

Физика

Физика

1. Механическое движение. Материальная точка. Путь. Перемещение.

1. Что изучает механика
2. Механическое движение.
3. Виды движения (поступательное, вращательное, колебательное)
4. Система отсчета
5. Система координат
6. Материальная точка
7. Перемещение
8. Траектория
9. Путь
10. Действия над векторами

Механика — часть физики, которая изучает закономерности механического движения и причины, вызывающие или изменяющие это движение. Механическое движение — это изменение с течением времени взаимного расположения тел или их частей.

Основные законы механики установлены Галилеем и окончательно сформулированы Ньютоном. Механика Галилея—Ньютона называется классической механикой. В ней изучаются законы движения макроскопических тел, скорости которых малы по сравнению со скоростью света в вакууме. Законы движения макроскопических тел со скоростями, сравнимыми со скоростью c , изучаются релятивистской механикой, основанной на специальной теории относительности, сформулированной А. Эйнштейном. Для описания движения микроскопических тел законы классической механики неприменимы — они заменяются законами квантовой механики.

Механика делится на три раздела: 1) кинематику; 2) динамику; 3) статику. Кинематика изучает движение тел, не рассматривая причины, которые это движение обуславливают. Динамика изучает законы движения тел и причины, которые вызывают или изменяют это движение. Статика

изучает законы равновесия системы тел. Если известны законы движения тел, то из них можно установить и законы равновесия. Поэтому законы статики отдельно от законов динамики физика не рассматривает.

Механика для описания движения тел в зависимости от условий конкретных задач использует разные *физические модели*. Простейшей моделью является материальная точка — тело, обладающее массой m , размерами которого в данной задаче можно пренебречь. Понятие материальной точки — абстрактное, но его введение облегчает решение практических задач.

Произвольное макроскопическое тело или систему тел можно мысленно разбить на малые взаимодействующие между собой части, каждая из которых рассматривается как материальная точка. В механике сначала изучают движение одной материальной точки, а затем переходят к изучению движения системы материальных точек.

Под воздействием тел друг на друга тела могут деформироваться, т. е. изменять свою форму и размеры. Поэтому в механике вводится еще одна модель — абсолютно твердое тело. Абсолютно твердым телом называется тело, которое ни при каких условиях не может деформироваться и при всех условиях расстояние между двумя точками (или точнее между двумя частицами) этого тела остается постоянным.

Любое движение твердого тела можно представить как комбинацию поступательного и вращательного движений. Поступательное движение — это движение, при котором любая прямая, жестко связанная с движущимся телом, остается параллельной своему первоначальному положению. Вращательное движение — это движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения.

Движение тел происходит в пространстве и во времени. Поэтому для описания движения материальной точки надо знать, в каких местах пространства эта точка находилась и в какие моменты времени она проходила то или иное положение.

Положение материальной точки определяется по отношению к какому-либо другому, произвольно выбранному телу, называемому телом отсчета. С ним связывается система отсчета — совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета. В декартовой системе координат, используемой наиболее часто, положение точки A в данный момент времени

по отношению к этой системе характеризуется тремя координатами x, y, z или радиусом-вектором $\mathbf{r}$, проведенным из начала системы координат в данную точку (рис. 1).

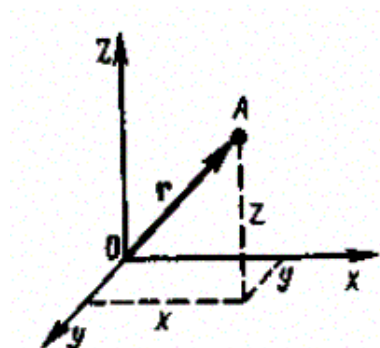
При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются.

В общем случае ее движение определяется скалярными уравнениями .

$$\begin{aligned} x &= x(t), & y &= y(t), & z &= z(t), \\ \text{эквивалентными векторному уравнению} & & & & \\ \mathbf{r} &= \mathbf{r}(t). \end{aligned} \quad (1) \quad (2)$$

Уравнения (1) и соответственно (2) называются кинематическими уравнениями движения материальной точки.

Число независимых координат, полностью определяющих положение точки в пространстве, называется числом степеней свободы. Если материальная точка свободно движется в пространстве, то, как уже было сказано, она обладает тремя степенями свободы, если вдоль некоторой линии, то одной степенью свободы.



- Что называется материальной точкой? Почему в механике вводят такую модель?
- Что такое система отсчета?
- Что такое вектор перемещения? Всегда ли модуль вектора перемещения равен отрезку пути, пройденному точкой?
- Какое движение называется поступательным? вращательным?

Рис. 1

соответствующим участком траектории и модуль перемещения $|\Delta \mathbf{r}|$ равен пройденному пути Δs .

Исключая t в уравнениях (1) и (2), получим уравнение траектории движения материальной точки. Траектория движения материальной точки — линия, описываемая этой точкой в пространстве. В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

Рассмотрим движение материальной точки вдоль произвольной траектории (рис. 2). Отсчет времени начнем с момента, когда точка

находилась в положении A . Длина участка траектории AB , пройденного материальной точкой с момента начала отсчета времени, называется длиной пути и является *скалярной функцией* времени: $\Delta s = \Delta s(t)$. Вектор $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$, проведенный из начального положения движущейся точки в положение ее в данный момент времени (приращение радиуса-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени), называется перемещением.

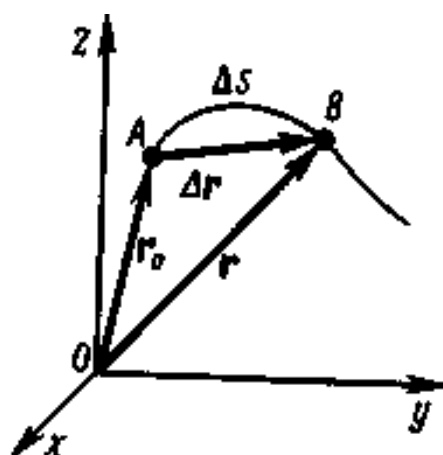
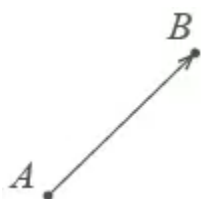


Рис. 2

При прямолинейном движении вектор перемещения совпадает с соответствующим участком траектории и модуль перемещения $|\Delta \mathbf{r}|$ равен пройденному пути Δs .

Что такое векторы и зачем они? Величины, не имеющие направления, называются скалярными. Масса, работа, электрический заряд никуда не направлены. Они характеризуются лишь числовым значением — «сколько килограмм» или «сколько джоулей».

Физические величины, имеющие не только абсолютное значение, но и направление, называются векторными. Если автомобиль движется из A в B . Конечный результат — его перемещение из точки A в точку B , то есть перемещение на вектор $\overrightarrow{AB}$.



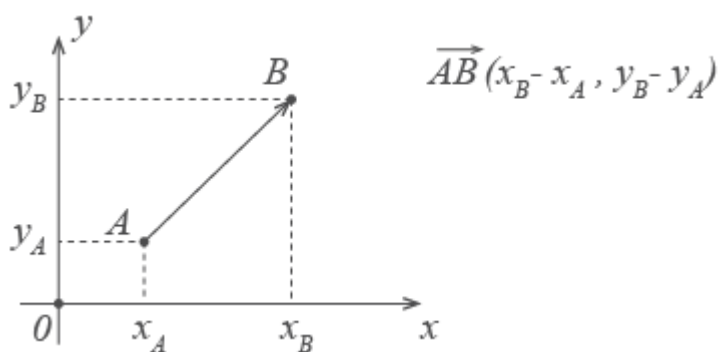
Теперь понятно, почему вектор — это направленный отрезок. Конец вектора — там, где стрелочка. **Длиной вектора** называется длина этого отрезка. Обозначается: $|\vec{a}|$ или $|\overrightarrow{AB}|$.

Равными называются векторы, имеющие одинаковые длины и одинаковое направление. Это значит, что вектор можно перенести параллельно себе в любую точку плоскости.

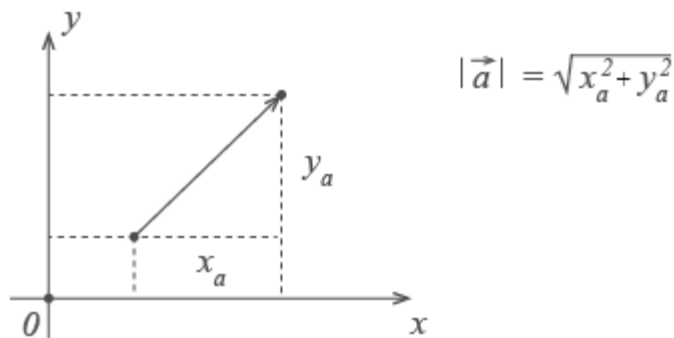
Единичным называется вектор, длина которого равна 1. Нулевым — вектор, длина которого равна нулю, то есть его начало совпадает с концом.

Удобнее всего работать с векторами в прямоугольной системе координат — той самой, в которой рисуем графики функций. Каждой точке в системе координат соответствуют два числа — ее координаты по x и y , абсцисса и ордината. Вектор также задается двумя координатами: $\vec{a}(x_a, y_a)$.

Находятся они просто: координата конца вектора минус координата его начала.

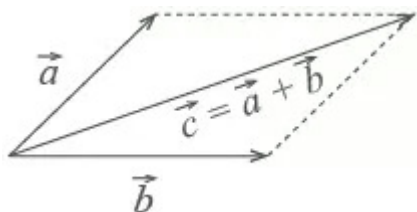


Если координаты вектора заданы, его длина находится по формуле

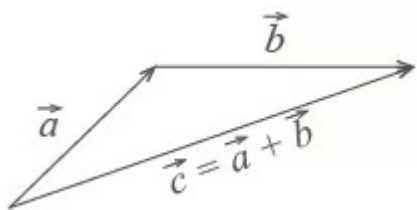


Для сложения векторов есть два способа.

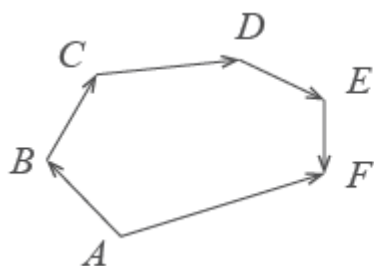
1. Правило параллелограмма. Чтобы сложить векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, помещаем начала обоих в одну точку. Достаиваем до параллелограмма и из той же точки проводим диагональ параллелограмма. Это и будет сумма векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



2. Второй способ сложения векторов — правило треугольника. Возьмем те же векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. К концу первого вектора пристроим начало второго. Теперь соединим начало первого и конец второго. Это и есть сумма векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



По тому же правилу можно сложить и несколько векторов. Пристраиваем их один за другим, а затем соединяем начало первого с концом последнего.



$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF}$$

При сложении векторов $\vec{a}(x_a, y_a)$ и $\vec{b}(x_b, y_b)$ получаем:

$$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$$

$$\vec{c}(x_a + x_b, y_a + y_b)$$

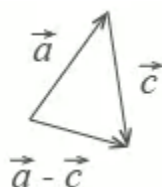
Вычитание векторов

Вектор $-\vec{c}$ направлен противоположно вектору $\vec{c}$. Длины векторов $\vec{c}$ и $-\vec{c}$ равны.

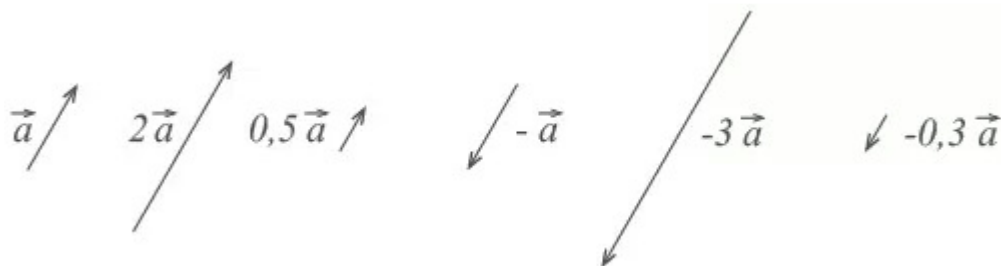


Разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{c}$ — это сумма вектора $\vec{a}$ и $-\vec{c}$ вектора.

$$\vec{a} - \vec{c} = \vec{a} + (-\vec{c})$$



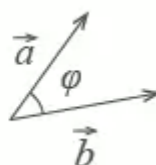
При умножении вектора $\vec{a}$ на число k получается вектор, длина которого в k раз отличается от длины $\vec{a}$. Он сонаправлен с вектором $\vec{a}$, если k больше нуля, и направлен противоположно $\vec{a}$, если k меньше нуля.



Векторы можно умножать не только на числа, но и друг на друга.

Скалярным произведением векторов называется произведение длин векторов на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$$



Обратим внимание — перемножили два вектора, а получился скаляр, то есть число. Например, в физике механическая работа равна скалярному произведению двух векторов — силы и перемещения:

$$A = \vec{F} \cdot \vec{S} = F S \cos \varphi$$

Если векторы перпендикулярны, их скалярное произведение равно нулю. А вот так скалярное произведение выражается через координаты векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b$$

Из формулы для скалярного произведения можно найти угол между векторами:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{x_a \cdot x_b + y_a \cdot y_b}{\sqrt{x_a^2 + y_a^2} \cdot \sqrt{x_b^2 + y_b^2}}$$

Эта формула особенно удобна в стереометрии.

2. Скорость и ускорение в прямолинейном движении

1. Скалярные и векторные величины
2. Скорость (определение и математическое выражение)
3. Единица измерения скорости
4. Средняя и мгновенная скорость
5. Прямолинейное равномерное движение и графики зависимости кинематических величин (v,t) , (x,t) , (s,t) , характеризующих это движение, от времени.
6. Ускорение (определение и математическое выражение)
7. Единица измерения ускорения
8. Среднее ускорение
9. Мгновенное ускорение
10. Формулы, выражающие связь между скоростью, ускорением и перемещением в дифференциальной форме
11. Равноускоренное и равнозамедленное движение
12. Графики зависимости кинематических величин (v,t) , (a,t) , (x,t) , (s,t) , характеризующих прямолинейное равнопеременное движение

Скалярная величина – это физическая величина, которая имеет только одну характеристику – численное значение. Скалярная величина может быть положительной или отрицательной. Математические действия со скалярными величинами – это алгебраические действия.

Векторная величина – это физическая величина, которая имеет две характеристики – модуль и направление в пространстве. Геометрически вектор изображается как направленный отрезок прямой линии, длина которого в масштабе – модуль вектора.

Для характеристики движения материальной точки вводится векторная величина — скорость, которой определяется как *быстрота* движения, так и его *направление* в данный момент времени.

Пусть материальная точка движется по какой-либо криволинейной траектории так, что в момент времени t ей соответствует радиус-вектор $\mathbf{r}_0$ (рис. 1). В течение малого промежутка времени Δt точка пройдет путь Δs и получит элементарное перемещение $\Delta \mathbf{r}$.

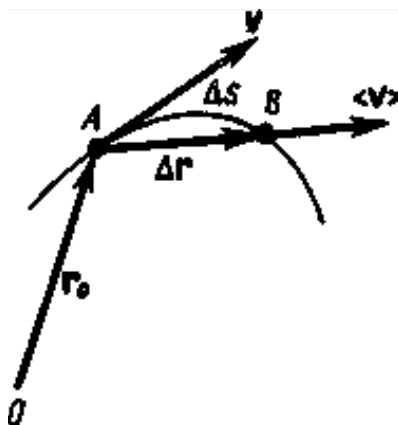


Рис. 1

Вектором средней скорости $\langle \mathbf{v} \rangle$ называется отношение приращения $\Delta \mathbf{r}$ радиуса-вектора точки к промежутку времени Δt :

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}. \quad (1)$$

Направление вектора средней скорости совпадает с направлением $\Delta \mathbf{r}$. При неограниченном уменьшении Δt средняя скорость стремится к предельному значению, которое называется мгновенной скоростью $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}.$$

Мгновенная скорость $\mathbf{v}$, таким образом, есть векторная величина, равная первой производной радиуса-вектора движущейся точки по времени. Так как секущая совпадает с касательной, то вектор скорости $\mathbf{v}$ направлен по касательной к траектории в сторону движения (рис. 1). По мере уменьшения Δt путь Δs все больше будет приближаться к $|\Delta \mathbf{r}|$, поэтому модуль мгновенной скорости

$$v = |\mathbf{v}| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{r}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

Таким образом, модуль мгновенной скорости равен первой производной пути по времени:

$$v = \frac{ds}{dt}. \quad (2)$$

При неравномерном движении модуль мгновенной скорости с течением времени изменяется. В данном случае пользуются скалярной величиной $\langle v \rangle$ — средней скоростью неравномерного движения:

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Из рис. 1 вытекает, что $\langle v \rangle > |\langle r \rangle|$, так как $\Delta s > |\Delta r|$, и только в случае прямолинейного движения

$$\Delta s = |\Delta r|.$$

Если выражение $ds = v dt$ проинтегрировать по времени в пределах от t до $t + \Delta t$, то найдем длину пути, пройденного точкой за время Δt :

$$s = \int_t^{t+\Delta t} v dt. \quad (3)$$

В случае равномерного движения числовое значение мгновенной скорости постоянно; тогда выражение (3) примет вид

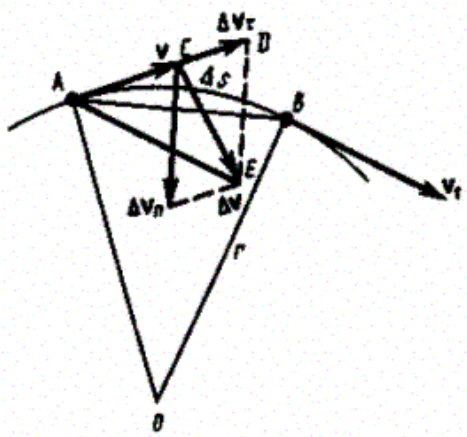
$$s = v \int_t^{t+\Delta t} dt = v \Delta t.$$

Длина пути, пройденного точкой за промежуток времени от t_1 до t_2 , дается интегралом

$$s = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt.$$

В случае неравномерного движения важно знать, как быстро изменяется скорость с течением времени. Физической величиной, характеризующей быстроту изменения скорости по модулю и направлению, является ускорение.

Рассмотрим плоское движение, т. е. движение, при котором все участки траектории точки лежат в одной плоскости. Пусть вектор v задает скорость точки A в момент времени t . За время Δt движущаяся точка перешла в положение B и приобрела скорость, отличную от v как по модулю, так и направлению и равную $v_1 = v + \Delta v$. Перенесем вектор v_1 в точку A и найдем Δv (рис. 2).



- Дать определения векторов средней скорости и среднего ускорения, мгновенной скорости и мгновенного ускорения. Каковы их направления?
- Что характеризует тангенциальная составляющая ускорения? нормальная составляющая ускорения? Каковы их модули?
- Возможны ли движения, при которых отсутствует нормальное ускорение? тангенциальное ускорение? Приведите примеры.

Рис. 2

Средним ускорением неравномерного движения в интервале от t до $t + \Delta t$ называется векторная величина, равная отношению изменения скорости Δv к интервалу времени Δt :

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Мгновенным ускорением a (ускорением) материальной точки в момент времени t будет предел среднего ускорения:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \langle a \rangle = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}.$$

Таким образом, ускорение a есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени.

Равноускоренное прямолинейное движение - прямолинейное движение, при котором ускорение параллельно скорости и постоянно по модулю.

Равнозамедленное прямолинейное движение - прямолинейное движение, при котором ускорение направлено противоположно скорости и постоянно по модулю. $a = \text{const}$

Рис. 3 Зависимость скорости от времени при равноускоренном движении

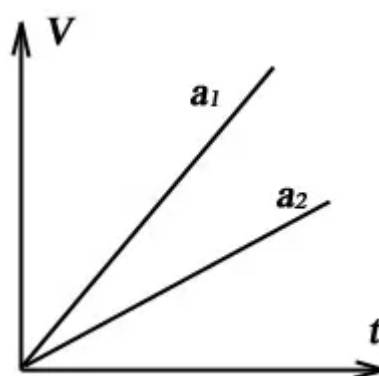
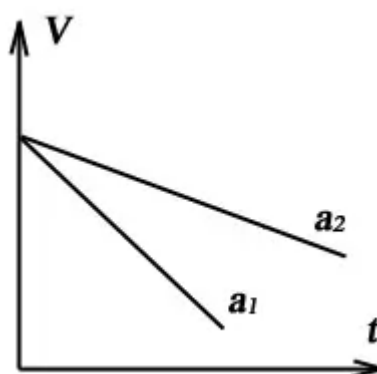
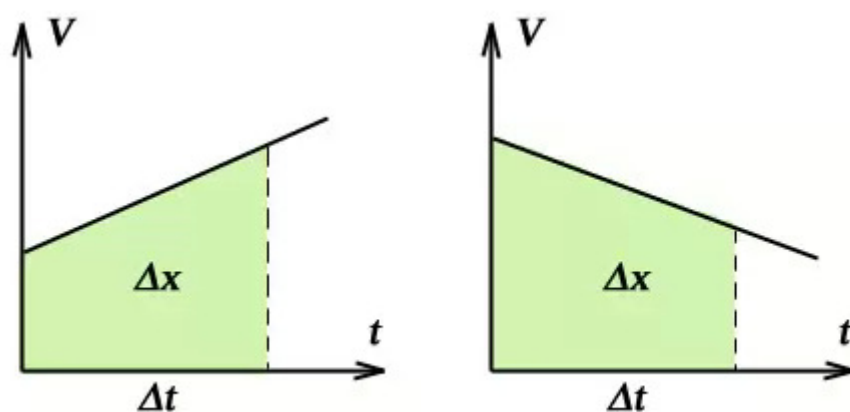


Рис. 4 Зависимость скорости от времени при и равнозамедленном движении



Также как и в случае равномерного прямолинейного движения, перемещение при равноускоренном и равнозамедленном движении можно определить графически. Модуль перемещения численно равен площади под графиком зависимости скорости движения тела от времени.



На графиках показаны равноускоренное и равнозамедленное движения тела, начальная скорость которых отлична от нуля.

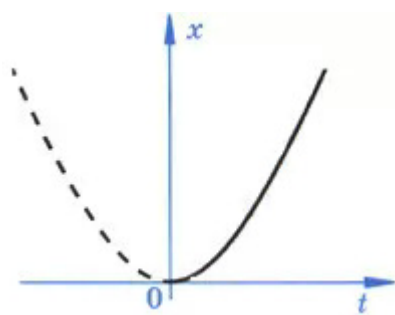


Рис. 5 Зависимость координаты от времени при равноускоренном движении по оси x . ($x_0 = 0$; $V_0 = 0$)

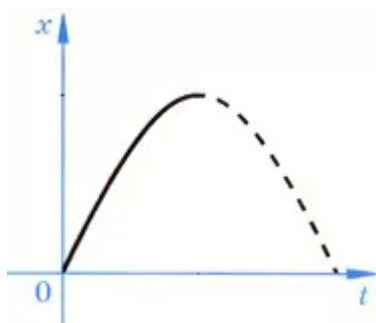


Рис. 6 Зависимость координаты от времени при равнозамедленном движении по оси x .

$$(x_0 = 0; V_0 = 0)$$

Равнопеременное прямолинейное движение - движение с постоянным по модулю и направлению ускорением.

Равноускоренное и равнозамедленное движения - частные случаи равнопеременного движения. Только при равноускоренном движении проекция вектора ускорения на ось x положительна, а при равнозамедленном - отрицательна. Значит, полученные формулы, частные случаи общего закона равнопеременного движения.

Закон равнопеременного движения

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}$$

Закон равнопеременного движения в декартовых координатах

$$x(t) = x_0 + v_x t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y(t) = y_0 + v_y t + \frac{a_y t^2}{2}$$

Эти формулы применимы для описания как прямолинейного, так и криволинейного движения. Важно лишь, чтобы ускорение было постоянным.

3. Скорость и ускорение в криволинейном движении

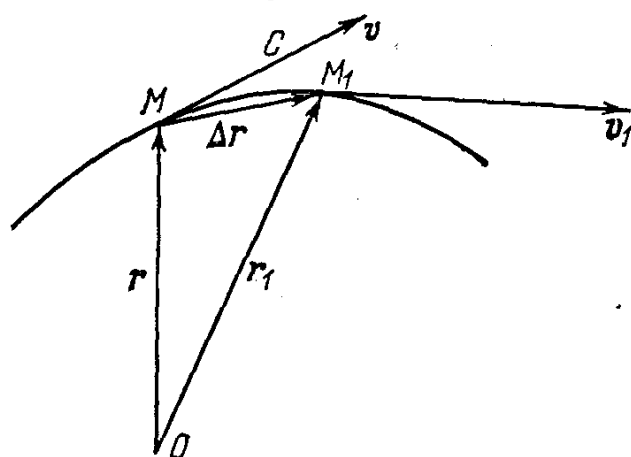
1. Криволинейное движение
2. Тангенциальное ускорение
3. Нормальное ускорение
4. Полное ускорение при криволинейном движении
5. Математическое их выражение в дифференциальной форме
6. Графическое представление

1. Понятия скорости и ускорения естественным образом обобщаются на случай движения материальной точки по *криволинейной траектории*. Положение движущейся точки на траектории мы будем задавать радиусом-вектором $\mathbf{r}$, проведенным в эту точку из

какой-либо неподвижной точки O , условно принимаемой за начало координат (рис. 7). Пусть в момент времени t материальная точка находится в положении M с радиусом-вектором $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$. Спустя короткое время Δt , она переместится в положение M_1 с радиусом-вектором $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}(t + \Delta t)$. Радиус-вектор материальной точки получит приращение, определяемое геометрической разностью $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}$. Величина

$$\mathbf{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} \quad (4.1)$$

называется *средней скоростью движения за время Δt* или, точнее, *за время между t и $t + \Delta t$* . Она является величиной *векторной*,



так как получается делением вектора $\Delta \mathbf{r}$ на скаляр Δt . Направление средней скорости $\mathbf{v}_{\text{ср}}$ совпадает с направлением хорды MM_1 , т. е. с $\Delta \mathbf{r}$.

Предел средней скорости при $\Delta t \rightarrow 0$, т. е. производная радиуса-вектора $\mathbf{r}$ по времени

$$\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (4.2)$$

рис. 7.

называется *истинной или мгновенной скоростью материальной точки*.

Истинная скорость есть вектор, направленный по касательной к траектории движущейся точки.

Совершенно аналогично определяется ускорение при криволинейном движении. Ускорением $\mathbf{a}$ называется вектор, равный первой производной вектора скорости $\mathbf{v}$ или второй производной радиуса-вектора $\mathbf{r}$ по времени:

$$\mathbf{a} = \dot{\mathbf{v}}(t) = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}, \quad (4.3)$$

$$\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{r}}(t) = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}. \quad (4.4)$$

2. Отметим следующую формальную аналогию между скоростью и ускорением. Из произвольной неподвижной точки O_1 будем откладывать вектор скорости $\mathbf{v}$ движущейся точки во всевозможные моменты времени (рис. 8). Конец вектора $\mathbf{v}$ назовем *скоростной точкой*. Геометрическое место скоростных точек есть кривая, называемая *годографом скорости*. Когда материальная точка описывает траекторию, соответствующая ей скоростная точка движется по

годографу. Рис. 8 отличается от рис. 7 только обозначениями. Радиус-вектор r заменен на вектор скорости v , материальная точка — на скоростную точку, траектория — на годограф. Математические операции над вектором r при нахождении скорости и над вектором v при нахождении ускорения совершенно тождественны. Для математики безразлично, какой физический смысл имеют величины, над которыми выполняются математические операции. Не имеет значения также, какими символами эти величины обозначены. Для нахождения скорости v надо дифференцировать радиус-вектор r , для нахождения ускорения надо дифференцировать вектор скорости v . Скорость v направлена по касательной к траектории. Поэтому ускорение a будет направлено по касательной к годографу скорости. Можно сказать, что ускорение есть скорость движения скоростной точки по годографу. Следовательно, все соотношения и теоремы, полученные для скорости, остаются справедливыми и для ускорения, если в них произвести замену величин и терминов согласно следующей таблице:

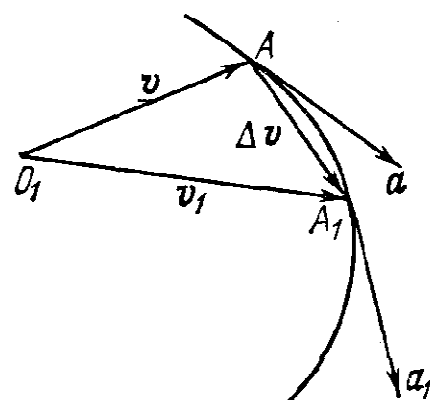


Рис. 8.

