем магнитными. Формула (3) выведена для однородного поля, но она справедлива и для неоднородных полей. Выражение (3) справедливо только для сред, для которых зависимость B от H линейная, т. е. оно относится только к пара- и диамагнетикам.