Материальная точка	→	Скоростная точка
Радиус-вектор	→	Вектор скорости
Траектория	→	Годограф
Скорость	→	Ускорение

3. В качестве простейшего примера найдем ускорение точки, равномерно вращающейся по окружности радиуса r (рис. 9, а). Скорость v направлена по касательной к окружности, ее величина определяется выражением

$$v = \omega r = \frac{2\pi r}{T}. \quad (4.5)$$

Годографом будет окружность радиуса v (рис. 9, б). Когда материальная точка M вращается по окружности радиуса r , соответствующая ей скоростная точка A вращается в том же направлении по окружности радиуса v , описывая эту окружность за то же время T . Положениям материальной точки на траектории M_1, M_2, M_3, M_4 соответствуют на годографе положения скоростной точки A_1, A_2, A_3, A_4 . Ускорение a направлено по касательной к окружности — годографу и притом, как видно из рисунка, к центру O траектории вращающейся точки M . По аналогии с формулой (4.5) для величины ускорения можно написать

$$a = \omega v = \frac{2\pi v}{T} = \frac{v^2}{r}. \quad (4.6)$$

Это — известная формула для *центростремительного ускорения*. Ее можно записать в векторной форме

$$\mathbf{a} = -\omega^2 \mathbf{r}. \quad (4.7)$$

Знак минус указывает на то, что направления векторов $\mathbf{a}$ и $\mathbf{r}$ взаимно противоположны, т. е. ускорение $\mathbf{a}$ направлено к центру круговой траектории, по которой вращается материальная точка. Можно также написать для любого положения движущейся точки

$$\mathbf{a} = \frac{v^2}{r} \mathbf{n}, \quad (4.8)$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к круговой траектории движущейся точки, направленный к центру O (см. рис. 9, а).

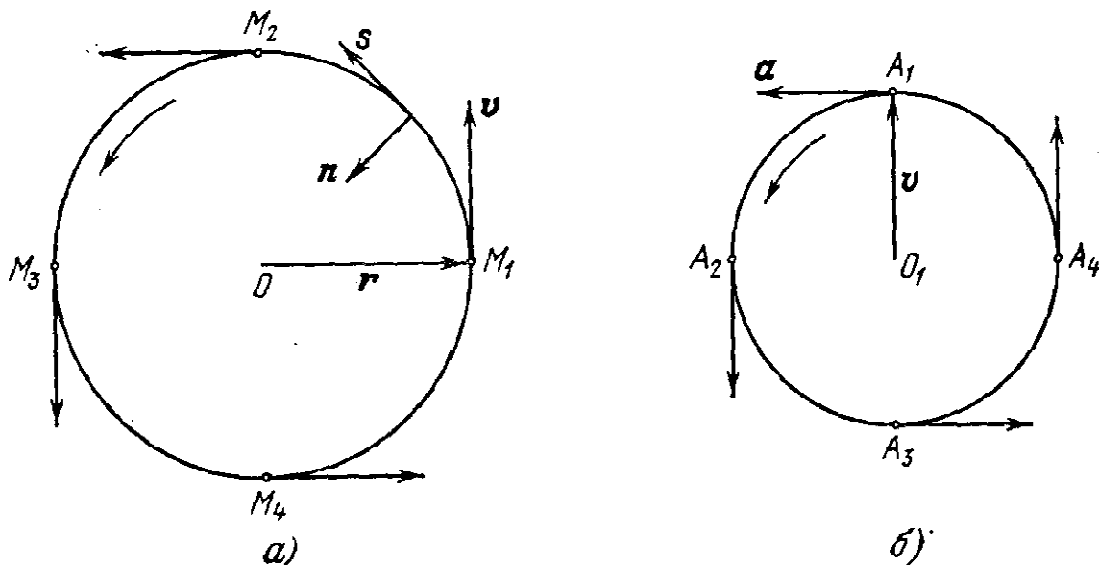


Рис. 9.

Имея в виду дальнейшие обобщения, представим вектор скорости в виде $\mathbf{v} = v\mathbf{s}$, где $\mathbf{s}$ — единичный вектор касательной к окружности. Первый множитель v дает численную величину скорости, второй множитель $\mathbf{s}$ указывает ее направление. При равномерном вращении абсолютное значение скорости v остается неизменным, меняется только направление скорости, т. е. единичный вектор $\mathbf{s}$. Дифференцированию подлежит только этот вектор, а потому $\mathbf{a} = v \frac{d\mathbf{s}}{dt}$. Сравнивая это выражение с (4.8), получим

$$\frac{d\mathbf{s}}{dt} = \frac{v}{r} \mathbf{n}. \quad (4.9)$$

Обозначим ds длину пути, проходимого материальной точкой за время dt при ее вращении по окружности. Эта положительная величина равна $ds = vdt$. Поэтому предыдущую формулу можно переписать в виде

$$\frac{d\mathbf{s}}{ds} = \frac{1}{r} \mathbf{n}. \quad (4.10)$$

В этом виде формула не содержит никаких кинематических величин. В нее входят только геометрические величины, характеризующие окружность. Поэтому она может быть получена чисто геометрически без привлечения кинематических понятий. Она определяет производную единичного вектора касательной $\mathbf{s}$ по длине дуги окружности. Взаимная перпендикулярность векторов $\mathbf{s}$ и $\frac{d\mathbf{s}}{ds}$ (или $\frac{d\mathbf{s}}{dt}$) объясняется тем, что длина вектора $\mathbf{s}$ постоянна, меняется только направление этого вектора. Треугольник, составленный из векторов $\mathbf{s}$, $\mathbf{s} + \Delta\mathbf{s}$ и $\Delta\mathbf{s}$ (рис. 10), — равнобедренный. При стремлении элемента дуги Δs к нулю стремится к нулю угол α при его вершине.

Поэтому направление вектора $\frac{\Delta\mathbf{s}}{\Delta s}$ в пределе оказывается перпендикулярным к вектору $\mathbf{s}$. Отмеченное свойство, разумеется, не является специфическим свойством единичного вектора $\mathbf{s}$. Производная любого вектора $\mathbf{A}$ постоянной длины по любому скалярному аргументу есть вектор, перпендикулярный к вектору $\mathbf{A}$.

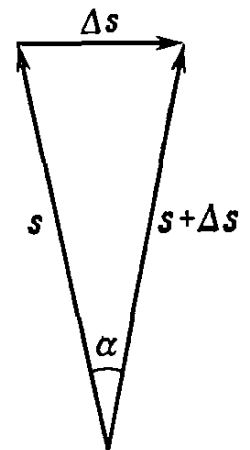


Рис. 10.

4. Формула (4.10) допускает обобщение на случай произвольной гладкой кривой. Обозначим по-прежнему посредством $\mathbf{s}$ единичный вектор касательной к кривой, а посредством ds — длину элемента дуги этой кривой. Производная $\frac{d\mathbf{s}}{ds}$ есть вектор, направленный нормально к кривой в сторону ее вогнутости. Эту производную можно поэтому представить в виде (4.10), рассматривая величину $1/r$ как коэффициент пропорциональности между векторами $\frac{d\mathbf{s}}{ds}$ и $\mathbf{n}$. Фактическое содержание этой формулы сводится

к тому, что производная $\frac{d\mathbf{s}}{ds}$ есть вектор, нормальный к кривой. В остальном на нее надо смотреть как на определение двух новых понятий: величины $1/r$ и единичного вектора $\mathbf{n}$. Величина $1/r$ называется *кривизной кривой*, r — *радиусом кривизны*, а $\mathbf{n}$ — *единичным вектором главной нормали* к кривой. При этом кривизна $1/r$ считается существенно положительной, а потому единичный вектор $\mathbf{n}$ всегда направлен в сторону вогнутости кривой. Оправданием такой терминологии служит интуитивное представление, что при рассмотрении кривизны малый элемент кривой приближенно можно рассматривать как дугу окружности. Это приближение тем точнее, чем меньше длина дуги Δs . В случае окружности кривизна $1/r$ постоянна на протяжении всей кривой. В общем случае произвольной гладкой кривой кривизна непрерывно меняется от точки к точке. Непрерывно меняется и направление единичного вектора главной нормали $\mathbf{n}$. Кинематическая формула (4.9) также справедлива для

движения вдоль произвольной кривой и притом независимо от того, постоянна величина v или меняется с течением времени. Действительно, формула (4.10) получается из формулы (4.9) с помощью соотношения $ds = vdt$.

Все геометрические кривые разделяются на плоские и кривые двоякой кривизны. *Плоской кривой* называется кривая, все точки которой лежат в одной плоскости. Примерами плоских кривых являются окружность, эллипс, гипербола, парабола, синусоида и пр. *Кривыми двоякой кривизны* называются такие кривые, которые не могут быть уложены в одной плоскости. Примером подобной кривой может служить винтовая линия — спираль. Плоскость, в которой лежат касательная и главная нормаль к кривой, называется *соприкасающейся плоскостью*. Для плоской кривой соприкасающаяся плоскость совпадает с плоскостью, в которой лежит кривая. К понятию соприкасающейся плоскости приводит следующее интуитивное представление. Произвольную конечную дугу кривой двоякой кривизны, разумеется, нельзя уложить в плоскость. Но чем меньше дуга кривой, тем точнее она приближается к элементу плоской кривой, тем с меньшей ошибкой ее можно уложить в плоскости. Такая плоскость приближенно и воспроизводит соприкасающуюся плоскость. Это интуитивное представление можно превратить в точное определение с помощью предельного перехода. Пусть M (см. рис. 7) — произвольная точка на кривой. Проведем в ней касательную MC и хорду MM_1 . Этими двумя прямыми, вообще говоря, определится некоторая плоскость $СММ_1$. Будем неограниченно приближать точку M_1 к точке M . Тогда указанная плоскость, вообще говоря, будет стремиться к некоторому определенному предельному положению. Это предельное положение и называется соприкасающейся плоскостью. Перпендикуляр к соприкасающейся плоскости в точке M называется *бинормалью к кривой*.

5. При равномерном вращении точки по окружности ускорение направлено к ее центру, т. е. перпендикулярно к траектории. Ускорение перпендикулярно к траектории и при движении по любой кривой, если только скорость движущейся точки не меняется по величине. Не так будет, когда меняется также и величина скорости. Чтобы разобрать этот вопрос, представим вектор скорости в виде $\mathbf{v} = v\mathbf{s}$. Применяя к этому выражению правило дифференцирования произведения, получим

$$\mathbf{a} = \frac{d}{dt}(v\mathbf{s}) = \frac{dv}{dt}\mathbf{s} + v\frac{d\mathbf{s}}{dt},$$

или ввиду формулы (4.9)

$$\mathbf{a} = \frac{dv}{dt}\mathbf{s} + \frac{v^2}{r}\mathbf{n}. \quad (4.11)$$

Отсюда следует, что вектор ускорения $\mathbf{a}$ лежит в плоскости векторов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{n}$, т. е. в соприкасающейся плоскости; вектор $\mathbf{a}$ не имеет составляющей по бинормали к траектории. В общем случае ускорение $\mathbf{a}$ направлено под углом к траектории. Первое слагаемое в формуле (4.11)

$$\mathbf{a}_t = \frac{dv}{dt} \mathbf{s} \quad (4.12)$$

есть вектор, направленный по касательной к траектории. Этот вектор называется *касательным* или *тангенциальным ускорением*. Второе слагаемое

$$\mathbf{a}_n = \frac{v^2}{r} \mathbf{n} \quad (4.13)$$

есть вектор, направленный вдоль главной нормали в сторону вогнутости траектории. Он называется *нормальным ускорением*. Таким образом, в общем случае ускорение $\mathbf{a}$ можно представить в виде геометрической суммы тангенциального и нормального ускорений:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n. \quad (4.14)$$

Тангенциальное ускорение меняет скорость только по величине, нормальное ускорение меняет ее только по направлению.

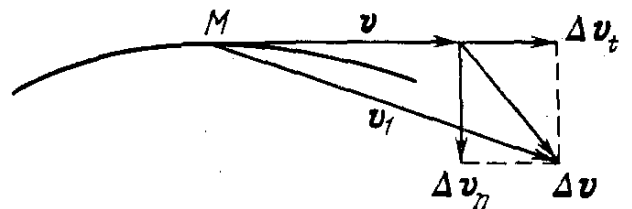


Рис. 11.

Рис. 11 поясняет разложение полного ускорения на тангенциальное и нормальное. Пусть $\mathbf{v}$ — скорость материальной точки в момент времени t , когда она находилась в положении M . Обозначим посредством $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v} + \Delta \mathbf{v}$ скорость той же точки в момент $t + \Delta t$, когда она переместилась в положение M_1 (не обозначенное на рисунке). Отложим оба вектора $\mathbf{v}$ и $\mathbf{v}_1$ из одной и той же точки M и разложим приращение $\Delta \mathbf{v}$ скорости на две составляющие: составляющую $\Delta \mathbf{v}_t$ вдоль вектора $\mathbf{v}$ и составляющую $\Delta \mathbf{v}_n$, перпендикулярную к этому вектору. При уменьшении Δt оба отношения $\frac{\Delta \mathbf{v}_t}{\Delta t}$ и $\frac{\Delta \mathbf{v}_n}{\Delta t}$ будут стремиться к определенным пределам. Первый из них есть тангенциальное, а второй — нормальное ускорения.

При вычислении скорости точки бесконечно малую дугу траектории можно аппроксимировать бесконечно коротким прямолинейным отрезком, направление которого совпадает с направлением касательной к траектории. При определении ускорения такая аппроксимация уже не годится. Однако, как видно из рассуждений настоящего параграфа, при вычислении ускорения бесконечно малую дугу траектории можно аппроксимировать дугой окружности, плоскость которой совпадает с соприкасающейся плоскостью,

а радиус равен радиусу кривизны траектории в рассматриваемой точке. Но и такая аппроксимация оказалась бы недостаточной, если бы потребовалось вычислить производные радиуса-вектора более высокого порядка: $\ddot{\vec{r}}$, $\dddot{\vec{r}}$ и т. д.

4. Кинематика вращательного движения твердого тела

1. Ось вращения
2. Вращательное движение
3. Условие вращения
4. Определение и математическое выражение угловой скорости. Единица измерения угловой скорости
5. Мгновенная угловая скорость
6. Период, собственная и круговая частота (формулы и единицы измерения)
7. Угловое ускорение (математическое выражение в дифференциальной форме, единица измерения)
8. Соотношения, связывающие линейную скорость, линейное ускорение, угловую скорость и угловое ускорение
9. Правило буравчика

Вращательное движение — вид механического движения. При вращательном движении материальной точки она описывает окружность. При вращательном движении абсолютно твёрдого тела все его точки описывают окружности, расположенные в параллельных плоскостях. Центры всех окружностей лежат при этом на одной прямой, перпендикулярной к плоскостям окружностей и называемой осью вращения. Ось вращения может располагаться внутри тела и за его пределами. Ось вращения в данной системе отсчёта может быть как подвижной, так и неподвижной. Например, в системе отсчёта, связанной с Землёй, ось вращения ротора генератора на электростанции неподвижна.

При выборе некоторых осей вращения, можно получить сложное вращательное движение — сферическое движение, когда точки тела движутся по сферам. При вращении вокруг неподвижной оси, не

проходящей через центр тела или вращающуюся материальную точку, вращательное движение называется круговым.

Рассмотрим твердое тело, которое вращается вокруг неподвижной оси. Тогда отдельные точки этого тела будут описывать окружности разных радиусов, центры которых лежат на оси вращения. Пусть некоторая точка движется по окружности радиуса R (рис. 1). Ее положение через промежуток времени Δt зададим углом $\Delta\varphi$. Элементарные (бесконечно малые) повороты можно рассматривать как векторы (они обозначаются $\overrightarrow{\Delta\varphi}$ или $\overrightarrow{d\varphi}$). Модуль вектора $\overrightarrow{d\varphi}$ равен углу поворота, а его направление совпадает с направлением поступательного движения острия винта, головка которого вращается в направлении движения точки по окружности, т. е. подчиняется правилу правого винта (рис. 1). Векторы, направления которых связываются с направлением вращения, называются псевдовекторами или аксиальными векторами. Эти векторы не имеют определенных точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения

Угловой скоростью называется векторная величина, равная первой производной угла поворота тела по времени:

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

Вектор $\vec{\omega}$ направлен вдоль оси вращения по правилу правого винта, т. е. так же, как и вектор $d\vec{\varphi}$ (рис. 2). Размерность угловой скорости $\dim \omega = T^{-1}$, а ее единица — радиан в секунду (рад/с).

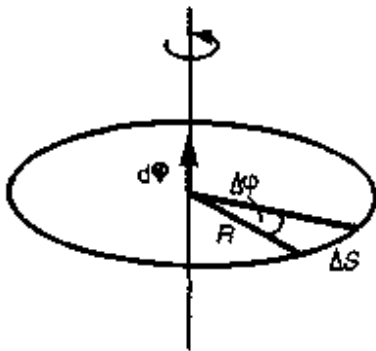


Рис. 1

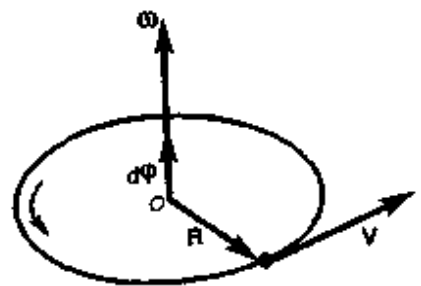


Рис. 2

Линейная скорость точки (см. рис. 1)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{R \Delta \varphi}{\Delta t} = R \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = R\omega,$$

т.е

$$v = \omega R.$$

В векторном виде формулу для линейной скорости можно написать как векторное произведение:

$$\mathbf{v} = [\vec{\omega} \mathbf{R}].$$

При этом модуль векторного произведения, имеет направление, которое совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\vec{\omega}$ к $\mathbf{R}$.

Если $\omega = \text{const}$, то вращение равномерное и его можно характеризовать периодом вращения T — временем, за которое точка совершает один полный оборот, т. е поворачивается на угол 2π . Так как промежутку времени $\Delta t = T$ соответствует $\Delta \varphi = 2\pi$, то $\omega = 2\pi/T$, откуда

$$T = 2\pi/\omega.$$

Число полных оборотов, совершаемых телом при равномерном его движении по окружности, в единицу времени называется частотой вращения:

$$n = 1/T = \omega/(2\pi),$$

откуда

$$\omega = 2\pi n.$$

Угловым ускорением называется векторная величина, равная первой производной угловой скорости по времени:

$$\vec{\epsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

$$a_t = \frac{dv}{dt}, v = \omega R$$

$$a_t = \frac{d(\omega R)}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon.$$

Тангенциальная составляющая ускорения

Нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R.$$

При вращении тела вокруг неподвижной оси вектор углового ускорения направлю вдоль оси вращения в сторону вектора элементарного приращения угловой скорости. При ускоренном движении вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен вектору $\vec{\omega}$ (рис. 3), при замедленном — противоположен ему (рис. 4).

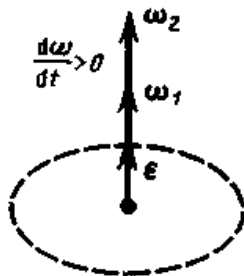


Рис. 3

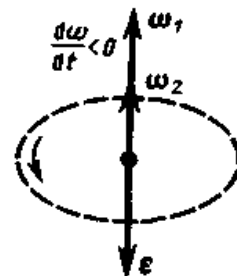


Рис. 4

Таким образом, связь между линейными (длина пути s , пройденного точкой по дуге окружности радиуса R , линейная скорость v , тангенциальное ускорение a_t , нормальное ускорение a_n) и угловыми величинами (угол поворота φ , угловая скорость ω , угловое ускорение ε) выражается следующими формулами:

$$s = R\varphi, \quad v = R\omega, \quad a_t = R\varepsilon, \quad a_n = \omega^2 R.$$

В случае равнопеременного движения точки по окружности ($\varepsilon = \text{const}$)

$$\omega = \omega_0 \pm \varepsilon t, \quad \varphi = \omega_0 t \pm \varepsilon t^2/2,$$

где ω_0 — начальная угловая скорость.

5. Первый закон Ньютона. Масса и импульс тела

1. Предмет динамики
2. Поступательное движение
3. Закон инерции Галилея и Ньютона
4. Первый закон Ньютона
5. Инерциальные системы отсчета
6. Масса тела
7. Масса тела и инертность
8. Импульс тела (определение, математическое выражение и единица измерения)

Динамика является основным разделом механики, в ее основе лежат три закона Ньютона, сформулированные им в 1687 г. Законы Ньютона играют исключительную роль в механике и являются (как и все физические законы) обобщением результатов огромного человеческого опыта. Их рассматривают как *систему взаимосвязанных законов* и опытной проверке подвергают не каждый отдельный закон, а всю систему в целом.

Первый закон Ньютона: *всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит ее изменить это состояние.* Стремление тела сохранять состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется инертностью. Поэтому первый закон Ньютона называют также законом инерции.

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчета. Первый закон Ньютона выполняется не во всякой системе отсчета, а те системы, по отношению к которым он выполняется, называются инерциальными системами отсчета. Инерциальной системой отсчета является такая система отсчета, относительно которой материальная точка, *свободная от внешних воздействий*, либо покоится, либо движется

равномерно и прямолинейно. *Первый закон Ньютона утверждает существование инерциальных систем отсчета.*

Опытным путем установлено, что инерциальной можно считать гелиоцентрическую (звездную) систему отсчета (начало координат находится в центре Солнца, а оси проведены в направлении определенных звезд). Система отсчета, связанная с Землей, строго говоря, неинерциальна, однако эффекты, обусловленные ее неинерциальностью (Земля вращается вокруг собственной оси и вокруг Солнца), при решении многих задач пренебрежимо малы, и в этих случаях ее можно считать инерциальной.

Из опыта известно, что при одинаковых воздействиях различные тела неодинаково изменяют скорость своего движения, т. е., иными словами, приобретают различные ускорения. Ускорение зависит не только от величины воздействия, но и от свойств самого тела (от его массы).

Масса тела — физическая величина, являющаяся одной из основных характеристик материи, определяющая ее инерционные (инертная масса) и гравитационные (гравитационная масса) свойства. В настоящее время можно считать доказанным, что инертная и гравитационная массы равны друг другу (с точностью, не меньшей 10 их значения).

Чтобы описывать воздействия, упоминаемые в первом законе Ньютона, вводят понятие силы. Под действием сил тела либо изменяют скорость движения, т. е. приобретают ускорения (динамическое проявление сил), либо деформируются, т. е. изменяют свою форму и размеры (статическое проявление сил). В каждый момент времени сила характеризуется числовым значением, направлением в пространстве и точкой приложения. Итак, сила — это векторная величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

Векторная величина $P = mv$ численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется импульсом (количеством движения) этой материальной точки.

6. Второй и третий законы Ньютона

1. Результирующая сила (графическое представление)
2. Причины движения

3. Второй закон Ньютона
4. Изменение импульса или количества движения тела
5. Единица измерения силы
6. Связь между первым и вторым законами Ньютона
7. Третий закон Ньютона (формулировка, математическое

Второй закон Ньютона — *основной закон динамики поступательного движения* отвечает на вопрос, как изменяется механическое движение материальной точки (тела под действием приложенных к ней сил.

Если рассмотреть действие различных сил на одно и то же тело, то оказывается, что ускорение, приобретаемое телом, всегда прямо пропорционально равнодействующей приложенных сил:

$$\mathbf{a} \sim \mathbf{F} \quad (m = \text{const}). \quad (1)$$

При действии одной и той же силы на тела с разными массами их ускорения оказываются различными, а именно

$$\mathbf{a} \sim 1/m \quad (\mathbf{F} = \text{const}). \quad (2)$$

Используя выражения (1) и (2) и учитывая, что сила и ускорение — величины векторные, можем записать

$$\mathbf{a} = k\mathbf{F}/m, \quad (3)$$

Соотношение (3) выражает второй закон Ньютона: ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), пропорционально вызывающей его силе, совпадает с ней по направлению и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

В СИ коэффициент пропорциональности $k=1$. Тогда

$$\mathbf{a} = \mathbf{F}/m,$$

или

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}.$$

(4)

Учитывая, что масса материальной точки (тела) в классической механике есть величина постоянная, в выражении (4) ее можно внести под знак производной:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}). \quad (5)$$

Векторная величина

$$\mathbf{P} = m\mathbf{v} \quad (6)$$

численно равная произведению массы материальной точки на ее скорость и имеющая направление скорости, называется импульсом (количеством движения) этой материальной точки.

Подставляя (6) в (5), получим

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}. \quad (7)$$

Это выражение — более общая формулировка второго закона Ньютона: скорость изменения импульса материальной точки равна действующей на нее силе. Выражение (7) называется уравнением движения материальной точки.

Единица силы в СИ — ньютон (Н): 1 Н — сила, которая массе 1 кг сообщает ускорение 1 м/с^2 в направлении действия силы:

$$1 \text{ Н} = 1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2.$$

Второй закон Ньютона справедлив только в инерциальных системах отсчета. Первый закон Ньютона можно получить из второго. Действительно, в случае равенства нулю равнодействующей сил (при отсутствии воздействия на тело со стороны других тел) ускорение также равно нулю. Однако *первый закон Ньютона* рассматривается как *самостоятельный закон* (а не как следствие второго закона), так как именно он утверждает существование инерциальных систем отсчета, в которых только и выполняется уравнение (7).

В механике большое значение имеет принцип независимости действия сил: если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто других сил не было. Согласно этому принципу, силы и ускорения можно разлагать на составляющие, использование которых приводит к существенному упрощению решения задач. Например, действующая сила $F = ma$ может быть разложена на два компонента: тангенциальную силу F_τ (направлена по касательной к траектории) и нормальную F_n (направлена по нормали к центру кривизны).

Используя выражения $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ и $a_n = \frac{v^2}{R}$, а также $v = R\omega$, можно

$$F_\tau = ma_\tau = m \frac{dv}{dt};$$

$$F_n = ma_n = mv^2/R = m\omega^2 R.$$

записать:

Если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то, согласно принципу независимости действия сил, под F во втором законе Ньютона понимают результирующую силу.

Взаимодействие между материальными точками (телами) определяется третьим законом Ньютона: всякое действие материальных точек (тел) друг на друга носит характер взаимодействия; силы, с которыми действуют друг на друга материальные точки, всегда равны по модулю, противоположно направлены и действуют вдоль прямой, соединяющей эти точки:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}, \quad (8)$$

где F_{12} — сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй; F_{21} — сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой. Эти силы приложены к *разным* материальным точкам (телам), всегда действуют *парами* и являются силами *одной природы*.

Третий закон Ньютона позволяет осуществить переход от динамики *отдельной* материальной точки к динамике *системы* материальных точек. Это следует из того, что и для системы материальных точек взаимодействие сводится к силам парного взаимодействия между материальными точками.

7. Закон сохранения импульса

1. Замкнутые и открытые системы
2. Количество движения тела
3. Внутренние и внешние силы
4. Закон сохранения импульса в замкнутых системах (формулировка, математическое выражение с выводом)
5. Реактивное движение

Для вывода закона сохранения импульса рассмотрим некоторые понятия. Совокупность материальных точек (тел), рассматриваемых как единое целое, называется механической системой. Силы взаимодействия между материальными точками механической системы называются внутренними. Силы, с которыми на материальные точки системы действуют внешние тела, называются внешними. Механическая система тел, на которую не действуют внешние силы, называется замкнутой (или изолированной). Если имеем механическую систему, состоящую из многих тел, то, согласно третьему закону Ньютона, силы, действующие между этими телами, будут равны и противоположно направлены, т. е. геометрическая сумма внутренних сил равна нулю.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из n тел, масса и скорость которых соответственно равны $m_1, m_2, \dots, m_n$ и $v_1, v_2, \dots, v_n$. Пусть $F'_1, F'_2, \dots, F'_n$ — равнодействующие внутренних сил, действующих на каждое из этих тел, а $F_1, F_2, \dots, F_n$ — равнодействующие внешних сил. Запишем второй закон Ньютона для каждого из тел (механической системы):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(m_1 v_1) &= F'_1 + F_1, \\ \frac{d}{dt}(m_2 v_2) &= F'_2 + F_2, \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \frac{d}{dt}(m_n v_n) &= F'_n + F_n. \end{aligned}$$

Складывая почленно эти уравнения, получаем

$$\frac{d}{dt} (m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \dots + m_n \mathbf{v}_n) = \mathbf{F}'_1 + \mathbf{F}'_2 + \dots + \mathbf{F}'_n + \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n.$$

Но так как геометрическая сумма внутренних сил механической системы по третьему Закону Ньютона равна нулю, то

$$\frac{d}{dt} (m_1 \mathbf{v}_1 + m_2 \mathbf{v}_2 + \dots + m_n \mathbf{v}_n) = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n.$$

или

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n, \quad (1)$$

где $\mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i$ — импульс системы. Таким образом, производная по времени от импульса механической системы равна геометрической сумме внешних сил, действующих на систему.

В случае отсутствия внешних сил (рассматриваем замкнутую систему)

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d}{dt} (m_i \mathbf{v}_i) = 0, \quad \text{т. е.} \quad \mathbf{p} = \sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i = \text{const.}$$

Последнее выражение и является законом сохранения импульса: импульс замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения импульса справедлив не только в классической физике, хотя он и получен как следствие законов Ньютона. Эксперименты доказывают, что он выполняется и для замкнутых систем микрочастиц (они подчиняются законам квантовой механики). Этот закон носит универсальный характер, т. е. закон сохранения импульса — *фундаментальный закон природы*.

Закон сохранения импульса является следствием определенного свойства симметрии пространства — его однородности. Однородность пространства заключается в том, что при параллельном переносе в пространстве замкнутой системы тел как целого ее физические свойства и законы движения не изменяются, иными словами, не зависят от выбора положения начала координат инерциальной системы отсчета.

Отметим, что, согласно (1), импульс сохраняется и для незамкнутой системы, если геометрическая сумма всех внешних сил равна нулю.

В механике Галилея—Ньютона из-за независимости массы от скорости импульс системы может быть выражен через скорость ее центра масс. Центром масс (или центром инерции) системы материальных точек называется воображаемая точка С, положение которой характеризует распределение массы этой системы. Ее радиус-вектор равен

$$\mathbf{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{r}_i}{m},$$

где m_i и $\mathbf{r}_i$ — соответственно масса и радиус-вектор i -й материальной точки; n — число материальных точек в системе; $m = \sum_{i=1}^n m_i$, — масса системы. Скорость центра масс

$$\mathbf{v}_C = \frac{d\mathbf{r}_C}{dt} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt}}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{v}_i}{m}.$$

Учитывая, что $p_i = m_i v_i$ а $\sum_{i=1}^n m_i$, есть импульс $\mathbf{p}$ системы, можно написать

$$\mathbf{p} = m \mathbf{v}_C, \quad (2)$$

т. е. импульс системы равен произведению массы системы на скорость ее центра масс.

Подставив выражение (2) в уравнение (1), получим

$$m \frac{d\mathbf{v}_C}{dt} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n, \quad (3)$$

т.е. центр масс системы движется как материальная точка, в которой сосредоточена масса всей системы и на которую действует сила, равная геометрической сумме всех внешних сил, приложенных к системе. Выражение (3) представляет собой закон движения центра масс.

В соответствии с (2) из закона сохранения импульса вытекает, что *центр масс замкнутой системы либо движется прямолинейно и равномерно, либо остается неподвижным.*

Закон сохранения импульса во многих случаях позволяет находить скорости взаимодействующих тел даже тогда, когда значения действующих сил неизвестны. Примером может служить реактивное движение.

При стрельбе из орудия возникает отдача – снаряд движется вперед, а орудие – откатывается назад. Снаряд и орудие – два взаимодействующих тела. Скорость, которую приобретает орудие при отдаче, зависит только от скорости снаряда и отношения масс (рис.1). Если скорости орудия и снаряда обозначить через V и v а их массы через M и m , то на основании закона сохранения импульса можно записать в проекциях на ось Ox

$$MV + mv = 0 \quad V = -mv/M$$

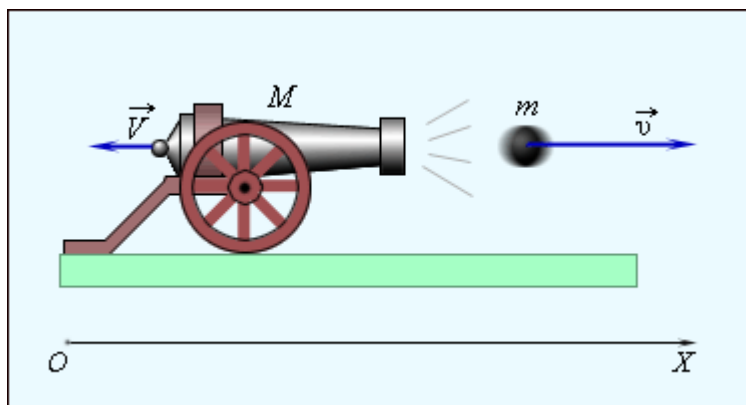


Рисунок 1. Отдача при выстреле из орудия

На принципе отдачи основано реактивное движение. В ракете при сгорании топлива газы, нагретые до высокой температуры, выбрасываются из сопла с большой скоростью u относительно ракеты. Обозначим массу выброшенных газов через m , а массу ракеты после истечения газов через M . Тогда для замкнутой системы «ракета + газы» на основании закона сохранения импульса (по аналогии с задачей о выстреле из орудия) можно записать:

$$V = -mu/M$$

где V – скорость ракеты после истечения газов. В данном случае предполагается, что начальная скорость ракеты равнялась нулю.

Полученная формула для скорости ракеты справедлива лишь при условии, что вся масса сгоревшего топлива выбрасывается из ракеты

одновременно. На самом деле истечение происходит постепенно в течение всего времени ускоренного движения ракеты. Каждая последующая порция газа выбрасывается из ракеты, которая уже приобрела некоторую скорость.

Для получения точной формулы процесс истечения газа из сопла ракеты нужно рассмотреть более детально. Пусть ракета в момент времени t имеет массу M и движется со скоростью $\vec{v}$. В течение малого промежутка времени Δt из ракеты будет выброшена некоторая порция газа с относительной скоростью $\vec{u}$. Ракета в момент $t + \Delta t$ будет иметь скорость $\vec{v} + \Delta \vec{v}$ а ее масса станет равной $M + \Delta M$, где $\Delta M < 0$ (рис.2)). Масса выброшенных газов будет, очевидно, равна $-\Delta M > 0$. Скорость газов в инерциальной системе ОХ будет равна $\vec{v} + \Delta \vec{v} + \vec{u}$. Применим закон сохранения импульса. В момент времени $t + \Delta t$ импульс ракеты равен $(M + \Delta M)(\vec{v} + \Delta \vec{v})$ а импульс испущенных газов равен $-\Delta M(\vec{v} + \Delta \vec{v} + \vec{u})$. В момент времени t импульс всей системы был равен $M\vec{v}$. Предполагая систему «ракета + газы» замкнутой, можно записать:

$$M\vec{v} = (M + \Delta M)(\vec{v} + \Delta \vec{v}) - \Delta M(\vec{v} + \Delta \vec{v} + \vec{u})$$

$$\text{Или} \quad M \Delta \vec{v} = \Delta M \vec{u} - \Delta M \Delta \vec{v}$$

Величиной $\Delta M \Delta \vec{v}$ можно пренебречь, так как $|\Delta M| \ll M$. Разделив обе части последнего соотношения на Δt и перейдя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получим

$$M \Delta \vec{v} / \Delta t = \Delta M \vec{u} / \Delta t \quad (\Delta t \rightarrow 0) \quad \text{или} \quad M \vec{a} = -\vec{u} \mu$$

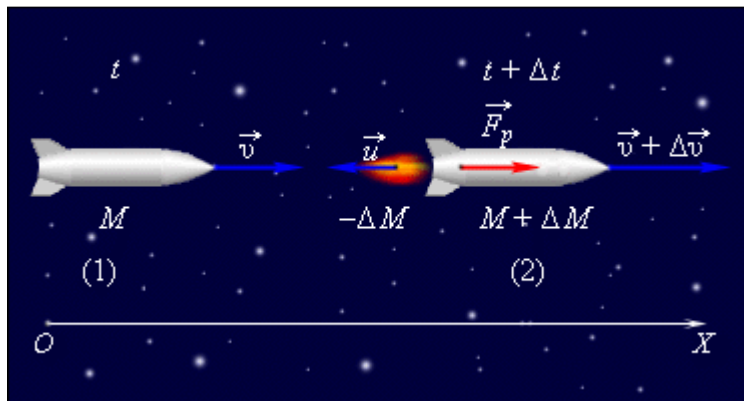


Рисунок 2. Ракета, движущаяся в свободном пространстве (без гравитации). 1 – в момент времени t . Масса ракеты M , ее скорость $\vec{v}$. 2 – Ракета в момент времени $t + \Delta t$. Масса ракеты $M + \Delta M$, где $\Delta M < 0$, ее скорость $\vec{v} + \Delta \vec{v}$. Масса выброшенных газов $-\Delta M > 0$, относительная скорость газов $\vec{u}$. Скорость газов в инерциальной системе $\vec{v} + \Delta \vec{v} + \vec{u}$.

$$M \vec{a} = -\vec{u} \mu \quad (\Delta t \rightarrow 0)$$

Величина $\dot{m}$ есть расход топлива в единицу времени. Величина $-\dot{m}u$ называется реактивной силой тяги F_p . Реактивная сила тяги действует на ракету со стороны истекающих газов, она направлена в сторону, противоположную относительной скорости. Соотношение

$$Ma = F_p = -\dot{m}u$$

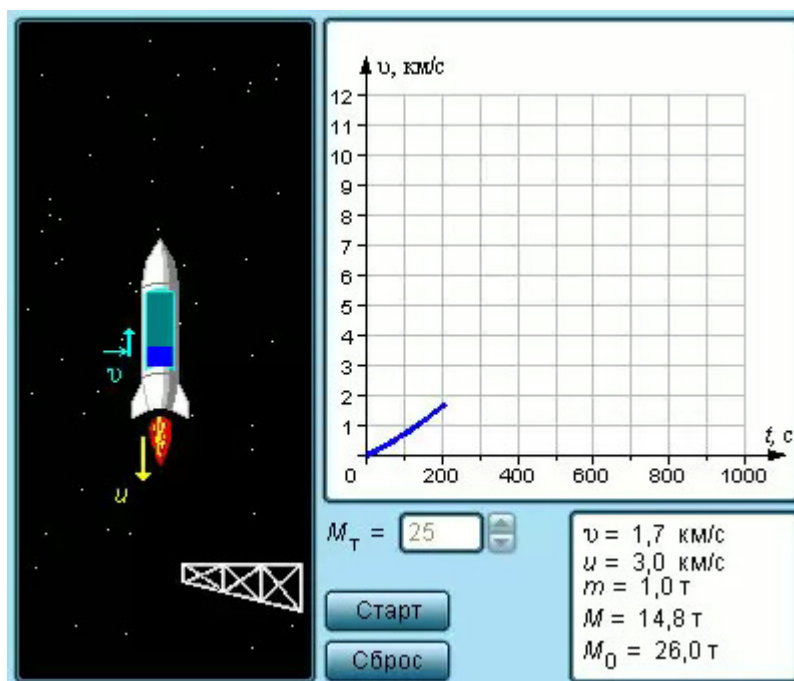
выражает второй закон Ньютона для тела переменной массы. Если газы выбрасываются из сопла ракеты строго назад, то в скалярной форме это соотношение принимает вид: $Ma = \dot{m}u$,

где u – модуль относительной скорости. С помощью математической операции интегрирования из этого соотношения можно получить формулу для конечной скорости v ракеты:

$$v = u \ln(M_0/M)$$

где M_0/M – отношение начальной и конечной масс ракеты. Эта формула называется формулой Циолковского. Из нее следует, что конечная скорость ракеты может превышать относительную скорость истечения газов. Следовательно, ракета может быть разогнана до больших скоростей, необходимых для космических полетов. Но это может быть достигнуто только путем расхода значительной массы топлива, составляющей большую долю первоначальной массы ракеты. Например, для достижения первой космической скорости $v = v_1 = 7,9 \cdot 10^3$ м/с при $u = 3 \cdot 10^3$ м/с (скорости истечения газов при сгорании топлива бывают порядка 2–4 км/с) стартовая масса одноступенчатой ракеты должна примерно в 14 раз превышать конечную массу. Для достижения конечной скорости $v = 4u$ отношение M_0/M должно быть равно 50.

Модель. Реактивное движение



Значительное снижение стартовой массы ракеты может быть достигнуто при использовании многоступенчатых ракет, когда ступени ракеты отделяются по мере выгорания топлива. Из процесса последующего разгона ракеты исключаются массы контейнеров, в которых находилось топливо, отработавшие двигатели, системы управления и т. д. Именно по пути создания экономичных многоступенчатых ракет развивается современное ракетостроение.

8. Закон всемирного тяготения

1. Законы Кеплера
2. Элементарная масса
3. Формулировка и математическая запись закона всемирного тяготения
4. Постоянная гравитации (числовое значение и единица измерения)
5. Вес тела
6. Невесомость
7. Перегрузка
8. Опыт Кавендыша
9. Космические скорости (I и II)

Еще в глубокой древности было замечено, что в отличие от звезд, которые неизменно сохраняют свое взаимное расположение в пространстве в течение столетий, планеты описывают среди звезд сложнейшие траектории. Для объяснения петлеобразного движения планет древнегреческий ученый. Птоломей (II в. н. э.), считая Землю рас положенной в центре Вселенной, предположил, что каждая из планет движется по малому кругу (эпициклу), центр которого равномерно движется по большому кругу, в центре которого находится Земля. Эта концепция получила название птолемеевой геоцентрической системы мира.

В начале XVI в. польским астрономом Н. Коперником обоснована гелиоцентрическая система, согласно которой движения небесных тел объясняются движением Земли (а также других планет) вокруг Солнца и суточным вращением Земли. Теория и наблюдения Коперника воспринимались как занимательная фантазия. К началу XVII столетия большинство ученых убедились, однако, в справедливости гелиоцентрической системы мира. Кеплер обработав и уточнив результаты многочисленных наблюдений датского астронома Т. Браге изложил законы движения планет:

1. Каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.
2. Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает одинаковые площади.
3. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей их орбит.

Впоследствии И. Ньютон, изучая движение небесных тел, на основании законов Кеплера и основных законов динамики открыл всеобщий закон всемирного тяготения: между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного притяжения, прямо пропорциональная произведению масс этих точек (m_1 и m_2 и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними (r^2):

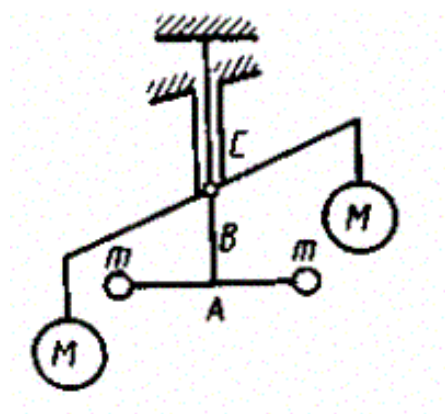
$$F = Gm_1m_2/r^2. \quad (1)$$

Эта сила называется гравитационной (или силой всемирного тяготения). Силы тяготения всегда являются силами притяжения и направлены вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела.

Коэффициент пропорциональности G называется гравитационной постоянной.

Закон всемирного тяготения установлен для тел, принимаемых за материальные точки, т. е. для таких тел, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними. Если же размеры взаимодействующих тел сравнимы с расстоянием между ними, то эти тела надо разбить на точечные элементы, подсчитать по формуле (1) силы притяжения между всеми попарно взятыми элементами, а затем геометрически их сложить (проинтегрировать), что является довольно сложной математической задачей.

Впервые экспериментальное доказательство закона всемирного тяготения для земных тел, а также числовое определение гравитационной постоянной G проведено Кавендишем. Принципиальная схема опыта Кавендиша, применившего крутильные весы, представлена на рис. 1. Легкое коромысло A с двумя одинаковыми шариками массой $m = 729$ г подвешено на упругой нити B . На коромысле C укреплены на той же высоте массивные шары массой $M = 158$ кг. Поворачивая коромысло C вокруг вертикальной оси, можно изменять расстояние между шарами с массами m и M . Под действием пары сил, приложенных к шарам m со стороны шаров M , коромысло A поворачивается в горизонтальной плоскости, закручивая нить B до тех пор, пока момент сил упругости не уравновесит момента сил тяготения. Зная упругие свойства нити, по измеренному углу поворота можно найти возникающие силы притяжения, а так как массы шаров известны, то и вычислить значение G .



Как определяется гравитационная постоянная и каков ее физический смысл?
На какой высоте над планетой ускорение свободного падения вдвое меньше, чем на ее поверхности?

Рис. 1

Значение G , приводимое в таблицах фундаментальных физических постоянных, принимается равным $6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ Н м}^2/\text{кг}^2$, т. е. два точечных тела массой по 1 кг каждое, находящиеся на расстоянии 1 м друг от друга,

притягиваются с силой $6,6720 \cdot 10^{-11}$ Н. Очень малая величина G показывает, что сила гравитационного взаимодействия может быть значительной только в случае больших масс.

На любое тело, расположенное вблизи поверхности Земли, действует сила тяготения F , под влиянием которой и в согласии со вторым законом Ньютона тело начнет двигаться с ускорением свободного падения g . Таким образом, в системе отсчета, связанной с Землей, на всякое тело массой m действует сила $P = mg$, называемая силой тяжести.

Согласно фундаментальному физическому закону — обобщенному закону Галилея, все тела в одном и том же поле тяготения падают с одинаковым ускорением. Следовательно, в данном месте Земли ускорение свободного падения одинаково для всех тел. Оно изменяется вблизи поверхности Земли с широтой в пределах от $9,780 \text{ м/с}^2$ на экваторе до $9,832 \text{ м/с}^2$ на полюсах. Это обусловлено суточным вращением Земли вокруг своей оси, с одной стороны, и сплюснутостью Земли — с другой.

Если пренебречь суточным вращением Земли вокруг своей оси, то сила тяжести и сила гравитационного тяготения равны между собой

$$P = mg = F = GmM/R^2,$$

где M — масса Земли; R — расстояние между телом и центром Земли. Эта формула дана для случая, когда тело находится на поверхности Земли.

Пусть тело расположено на высоте A от поверхности Земли, R_1 — радиус Земли, тогда

$$P = GmM/(R_0 + h)^2,$$

т. е. сила тяжести с удалением от поверхности Земли уменьшается.

В физике применяется также понятие веса тела. Весом тела называют силу, с которой тело вследствие тяготения к Земле действует на опору (или подвес), удерживающую тело от свободного падения. Вес тела проявляется только в том случае, если тело движется с ускорением, отличным от g , т. е. когда на тело кроме силы тяжести действуют другие силы. Состояние тела, при котором оно движется только под действием силы тяжести, называется состоянием невесомости.

Таким образом, *сила тяжести действует всегда*, а *вес проявляется только в том случае, когда на тело кроме силы тяжести действуют еще другие силы*, вследствие чего тело движется с ускорением a , отличным от g .

Если тело движется в поле тяготения Земли с ускорением $a \neq g$, то к этому телу приложена дополнительная сила N , удовлетворяющая условию

$$\mathbf{N} + \mathbf{P} = m\mathbf{a}.$$

Тогда вес тела

$$\mathbf{P}' = -\mathbf{N} = \mathbf{P} - m\mathbf{a} = m\mathbf{g} - m\mathbf{a} = m(\mathbf{g} - \mathbf{a}).$$

т. е. если тело покоится или движется прямолинейно и равномерно, то $\mathbf{a} = 0$ и $\mathbf{P}' = m\mathbf{g}$. Если тело *свободно движется в поле тяготения* по любой траектории и в любом направлении, то $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ и $\mathbf{P}' = 0$, т. е. тело будет невесомым. Например, невесомыми являются тела, находящиеся в космических кораблях, свободно движущихся в космосе.

Для запуска ракет в космическое пространство надо в зависимости от поставленных целей сообщать им определенные начальные скорости, называемые космическими.

Первой космической (или круговой) скоростью v_1 называют такую минимальную скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло двигаться вокруг Земли по круговой орбите, т. е. превратиться в искусственный спутник Земли. На спутник, движущийся по круговой орбите радиусом r , действует сила тяготения Земли, сообщая ему нормальное ускорение v_1^2/r . По второму закону Ньютона,

$$GmM/r^2 = mv_1^2/r.$$

Если спутник движется вблизи поверхности Земли, тогда $r \approx R_0$ (радиус Земли) и $g = GM/R_0^2$, поэтому у поверхности Земли

$$v_1 = \sqrt{gR_0} = 7,9 \text{ км/с}.$$

Первой космической скорости недостаточно для того, чтобы тело могло выйти из сферы земного притяжения. Необходимая для этого скорость называется второй космической.

Второй космической (или параболической) скоростью v_2 называют ту наименьшую скорость, которую надо сообщить телу, чтобы оно могло преодолеть притяжение Земли и превратиться в спутник Солнца, т. е. чтобы его орбита в поле тяготения Земли стала параболической. Для того чтобы тело (при отсутствии сопротивления среды) могло преодолеть земное

притяжение и уйти в космическое пространство, необходимо, чтобы его кинетическая энергия была равна работе, совершаемой против сил тяготения:

$$\frac{mv_2^2}{2} = \int_{R_0}^{\infty} G \frac{mM}{r^2} dr = GmM/R_0,$$

откуда

$$v_2 = \sqrt{2gR_0} = 11,2 \text{ км/с.}$$

Третьей космической скоростью v_3 называют скорость, которую необходимо сообщить телу на Земле, чтобы оно покинуло пределы Солнечной системы, преодолев притяжение Солнца. Третья космическая скорость $v_3=16,7$ км/с.

9.Работа и мощность. Энергия.

1. Механическая работа (формулировка и математическое выражение)
2. Работа постоянной силы
3. Зависимость работы от угла между направлением действующей на тело силы и направлением его движения
4. Единица измерения силы
5. Работа переменной силы
6. Мощность (определение, математическое выражение и единица измерения)
7. Механическая энергия
8. Виды механической энергии
9. Единицы измерения энергии.

Энергия — универсальная мера различных форм движения и взаимодействия. С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и пр. В одних явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других — переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение превращается в тепловое). Однако существенно, что во всех случаях энергия, отданная (в

той или иной форме) одним телом другому телу, равна энергии, полученной последним телом.

Изменение механического движения тела вызывается силами, действующими на него со стороны других тел. Чтобы количественно характеризовать процесс обмена энергией между взаимодействующими телами, в механике вводится понятие работы силы.

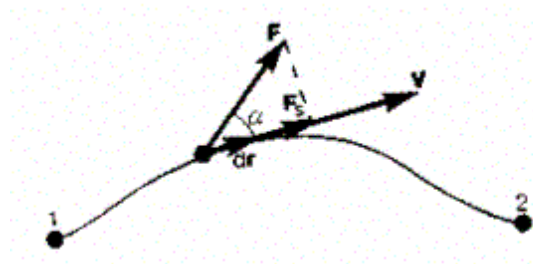
Если тело движется *прямолинейно* и на него действует постоянная сила F , которая составляет некоторый угол α с направлением перемещения, то работа этой силы равна произведению проекции силы F , на направление перемещения ($F_s = F \cos \alpha$), умноженной на перемещение точки приложения силы:

$$A = F_s s = F s \cos \alpha. \quad (1)$$

В общем случае сила может изменяться как по модулю, так и по направлению, поэтому формулой (1) пользоваться нельзя. Если, однако, рассмотреть элементарное перемещение dr , то силу F можно считать постоянной, а движение точки ее приложения — прямолинейным. Элементарной работой силы F на перемещении dr называется *скалярная* величина

$$dA = F dr = F \cos \alpha ds = F_s ds,$$

где α — угол между векторами F и dr ; $ds = |dr|$ — элементарный путь; F_s — проекция вектора F на вектор dr (рис. 1).



- В чем различие между понятиями энергии и работы?
- Как найти работу переменной силы?

Рис. 1

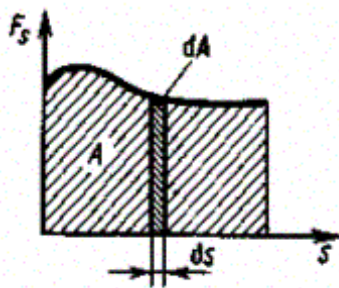
Работа силы на участке траектории от точки 1 до точки 2 равна алгебраической сумме элементарных работ на отдельных бесконечно малых участках пути. Эта сумма приводится к интегралу

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = \int_1^2 F_s ds. \quad (2)$$

Для вычисления этого интеграла надо знать зависимость силы F_s от пути t вдоль траектории 1—2. Пусть эта зависимость представлена графически (рис. 2), тогда искомая работа A определяется на графике площадью заштрихованной фигуры. Если, например, тело движется прямолинейно, сила $F = \text{const}$ и $a = \text{const}$, то получим

$$A = \int_1^2 F ds \cos \alpha = F \cos \alpha \int_1^2 ds = F s \cos \alpha,$$

где s — пройденный телом путь.



- Какую работу совершает равнодействующая всех сил, приложенных к телу, равномерно движущемуся по окружности?
- Что такое мощность? Выведите ее формулу.

Рис. 2

Из формулы (1) следует, что при $\alpha < \pi/2$ работа силы положительна, в этом случае составляющая F , совпадает по направлению с вектором скорости движения v (см. рис. 2). Если $\alpha > \pi/2$, то работа силы отрицательна. При $\alpha = \pi/2$ (сила направлена перпендикулярно перемещению) работа силы равна нулю.

Единица работы — джоуль (Дж): 1 Дж — работа, совершаемая силой 1 Н на пути 1 м (1 Дж = 1 Н·м).

Чтобы охарактеризовать скорость совершения работы, вводят понятие мощности:

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad (3)$$

За время dt сила F совершает работу Fdr , и мощность, развиваемая этой силой, в данный момент времени

$$N = \frac{Fdr}{dt} = Fv,$$

т. е. равна скалярному произведению вектора силы на вектор скорости, с которой движется точка приложения этой силы; N — величина *скалярная*.

Единица мощности — ватт (Вт): 1 Вт — мощность, при которой за время 1 с совершается работа 1 Дж (1 Вт=1 Дж/с).

В механике различают два вида энергии: кинетическую и потенциальную. Кинетической энергией называют механическую энергию всякого свободно движущегося тела и измеряют ее той работой, которую могло бы совершить тело при его торможении до полной остановки.

Итак, кинетическая энергия поступательно движущегося тела равна половине произведения массы этого тела на квадрат его скорости:

$$T = mv^2/2.$$

Из формулы видно, что кинетическая энергия тела не может быть отрицательной ($T \geq 0$).

Если система состоит из n поступательно движущихся тел, то для ее остановки необходимо затормозить каждое из этих тел. Поэтому полная кинетическая энергия механической системы равна сумме кинетических энергий всех входящих в нее тел. T зависит только от величины масс и скоростей движения, входящих в нее тел. При этом неважно, каким образом тело массой m_i приобрело скорость v_i . Другими словами, кинетическая энергия системы есть функция состояния ее движения.

Скорости v_i существенно зависят от выбора системы отсчета. При выводе последней формулы предполагалось, что движение рассматривается в инерциальной системе отсчета, т.к. иначе нельзя было бы использовать законы Ньютона. Однако, в разных инерциальных системах отсчета, движущихся относительно друг друга, скорость v_i i -го тела системы, а, следовательно, его T_i и кинетическая энергия всей системы будут неодинаковы. Таким образом, кинетическая энергия системы зависит от выбора системы отсчета, т.е. является величиной относительной.

Потенциальная энергия — это механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Численно потенциальная энергия системы в данном ее положении равна работе, которую произведут действующие на систему силы при перемещении системы из этого положения в то, где потенциальная энергия условно принимается равной нулю ($\Pi = 0$). Понятие «потенциальная энергия» имеет место только для консервативных систем, т.е. систем, у которых работа

действующих сил зависит только от начального и конечного положения системы. Конкретный вид функции Π зависит от характера силового поля (гравитационное, электростатическое и т.п.). Полная механическая энергия W системы равна сумме ее кинетической и потенциальной энергий:

$$W = \Pi + T$$

Из определения потенциальной энергии системы и рассмотренных примеров видно, что эта энергия, подобно кинетической энергии, является функцией состояния системы: она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам. Следовательно, полная механическая энергия системы также является функцией состояния системы, т.е. зависит только от положения и скоростей всех тел системы.

10. Кинетическая и потенциальная энергия. Полная механическая энергия системы

1. Кинетическая энергия (определение, математическое выражение)
2. Теорема о кинетической энергии
3. Консервативные и диссипативные силы
4. Работа силы трения
5. Потенциальная энергия
6. Работа в поле силы тяготения
7. Потенциальная энергия сжатой и растянутой пружины
8. Потенциальные поля и консервативные силы
9. Полная механическая энергия системы
10. Закон сохранения и превращения энергии

Кинетическая энергия механической системы — это энергия механического движения этой системы.

Сила F , действуя на покоящееся тело и вызывая его движение, совершает работу, а энергия движущегося тела возрастает на величину

затраченной работы. Таким образом, работа dA силы F на пути, который тело прошло за время возрастания скорости от 0 до v , идет на увеличение кинетической энергии dT тела, т. е.

$$dA = dT.$$

Используя второй закон Ньютона $F=ma$ — и умножая на перемещение dr , получаем

$$Fdr = m \frac{dv}{dt} dr = dA.$$

Так как $v = \frac{dr}{dt}$, то $dA = mv dv = mv dv = dT$, откуда

$$T = \int_0^v mv dv = mv^2/2.$$

Таким образом, тело массой m , движущееся со скоростью v , обладает кинетической энергией

$$T = mv^2/2. \quad (1)$$

Из формулы (1) видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т. е. кинетическая энергия системы есть функция состояния ее движения.

При выводе формулы (1) предполагалось, что движение рассматривается в инерциальной системе отсчета, так как иначе нельзя было бы использовать законы Ньютона. В разных инерциальных системах отсчета, движущихся друг относительно друга, скорость тела, а следовательно, и его кинетическая энергия будут неодинаковы. Таким образом, кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета.

Потенциальная энергия — механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Пусть взаимодействие тел осуществляется посредством силовых полей (например, поля упругих сил, поля гравитационных сил), характеризующихся тем, что работа, совершаемая действующими силами при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от того, по

какой траектории это перемещение произошло, а зависит только от начального и конечного положений. Такие поля называются потенциальными, а силы, действующие в них, — консервативными. Если же работа, совершаемая силой, зависит от траектории перемещения тела из одной точки в другую, то такая сила называется диссипативной; ее примером является сила трения.

Тело, находясь в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией Π . Работа консервативных сил при элементарном (бесконечно малом) изменении кон фигурации системы равна приращению потенциальной энергии, взятому со знаком минус, так как работа совершается за счет убыли потенциальной энергии:

$$dA = - d\Pi. \quad (2)$$

Работа dA выражается как скалярное произведение силы F на перемещение dr и выражение (2) можно записать в виде

$$Fdr = - d\Pi. \quad (3)$$

Следовательно, если известна функция $\Pi(r)$, то из формулы (3) можно найти силу F по модулю и направлению.

Потенциальная энергия может быть определена исходя из (3) как

$$\Pi = - \int Fdr + C,$$

где C — постоянная интегрирования, т. е. потенциальная энергия определяется с точностью до некоторой произвольной постоянной. Это, однако, не отражается на физических законах, так как в них входит или разность потенциальных энергий в двух положениях тела, или производная Π по координатам. Поэтому потенциальную энергию тела в каком-то определенном положении считают равной нулю (выбирают нулевой уровень отсчета), а энергию тела в других положениях отсчитывают относительно нулевого уровня. Для консервативных сил

$$F_x = - \frac{\partial \Pi}{\partial x}, \quad F_y = - \frac{\partial \Pi}{\partial y}, \quad F_z = - \frac{\partial \Pi}{\partial z},$$

или в векторном виде

$$\mathbf{F} = - \text{grad } \Pi,$$

где

$$\text{grad } \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \Pi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \Pi}{\partial z} \mathbf{k} \quad (4) \quad (5)$$

($\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ — единичные векторы координатных осей). Вектор, определяемый выражением (5), называется градиентом скаляра Π .

Для него наряду с обозначением $\text{grad } \Pi$ применяется также обозначение ∇ («набла») означает символический вектор, называемый оператором Гамильтона* или набла-оператором

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}. \quad (6)$$

Конкретный вид функции Π зависит от характера силового поля. Например, потенциальная энергия тела массой m , поднятого на высоту h над поверхностью Земли, равна

$$\Pi = mgh, \quad (7)$$

где высота H отсчитывается от нулевого уровня, для которого $\Pi_0=0$. Выражение (7) вытекает непосредственно из того, что потенциальная энергия равна работе силы тяжести при падении тела с высоты h на поверхность Земли.

Так как начало отсчета выбирается произвольно, то потенциальная энергия может иметь отрицательное значение (*кинетическая энергия всегда положительна!*). Если принять за нуль потенциальную энергию тела, лежащего на поверхности Земли, то потенциальная энергия тела, находящегося на дне шахты (глубина h'), $\Pi = -mgh'$.

Найдем потенциальную энергию упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости пропорциональна деформации:

$$F_{x \text{ упр}} = - kx,$$

* У. Гамильтон (1805—1865) — ирландский математик и физик.

где $F_{x \text{ упр}}$ — проекция силы упругости на ось x ; k — коэффициент упругости (для пружины — жесткость), а знак минус указывает, что $F_{x \text{ упр}}$ направлена в сторону, противоположную деформации x .

По третьему закону Ньютона, деформирующая сила равна по модулю силе упругости и противоположно ей направлена, т. е.

$$F_x = - F_{x \text{ упр}} = kx.$$

Элементарная работа dA , совершаемая силой F_x при бесконечно малой деформации dx , равна

$$dA = F_x dx = kx dx,$$

а полная работа

$$A = \int_0^x kx dx = kx^2/2$$

идет на увеличение потенциальной энергии пружины. Таким образом, потенциальная энергия упругодеформированного тела

$$\Pi = kx^2/2.$$

Потенциальная энергия системы является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам.

Полная механическая энергия системы — энергия механического движения и взаимодействия:

$$E = T + \Pi,$$

т. е. равна сумме кинетической и потенциальной энергий.

11. Динамика вращательного движения. Кинетическая энергия вращения

1. Условия вращения твердого тела вокруг неподвижной оси
2. Вращательное движение

3. Центр масс
4. Момент инерции (цилиндра, шара и диска)
5. Теорема Штейнера
6. Плечо силы
7. Момент силы
8. Правило правого винта для момента силы
9. Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела
10. Кинетическая энергия вращательного движения

Если твердое тело движется так, что две его точки остаются неподвижными, то такое движение тела называется вращательным движением вокруг неподвижной оси.

Прямая, соединяющая две неподвижные точки тела, называется осью вращения этого тела. Если выбраны две плоскости, проходящие через ось вращения, причем одна из них неподвижна, а вторая неизменно связана с вращающимся телом, то угол между этими двумя плоскостями, измеряемый в радианах и отсчитываемый в направлении, противоположном движению часовой стрелки, если смотреть с положительного конца оси вращения, определяет положение тела в любой момент времени t и является непрерывной однозначной функцией времени, т. е. $\varphi = f(t)$.

При изучении вращения твердых тел будем пользоваться понятием момента инерции. Моментом терции системы (тела) относительно данной оси называется физическая величина, равная сумме произведений масс n материальных точек системы на квадраты их расстояний до рассматриваемой

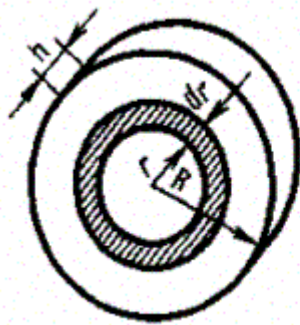
$$J = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2.$$

оси:

В случае непрерывного распределения масс эта сумма сводится к интегралу

$$J = \int r^2 dm,$$

где интегрирование производится по всему объему тела. Величина r в этом случае есть функция положения точки с координатами x, y, z .



- Что такое момент инерции тела?
- Какова роль момента инерции во вращательном движении?

Рис. 1

В качестве примера найдем момент инерции однородного сплошного цилиндра высотой h и радиусом R относительно его геометрической оси (рис. 1). Разобьем цилиндр на отдельные полые концентрические цилиндры бесконечно малой толщины dr с внутренним радиусом r и внешним $r+dr$. Момент инерции каждого полого цилиндра $dJ = r^2 dm$ (так как $dr \ll r$, то считаем, что расстояние всех точек цилиндра от оси равно r), где dm — масса всего элементарного цилиндра; его объем $2\pi r h dr$. Если ρ — плотность материала, то $dm = 2\pi r h \rho dr$ и $dJ = 2\pi h \rho r^3 dr$. Тогда момент инерции сплошного цилиндра

$$J = \int dJ = 2\pi h \rho \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{2} \pi h R^4 \rho,$$

но так как $\pi R^2 h$ — объем цилиндра, то его масса $m = \pi R^2 h \rho$, а момент инерции

$$J = \frac{1}{2} m R^2.$$

Если известен момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс, то момент инерции относительно любой другой параллельной оси определяется теоремой Штейнера: момент инерции тела J относительно произвольной оси равен моменту его инерции J_c относительно параллельной оси, проходящей через центр масс C тела, сложенному с произведением массы m тела на квадрат расстояния a между осями:

$$J = J_c + m a^2. \quad (1)$$

В заключение приведем значения моментов инерции (табл. 1) для некоторых тел (тела считаются однородными, m — масса тела).

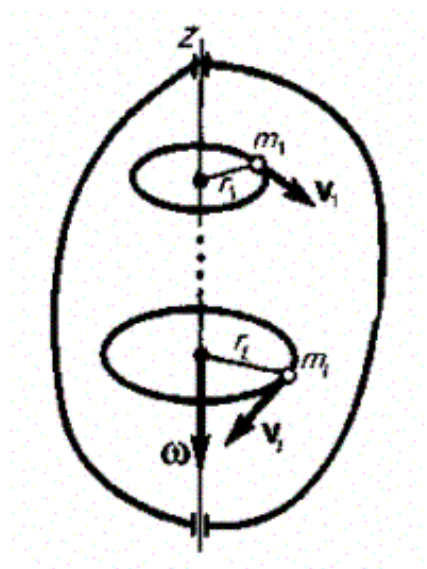
Таблица 1

Тело	Положение оси	Момент инерции mR^2
Полый тонкостенный цилиндр радиусом R	Ось симметрии	$1/2mR^2$
Сплошной цилиндр или диск радиусом R	Тоже	
Прямой тонкий стержень		

Рассмотрим абсолютно твердое тело, вращающееся около неподвижной оси z , проходящей через него (рис. 2). Мысленно разобьем это тело на маленькие объемы с элементарными массами $m_1, m_2, \dots, m_n$, находящиеся на расстоянии $r_1, r_2, \dots, r_n$ от оси.

При вращении твердого тела относительно неподвижной оси отдельные его элементарные объемы массами m_i опишут окружности различных радиусов r_i и имеют различные линейные скорости v_i . Но так как мы рассматриваем абсолютно твердое тело, то угловая скорость вращения этих объемов одинакова:

$$\omega = v_1/r_1 = v_2/r_2 = \dots = v_n/r_n \quad (2)$$



- Выведите формулу для момента инерции обруча.
- Сформулируйте и поясните теорему Штейнера.
- Какова формула для кинетической энергии тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, и как ее вывести?

Рис. 2

Кинетическую энергию вращающегося тела найдем как сумму кинетических энергий его элементарных объемов:

$$T_{\text{вр}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots + \frac{m_n v_n^2}{2}, \quad \text{или} \quad T_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i v_i^2}{2}.$$

Используя выражение (2), получаем

$$T_{\text{вр}} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \omega^2}{2} r_i^2 = \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \frac{J_z \omega^2}{2},$$

где J_z — момент инерции тела относительно оси z . Таким образом, кинетическая энергия вращающегося тела

$$T_{\text{вр}} = J_z \omega^2 / 2. \quad (3)$$

Из сравнения формулы (3) с выражением для кинетической энергии тела, движущегося поступательно ($E_k = mv^2/2$), следует, что момент инерции — *мера инертности тела* при вращательном движении. Формула (3) справедлива для тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

В случае плоского движения тела, например цилиндра, скатывающегося с наклонной плоскости без скольжения, энергия движения складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения:

$$T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J_c \omega^2}{2},$$

где m — масса катящегося тела; v_c — скорость центра масс тела; J_c — момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс; ω — угловая скорость тела.

Моментом силы F относительно неподвижной точки O называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса-вектора r , проведенного из точки O в точку A приложения силы, на силу F (рис. 3):

$$M = [rF].$$

Здесь M — *псевдовектор*, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от r к F .

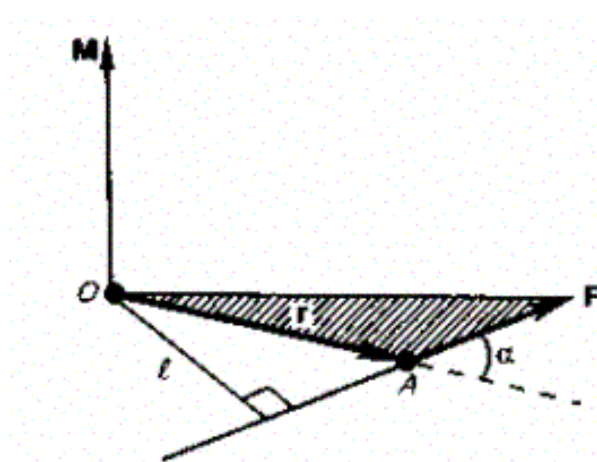


Рис. 3.

Модуль момента силы

$$M = Fr \sin \alpha = Fl, \quad (4)$$

где α — угол между r и F ; $r \cdot \sin \alpha = l$ — кратчайшее расстояние между линией действия силы и точкой O — плечо силы.

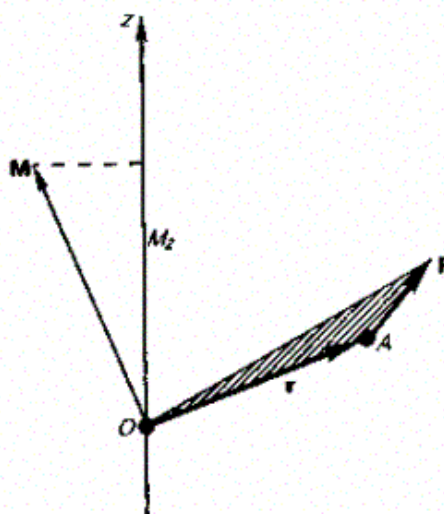


Рис. 4

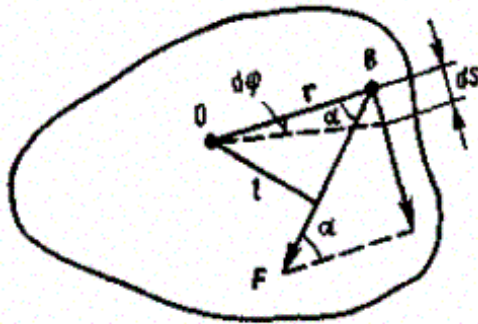
Моментом силы относительно неподвижной оси z называется *скалярная* величина M_z , равная проекции на эту ось вектора M момента силы, определенного относительно произвольной точки O данной оси z (рис. 4). Значение момента M_z не зависит от выбора положения точки O на оси z .

Если ось z совпадает с направлением вектора M , то момент силы представляется в виде вектора, совпадающего с осью:

$$M_z = [rF]_z.$$

Найдем выражение для работы при вращении тела (рис. 5). Пусть сила F приложена в точке B , находящейся от оси z на расстоянии r , α — угол между направлением силы и радиусом-вектором r . Так как тело абсолютно твердое, то работа этой силы равна работе, затраченной на поворот всего тела. При повороте тела на бесконечно малый угол $d\varphi$ точка приложения B проходит путь $ds = r d\varphi$ и работа равна произведению проекции силы на направление смещения на величину смещения:

$$dA = F \sin \alpha r d\varphi.$$



- Что называется моментом силы относительно неподвижной точки? относительно неподвижной оси? Как определяется направление момента силы?
- Выведите и сформулируйте уравнение динамики вращательного движения твердого тела

Рис. 5

Учитывая (4), можем записать

$$dA = M_z d\varphi, \quad (5)$$

где $F r \sin \alpha = F l = M_z$ — момент силы относительно оси z . Таким образом, работа при вращении тела равна произведению момента действующей силы на угол поворота. Работа при вращении тела идет на увеличение его кинетической энергии: $dA = dT$, но $dT = d\left(\frac{J_z \omega^2}{2}\right) = J_z \omega d\omega$,

поэтому $M_z d\varphi = J_z \omega d\omega$, или $M_z \frac{d\varphi}{dt} = J_z \omega \frac{d\omega}{dt}$.

Учитывая, что $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$, получаем

$$M_z = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon. \quad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси.

Можно показать, что если ось z совпадает с главной осью инерции, проходящей через центр масс, то имеет место векторное равенство

$$\mathbf{M} = J\vec{\epsilon}, \quad (7)$$

где J — главный момент инерции тела (момент инерции относительно главной оси).

12. Момент импульса и закон его сохранения.

1. Что такое момент импульса материальной точки и твердого тела?
2. Плечо импульса
3. Как определяется направление вектора момента импульса?
4. В чем заключается физическая сущность закона сохранения момента импульса? В каких системах он выполняется?

При сравнении законов вращательного и поступательного движений просматривается аналогия между ними, только во вращательном движении вместо силы «выступает» ее момент, роль массы «играет» момент инерции. Какая же величина будет аналогом импульса тела? Ею является момент импульса тела относительно оси.

Моментом импульса (количества движения) материальной точки A относительно неподвижной точки O называется физическая величина, определяемая векторным произведением:

$$\mathbf{L} = [\mathbf{r}\mathbf{p}] = [\mathbf{r}, m\mathbf{v}],$$

где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, проведенный из точки O в точку A ; $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ — импульс материальной точки (рис. 1); $\mathbf{L}$ — *псевдовектор*, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от $\mathbf{r}$ к $\mathbf{p}$. Модуль вектора момента импульса

$$L = rp \sin \alpha = mvr \sin \alpha = pl,$$

где α — угол между векторами $\mathbf{r}$ и $\mathbf{p}$, l — плечо вектора $\mathbf{p}$ относительно точки O .

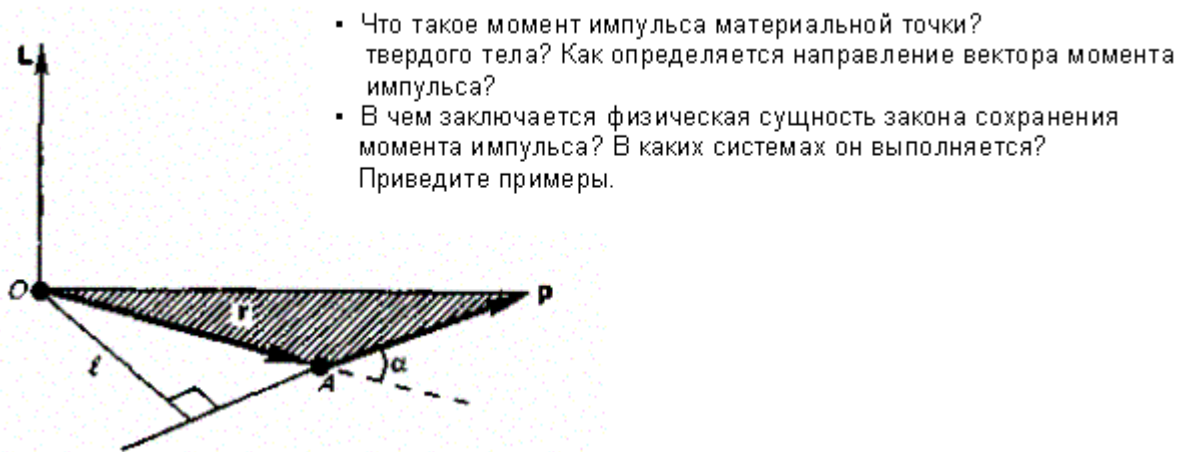


Рис. 1

Моментом импульса относительно неподвижной оси z называется скалярная величина L_z , равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определенного относительно произвольной точки O данной оси. Момент импульса L , не зависит от положения точки O на оси z .

При вращении абсолютно твердого тела вокруг неподвижной оси z каждая отдельная точка тела движется по окружности постоянного радиуса r_i с некоторой скоростью v_i . Скорость v_i и импульс $m_i v_i$ перпендикулярны этому радиусу, т. е. радиус является плечом вектора $m_i v_i$. Поэтому можем записать, что момент импульса отдельной частицы равен

$$L_{iz} = m_i v_i r_i \quad (1)$$

и направлен по оси в сторону, определяемую правилом правого винта.

Момент импульса твердого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных частиц:

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i$$

Используя формулу (17.1) $v_i = \omega r_i$, получим

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega,$$

т. е.

$$L_z = J_z \omega. \quad (2)$$

Таким образом, момент импульса твердого тела относительно оси равен произведению момента инерции тела относительно той же оси на угловую скорость. Продифференцируем уравнение (19.2) по времени:

$$\frac{dL_z}{dt} = J_z \frac{d\omega}{dt} = J_z \varepsilon = M_z,$$

т. е.

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z.$$

Это выражение — еще одна форма уравнения динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси: производная момента импульса твердого тела относительно оси равна моменту сил относительно той же оси.

Можно показать, что имеет место векторное равенство

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{M}. \quad (3)$$

В замкнутой системе момент внешних сил $\mathbf{M} = 0$ и $\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0$, откуда

$$\mathbf{L} = \text{const.} \quad (4)$$

Выражение (4) представляет собой закон сохранения момента импульса: момент импульса замкнутой системы сохраняется, т. е. не изменяется с течением времени.

Закон сохранения момента импульса — *фундаментальный закон природы*. Он связан со свойством симметрии пространства — его *изотропностью*, т. е. с инвариантностью физических законов относительно

выбора направления осей координат системы от счета (относительно поворота замкнутой системы в пространстве на любой угол).

13. Движение жидкостей. Уравнение Бернулли

1. Несжимаемая жидкость
2. Стационарное течение жидкости
3. Линии тока
4. Уравнение неразрывности
5. Уравнение Бернулли
6. Динамическое давление
7. Гидростатическое давление
8. Статическое давление
9. Трубка Пито

Молекулы газа, совершая беспорядочное, хаотическое движение, не связаны или весьма слабо связаны силами взаимодействия, поэтому они движутся свободно и в результате соударений стремятся разлететься во все стороны, заполняя весь предоставленный им объем, т. е. объем газа определяется объемом того сосуда, который газ занимает.

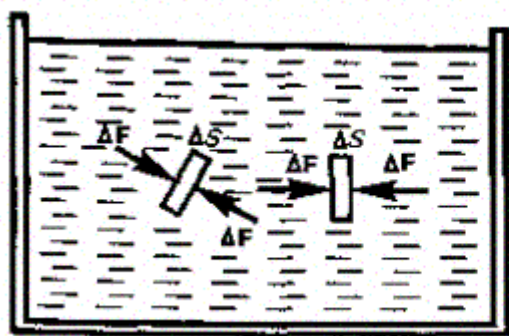
Жидкость же, имея определенный объем, принимает форму того сосуда, в который она заключена. Но в жидкостях в отличие от газов среднее расстояние между молекулами остается практически постоянным, поэтому жидкость обладает практически неизменным объемом.

Свойства жидкостей и газов во многом отличаются, однако в ряде механических явлений их поведение определяется одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. Поэтому гидроаэромеханика — раздел механики, изучающий равновесие и движение жидкостей и газов, их взаимодействие между собой и обтекаемыми ими твердыми телами, — использует *единый подход* к изучению жидкостей и газов.

В механике с большой степенью точности жидкости и газы рассматриваются как сплошные, непрерывно распределенные в занятой ими части пространства. Плотность же газов от давления зависит существенно. Из опыта известно, что сжимаемостью жидкости и газа во многих задачах можно пренебречь и пользоваться единым понятием несжимаемой жидкости

— жидкости, плотность которой всюду одинакова и не изменяется со временем.

Если в покоящуюся жидкость поместить тонкую пластинку, то части жидкости, находящиеся по разные стороны от нее, будут действовать на каждый ее элемент ΔS с силами ΔF , которые независимо от того, как пластинка ориентирована, будут равны по модулю и направлены перпендикулярно площадке ΔS , так как наличие касательных сил привело бы частицы жидкости в движение (рис. 1).



- Что такое давление в жидкости? Давление — величина векторная или скалярная? Какова единица давления в СИ?
- Сформулируйте и поясните законы Паскаля и Архимеда.
- Что называют линией тока? трубкой тока?

Рис. 1

Физическая величина, определяемая нормальной силой, действующей со стороны жидкости на единицу площади, называется давлением p жидкости:

$$p = \Delta F / \Delta S.$$

Единица давления — паскаль (Па): 1 Па равен давлению, создаваемому силой 1 Н, равномерно распределенной по нормальной к ней поверхности площадью 1 м² (1 Па=1 Н/м²).

Давление при равновесии жидкостей (газов) подчиняется закону Паскаля*: давление в любом месте покоящейся жидкости одинаково по всем направлениям, причем давление одинаково передается по всему объему, занятому покоящейся жидкостью.

Рассмотрим, как влияет вес жидкости на распределение давления внутри покоящейся несжимаемой жидкости. При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, иначе не было бы равновесия.

* Б. Паскаль (1623—1662) — французский ученый.

Поэтому свободная поверхность покоящейся жидкости всегда горизонтальна вдали от стенок сосуда. Если жидкость несжимаема, то ее плотность не зависит от давления. Тогда при поперечном сечении S столба жидкости, его высоте h и плотности ρ вес $P = \rho gSh$, а давление на нижнее основание

$$p = P/S = \rho gSh/S = \rho gh, \quad (1)$$

т. е. давление изменяется линейно с высотой. Давление ρgh называется гидростатическим давлением.

Согласно формуле (1), сила давления на нижние слои жидкости будет больше, чем на верхние, поэтому на тело, погруженное в жидкость, действует сила, определяемая законом Архимеда: на тело, погруженное в жидкость (газ), действует со стороны этой жидкости направленная вверх выталкивающая сила, равная весу вытесненной телом жидкости (газа):

$$F_A = \rho gV,$$

где ρ — плотность жидкости, V — объем погруженного в жидкость тела.

Движение жидкостей называется течением, а совокупность частиц движущейся жидкости — потоком. Графически движение жидкостей изображается с помощью линий тока, которые проводятся так, что касательные к ним совпадают по направлению с вектором скорости жидкости в соответствующих точках пространства (рис. 2). Линии тока проводятся так, чтобы густота их, характеризуемая отношением числа линий к площади перпендикулярной им площадки, через которую они проходят, была больше там, где больше скорость течения жидкости, и меньше там, где жидкость течет медленнее. Таким образом, по картине линий тока можно судить о направлении и модуле скорости в разных точках пространства, т. е. можно определить состояние движения жидкости. Линии тока в жидкости можно «проявить», например, подмешав в нее какие-либо заметные взвешенные частицы.



Рис. 2

Часть жидкости, ограниченную линиями тока, называют трубкой тока. Течение жидкости называется установившимся (или стационарным), если форма и расположение линий тока, а также значения скоростей в каждой ее точке со временем не изменяются.

Рассмотрим какую-либо трубку тока. Выберем два ее сечения S_1 и S_2 , перпендикулярные направлению скорости (рис. 3).

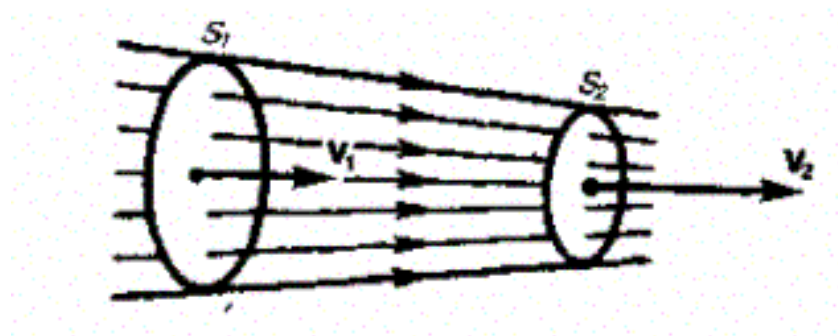


Рис. 3

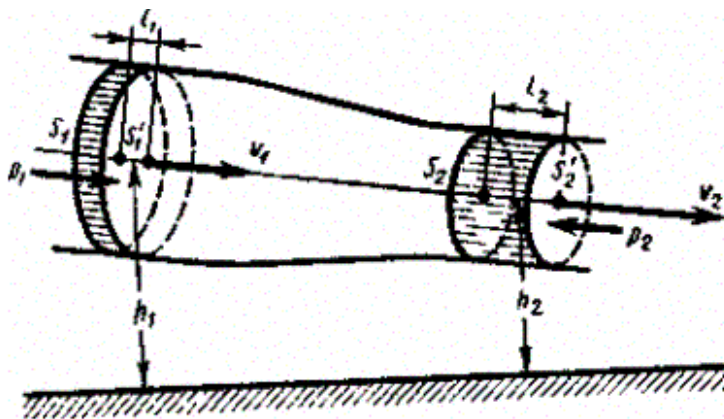
За время Δt через сечение S проходит объем жидкости $Sv\Delta t$; следовательно, за 1 с через S_1 пройдет объем жидкости S_1v_1 , где v_1 — скорость течения жидкости в месте сечения S_1 . Через сечение S_2 за 1 с пройдет объем жидкости S_2v_2 , где v_2 — скорость течения жидкости в месте сечения S_2 . Здесь предполагается, что скорость жидкости в сечении постоянна. Если жидкость несжимаема ($\rho = \text{const}$), то через сечение S_2 пройдет такой же объем жидкости, как и через сечение S_1 , т. е.

$$S_1v_1 = S_2v_2 = \text{const.} \quad (2)$$

Следовательно, произведение скорости течения несжимаемой жидкости на поперечное сечение трубки тока есть величина постоянная для

данной трубки тока. Соотношение (2) называется уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости.

Выделим в стационарно текущей идеальной жидкости (*физическая абстракция*, т. е. воображаемая жидкость, в которой отсутствуют силы внутреннего трения) трубку тока, ограниченную сечениями S_1 и S_2 , по которой слева направо течет жидкость (рис. 4). Пусть в месте сечения S_1 скорость течения v_1 , давление p_1 и высота, на которой это сечение расположено, h_1 . Аналогично, в месте сечения S_2 скорость течения v_2 , давление p_2 и высота сечения h_2 . За малый промежуток времени Δt жидкость перемещается от сечения S_1 к сечению S'_1 , от S_2 к S'_2 .



- Что характерно для установившегося течения жидкости?
- Каков физический смысл уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости и как его вывести?
- Выведите уравнение Бернулли

Рис. 4

Согласно закону сохранения энергии, изменение полной энергии $E_2 - E_1$ идеальной несжимаемой жидкости должно быть равно работе A внешних сил по перемещению массы m жидкости:

$$E_2 - E_1 = A, \quad (4)$$

где E_1 и E_2 — полные энергии жидкости массой m в местах сечений S_1 и S_2 соответственно.

С другой стороны, A — это работа, совершаемая при перемещении всей жидкости, заключенной между сечениями S_1 и S_2 , за рассматриваемый малый промежуток времени Δt . Для перенесения массы m от S_1 до S_2 жидкость должна переместиться на расстояние $l_1 = v_1 \Delta t$ и от S_2 до S_2 — на расстояние $l_2 = v_2 \Delta t$. Отметим, что l_1 и l_2 настолько малы, что всем точкам

объемов, закрашенных на рис. 4, приписывают постоянные значения скорости v , давления p и высоты h . Следовательно,

$$A = F_1 h_1 + F_2 h_2, \quad (5)$$

где $F_1 = p_1 S_1$ и $F_2 = -p_2 S_2$ (отрицательна, так как направлена в сторону, противоположную течению жидкости; рис. 4).

Полные энергии E_1 и E_2 будут складываться из кинетической и потенциальной энергий массы m жидкости:

$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgh_1, \quad (6)$$

$$E_2 = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2. \quad (7)$$

$$\frac{mv_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 S_1 v_1 \Delta t = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 S_2 v_2 \Delta t. \quad (8)$$

Согласно уравнению неразрывности для несжимаемой жидкости (29.1), объем, занимаемый жидкостью, остается постоянным, т. е.

$$\Delta V = S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t.$$

Разделив выражение (8) на ΔV , получим

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2,$$

где ρ — плотность жидкости. Но так как сечения выбирались произвольно, то можем записать

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + p = \text{const.} \quad (9)$$

Выражение (9) выведено швейцарским физиком Д. Бернулли называется уравнением Бернулли. Как видно из его вывода, уравнение Бернулли — выражение закона сохранения энергии применительно к

установившемся течению идеальной жидкости. Оно хорошо выполняется и для реальных жидкостей, внутреннее трение которых не очень велико.

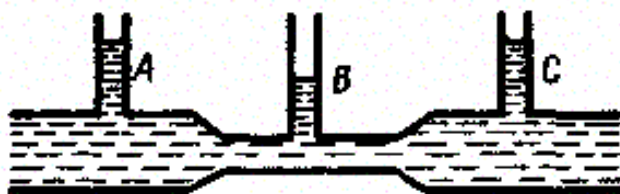
Величина p в формуле (9) называется статическим давлением (давление жидкости на поверхность обтекаемого ею тела), величина $\rho v^2/2$ — динамическим давлением. Как уже указывалось выше, величина pgh представляет собой гидростатическое давление.

Для горизонтальной трубки тока ($h_1 = h_2$ выражение (9) принимает вид

$$\frac{\rho v^2}{2} + p = \text{const}, \quad (10)$$

где $p + \rho v^2/2$ называется полным давлением.

Из уравнения Бернулли (10) для горизонтальной трубки тока и уравнения неразрывности следует, что при течении жидкости по горизонтальной трубе, имеющей различные сечения, скорость жидкости больше в местах сужения, а статическое давление больше в более широких местах, т. е. там, где скорость меньше. Это можно продемонстрировать, установив вдоль трубы ряд манометров (рис. 5). В соответствии с уравнением Бернулли опыт показывает, что в манометрической трубке B , прикрепленной к узкой части трубы, уровень жидкости ниже, чем в манометрических трубках A и C , прикрепленных к широкой части трубы.



▪ Как в потоке жидкости измерить статическое давление? динамическое давление? полное давление?

Рис. 5

Так как динамическое давление связано со скоростью движения жидкости (газа), то уравнение Бернулли позволяет измерять скорость потока жидкости. Для этого применяется трубка Пито — Прандтля (рис. 6). Прибор состоит из двух изогнутых под прямым углом трубок, противоположные концы которых присоединены к манометру. С помощью одной из трубок измеряется полное давление (p_0), с помощью другой — статическое (p). Манометром измеряют разность давлений:

$$p_0 - p = \rho_0 gh, \quad (11)$$

где ρ_0 — плотность жидкости в манометре. С другой стороны, согласно уравнению Бернулли, разность полного и статического давлений равна динамическому давлению:

$$p_0 - p = \rho v^2 / 2. \quad (12)$$

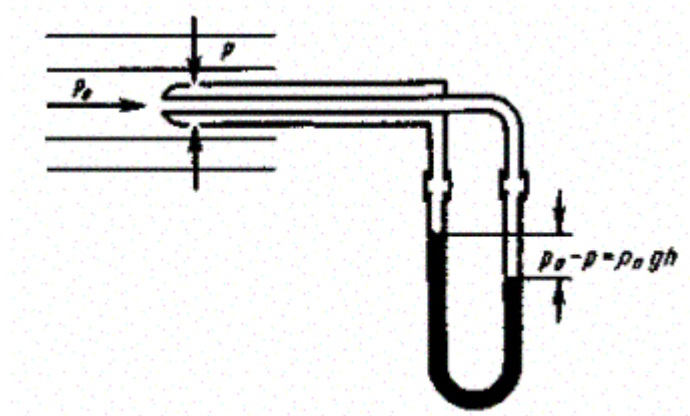


Рис. 6

Из формул (11) и (12) получаем искомую скорость потока жидкости:

$$v = \sqrt{2\rho_0 g h / \rho}.$$

Уменьшение статического давления в точках, где скорость потока больше, положено в основу работы водоструйного насоса (рис. 7). Струя воды подается в трубку, открытую в атмосферу, так что давление на выходе из трубки равно атмосферному. В трубке имеется сужение, по которому вода течет с большей скоростью. В этом месте давление меньше атмосферного. Это давление устанавливается и в откачанном сосуде, который связан с трубкой через разрыв, имеющийся в ее узкой части. Воздух увлекается вытекающей с большой скоростью водой из узкого конца. Таким образом можно откачивать воздух из сосуда до давления 100 мм рт. ст. (1 мм рт. ст. = 133,32 Па).

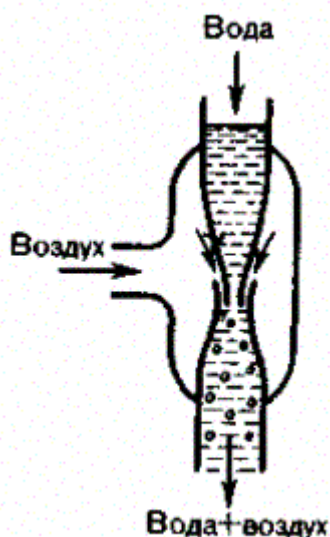


Рис. 7

Уравнение Бернулли используется для нахождения скорости истечения жидкости через отверстие в стенке или дне сосуда. Рассмотрим цилиндрический сосуд с жидкостью, в боковой стенке которого на некоторой глубине ниже уровня жидкости имеется маленькое отверстие (рис. 8).

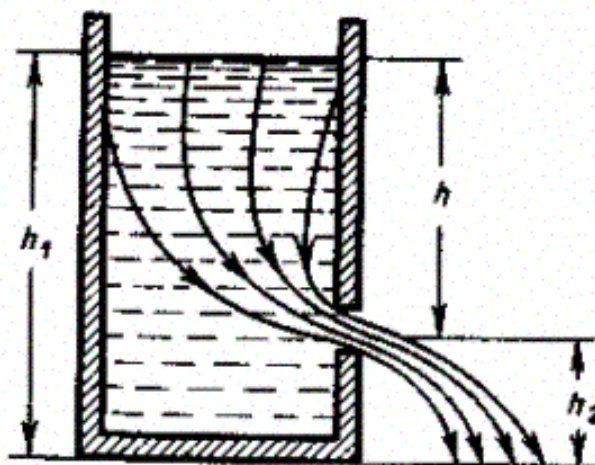


Рис. 8

Рассмотрим два сечения (на уровне А1 свободной поверхности жидкости в сосуде и на уровне А2 выхода ее из отверстия) и напишем уравнение Бернулли:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2.$$

Так как давления p_1 и p_2 в жидкости на уровнях первого и второго сечений равны атмосферному, т. е. $p_1 = p_2$, то уравнение будет иметь вид

$$\frac{v_1^2}{2} + gh_1 = \frac{v_2^2}{2} + gh_2.$$

Из уравнения неразрывности следует, что $v_2/v_1 = S_1/S_2$, где S_1 и S_2 — площади поперечных сечений сосуда и отверстия. Если $S_1 \gg S_2$, то членом $v_1^2/2$ можно пренебречь и

$$v_2^2 = 2g(h_1 - h_2) = 2gh,$$

$$v_2 = \sqrt{2gh}.$$

Это выражение получило название формулы Торричелли*.

14. Основное уравнение МКТ

1. Методы исследования макроскопических систем (термодинамический и молекулярно-кинетический)
2. Основные положения МКТ
3. Идеальный газ
4. Средняя квадратичная скорость
5. Энергия идеального газа
6. Концентрация
7. Основное уравнение МКТ
8. Постоянная Авогадро
9. Молярная масса, единица измерения
10. Количество вещества
11. Связь между средней кинетической энергией и температурой
12. Постоянная Больцмана, единица измерения
13. Другие формы основного уравнения МКТ

* Э. Торричелли (1608—1647) — итальянский физик и математик.

Молекулярная физика и термодинамика — разделы физики, в которых изучаются макроскопические процессы в телах, связанные с огромным числом содержащихся в телах атомов и молекул. Для исследования этих процессов применяют два качественно различных и взаимно дополняющих друг друга метода: статистический и термодинамический. Первый лежит в основе молекулярной физики, второй — термодинамики.

Процессы, изучаемые молекулярной физикой, являются результатом совокупного действия огромного числа молекул. Законы поведения огромного числа молекул, являясь статистическими закономерностями, изучаются с помощью статистического метода. Этот метод основан на том, что свойства макроскопической системы в конечном счете определяются свойствами частиц системы, особенностями их движения и *усредненными* значениями динамических характеристик этих частиц (скорости, энергии и т. д.). Например, температура тела определяется скоростью хаотического движения его молекул, но так как в любой момент времени разные молекулы имеют различные скорости, то она может быть выражена только через среднее значение скорости движения молекул. Нельзя говорить о температуре одной молекулы. Таким образом, макроскопические характеристики тел имеют физический смысл лишь в случае большого числа молекул.

Термодинамика — раздел физики, изучающий общие свойства макроскопических систем, находящихся в состоянии термодинамического равновесия, и процессы перехода между этими состояниями. Термодинамика не рассматривает микропроцессы, которые лежат в основе этих превращений. Этим термодинамический метод отличается от статистического.

Область применения термодинамики значительно шире, чем молекулярно-кинетической теории, ибо нет таких областей физики и химии, в которых нельзя было бы пользоваться термодинамическим методом. Однако, с другой стороны, термодинамический метод несколько ограничен: термодинамика ничего не говорит о микроскопическом строении вещества, о механизме явлений, а лишь устанавливает связи между макроскопическими свойствами вещества. Молекулярно-кинетическая теория и термодинамика взаимно дополняют друг друга, образуя единое целое, но отличаясь различными методами исследования.

Термодинамика имеет дело с термодинамической системой — совокупностью макроскопических тел, которые взаимодействуют и

обмениваются энергией как между собой, так и с другими телами (внешней средой). Основа термодинамического метода — определение состояния термодинамической системы. Состояние системы задается термодинамическими параметрами (параметрами состояния) — совокупностью физических величин, характеризующих свойства термодинамической системы. Обычно в качестве параметров состояния выбирают температуру, давление и удельный объем.

Температура — одно из основных понятий, играющих важную роль не только в термодинамике, но и в физике в целом. Температура — физическая величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия макроскопической системы. В соответствии с решением XI Генеральной конференции по мерам и весам (1960) в настоящее время можно применять только две температурные шкалы — термодинамическую и Международную практическую, градуированные соответственно в кельвинах (К) и в градусах Цельсия ($^{\circ}\text{C}$). В Международной практической шкале температура замерзания и кипения воды при давлении $1,013 \cdot 10^5$ Па соответственно 0 и 100°C (реперные точки).

Термодинамическая температурная шкала определяется по одной реперной точке, в качестве которой взята тройная точка воды (температура, при которой лед, вода и насыщенный пар при давлении 609 Па находятся в термодинамическом равновесии). Температура этой точки по термодинамической шкале равна 273,16 К (точно). Градус Цельсия равен кельвину. В термодинамической шкале температура замерзания воды равна 273,15 К (при том же давлении, что и в Международной практической шкале), поэтому, по определению, термодинамическая температура и температура по Международной практической шкале связаны соотношением

$$T = 273,15 + t.$$

Температура $T=0$ К называется нулем кельвина.

Удельный объем v — это объем единицы массы. Когда тело однородно, т. е. его плотность $\rho = \text{const}$, то $v = V/m = 1/\rho$. Так как при постоянной массе удельный объем пропорционален общему объему, то макроскопические свойства однородного тела можно характеризовать объемом тела.

Параметры состояния системы могут изменяться. Любое изменение в термодинамической системе, связанное с изменением хотя бы одного из ее термодинамических параметров, называется термодинамическим процессом.

В молекулярно-кинетической теории пользуются *идеализированной моделью* идеального газа, согласно которой считают, что:

- 1) собственный объем молекул газа пренебрежимо мал по сравнению с объемом сосуда;
- 2) между молекулами газа отсутствуют силы взаимодействия;
- 3) столкновения молекул газа между собой и со стенками сосуда абсолютно упругие.

Модель идеального газа можно использовать при изучении реальных газов, так как они в условиях, близких к нормальным (например, кислород и гелий), а также при низких давлениях и высоких температурах близки по своим свойствам к идеальному газу. Кроме того, внося поправки, учитывающие собственный объем молекул газа и действующие молекулярные силы, можно перейти к теории реальных газов.

Рассмотрим основные положения молекулярно-кинетической теории (МКТ).

I. Все вещества состоят из мельчайших частиц -молекул и атомов, которые, в свою очередь, состоят из более мелких элементарных частиц. Доказательство - наблюдение больших белковых молекул в электронных микроскопах.

II. Молекулы и атомы находятся в непрерывном хаотическом движении. Доказательства: броуновское движение; диффузия; осмос

III. Между молекулами и атомами существуют силы притяжения и отталкивания. При сближении двух атомов или молекул сначала преобладают силы притяжения (до равновесного значения), затем - силы отталкивания.

Моль - единица количества вещества в системе СИ. Моль - количество вещества, содержащее столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в 0,012 кг изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$. В одном моле любого вещества содержится одно и то же число молекул (или атомов) - постоянная Авогадро:

$$N_A = \frac{N}{\nu} = 6,023 \cdot 10^{23}.$$

Закон Авогадро: один моль любого газа при нормальных условиях ($T_0 = 273 \text{ K}$, $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$) занимает один и тот же объем называемый

молярным объемом $V_\mu = 22,4 \cdot 10^{-3} \frac{\mu^3}{\mu\text{оль}}$

Молярная масса - масса одного моля:

$$\mu = \frac{m}{\nu} = m_0 N_A$$

Количество вещества- число молей вещества:

$$\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}$$

Постоянная Больцмана- одна из фундаментальных физических констант, равная отношению универсальной газовой постоянной R к числу Авогадро N_A :

$$k = \frac{R}{N_A} = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Масса одной молекулы

$$m_0 = \frac{m}{N} = \frac{m}{\nu N_A} = \frac{\mu}{N_A}$$

Концентрация молекул— физическая величина, равная отношению числа частиц N к объёму V , в котором они находятся:

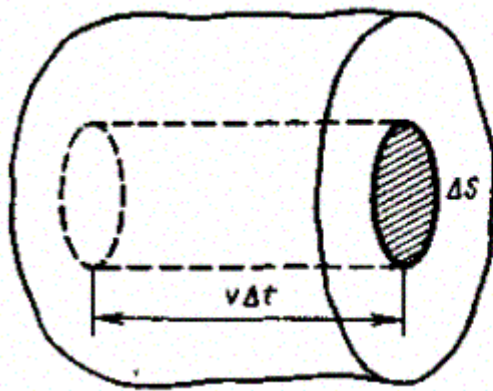
Размерность в системе СИ $1/\text{м}^3$, в системе СГС — $1/\text{см}^3$

$$n_0 = \frac{p}{kT}$$

Средняя кинетическая энергия

$$\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT$$

Для вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории рассмотрим одноатомный идеальный газ. Предположим, что молекулы газа движутся хаотически, число взаимных столкновений между молекулами газа пренебрежимо мало по сравнению с числом ударов о стенки сосуда, а соударения молекул со стенками сосуда абсолютно упругие. Выделим на стенке сосуда некоторую элементарную площадку ΔS (рис. 1) и вычислим давление, оказываемое на эту площадку. При каждом соударении молекула, движущаяся перпендикулярно площадке, передает ей импульс $m_0v - (-m_0v) = 2m_0v$, где m_0 — масса молекулы, v — ее скорость. За время Δt площадки ΔS достигнут только те молекулы, которые заключены в объеме цилиндра с основанием ΔS и высотой $v\Delta t$ (рис. 1). Число этих молекул равно $n\Delta S v\Delta t$ (n — концентрация молекул).



- В чем заключается молекулярно-кинетическое толкование давления газа? термодинамической температуры?
- В чем содержание и какова цель вывода основного уравнения молекулярно-кинетической теории газов?

Рис. 1

Необходимо, однако, учитывать, что реально молекулы движутся к площадке ΔS под разными углами и имеют различные скорости, причем скорость молекул при каждом соударении меняется. Для упрощения расчетов хаотическое движение молекул заменяют движением вдоль трех взаимно перпендикулярных направлений, так что в любой момент времени вдоль каждого из них движется $1/3$ молекул, причем половина молекул — $1/6$ — движется вдоль данного направления в одну сторону, половина — в противоположную. Тогда число ударов молекул, движущихся в заданном направлении, о площадку ΔS будет

$\frac{1}{6} n\Delta S v\Delta t$. При столкновении с площадкой эти молекулы передадут ей импульс

$$\Delta P = 2m_0v \cdot \frac{1}{6} n\Delta S v\Delta t = \frac{1}{3} nm_0v^2 \Delta S \Delta t.$$

Тогда давление газа, оказываемое им на стенку сосуда,

$$p = \Delta P / (\Delta t \Delta S) = \frac{1}{3} n m_0 v^2, \quad (1)$$

Если газ в объеме V содержит N молекул, движущихся со скоростями $v_1, v_2, \dots, v_N$, то целесообразно рассматривать среднюю квадратичную скорость

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2}, \quad (2)$$

характеризующую всю совокупность молекул газа. Уравнение (1) с учетом (2) примет вид

$$p = \frac{1}{3} n m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2. \quad (3)$$

Выражение (3) называется основным уравнением молекулярно-кинетической теории идеальных газов. Точный расчет с учетом движения молекул по всевозможным направлениям дает ту же формулу.

$$pV = \frac{1}{3} N m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

или

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{m_0 \langle v_{\text{кв}} \rangle^2}{2} = \frac{2}{3} E, \quad (4) \quad (5)$$

Учитывая, что $n = N/V$, получим

где E — суммарная кинетическая энергия поступательного движения всех молекул газа.

Так как масса газа $m = N m_0$, то уравнение (4) можно переписать в виде

$$pV = \frac{1}{3} m \langle v_{\text{кв}} \rangle^2.$$

Для одного моля газа $m = M$ (M — молярная масса), поэтому

$$pV_m = \frac{1}{3} M \langle v_{\text{кв}} \rangle^2,$$

где V_m — молярный объем. С другой стороны, по уравнению Клапейрона — Менделеева, $pV_m = RT$. Таким образом,

$$RT = \frac{1}{2} M \langle v_{\text{мс}} \rangle^2,$$

откуда

$$\langle v_{\text{мс}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{M}}. \quad (6)$$

Так как $M = m_0 N_A$ — масса одной молекулы, а N_A — постоянная Авогадро, то из уравнения (6) следует, что

$$\langle v_{\text{мс}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{m_0 N_A}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}, \quad (7)$$

где $k = R/N_A$ — постоянная Больцмана. Отсюда найдем, что при комнатной температуре молекулы кислорода имеют среднюю квадратичную скорость 480 м/с, водорода — 1900 м/с. При температуре жидкого гелия те же скорости будут соответственно 40 и 160 м/с.

Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы идеального газа

$$\langle \epsilon_0 \rangle = E/N = m_0 \langle v_{\text{мс}} \rangle^2 / 2 = \frac{3}{2} kT \quad (8)$$

(использовали формулы (5) и (7)) пропорциональна термодинамической температуре и зависит только от нее. Из этого уравнения следует, что при $T=0$ $\langle \epsilon_0 \rangle = 0$, т. е. при 0 К прекращается поступательное движение молекул газа, а следовательно, его давление равно нулю. Таким образом, термодинамическая температура является мерой средней кинетической энергии поступательного движения молекул идеального газа, и формула (8) раскрывает молекулярно-кинетическое толкование температуры.

15. Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа.

1. Уравнение состояния для 1 моля идеального газа
2. Уравнение состояния для произвольного количества идеального газа
3. Макроскопические параметры
4. Физический смысл и единица измерения универсальной газовой постоянной

5. Опытные законы идеального газа (Бойля-Мариотта, Шарля и Гей-Люссака)

Рассмотрим законы, описывающие поведение идеальных газов.

Закон Бойля — Мариотта*: для данной массы газа при постоянной температуре произведение давления газа на его объем есть величина постоянная:

$$pV = \text{const} \text{ при } T = \text{const}, m = \text{const}. \quad (1)$$

Кривая, изображающая зависимость между величинами p и V , характеризующими свойства вещества при постоянной температуре, называется изотермой. Изотермы представляют собой гиперболы, расположенные на графике тем выше, чем выше температура, при которой происходит процесс (рис. 1).

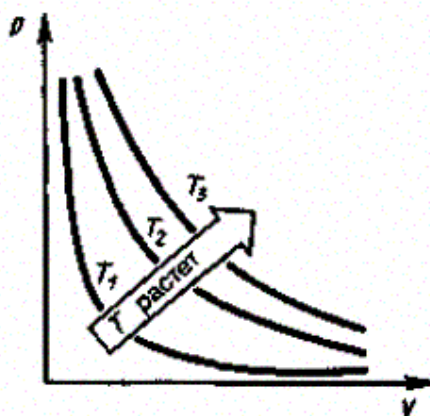


Рис. 1

Законы Гей-Люссака**: 1) объем данной массы газа при постоянном давлении изменяется линейно с температурой:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \text{ при } p = \text{const}, m = \text{const}; \quad (2)$$

2) давление данной массы газа при постоянном объеме изменяется линейно с температурой:

$$p = p_0(1 + \alpha t) \text{ при } V = \text{const}, m = \text{const}. \quad (3)$$

* Р. Бойль (1627—1691) — английский ученый; Э. Мариотт (1620—1684)—французский физик.

В этих уравнениях t — температура по шкале Цельсия, p_0 и V_0 — давление и объем при 0°C , коэффициент $\alpha = 1/273,15 \text{ K}^{-1}$.

Процесс, протекающий при постоянном давлении, называется изобарным. На диаграмме в координатах V, t (рис. 2) этот процесс изображается прямой, называемой изобарой.

Процесс, протекающий при постоянном объеме, называется изохорным. На диаграмме в координатах p, t (рис. 3) он изображается прямой, называемой изохорой.

Из (2) и (3) следует, что изобары и изохоры пересекают ось температур в точке $t = 1/\alpha = -273,15^\circ\text{C}$, определяемой из условия $1 + \alpha t = 0$. Если перенести начало отсчета в эту точку, то происходит переход к шкале Кельвина (рис. 3), откуда

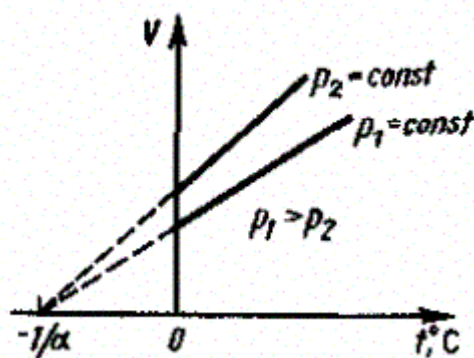
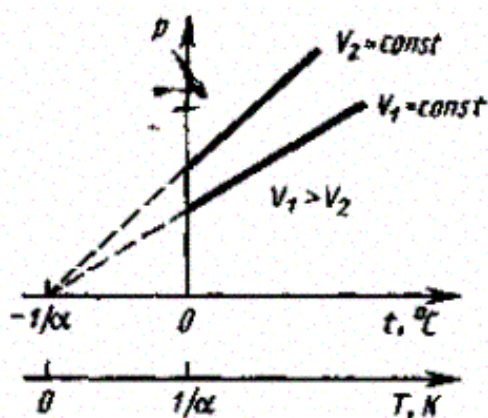


Рис. 2



- Почему термодинамический и статистический (молекулярно-кинетический) методы исследования макроскопических систем качественно различны и взаимно дополняют друг друга?
- Что такое термодинамические параметры? Какие термодинамические параметры вам известны?
- Как объяснить закон Бойля — Мариотта с точки зрения молекулярно-кинетической теории?

Рис. 3

$$T = t + 1/\alpha.$$

Вводя в формулы (2) и (3) термодинамическую температуру, законам Гей-Люссака можно придать более удобный вид:

$$V = V_0(1 + \alpha t) = V_0[1 + \alpha(T - 1/\alpha)] = V_0 \alpha T,$$

$$p = p_0(1 + \alpha t) = p_0[1 + \alpha(T - 1/\alpha)] = p_0 \alpha T,$$

$$V_1/V_2 = T_1/T_2 \quad \text{при} \quad p = \text{const}, \quad m = \text{const},$$

$$p_1/p_2 = T_1/T_2 \quad \text{при} \quad V = \text{const}, \quad m = \text{const}, \quad (4) \quad (5)$$

где индексы 1 и 2 относятся к произвольным состояниям, лежащим на одной изобаре или изохоре.

Закон Авогадро*: моли любых газов при одинаковых температуре и давлении занимают одинаковые объемы. При нормальных условиях этот объем равен $22,41 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$.

По определению, в одном моле различных веществ содержится одно и то же число молекул, называемое постоянной Авогадро:

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Закон Дальтона**: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений $p_1, p_2, \dots, p_n$ входящих в нее газов:

$$P = p_1 + p_2 + \dots + p_n$$

Парциальное давление — давление, которое производил бы газ, входящий в состав газовой смеси, если бы он один занимал объем, равный объему смеси при той же температуре.

Как уже указывалось, состояние некоторой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами: давлением p , объемом V и температурой T . Между этими параметрами существует определенная связь, называемая уравнением состояния, которое в общем виде дается выражением

$$f(p, V, T) = 0,$$

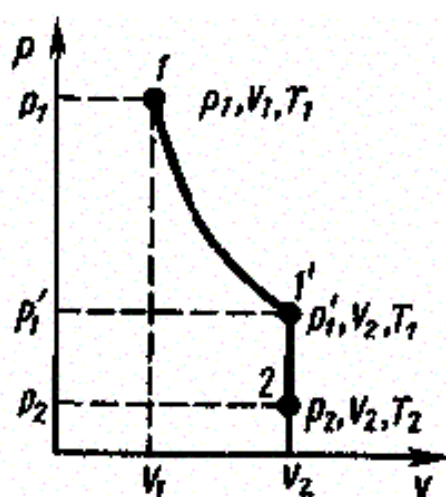
* А. Авогадро (1776—1856) — итальянский физик и химик.

** Дж. Дальтон (1766—1844) — английский химик и физик.

где каждая из переменных является функцией двух других.

Французский физик и инженер Клапейрон вывел уравнение состояния идеального газа, объединив законы Бойля — Мариотта и Гей-Люссака. Пусть некоторая масса газа занимает объем V_1 , имеет давление p_1 и находится при температуре T_1 . Эта же масса газа в другом произвольном состоянии характеризуется параметрами p_2 , V_2 , T_2 (рис. 63). Переход из состояния 1 в состояние 2 осуществляется в виде двух процессов: 1) изотермического (изотерма 1 — 1'), 2) изохорного (изохора 1' - 2).

В соответствии с законами Бойля — Мариотта и Гей-Люссака запишем:



- Какими законами описываются изобарные и изохорные процессы?
- Каков физический смысл постоянной Авогадро? числа Лошмидта?
- При некоторых значениях температуры и давления азот количеством вещества 1 моль занимает объем 20 л. Какой объем при этих же условиях займет водород количеством вещества 1 моль?

Рис. 1

$$p_1 V_1 = p_1' V_2,$$

$$\frac{p_1'}{p_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

(1) (2)

Исключив из уравнений (1) и (2) p_1' , получим

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Так как состояния 1 и 2 были выбраны произвольно, то для данной массы газа величина pV/T остается постоянной, т. е.

$$pV/T = B = \text{const.} \quad (3)$$

Выражение (3) является уравнением Клапейрона, в котором B — газовая постоянная, *различная для разных газов*.

Русский ученый Менделеев объединил уравнение Клапейрона с законом Авогадро, отнеся уравнение (3) к одному молю, используя молярный объем V_m . Согласно закону Авогадро, при одинаковых p и T моли всех газов занимают одинаковый молярный объем V_m , поэтому постоянная B будет *одинаковой для всех газов*. Эта общая для всех газов постоянная обозначается R и называется молярной газовой постоянной. Уравнению

$$pV_m = RT \quad (4)$$

удовлетворяет лишь идеальный газ, и оно является уравнением состояния идеального газа, называемым также уравнением Клапейрона — Менделеева.

Числовое значение молярной газовой постоянной определим из формулы (4), полагая, что моль газа находится при нормальных условиях ($p_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Па, $T_0 = 273,15$ К, $V_m = 22,41 \cdot 10^{-3}$ м³/моль): $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

От уравнения (4) для моля газа можно перейти к уравнению Клапейрона — Менделеева для произвольной массы газа. Если при некоторых заданных давлении и температуре один моль газа занимает молярный объем V_m , то при тех же условиях масса m газа займет объем $V = (m/M) \cdot V_m$, где M — молярная масса (масса одного моля вещества). Единица молярной массы — килограмм на моль (кг/моль). Уравнение Клапейрона — Менделеева для массы m газа

$$pV = \frac{m}{M} RT = \nu RT, \quad (5)$$

где $\nu = m/M$ — количество вещества.

Часто пользуются несколько иной формой уравнения состояния идеального газа, вводя постоянную Больцмана:

$$k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К.}$$

Исходя из этого уравнение состояния (4) запишем в виде

$$p = RT/V_m = kN_A T/V_m = nkT,$$

где $N_A/V_m = n$ — концентрация молекул (число молекул в единице объема). Таким образом, из уравнения

$$p = nkT \quad (6)$$

следует, что давление идеального газа при данной температуре прямо пропорционально концентрации его молекул (или плотности газа). При одинаковых температуре и давлении все газы содержат в единице объема одинаковое число молекул. Число молекул, содержащихся в 1 м^3 газа при *нормальных условиях*, называется числом Лошмидта*:

$$N_L = p_0/(kT_0) = 2,68 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}.$$

16. Степень свободы молекул. Внутренняя энергия идеального газа.

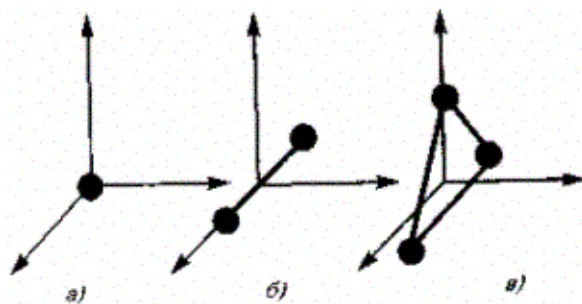
1. Число степеней свободы молекул (формулировка)
2. Число степеней свободы у одноатомной молекулы
3. Число степеней свободы у двухатомной молекулы
4. Число степеней свободы у трехатомной молекулы
5. Закон Больцмана о равномерном распределении по степеням свободы
6. Внутренняя энергия идеального газа

Важной характеристикой термодинамической системы является ее внутренняя энергия U — энергия хаотического (теплого) движения микрочастиц системы (молекул, атомов, электронов, ядер и т. д.) и энергия взаимодействия этих частиц. Из этого определения следует, что к внутренней энергии не относятся кинетическая энергия движения системы как целого и потенциальная энергия системы во внешних полях.

Внутренняя энергия — *однозначная функция* термодинамического состояния системы, т. е. в каждом состоянии система обладает вполне определенной внутренней энергией (она не зависит от того, как система пришла в данное состояние). Это означает, что при переходе системы из

одного состояния в другое изменение внутренней энергии определяется только разностью значений внутренней энергии этих состояний и не зависит от пути перехода.

Число степеней свободы: это число независимых переменных (координат), полностью определяющих положение системы в пространстве. В ряде задач молекулу одноатомного газа (рис. 1, а) рассматривают как материальную точку, которой приписывают три степени свободы поступательного движения. При этом энергию вращательного движения можно не учитывать ($r \rightarrow 0$, $J = mr^2 \rightarrow 0$, $T_{\text{вр}} = J\omega^2 \rightarrow 0$).



- В чем суть закона Больцмана о равнораспределении энергии по степеням свободы молекул?
- Почему колебательная степень свободы обладает вдвое большей энергией, чем поступательная и вращательная?

Рис.1

В классической механике молекула двухатомного газа в первом приближении рассматривается как совокупность двух материальных точек, жестко связанных недеформируемой связью (рис. 1, б). Эта система кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения. Вращение вокруг третьей оси (оси, проходящей через оба атома) лишено смысла. Таким образом, двухатомный газ обладает пятью степенями свободы $\nu=5$). Трехатомная (рис. 1, в) и многоатомная нелинейные молекулы имеют шесть степеней свободы: три поступательных и три вращательных. Естественно, что жесткой связи между атомами не существует. Поэтому для реальных молекул необходимо учитывать также степени свободы колебательного движения.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные. Ни одна из поступательных степеней свободы не имеет преимущества перед другими, поэтому на каждую из них приходится в среднем одинаковая энергия, равная $1/3$ значения :

$$\langle \varepsilon_t \rangle = \frac{\langle \varepsilon_0 \rangle}{3} = \frac{1}{2} kT.$$

В классической статистической физике выводится закон Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы молекул: для статистической системы, находящейся в состоянии термодинамического равновесия, на каждую поступательную и вращательную степени свободы приходится в среднем кинетическая энергия, равная $kT/2$, а на каждую колебательную степень свободы — в среднем энергия, равная kT . Колебательная степень «обладает» вдвое большей энергией потому, что на нее приходится не только кинетическая энергия (как в случае поступательного и вращательного движений), но и потенциальная, причем средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы. Таким образом, средняя энергия молекулы

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

где i — сумма числа поступательных, числа вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы:

$$i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} + 2i_{\text{колеб}}.$$

В классической теории рассматривают молекулы с жесткой связью между атомами; для них i совпадает с числом степеней свободы молекулы.

Так как в идеальном газе взаимная потенциальная энергия молекул равна нулю (молекулы между собой не взаимодействуют), то внутренняя энергия, отнесенная к одному молу газа, будет равна сумме кинетических энергий M молекул:

$$U_m = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT. \quad (1)$$

Внутренняя энергия для произвольной массы m газа

$$U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \nu \frac{i}{2} RT,$$

где M — молярная масса, ν — количество вещества.

17. Теплоемкость газов.

1. Теплоемкость (определение, математическое выражение, единица измерения)
2. Удельная теплоемкость (определение, математическое выражение, единица измерения)
3. Молярная теплоемкость (определение, математическое выражение, единица измерения)
4. Какова связь между молярной и удельной теплоемкостью
5. C_v - теплоемкость при постоянном объеме
6. C_p - теплоемкость при постоянном давлении
7. Связь между C_v и C_p

Теплоёмкость тела (обычно обозначается латинской буквой C) — физическая величина, определяемая отношением бесконечно малого количества теплоты δQ , полученного телом, к соответствующему приращению его температуры δT :

$$C = \delta Q / \delta T$$

Единица измерения теплоёмкости в Международной системе единиц (СИ) — Дж/К.

На значение удельной теплоёмкости влияет температура вещества и другие термодинамические параметры. Кроме того, удельная теплоёмкость зависит от того, каким образом позволено изменяться термодинамическим параметрам вещества (давлению, объёму и т. д.); например, удельная теплоёмкость при постоянном давлении (C_p) и при постоянном объёме (C_v), вообще говоря, различны.

Удельная теплоемкость вещества — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$c = \frac{\delta Q}{m dT}.$$

Единица удельной теплоемкости — (Дж/(кг·К)).

Молярная теплоемкость — величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания 1 моль вещества на 1 К:

$$C_m = \frac{\delta Q}{\nu dT}, \quad (1)$$

где $\nu = m/M$ — количество вещества.

Единица молярной теплоемкости — Дж/(моль · К).

Удельная теплоемкость c связана с молярной C_m соотношением

$$C_m = cM, \quad (2)$$

где M — молярная масса вещества.

Различают теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении, если в процессе нагревания вещества его объем или давление поддерживается постоянным.

Запишем выражение первого начала термодинамики для 1 моль газа:

$$C_m dT = dU_m + p dV_m. \quad (3)$$

Если газ нагревается при постоянном объеме, то работа внешних сил равна нулю и сообщаемая газу извне теплота идет только на увеличение его внутренней энергии:

$$C_V = \frac{dU_m}{dT}, \quad (4)$$

т. е. молярная теплоемкость газа при постоянном объеме C_V равна изменению внутренней энергии 1 моль газа при повышении его температуры на 1 К. Согласно формуле (50.1), $dU_m = \frac{i}{2} R dT$, тогда

$$C_V = iR/2. \quad (5)$$

Если газ нагревается при постоянном давлении, то выражение (3) можно записать в виде

$$C_P = \frac{dU_m}{dT} + \frac{p dV_m}{dT}.$$

Учитывая, что $\frac{dU_m}{dT}$ не зависит от вида процесса (внутренняя энергия идеального газа не зависит ни от p , ни от V , а определяется лишь температурой T) и всегда равна C_v (см. (4)), и дифференцируя уравнение Клапейрона — Менделеева $pV_m = RT$ по T ($p = \text{const}$), получаем

$$C_p = C_v + R. \quad (6)$$

Выражение (6) называется уравнением Майера; оно показывает, что C_p всегда больше C_v на величину молярной газовой постоянной. Это объясняется тем, что при нагревании газа *при постоянном давлении* требуется еще дополнительное количество теплоты на совершение работы расширения газа, так как постоянство давления обеспечивается увеличением объема газа. Используя (5), выражение (6) можно записать в виде

$$C_p = \frac{i + 2}{2} R. \quad (7)$$

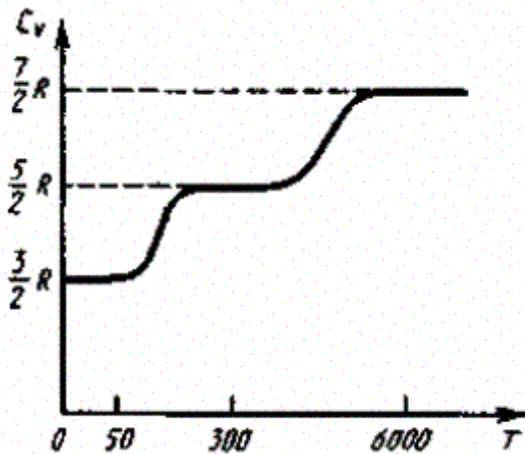
При рассмотрении термодинамических процессов важно знать характерное для каждого газа отношение C_p к C_v :

$$\gamma = C_p/C_v = (i + 2)/i. \quad (8)$$

Из формул (5) и (7) следует, что молярные теплоемкости определяются лишь числом степеней свободы и не зависят от температуры. Это утверждение молекулярно-кинетической теории справедливо в довольно широком интервале температур лишь для одноатомных газов. Уже у двухатомных газов число степеней свободы, проявляющееся в теплоемкости, зависит от температуры. Молекула двухатомного газа обладает тремя поступательными, двумя вращательными и одной колебательной степенями свободы.

По закону равномерного распределения энергии по степеням свободы, для комнатных температур $C_v = 7/2R$. Из качественной экспериментальной зависимости молярной теплоемкости C_v водорода (рис. 1) следует, что C_v зависит от температуры: при низкой температуре (≈ 50 K) $C_v = 3/2 R$, при комнатной — $C_v = 5/2R$ (вместо расчетных $7/2 R$!) и при очень высокой — $C_v = 7/2R$. Это можно объяснить, предположив, что при низких температурах наблюдается только поступательное движение молекул, при комнатных —

добавляется их вращение, а при высоких — к этим двум видам движения добавляются еще колебания молекул.



- Что такое внутренняя энергия идеального газа? В результате каких процессов может изменяться внутренняя энергия системы?
- Что такое теплоемкость газа? Какая из теплоемкостей — C_V или C_P — больше и почему?
- Как объяснить температурную зависимость молярной теплоемкости водорода?

Рис. 1

Расхождение теории и эксперимента нетрудно объяснить. Дело в том, что при вычислении теплоемкости надо учитывать квантование энергии вращения и колебаний молекул (возможны не любые вращательные и колебательные энергии, а лишь определенный дискретный ряд значений энергий). Если энергия теплового движения недостаточна, например, для возбуждения колебаний, то эти колебания не вносят своего вклада в теплоемкость (соответствующая степень свободы «замораживается» — к ней неприменим закон равнораспределения энергии). Этим объясняется, что теплоемкость моля двухатомного газа — водорода — при комнатной температуре равна $5/2 R$ вместо $7/2 R$. Аналогично можно объяснить уменьшение теплоемкости при низкой температуре («замораживаются» вращательные степени свободы) и увеличение при высокой («возбуждаются» колебательные степени свободы).

18. Первое начало термодинамики. Работа при изменении его объема.

1. Понятие о термодинамической системе
2. Работа и теплота с точки зрения термодинамического метода исследования
3. Внутренняя энергия системы
4. Способы изменения внутренней энергии системы

5. Работа системы против внешних сил
6. Работа внешних сил, произведенная над системой
7. Первое начало термодинамики
8. Функция состояния системы
9. Работа газа при изменении его объема

Рассмотрим термодинамическую систему, для которой механическая энергия не изменяется, а изменяется лишь ее внутренняя энергия. Внутренняя энергия системы может изменяться в результате различных процессов, например совершения над системой работы или сообщения ей теплоты. Так, вдвигая поршень в цилиндр, в котором находится газ, мы сжимаем этот газ, в результате чего его температура повышается, т. е. тем самым изменяется (увеличивается) внутренняя энергия газа. С другой стороны, температуру газа и его внутреннюю энергию можно увеличить за счет сообщения ему некоторого количества теплоты — энергии, переданной системе внешними телами путем теплообмена (процесс обмена внутренними энергиями при контакте тел с разными температурами).

Таким образом, можно говорить о двух формах передачи энергии от одних тел к другим: работе и теплоте. Энергия механического движения может превращаться в энергию теплового движения, и наоборот. При этих превращениях соблюдается закон сохранения и превращения энергии; применительно к термодинамическим процессам этим законом и является первое начало термодинамики, установленное в результате обобщения многовековых опытных данных.

Допустим, что некоторая система (газ, заключенный в цилиндр под поршнем), обладая внутренней энергией U_1 получила некоторое количество теплоты Q и, перейдя в новое состояние, характеризующееся внутренней энергией U_2 , совершила работу A над внешней средой, т. е. против внешних сил. Количество теплоты считается положительным, когда оно подводится к системе, а работа — положительной, когда система совершает ее против внешних сил. Опыт показывает, что в соответствии с законом сохранения энергии при любом способе перехода системы из первого состояния во второе изменение внутренней энергии $\Delta U = U_2 - U_1$ будет одинаковым и равным разности между количеством теплоты Q , полученным системой, и работой A , совершенной системой против внешних сил:

или

$$\Delta U = Q - A,$$

$$Q = \Delta U + A. \quad (1)$$

Уравнение (1) выражает первое начало термодинамики: теплота, сообщаемая системе, расходуется на изменение ее внутренней энергии и на совершение ею работы против внешних сил. Выражение (1) в дифференциальной форме будет иметь вид

$$dQ = dU + dA,$$

или в более

$$\delta Q = dU + \delta A, \quad (2)$$

где dU — бесконечно малое изменение внутренней энергии системы, δA — элементарная работа, δQ — бесконечно малое количество теплоты. В этом выражении dU является полным дифференциалом, а δA и δQ таковыми не являются. В дальнейшем будем использовать запись первого начала термодинамики в форме (2).

Из формулы (1) следует, что в СИ количество теплоты выражается в тех же единицах, что работа и энергия, т. е. в джоулях (Дж).

Если система периодически возвращается в первоначальное состояние, то изменение ее внутренней энергии $\Delta U = 0$. Тогда, согласно первому началу термодинамики,

$$A = Q,$$

т. е. вечный двигатель первого рода — периодически действующий двигатель, который совершал бы большую работу, чем сообщенная ему извне энергия, — невозможен (одна из формулировок первого начала термодинамики).

РАБОТА ГАЗА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ЕГО ОБЪЕМА

Для рассмотрения конкретных процессов найдем в общем виде внешнюю работу, совершаемую газом при изменении его объема. Рассмотрим, например, газ, находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде (рис. 1). Если газ, расширяясь, перемещает поршень на бесконечно малое расстояние dl , то производит над ним работу

$$\delta A = Fdl = pSdl = p dV,$$

где S — площадь поршня, $Sdl = dV$ — изменение объема системы. Таким образом,

$$\delta A = p dV. \quad (1)$$

Полную работу A , совершаемую газом при изменении его объема от V_1 до V_2 , найдем интегрированием формулы (1):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (2)$$

Результат интегрирования определяется характером зависимости между давлением и объемом газа. Найденное для работы выражение (2) справедливо при любых изменениях объема твердых, жидких и газообразных тел.

Произведенную при том или ином процессе работу можно изобразить графически с помощью кривой в координатах p, V . Пусть изменение давления газа при его расширении изображается кривой на рис. 1. При увеличении объема на dV совершаемая газом работа равна $p dV$, т. е. определяется площадью полоски с основанием dV , заштрихованной на рисунке. Поэтому полная работа, совершаемая газом при расширении от объема V_1 до объема V_2 , определяется площадью, ограниченной осью абсцисс, кривой $p=f(V)$ и прямыми V_1 и V_2 .

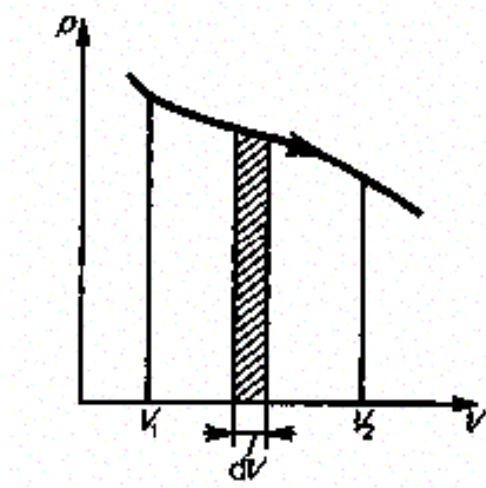


Рис. 1

Графически можно изображать только равновесные процессы — процессы, состоящие из последовательности равновесных состояний. Они протекают так, что изменение термодинамических параметров за конечный промежуток времени бесконечно мало. *Все реальные процессы неравновесны* (они протекают с конечной скоростью), но в ряде случаев неравновесностью реальных процессов можно пренебречь (чем медленнее процесс протекает, тем он ближе к равновесному). В дальнейшем рассматриваемые процессы будем считать равновесными.

19. Применение первого начала термодинамики к изопроцессам.

1. Адиабатический процесс
2. Уравнение Пуассона
3. Изобарический процесс
4. Изохорический процесс
5. Изотермический процесс

Среди равновесных процессов, происходящих с термодинамическими системами, выделяются изопроцессы, при которых один из основных параметров состояния сохраняется постоянным.

Изохорный процесс ($V = \text{const}$). Диаграмма этого процесса (изохора) в координатах p, K изображается прямой, параллельной оси ординат (рис. 1), где процесс 1—2 есть изохорное нагревание, а 1—3 — изохорное охлаждение. При изохорном процессе газ не совершает работы над внешними телами, т. е.

$$\delta A = p dV = 0.$$

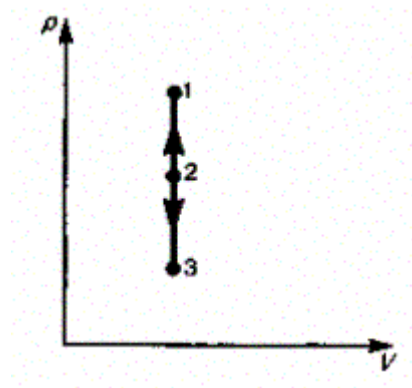


Рис. 1

Из первого начала термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) для изохорного процесса следует, что вся теплота, сообщаемая газу, идет на увеличение его внутренней энергии:

$$\delta Q = dU.$$

Согласно

формуле (53.4),

$$dU_m = C_V dT.$$

Тогда для произвольной массы газа получим

$$\delta Q = dU = \frac{m}{M} C_V dT. \quad (1)$$

Изобарный процесс ($p = \text{const}$). Диаграмма этого процесса (изобара) в координатах p, V изображается прямой, параллельной оси V . При изобарном процессе работа газа при увеличении объема от V_1 до V_2 равна

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p(V_2 - V_1) \quad (2)$$

и определяется площадью заштрихованного прямоугольника (рис. 2).

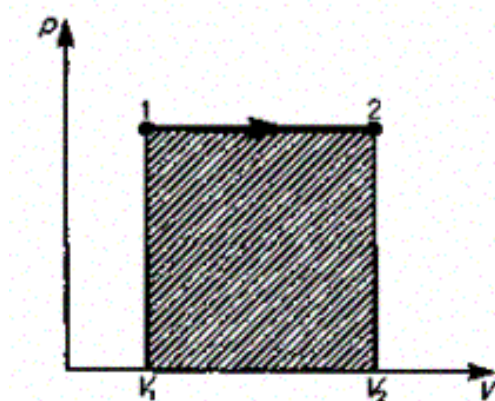


Рис. 2

Если использовать уравнение Клапейрона — Менделеева для выбранных нами двух состояний, то

$$pV_1 = \frac{m}{M} RT_1, \quad pV_2 = \frac{m}{M} RT_2,$$

откуда

$$V_2 - V_1 = \frac{m}{M} \frac{R}{p} (T_2 - T_1). \quad (3)$$

Тогда выражение (2) для работы изобарного расширения примет вид

Из этого выражения вытекает *физический смысл молярной газовой постоянной R*: если $(T_2 - T_1 = 1 \text{ К})$, то для 1 моль газа $R=A$, т. е. R численно равна работе изобарного расширения 1 моль идеального газа при нагревании его на 1 К.

В изобарном процессе при сообщении газу массой m количества теплоты

$$\delta Q = \frac{m}{M} C_p dT$$

его внутренняя энергия возрастает на величину

$$dU = \frac{m}{M} C_v dT.$$

При этом газ совершит работу, определяемую выражением (3). Изотермический процесс ($T = \text{const}$). Изотермический процесс описывается законом Бойля—Мариотта:

$$pV = \text{const.}$$

Диаграмма этого процесса (изотерма) в координатах p, V представляет собой гиперболу, расположенную на диаграмме тем выше, чем выше температура, при которой происходит процесс.

Исходя из выражения (2) найдем работу изотермического расширения газа:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2}.$$

Так как при $T = \text{const}$ внутренняя энергия идеального газа не изменяется:

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT = 0,$$

то из первого начала термодинамики ($\delta Q = dU + \delta A$) следует, что для изотермического процесса

$$\delta Q = \delta A,$$

т. е. все количество теплоты, сообщаемое газу, расходуется на совершение им работы против внешних сил:

$$Q = A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{p_1}{p_2} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad (4)$$

Следовательно, для того чтобы при расширении газа температура не понижалась, к газу в течение изотермического процесса необходимо подводить количество теплоты, эквивалентное внешней работе расширения.

20. Второе начало термодинамики. Энтропия.

1. Второе начало термодинамики (определение)
2. Тепловые двигатели
3. КПД
4. Вечный двигатель второго рода
5. Обратимые и необратимые процессы
6. Приведенное количество теплоты
7. Энтропия
8. Теорема Нернста-Планка

Понятие энтропии введено в 1865 г. Р. Клаузиусом. Для выяснения физического содержания этого понятия рассматривают отношение теплоты Q , полученной телом в изотермическом процессе, к температуре T теплоотдающего тела, называемое приведенным количеством теплоты.

Приведенное количество теплоты, сообщаемое телу на бесконечно малом участке процесса, равно $\delta Q/T$. Строгий теоретический анализ показывает, что приведенное количество теплоты, сообщаемое телу *в любом обратимом круговом процессе*, равно нулю:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0. \quad (1)$$

Из равенства нулю интеграла (1), взятого по замкнутому контуру, следует, что подынтегральное выражение $\delta Q/T$ есть полный дифференциал некоторой функции, которая определяется только состоянием системы и не зависит от пути, каким система пришла в это состояние. Таким образом,

$$\frac{\delta Q}{T} = dS. \quad (2)$$

Функция состояния, дифференциалом которой является $\delta Q/T$, называется энтропией и обозначается S .

Из формулы (1) следует, что для *обратимых процессов* изменение энтропии

$$\Delta S = 0. \quad (3)$$

В термодинамике доказывается, что энтропия системы, совершающей *необратимый цикл*, возрастает:

$$\Delta S > 0. \quad (4)$$

Выражения (3) и (4) относятся только к *замкнутым системам*, если же система обменивается теплотой с внешней средой, то ее энтропия может вести себя любым образом. Соотношения (3) и (4) можно представить в виде неравенства Клаузиуса

$$\Delta S \geq 0, \quad (5)$$

т. е. *энтропия замкнутой системы может либо возрасть (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянной (в случае обратимых процессов)*.

Если система совершает равновесный переход из состояния 1 в состояние 2, то, согласно (2), изменение энтропии

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}, \quad (6)$$

где подынтегральное выражение и пределы интегрирования определяются через величины, характеризующие исследуемый процесс. Формула (6) определяет энтропию лишь с точностью до *аддитивной постоянной*. Физический смысл имеет не сама энтропия, а разность энтропии.

Исходя из выражения (6), найдем изменение энтропии в процессах идеального газа. Так как $dU = \frac{m}{M} C_V dT$, $\delta A = p dV = \frac{m}{M} RT \frac{dV}{V}$, то

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M} C_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{M} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V},$$

или

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \frac{m}{M} \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right), \quad (7)$$

т. е. изменение энтропии $\Delta S_{1 \rightarrow 2}$ идеального газа при переходе его из состояния 1 в состояние 2 не зависит от вида процесса перехода $1 \rightarrow 2$.

Так как для адиабатического процесса $\delta Q = 0$, то $\Delta S = 0$ и, следовательно, $S = \text{const}$, т. е. *адиабатический обратимый процесс протекает при постоянной энтропии*. Поэтому его часто называют *изоэнтропийным процессом*. Из формулы (7) следует, что при изотермическом процессе ($T_1 = T_2$)

$$\Delta S = \frac{m}{M} R \ln \frac{V_2}{V_1};$$

при изохорном процессе ($V_1 = V_2$)

$$\Delta S = \frac{m}{M} C_V \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

Энтропия обладает свойством *аддитивности*: *энтропия системы равна сумме энтропий тел, входящих в систему*. Свойством аддитивности обладают также внутренняя энергия, масса, объем (температура и давление таким свойством не обладают).

Более глубокий смысл энтропии вскрывается в статистической физике: энтропия связывается с термодинамической вероятностью состояния системы. Термодинамическая вероятность W состояния системы — это *число способов*, которыми может быть реализовано данное состояние макроскопической системы, или число микросостояний, осуществляющих данное макросостояние (по определению, $W \geq 1$, т. е. термодинамическая вероятность не есть вероятность в математическом смысле (последняя < 1 !)).

Согласно Больцману (1872), *энтропия системы и термодинамическая вероятность* связаны между собой следующим образом:

$$S = k \ln W, \quad (8)$$

где k — постоянная Больцмана. Таким образом, энтропия определяется логарифмом числа микросостояний, с помощью которых может быть реализовано данное макросостояние. Следовательно, энтропия может рассматриваться как *мера вероятности* состояния термодинамической системы. Формула Больцмана (8) позволяет дать энтропии следующее *статистическое* толкование: *энтропия является мерой неупорядоченности системы*. В самом деле, чем больше число микросостояний, реализующих данное макросостояние, тем больше энтропия. В состоянии равновесия — наиболее вероятного состояния системы — число микросостояний максимально, при этом максимальна и энтропия.

Так как реальные процессы необратимы, то можно утверждать, что все процессы в замкнутой системе ведут к увеличению ее энтропии — принцип возрастания энтропии. При статистическом толковании энтропии это означает, что процессы в замкнутой системе идут в направлении увеличения числа микросостояний, иными словами, от менее вероятных состояний к более вероятным, до тех пор пока вероятность состояния не станет максимальной.

Сопоставляя выражения (7) и (8), видим, что энтропия и термодинамическая вероятность состояний замкнутой системы могут либо возрастать (в случае необратимых процессов), либо оставаться постоянными (в случае обратимых процессов).

Отметим, однако, что эти утверждения имеют место для систем, состоящих из очень большого числа частиц, но могут нарушаться в системах с малым числом частиц. Для «малых» систем могут наблюдаться флуктуации, т. е. энтропия и термодинамическая вероятность состояний замкнутой системы на определенном отрезке времени могут убывать, а не возрастать, или оставаться постоянными.

ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Первое начало термодинамики, выражая закон сохранения и превращения энергии, не позволяет установить направление протекания термодинамических процессов. Кроме того, можно представить множество

процессов, не противоречащих первому началу, в которых энергия сохраняется, а в природе они не осуществляются. Появление второго начала термодинамики связано с необходимостью дать ответ на вопрос, какие процессы в природе возможны, а какие нет. Второе начало термодинамики определяет направление протекания термодинамических процессов.

Используя понятие энтропии и неравенство Клаузиуса, второе начало термодинамики можно сформулировать как закон возрастания энтропии замкнутой системы при необратимых процессах: *любой необратимый процесс в замкнутой системе происходит так, что энтропия системы при этом возрастает.*

Можно дать более краткую формулировку второго начала термодинамики: *в процессах, происходящих в замкнутой системе, энтропия не убывает.* Здесь существенно, что речь идет о замкнутых системах, так как в незамкнутых системах энтропия может вести себя любым образом (убывать, возрасти, оставаться ПОСТОЯННОЕ). Кроме того, отметим еще раз, что энтропия остается постоянной в замкнутой системе только при обратимых процессах. При необратимых процессах в замкнутой системе энтропия всегда возрастает.

Формула Больцмана позволяет объяснить постулируемое вторым началом термодинамики возрастание энтропии в замкнутой системе при необратимых процессах: *возрастание энтропии* означает переход системы из менее вероятных в более вероятные состояния. Таким образом, формула Больцмана позволяет дать статистическое толкование второго начала термодинамики. Оно, являясь статистическим законом, описывает закономерности хаотического движения большого числа частиц, составляющих замкнутую систему.

Укажем еще две формулировки второго начала термодинамики:

- 1) по Кельвину: *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу;*
- 2) по Клаузиусу: *невозможен круговой процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более нагретому.*

Можно довольно просто доказать (предоставим это читателю) эквивалентность формулировок Кельвина и Клаузиуса. Кроме того, показано, что если в замкнутой системе провести воображаемый процесс, противоречащий второму началу термодинамики в формулировке Клаузиуса,

то он сопровождается уменьшением энтропии. Это же доказывает эквивалентность формулировки Клаузиуса (а следовательно, и Кельвина) и статистической формулировки, согласно которой энтропия замкнутой системы не может убывать.

Первые два начала термодинамики дают недостаточно сведений о поведении термодинамических систем при нуле Кельвина. Они дополняются третьим началом термодинамики, или теоремой Нернста* — Планка: *энтропия всех тел в состоянии равновесия стремится к нулю по мере приближения температуры к нулю Кельвина:*

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = 0.$$

Так как энтропия определяется с точностью до аддитивной постоянной, то эту постоянную удобно взять равной нулю. Отметим, однако, что это произвольное допущение, поскольку энтропия по своей *сущности* всегда определяется с точностью до аддитивной постоянной. Из теоремы Нернста — Планка следует, что теплоемкости C_p и C_v при 0 К равны нулю.

Тепловые двигатели и холодильные установки. Цикл Карно

Из формулировки второго начала термодинамики по Кельвину следует, что вечный двигатель второго рода — периодически действующий двигатель, совершающий работу за счет охлаждения одного источника теплоты, — невозможен. Для иллюстрации этого положения рассмотрим работу теплового двигателя. Принцип действия теплового двигателя приведен на рис. 1. От термостата* с более высокой температурой T_1 называемого нагревателем, за цикл отнимается количество теплоты Q_1 , а термостату с более низкой температурой T_2 , называемому холодильником, за цикл передается количество теплоты Q_2 , при этом совершается работа $A = Q_1 - Q_2$.

* В. Ф. Г. Нернст (1864—1941) — немецкий физик и химик.

* Термодинамическая система, которая может обмениваться теплотой с телами без изменения температуры.

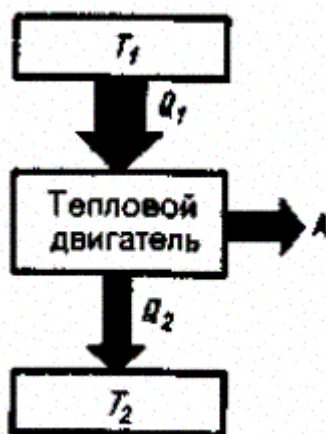


Рис. 1

по условию, $Q = Q_2 - Q_1 < 0$, поэтому $A < 0$ и $Q_2 - Q_1 = -A$, или $Q_1 = Q_2 + A$, т. е. количество теплоты Q_1 , отданное системой источнику теплоты при более высокой температуре T_1 , больше количества теплоты Q_2 , полученного от источника теплоты при более низкой температуре T_2 на величину работы, совершенной над системой. Следовательно, *без совершения работы нельзя отбирать теплоту от менее нагретого тела и отдавать ее более нагретому*. Это утверждение есть не что иное, как второе начало термодинамики в формулировке Клаузиуса.



Рис. 2

Однако второе начало термодинамики не следует представлять так, что оно совсем запрещает переход теплоты от менее нагретого тела к более нагретому. Ведь именно такой переход осуществляется в холодильной машине. Но при этом надо помнить, что внешние силы совершают работу над системой, т. е. этот переход не является единственным результатом процесса.

Основываясь на втором начале термодинамики, Карно вывел теорему, носящую теперь его имя: из всех периодически действующих тепловых

машин, имеющих одинаковые температуры нагревателей (T_1) и холодильников (T_2), наибольшим к. п. д. обладают обратимые машины; при этом к. п. д. обратимых машин, работающих при одинаковых температурах нагревателей (T_1) и холодильников (T_2), равны друг другу и не зависят от природы рабочего тела (тела, совершающего круговой процесс и обменивающегося энергией с другими телами), а определяются только температурами нагревателя и холодильника.

Карно теоретически проанализировал обратимый наиболее экономичный цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Его называют циклом Карно. Рассмотрим *прямой цикл* Карно, в котором в качестве рабочего тела используется идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем.

Цикл Карно изображен на рис. 3, где изотермические расширение и сжатие заданы соответственно кривыми 1—2 и 5—4, а адиабатические расширение и сжатие — кривыми 2—3 и 4—7. При изотермическом процессе $U = \text{const}$, поэтому, согласно (54.4), количество теплоты Q_1 , полученное газом от нагревателя, равно работе расширения A_{12} , совершаемой газом при переходе из состояния 1 в состояние 2:

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1. \quad (1)$$



- Представив цикл Карно на диаграмме p, V графически, укажите, какой площадью определяется: 1) работа, совершенная над газом; 2) работа, совершенная самим расширяющимся газом.
- Представьте графически цикл Карно в переменных T, S .

Рис. 3

При адиабатическом расширении 2—3 теплообмен с окружающей средой отсутствует и работа расширения A_{23} совершается за счет изменения внутренней энергии :

$$A_{23} = - \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1).$$

Количество теплоты Q_2 , отданное газом холодильнику при изотермическом сжатии, равно работе сжатия A_{34} :

$$A_{34} = \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = - Q_2. \quad (2)$$

Работа адиабатического сжатия

$$A_{41} = - \frac{m}{M} C_V (T_1 - T_2) = - A_{23}.$$

Работа, совершаемая в результате кругового процесса,

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 + A_{23} - Q_2 - A_{23} = Q_1 - Q_2$$

и, как можно показать, определяется площадью, заштрихованной на рис. 3 .
Термический к. п. д. цикла Карно

$$\eta = A/Q_1 = (Q_1 - Q_2)/Q_1.$$

Применив уравнение для адиабат 2—3 и 4—1, получим

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1}, \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1},$$

откуда

$$V_2/V_1 = V_3/V_4. \quad (3)$$

Подставляя (1) и (2) в формулу

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}.$$

и учитывая (3), получаем

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{M} RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{M} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (4)$$

т. е. для цикла Карно к. п. д. действительно определяется только температурами нагревателя и холодильника. Для его повышения необходимо увеличивать разность температур нагревателя и холодильника. Например, при $T_1 = 400 \text{ К}$ и $T_2 = 300 \text{ К}$ $\eta = 0,25$. Если же температуру нагревателя повысить на 100 К , а температуру холодильника понизить на 50 К , то $\eta = 0,5$. К. п. д. всякого реального теплового двигателя из-за трения и неизбежных тепловых потерь гораздо меньше вычисленного для цикла Карно.

Обратный цикл Карно положен в основу действия тепловых насосов. В отличие от холодильных машин тепловые насосы должны как можно больше тепловой энергии отдавать горячему телу, например системе отопления. Часть этой энергии отбирается от окружающей среды с более низкой температурой, а часть — получается за счет механической работы, производимой, например, компрессором.

Теорема Карно послужила основанием для установления термодинамической шкалы температур. Сравнив левую и правую части формулы (4), получим (5)

$$T_2/T_1 = Q_2/Q_1,$$

т. е. для сравнения температур T_1 и T_2 двух тел необходимо осуществить обратимый цикл Карно, в котором одно тело используется в качестве нагревателя, другое — холодильника. Из равенства (5) видно, что отношение температур тел равно отношению отданного в этом цикле количества теплоты к полученному. Согласно теореме Карно, химический состав рабочего тела не влияет на результаты сравнения температур, поэтому такая термодинамическая шкала не связана со свойствами какого-то определенного термометрического тела. Отметим, что практически таким образом сравнивать температуры трудно, так как реальные термодинамические процессы, как уже указывалось, являются необратимыми.

21. Реальные газы. Уравнение состояния реального газа.

1. Реальные газы
2. Молекулярные силы
3. Уравнение Ван-дер-Ваальса
4. Учет собственного объема молекул
5. Учет притяжения молекул. Изотермы Ван-дер-Ваальса
6. Критическое состояние вещества
7. Критические параметры и их определение

Модель идеального газа, используемая в молекулярно-кинетической теории газов, позволяет описывать поведение разреженных реальных газов при достаточно высоких температурах и низких давлениях. При выводе уравнения состояния идеального газа размерами молекул и их взаимодействием друг с другом пренебрегают. Повышение давления приводит к уменьшению среднего расстояния между молекулами, поэтому необходимо учитывать объем молекул и взаимодействие между ними. Таким образом, при высоких давлениях и низких температурах указанная модель идеального газа непригодна.

При рассмотрении реальных газов — газов, свойства которых зависят от взаимодействия молекул, надо учитывать силы межмолекулярного взаимодействия. Они проявляются на расстояниях $< 10^{-9}$ м и быстро убывают при увеличении расстояния между молекулами. Такие силы называются короткодействующими.

Как уже указывалось, для реальных газов необходимо учитывать размеры молекул и их взаимодействие друг с другом, поэтому модель идеального газа и уравнение Клапейрона — Менделеева $pV_m = RT$ (для моля газа), описывающее идеальный газ, для реальных газов непригодны.

Учитывая собственный объем молекул и силы межмолекулярного взаимодействия, голландский физик И. Ван-дер-Ваальс) вывел уравнение состояния реального газа. Ван-дер-Ваальсом в уравнение Клапейрона — Менделеева введены две поправки.

1. Учет собственного объема молекул. Наличие сил отталкивания, которые противодействуют проникновению в занятый молекулой объем других молекул, сводится к тому, что фактический свободный объем, в котором могут двигаться молекулы реального газа, будет не V_m , а $V_m - b$, где b — объем, занимаемый самими молекулами.

Объем b равен *четверенному собственному объему молекул*. Если, например, в сосуде находятся две молекулы, то центр любой из них не может приблизиться к центру другой молекулы на расстояние, меньшее диаметра d молекулы. Это означает, что для центров обеих молекул оказывается недоступным сферический объем радиуса d , т. е. объем, равный восьми объемам молекулы или четверенному объему молекулы в расчете на одну молекулу.

2. Учет притяжения молекул. Действие сил притяжения газа приводит к появлению дополнительного давления на газ, называемого внутренним давлением. По вычислениям Ван-дер-Ваальса, внутреннее давление обратно пропорционально квадрату молярного объема, т. е.

$$p' = a/V_m^2, \quad (1)$$

где a — постоянная Ван-дер-Ваальса, характеризующая силы межмолекулярного притяжения, V_m — молярный объем.

Вводя эти поправки, получим уравнение Ван-дер-Ваальса *для моля газа* (уравнение состояния реальных газов):

$$(p + a/V_m^2)(V_m - b) = RT. \quad (2)$$

Для произвольного количества вещества ν газа ($\nu = m/M$) с учетом того, что $V = \nu V_m$, уравнение Ван-дер-Ваальса примет вид

$$\left(p + \frac{\nu^2 a}{V^2}\right)\left(\frac{V}{\nu} - b\right) = RT, \text{ или } (p + \nu^2 a/V^2)(V - \nu b) = \nu RT,$$

где поправки a и b — постоянные для каждого газа величины, определяемые опытным путем (записываются уравнения Ван-дер-Ваальса для двух известных из опыта состояний газа и решаются относительно a и b).

При выводе уравнения Ван-дер-Ваальса сделан целый ряд упрощений, поэтому оно также весьма приближенное, хотя и лучше (особенно для несильно сжатых газов) согласуется с опытом, чем уравнение состояния идеального газа.

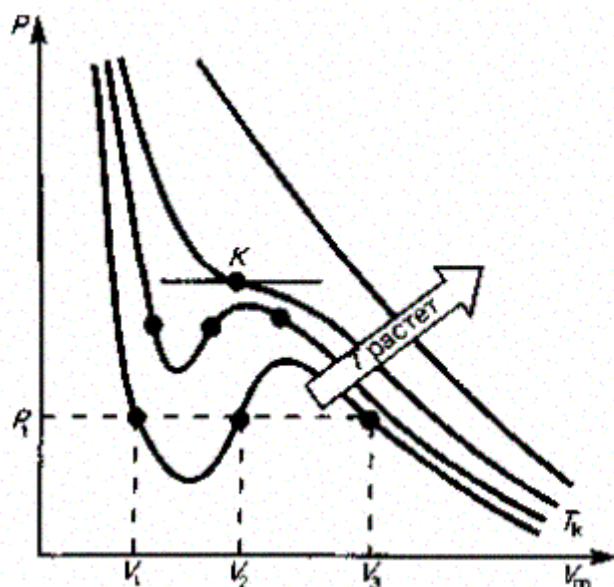
Уравнение Ван-дер-Ваальса не единственное уравнение, описывающее реальные газы. Существуют и другие уравнения, некоторые из них даже

точнее описывают реальные газы, но не рассматриваются из-за их сложности.

ИЗОТЕРМЫ ВАН-ДЕР-ВААЛЬСА И ИХ АНАЛИЗ

Для исследования поведения реального газа рассмотрим изотермы Ван-дер-Ваальса — кривые зависимости p от V_m при заданных T , определяемые уравнением Ван-дер-Ваальса для *моля* газа. Эти кривые (рассматриваются для четырех различных температур; (рис. 1) имеют довольно своеобразный характер. При высоких температурах ($T > T_k$) изотерма реального газа отличается от изотермы идеального газа только некоторым искажением ее формы, оставаясь монотонно спадающей кривой. При некоторой температуре T_k на изотерме имеется лишь одна точка перегиба K .

Эта изотерма называется критической, соответствующая ей температура T_k — критической температурой; точка перегиба K называется критической точкой; в этой точке касательная к ней параллельна оси абсцисс. Соответствующие этой точке объем V_k и давление p_k называются также критическими. Состояние с критическими параметрами (p_k , V_k , T_k) называется критическим состоянием. При низких температурах ($T < T_k$) изотермы имеют волнообразный участок, сначала монотонно опускаясь вниз, затем монотонно поднимаясь вверх и снова монотонно опускаясь.



- Чем отличаются реальные газы от идеальных?
- Каков смысл поправок при выводе уравнения Ван-дер-Ваальса?

Рис. 1

Для пояснения характера изотерм преобразуем уравнение Ван-дер-Ваальса к виду

$$pV_m^3 - (RT + pb)V_m^2 + aV_m - ab = 0.$$

(1)

Уравнение (1) при заданных p и T является уравнением третьей степени относительно V_m ; следовательно, оно может иметь либо три вещественных корня, либо один вещественный и два мнимых, причем физический смысл имеют лишь вещественные положительные корни. Поэтому первому случаю соответствуют изотермы при низких температурах (три значения объема газа V_1 , V_2 и V_3 отвечают (символ «m» для простоты опускаем) одному значению давления p_1), второму случаю — изотермы при высоких температурах.

Рассматривая различные участки изотермы при $T < T_K$ (рис. 2), видим, что на участках 1—3 и 5—7 при уменьшении объема V_m давление p возрастает, что естественно. На участке 3—5 сжатие вещества приводит к уменьшению давления; практика же показывает, что такие состояния в природе не осуществляются. Наличие участка 3—5 означает, что при постепенном изменении объема вещество не может оставаться все время в виде однородной среды; в некоторый момент должно наступить скачкообразное изменение состояния и распад вещества на две фазы. Таким образом, истинная изотерма будет иметь вид ломаной линии 7—6—2—1. Часть 6—7 отвечает газообразному состоянию, а часть 2—1 — жидкому. В состояниях, соответствующих горизонтальному участку изотермы 6—2, наблюдается равновесие жидкой и газообразной фаз вещества. Вещество в газообразном состоянии при температуре ниже критической называется паром, а пар, находящийся в равновесии со своей жидкостью, называется насыщенным.

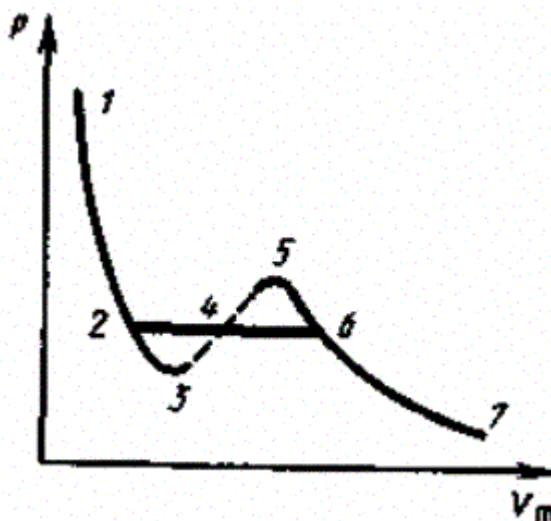


Рис. 2

Данные выводы, следующие из анализа уравнения Ван-дер-Ваальса, были подтверждены опытами ирландского ученого Т. Эндрюса (1813—1885), изучавшего изотермическое сжатие углекислого газа. Отличие экспериментальных (Эндрюс) и теоретических (Ван-дер-Ваальс) изотерм заключается в том, что превращению газа в жидкость в первом случае соответствуют горизонтальные участки, а во втором — волнообразные.

Для нахождения критических параметров подставим их значения в уравнение (62.1) и запишем

$$p_k V^3 - (RT_k + p_k b) V^2 + aV - ab = 0 \quad (2)$$

(символ «m» для простоты опускаем). Поскольку в критической точке все три корня совпадают и равны V_k , уравнение приводится к виду

$$p_k (V - V_k)^3 = 0,$$

или

$$p_k V^3 - 3p_k V_k V^2 + 3p_k V_k^2 V - p_k V_k^3 = 0. \quad (3)$$

Так как уравнения (2) и (3) тождественны, то в них должны быть равны и коэффициенты при неизвестных соответствующих степеней. Поэтому можно записать

$$p_k V_k^3 = ab, \quad 3p_k V_k^2 = a, \quad 3p_k V_k = RT_k + p_k b.$$

Решая полученные уравнения, найдем

$$V_k = 3b, \quad p_k = a/(27b^2), \quad T_k = 8a/(27Rb). \quad (4)$$

Если через крайние точки горизонтальных участков семейства изотерм провести линию, то получится колоколообразная кривая (рис. 3), ограничивающая область двухфазных состояний вещества. Эта кривая и критическая изотерма делят диаграмму p, V_m под изотермой на три области: под колоколообразной кривой располагается область двухфазных состояний (жидкость и насыщенный пар), слева от нее находится область жидкого состояния, а справа — область пара. Пар отличается от остальных

Вещество под отрицательным давлением находится в состоянии растяжения. При некоторых условиях такие состояния также реализуются. Участок 8—9 на нижней изотерме соответствует перегретой жидкости, участок 9—10 — растянутой жидкости.

22. Внутренняя энергия реального газа. Эффект Джоуля - Томсона.

1. Потенциальная энергия реального газа
2. Внутренняя энергия реального газа
3. Эффект Джоуля – Томсона
4. Отрицательный эффект Джоуля – Томсона
5. Положительный эффект Джоуля – Томсона
6. Кривая инверсии
7. Практическое применение эффекта Джоуля – Томсона

Внутренняя энергия реального газа складывается из кинетической энергии теплового движения его молекул (определяет внутреннюю энергию идеального газа, равную $C_V T$;) и потенциальной энергии межмолекулярного взаимодействия. Потенциальная энергия реального газа обусловлена только силами притяжения между молекулами. Наличие сил притяжения приводит к возникновению внутреннего давления на газ :

$$p' = a/V_m^2.$$

Работа, которая затрачивается для преодоления сил притяжения, действующих между молекулами газа, как известно из механики, идет на увеличение потенциальной энергии системы, т. е. $\delta A = p' dV_m = \delta \Pi$, или

$$\delta \Pi = \frac{a}{V_m^2} dV, \text{ откуда}$$

$$\Pi = -a/V_m$$

(постоянная интегрирования принята равной нулю). Знак минус означает, что молекулярные силы, создающие внутреннее давление p' , являются

силами притяжения. Учитывая оба слагаемых, получим, что внутренняя энергия моля реального газа

$$U_m = C_v T - a/V_m \quad (1)$$

растет с повышением температуры и увеличением объема.

Если газ расширяется без теплообмена с окружающей средой (адиабатический процесс, т. е. $\delta Q = 0$) и не совершает внешней работы (расширение газа в вакуум, т. е. $\delta A = 0$), то на основании первого начала термодинамики ($\delta Q = (U_2 - U_1) + \delta A$) получим, что

$$U_1 = U_2.$$

Следовательно, при адиабатическом расширении без совершения внешней работы внутренняя энергия газа не изменяется.

Равенство (2) формально справедливо как для идеального, так и для реального газов, но физический смысл его для обоих случаев совершенно различен. Для идеального газа равенство $U_1 = U_2$ означает равенство температур ($T_1 = T_2$), т. е. при адиабатическом расширении идеального газа в вакуум его температура не изменяется. Для реального газа из равенства (2), учитывая, что для моля газа

$$U_1 = C_v T_1 - a/V_1, \quad U_2 = C_v T_2 - a/V_2,$$

получаем

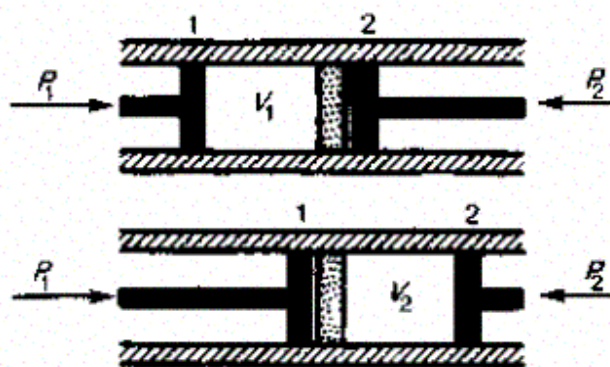
$$T_1 - T_2 = \frac{a}{C_v} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right). \quad (3)$$

Так как $V_2 > V_1$ (то $T_1 > T_2$, т. е. реальный газ при адиабатическом расширении в вакуум охлаждается. При адиабатическом сжатии в вакуум реальный газ нагревается.

ЭФФЕКТ ДЖОУЛЯ — ТОМСОНА

Если идеальный газ адиабатически расширяется и совершает при этом работу, то он охлаждается, так как работа в данном случае совершается за счет его внутренней энергии. Подобный процесс, но с реальным газом — адиабатическое расширение реального газа с совершением внешними силами

положительной работы— осуществили английские физики Дж. Джоуль (1818—1889) и У. Томсон (лорд Кельвин, 1824—1907).



- При адиабатическом расширении газа в вакууме его внутренняя энергия не изменяется. Как изменится температура, если газ идеальный? реальный?
- Какова суть эффекта Джоуля — Томсона? Когда он положителен? отрицателен?

Рис. 1

Рассмотрим эффект Джоуля — Томсона. На рис. 1 представлена схема их опыта. В теплоизолированной трубке с пористой перегородкой находятся два поршня, которые могут перемещаться без трения. Пусть сначала слева от перегородки газ под поршнем 1 находится под давлением p_1 , занимает объем V_1 при температуре T_1 , а справа газ отсутствует (поршень 2 придвинут к перегородке). После прохождения газа через пористую перегородку в правой части газ характеризуется параметрами p_2 , V_2 , T_2 . Давления p_1 и p_2 поддерживаются постоянными ($p_1 > p_2$).

Так как расширение газа происходит без теплообмена с окружающей средой (адиабатически), то на основании первого начала термодинамики

$$\delta Q = (U_2 - U_1) + \delta A = 0. \quad (1)$$

Внешняя работа, совершаемая газом, состоит из положительной работы при движении поршня 2 ($A_2 = p_2 V_2$) и отрицательной при движении поршня 1 ($A_1 = p_1 V_1$), т. е. $\delta A = A_2 - A_1$. Подставляя выражения для работ в формулу (1), получаем

$$U_1 + p_1 V_1 = U_2 + p_2 V_2. \quad (2)$$

Таким образом, в опыте Джоуля — Томсона сохраняется (остается неизменной) величина $U + pV$. Она является функцией состояния и называется энтальпией.

Ради простоты рассмотрим 1 моль газа. Подставляя в формулу (2) выражение (3) и рассчитанные из уравнения Ван-дер-Ваальса (2) значения

$p_1 V_1$ и $p_2 V_2$ (символ «m» опять опускаем) и производя элементарные преобразования, получаем

$$T_2 - T_1 = \frac{2a(1/V_2 - 1/V_1) - b(p_2 - p_1)}{C_V + R} - \frac{ab(1/V_2^2 - 1/V_1^2)}{C_V + R}. \quad (3)$$

Из выражения (3) следует, что знак разности $(T_2 - T_1)$ зависит от того, какая из поправок Ван-дер-Ваальса играет большую роль. Проанализируем данное выражение, сделав допущение, что $p_2 \approx p_1$ и $V_2 \approx V_1$

1) $a \approx 0$ — не учитываем силы притяжения между молекулами, а учитываем лишь размеры самих молекул. Тогда

$$T_2 - T_1 \approx \frac{-b(p_2 - p_1)}{C_V + R} > 0,$$

т. е. газ в данном случае нагревается;

2) $b \approx 0$ — не учитываем размеров молекул, а учитываем лишь силы притяжения между молекулами. Тогда

$$T_2 - T_1 \approx \frac{2a(1/V_2 - 1/V_1)}{C_V + R} < 0,$$

т. е. газ в данном случае охлаждается;

3) учитываем обе поправки. Подставив в выражение (3) вычисленное из уравнения Ван-дер-Ваальса (2) значение p_1 имеем

$$T_2 - T_1 \approx \frac{-\frac{2a}{V_1} + \frac{bRT_1}{V_1 - b}}{C_V + R} + \frac{\frac{ba}{V_1^2} - \frac{ab}{V_1^2}}{C_V + R} = \frac{\frac{bRT_1}{V_1 - b} - \frac{2a}{V_1}}{C_V + R}, \quad (4)$$

т. е. знак разности температур зависит от значений начального объема V_1 и начальной температуры T_1 .

Изменение температуры реального газа в результате его адиабатического расширения, или, как говорят, адиабатического дросселирования — медленного прохождения газа под действием перепада давления сквозь дроссель (например, пористую перегородку), называется эффектом Джоуля — Томсона. Эффект Джоуля — Томсона принято называть

положительным, если газ в процессе дросселирования охлаждается ($\Delta T < 0$), и отрицательным, если газ нагревается ($\Delta T > 0$). В зависимости от условий дросселирования для одного и того же газа эффект Джоуля — Томсона может быть как положительным, так и отрицательным. Температура, при которой (для данного давления) происходит изменение знака эффекта Джоуля — Томсона, называется температурой инверсии. Ее зависимость от объема получим, приравняв выражение (4) нулю:

$$T = \frac{2a}{Rb} \left(1 - \frac{b}{V} \right). \quad (5)$$

Кривая, определяемая уравнением (5), — кривая инверсии — приведена на рис. 2. Область выше этой кривой соответствует отрицательному эффекту Джоуля — Томсона, ниже — положительному.

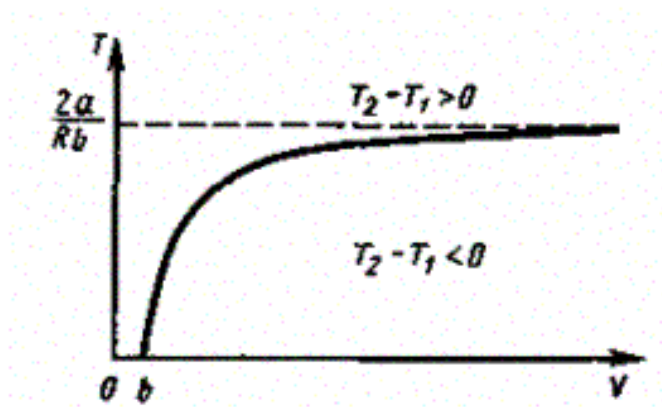


Рис. 2

Эффект Джоуля — Томсона обусловлен отклонением газа от идеальности. В самом деле, для моля идеального газа $pV_m = RT$, поэтому выражение (2) примет вид

$$C_V T_1 + RT_1 = C_V T_2 + RT_2,$$

откуда следует, что $T_1 = T_2$.

23. Взаимодействие электрических зарядов. Электростатическое поле.

1. Элементарный заряд

2. Закон сохранения электрического заряда
3. Закон Кулона
4. Единица измерения
5. Электрическая постоянная
6. Диэлектрическая проницаемость
7. Электростатическое поле
8. Принцип суперпозиции для электростатических полей

Несмотря на огромное разнообразие веществ в природе, существует только *два типа электрических зарядов*: заряды, подобные возникающим на стекле, потертом о кожу (их называли *положительными*), и заряды, подобные возникающим на эбоните, потертом о мех (их называли *отрицательными*); одноименные заряды друг от друга отталкиваются, разноименные — притягиваются.

Опытным путем Милликен пока зал, что электрический заряд дискрете», т. е. заряд любого тела составляет целое кратное от элементарного электрического заряда e ($e=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Электрон ($m_e=9,11 \cdot 10^{-31}$ кг) и протон ($m_p=1,67 \cdot 10^{-27}$ кг) являются соответственно носителями элементарных отрицательного и положительного зарядов.

Все тела в природе способны электризоваться, т. е. приобретать электрический заряд. Электризация тел может осуществляться различными способами: соприкосновением (трением), электростатической индукцией и т. д. Всякий процесс заряджения сводится к разделению зарядов, при котором на одном из тел (или части тела) появляется избыток положительного заряда, а на другом (или другой части тела) — избыток отрицательного заряда. Общее количество зарядов обоих знаков, содержащихся в телах, не изменяется: эти заряды только перераспределяются между телами.

Из обобщения опытных данных был установлен *фундаментальный закон природы*, экспериментально подтвержденный в 1843 г. английским физиком М. Фарадеем — закон сохранения заряда: алгебраическая сумма электрических зарядов любой замкнутой системы (системы, не обменивающейся зарядами с внешними телами) остается неизменной, какие бы процессы ни происходили внутри этой системы.

Электрический заряд — величина релятивистски инвариантная, т. е. не зависит от системы отсчета, а значит, не зависит от того, движется этот заряд или покоится.

Единица электрического заряда (производная единица, так как определяется через единицу силы тока) — кулон (Кл) — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 А за время 1 с.

ЗАКОН КУЛОНА

Закон взаимодействия *неподвижных точечных* электрических зарядов установлен в 1785 г. Ш. Кулоном с помощью крутильных весов, подобных тем, которые использовались Г. Кавендишем для определения гравитационной постоянной. Точечным называется заряд, сосредоточенный на теле, линейные размеры которого пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием до других заряженных тел, с которыми он взаимодействует. Понятие точечного заряда, как и материальной точки, является *физической абстракцией*.

Закон Кулона: сила взаимодействия F между двумя неподвижными точечными зарядами, находящимися *в вакууме*, пропорциональна зарядам Q_1 и Q_2 и обратно пропорциональна квадрату расстояния r между ними:

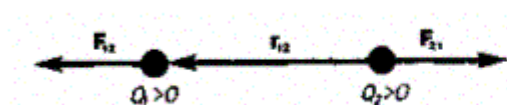
$$F = k \frac{|Q_1 Q_2|}{r^2},$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора системы единиц.

Сила F направлена по прямой, соединяющей взаимодействующие заряды, т. е. является центральной, и соответствует притяжению ($F < 0$) в случае разноименных зарядов и отталкиванию ($F > 0$) в случае одноименных зарядов. Эта сила называется кулоновской силой. В векторной форме закон Кулона имеет вид

$$\mathbf{F}_{12} = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}_{12}}{r}, \quad (1)$$

где F_{12} — сила, действующая на заряд Q_1 со стороны заряда Q_2 , r_{12} — радиус-вектор, соединяющий заряд Q_2 с зарядом Q_1 , $r = |r_{12}|$ (рис. 1). На заряд Q_2 со стороны заряда Q_1 действует сила $F_{21} = -F_{12}$.



- В чем заключается закон сохранения заряда? Приведите примеры проявления закона.

Рис. 1

В СИ коэффициент пропорциональности равен

$$k = 1/(4\pi\epsilon_0).$$

Тогда закон Кулона запишется в окончательном виде:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \quad (2)$$

Величина ϵ_0 называется электрической постоянной; она относится к числу *фундаментальных физических постоянных* и равна

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2), \text{ или } \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}, \quad (3)$$

где **фарад (Ф)** — единица электрической емкости (см. § 93). Тогда

$$1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}.$$

Электростатическое поле — поле, созданное неподвижными в пространстве и неизменными во времени электрическими зарядами (при отсутствии электрических токов). Электрическое поле представляет собой особый вид материи, связанный с электрическими зарядами и передающий действия зарядов друг на друга.

Если в пространстве имеется система заряженных тел, то в каждой точке этого пространства существует силовое электрическое поле. Оно определяется через силу, действующую на пробный заряд, помещённый в это поле. Пробный заряд должен быть малым, чтобы не повлиять на характеристику электростатического поля.

Электрическое поле называют однородным, если вектор его напряженности одинаков во всех точках поля.

Основные характеристики электростатического поля: напряженность и потенциал. Силовые линии электростатического поля имеют следующие свойства:

1. Всегда незамкнуты: начинаются на положительных зарядах (или на бесконечности) и заканчиваются на отрицательных зарядах (или на бесконечности).
2. Не пересекаются и не касаются друг друга.
3. Линий тем больше, чем больше напряжённость, то есть напряжённость поля прямо пропорциональна количеству силовых линий, проходящих через площадку единичной площади, расположенную перпендикулярно линиям.

Напряженность E результирующего поля, создаваемого системой зарядов, равна *геометрической сумме* напряженностей полей, создаваемых в данной точке каждым из зарядов в отдельности.

$$\mathbf{E} = \sum_{i=1}^n \mathbf{E}_i$$

Это есть принцип суперпозиции, который позволяет рассчитать электростатические поля любой системы неподвижных зарядов, поскольку если заряды не точечные, то их можно всегда свести к совокупности точечных зарядов.

24. Напряженность электрического поля.

1. Напряженность электрического поля
2. Линии напряженности
3. Поток вектора напряженности
4. Теорема Гаусса
5. Применение теоремы Гаусса
6. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости
7. Поле двух бесконечных параллельных равномерно заряженных плоскостей
8. Поле равномерно заряженной сферической поверхности
9. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра (нити)

Если в пространство, окружающее электрический заряд, внести другой заряд, то на него будет действовать кулоновская сила; значит, в

пространстве, окружающем электрические заряды, существует силовое поле. Согласно представлениям современной физики, поле реально существует и наряду с веществом является одной из форм существования материи, посредством которого осуществляются определенные взаимодействия между макроскопическими телами или частицами, входящими в состав вещества. В данном случае говорят об электрическом поле — поле, посредством которого взаимодействуют электрические заряды. Мы будем рассматривать электрические поля, которые создаются неподвижными электрическими зарядами и называются электростатическими.

Для обнаружения и опытного исследования электростатического поля используется *пробный точечный положительный заряд* — такой заряд, который не искажает исследуемое поле (не вызывает перераспределения зарядов, создающих поле). Если в поле, создаваемое зарядом Q , поместить пробный заряд Q_0 , то на него действует сила F , различная в разных точках поля, которая, согласно закону Кулона пропорциональна пробному заряду Q_0 . Поэтому отношение F/Q_0 не зависит от Q_0 и характеризует электростатическое поле в той точке, где пробный заряд находится. Эта величина называется напряженностью и является *силовой характеристикой электростатического поля*.

Напряженность электростатического поля в данной точке есть физическая величина, определяемая силой, действующей на пробный единичный положительный заряд, помещенный в эту точку поля:

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/Q_0. \quad (1)$$

Напряженность поля точечного заряда в вакууме

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \text{ или } E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Направление вектора $\mathbf{E}$ совпадает с направлением силы, действующей на положительный заряд. Если поле создается положительным зарядом, то вектор $\mathbf{E}$ направлен вдоль радиуса-вектора от заряда во внешнее пространство (отталкивание пробного положительного заряда); если поле создается отрицательным зарядом, то вектор $\mathbf{E}$ направлен к заряду (рис. 1).

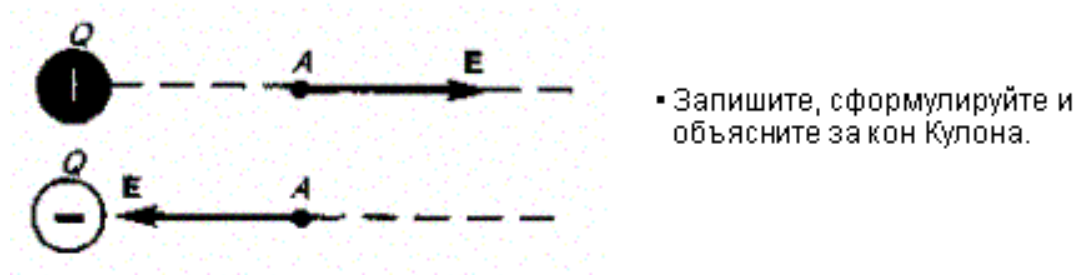


Рис. 1

Из формулы (1) следует, что единица напряженности электростатического поля — ньютон на кулон (Н/Кл): 1 Н/Кл — напряженность такого поля, которое на точечный заряд 1 Кл действует с силой в 1 Н; $1 \text{ Н/Кл} = 1 \text{ В/м}$, где В (вольт) — единица потенциала электростатического поля.

Графически электростатическое поле изображают с помощью линий напряженности — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора E (рис. 2).

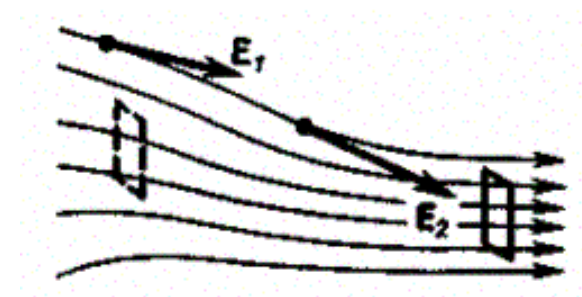


Рис. 2

Линиям напряженности приписывается направление, совпадающее с направлением вектора напряженности. Так как в каждой данной точке пространства вектор напряженности имеет лишь одно направление, то линии напряженности никогда не пересекаются. Для однородного поля (когда вектор напряженности в любой точке постоянен по величине и направлению) линии напряженности параллельны вектору напряженности. Если поле создается точечным зарядом, то линии напряженности — радиальные прямые, выходящие из заряда, если он положителен (рис. 3, а), и входящие в него, если заряд отрицателен (рис. 3, б). Вследствие большой наглядности графический способ представления электростатического поля широко применяется в электротехнике.

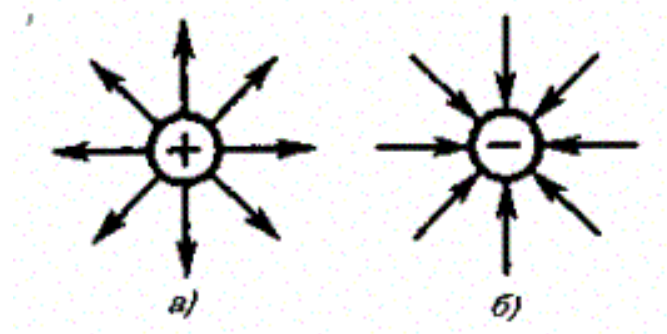
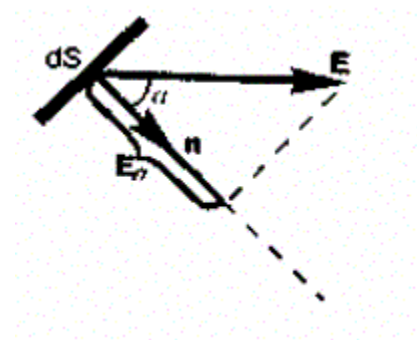


Рис. 3

Чтобы с помощью линий напряженности можно было характеризовать не только направление, но и значение напряженности электростатического поля, условились про водить их с определенной густотой (рис. 2): число линий напряженности, пронизывающих единицу площади поверхности, перпендикулярную линиям напряженности, должно быть равно модулю вектора E . Тогда число линий напряженности, пронизывающих элементарную площадку dS , нормаль к которой образует угол α с вектором E , равно $E dS \cos \alpha = E_n dS$, где E_n — проекция вектора E на нормаль n к площадке dS (рис. 4).



- Какие поля называют электростатическими?
 - Что такое напряженность E электростатического поля?
 - Каково направление вектора напряженности E ?
- Единица напряженности в СИ?

Рис. 4

Величина $d\Phi_E = E_n dS = E dS \cos \alpha$ называется потоком вектора напряженности через площадку dS . Здесь $dS = dS n$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление совпадает с направлением нормали n к площадке. Выбор направления вектора n (а следовательно, и dS) условен, так как его можно направить в любую сторону. Единица потока вектора напряженности электростатического поля — 1 В·м.

Для произвольной замкнутой поверхности S поток вектора E сквозь эту поверхность

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E}_n dS = \oint_S \mathbf{E} dS, \quad (3)$$

где интеграл берется по замкнутой поверхности S . Поток вектора $\mathbf{E}$ является *алгебраической величиной*: зависит не только от конфигурации поля $\mathbf{E}$, но и от выбора направления $\mathbf{n}$. Для замкнутых поверхностей за положительное направление нормали принимается *внешняя нормаль*, т. е. нормаль, направленная наружу области, охватываемой поверхностью.

ТЕОРЕМА ГАУССА ДЛЯ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ВАКУУМЕ

Вычисление напряженности поля системы электрических зарядов с помощью принципа суперпозиции электростатических полей можно значительно упростить, используя выведенную Гауссом теорему, определяющую поток вектора напряженности электрического поля сквозь произвольную замкнутую поверхность.

Поток вектора напряженности сквозь сферическую поверхность радиуса r , охватывающую точечный заряд Q , находящийся в ее центре (рис. 1), равен

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E}_n dS = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

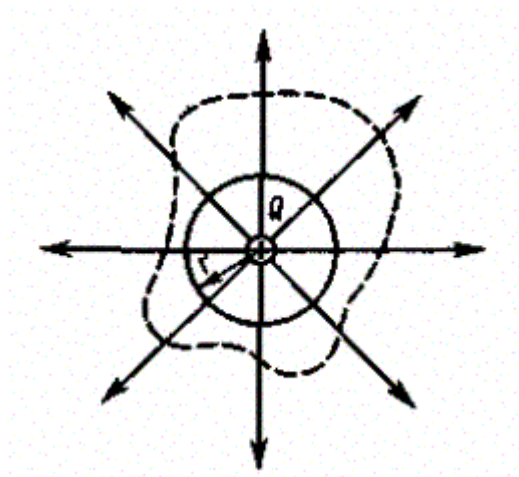


Рис. 1

Этот результат справедлив для замкнутой поверхности любой формы. Действительно, если окружить сферу (рис. 1) произвольной замкнутой

поверхностью, то каждая линия напряженности, пронизывающая сферу, пройдет и сквозь эту поверхность.

Если замкнутая поверхность произвольной формы охватывает заряд (рис. 2), то при пересечении любой выбранной линии напряженности с поверхностью она то входит в нее, то выходит из нее.

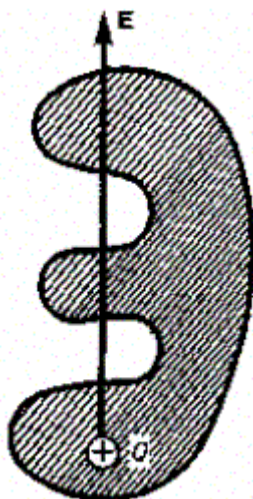


Рис. 2

Нечетное число пересечений при вычислении потока в конечном счете сводится к одному пересечению, так как поток считается положительным, если линии напряженности выходят из поверхности, и отрицательным для линий, входящих в поверхность. Если замкнутая поверхность не охватывает заряда, то поток сквозь нее равен нулю, так как число линий напряженности, входящих в поверхность, равно числу линий напряженности, выходящих из нее.

Таким образом, для поверхности любой формы, если она замкнута и заключает в себя точечный заряд Q , поток вектора E будет равен Q/ϵ_0 , т. е.

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = Q/\epsilon_0. \quad (1)$$

Знак потока совпадает со знаком заряда Q .

Рассмотрим общий случай произвольной поверхности, окружающей n зарядов. В соответствии с принципом суперпозиции напряженность E поля, создаваемого всеми зарядами, равна сумме напряженностей E_i полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности: $E = \sum_i E_i$. Поэтому

$$\Phi_E = \oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S (\sum_i \mathbf{E}_i) d\mathbf{S} = \sum_i \oint_S \mathbf{E}_i d\mathbf{S}.$$

Согласно (1), каждый из интегралов, стоящий под знаком суммы, равен Q_i/ϵ_0 . Следовательно,

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n Q_i.$$

(2)

Формула (2) выражает теорему Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток вектора напряженности электростатического поля *в вакууме* сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме заключенных внутри этой поверхности зарядов, деленной на ϵ_0 . Эта теорема выведена математически для векторного поля любой природы русским математиком Остроградским, а затем независимо от него применительно к электростатическому полю — К. Гауссом.

В общем случае электрические заряды могут быть «размазаны» с некоторой объемной плотностью $\rho = dQ/dV$, различной в разных местах пространства. Тогда суммарный заряд, заключенный внутри замкнутой поверхности S , охватывающей некоторый объем V ,

$$\sum_i Q_i = \int_V \rho dV.$$

(3)

Используя формулу (3), теорему Гаусса (2) можно записать так:

$$\oint_S \mathbf{E} d\mathbf{S} = \oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV.$$

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ГАУССА К РАСЧЕТУ НЕКОТОРЫХ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ВАКУУМЕ

1. Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости. Бесконечная плоскость (рис. 1) заряжена с постоянной поверхностной плотностью $+\sigma$ ($\sigma = dQ/dS$ — заряд, приходящийся на единицу поверхности).

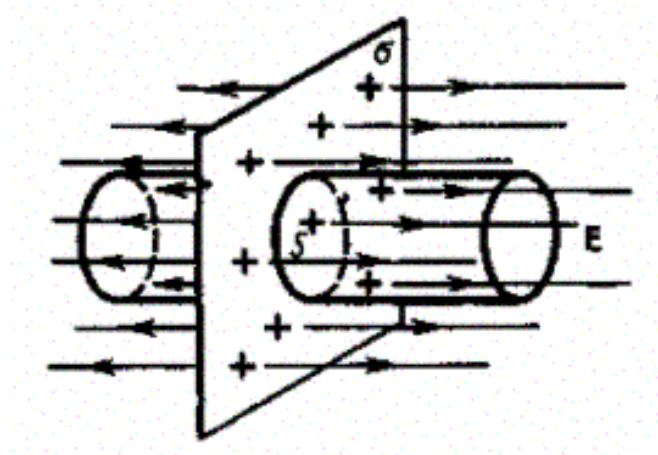


Рис. 1

Линии напряженности перпендикулярны рассматриваемой плоскости и направлены от нее в обе стороны. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим цилиндр, основания которого параллельны заряженной плоскости, а ось перпендикулярна ей. Так как образующие цилиндра параллельны линиям напряженности ($\cos\alpha = 0$), то поток вектора напряженности сквозь боковую поверхность цилиндра равен нулю, а полный поток сквозь цилиндр равен сумме потоков сквозь его основания (площади оснований равны и для основания E_n совпадает с E), т. е. равен $2ES$. Заряд, заключенный внутри построенной цилиндрической поверхности, равен σS . Согласно теореме Гаусса, $2ES = \sigma S/\epsilon_0$, откуда

$$E = \sigma / (2\epsilon_0). \quad (1)$$

Из формулы (1) вытекает, что E не зависит от длины цилиндра, т. е. напряженность поля на любых расстояниях одинакова по модулю, иными словами, поле равномерно заряженной плоскости *однородно*.

2. Поле двух бесконечных параллельных разноименно заряженных плоскостей (рис. 2). Пусть плоскости заряжены равномерно разноименными зарядами с поверхностными плотностями $+\alpha$ и $-\alpha$. Поле таких плоскостей найдем как суперпозицию полей, создаваемых каждой из плоскостей в отдельности. На рисунке верхние стрелки соответствуют полю от положительно заряженной плоскости, нижние — от отрицательной плоскости. Слева и справа от плоскостей поля вычитаются (линии напряженности направлены навстречу друг другу), поэтому здесь напряженность поля $E = 0$. В области между плоскостями $E = E_+ + E_-$ (E_+ и E_- определяются по формуле (1)), поэтому результирующая напряженность

$$E = \sigma / \epsilon_0 \quad (2)$$

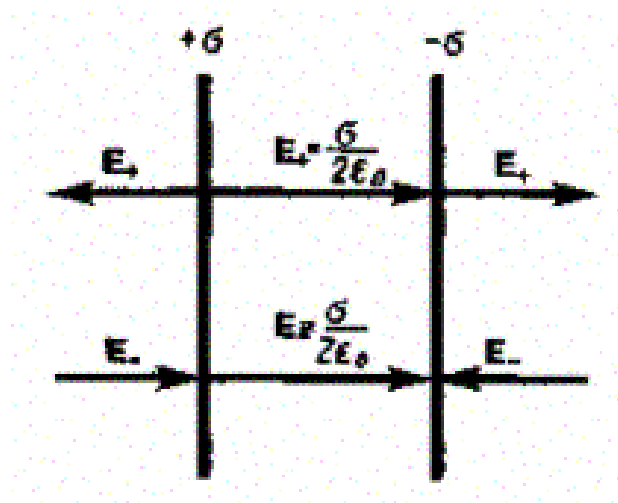


Рис. 2

Таким образом, результирующая напряженность поля в области между плоскостями описывается формулой (2), а вне объема, ограниченного плоскостями, равна нулю.

3. Поле равномерно заряженной сферической поверхности. Сферическая поверхность радиуса R с общим зарядом Q заряжена равномерно с поверхностной плотностью $+\sigma$. Благодаря равномерному распределению заряда по поверхности поле, создаваемое им, обладает сферической симметрией. Поэтому линии напряженности направлены радиально (рис. 3).

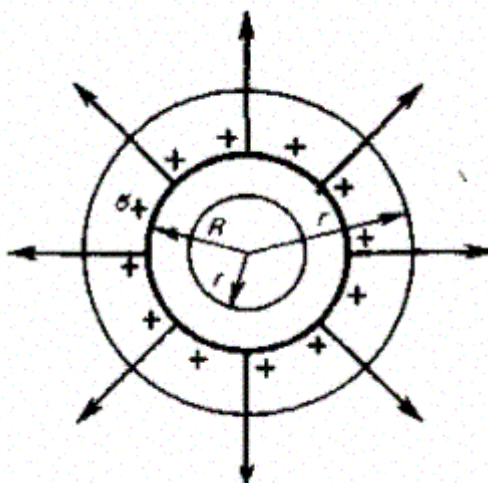


Рис. 3

Построим мысленно сферу радиуса r , имеющую общий центр с заряженной сферой. Если $r > R$, то внутрь поверхности попадает весь заряд Q , создающий рассматриваемое поле, и, по теореме Гаусса (2), $4\pi r^2 E = Q/\epsilon_0$, откуда

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (r \geq R).$$

(3)

При $r > R$ поле убывает с расстоянием r по такому же закону, как у точечного заряда. График зависимости E от r приведен на рис. 4. Если $r' < R$, то замкнутая поверхность не содержит внутри зарядов, поэтому внутри равномерно заряженной сферической поверхности электростатическое поле отсутствует ($E = 0$).

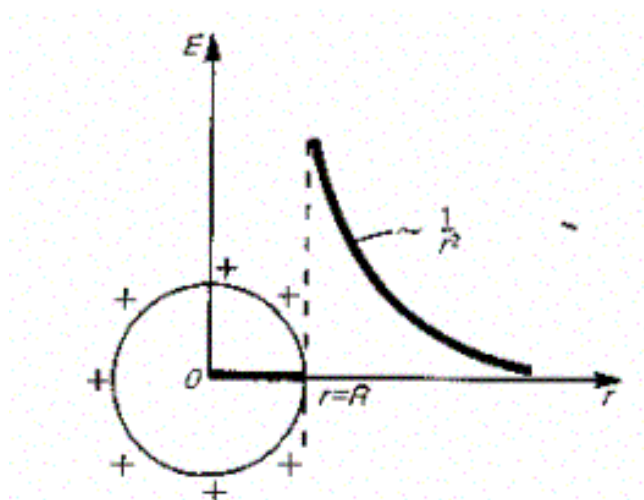


Рис. 4

4. Поле объемно заряженного шара. Шар радиуса R с общим зарядом Q заряжен равномерно с объемной плотностью ρ ($\rho = \frac{dQ}{dV}$ - заряд, приходящийся на единицу объема). Учитывая соображения симметрии, можно показать, что для напряженности поля вне шара получится тот же результат, что и в предыдущем случае (см. (3)). Внутри же шара напряженность поля будет другая. Сфера радиуса $r' < R$ охватывает заряд $G' =$

$4/3\pi r'^3 \rho$. Поэтому, согласно теореме Гаусса (2), $4\pi r'^2 E = Q' / \epsilon_0 = 4/3\pi r'^3 \rho / \epsilon_0$. Учитывая, что $\rho = Q / (4/3\pi R^3)$, получаем

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R^3} r' \quad (r' \leq R). \quad (4)$$

Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного шара описывается формулой (3), а внутри его изменяется линейно с расстоянием / согласно выражению (4). График зависимости E от r для рассмотренного случая приведен на рис. 5.

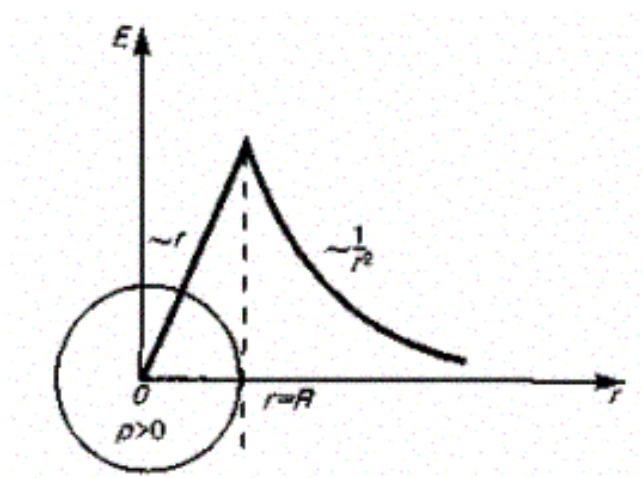


Рис. 5

5. Поле равномерно зараженного бесконечного цилиндра (нити). Бесконечный цилиндр радиуса R (рис. 6) заряжен равномерно с линейной плотностью τ ($\tau = \frac{dQ}{dl}$ - заряд, приходящийся на единицу длины).

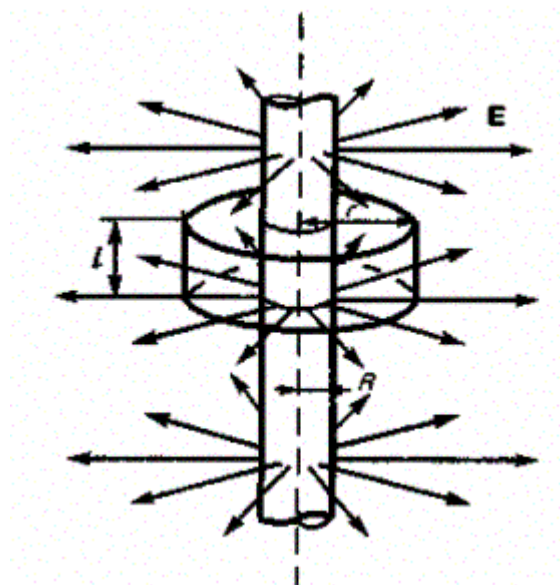


Рис. 6

Из соображений симметрии следует, что линии напряженности будут направлены по радиусам круговых сечений цилиндра с одинаковой густотой во все стороны относительно оси цилиндра. В качестве замкнутой поверхности мысленно построим коаксиальный с заряженным цилиндром радиуса r и высотой l . Поток вектора E сквозь торцы коаксиального цилиндра равен нулю (торцы параллельны линиям напряженности), а сквозь боковую поверхность равен $2\pi r l E$. По теореме Гаусса (2), при $r > R$ $2\pi r l E = \tau l / \epsilon_0$, откуда

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\tau}{r} \quad (r \geq R).$$

(5)

Если $r < R$, то замкнутая поверхность зарядов внутри не содержит, поэтому в этой области $E = 0$. Таким образом, напряженность поля вне равномерно заряженного бесконечного цилиндра определяется выражением (5), внутри же его поле отсутствует.

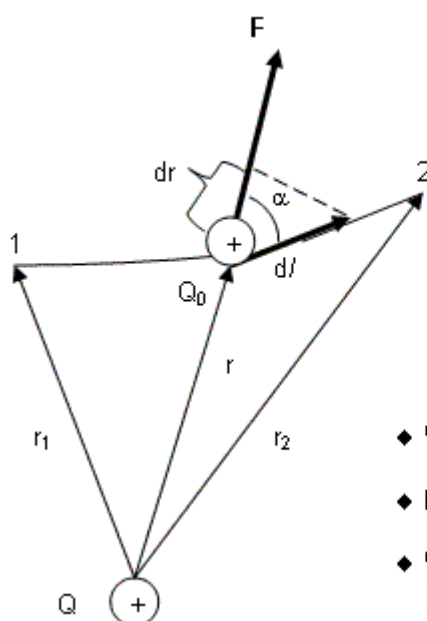
25. Потенциал электрического поля.

1. Работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле
2. Потенциал в какой-либо точке электростатического поля
3. Единица измерения потенциала электростатического поля
4. Разность потенциалов
5. Эквипотенциальные поверхности
6. Какова связь между напряженностью и разностью потенциалов? Выведите ее и объясните. Каков физический смысл этих понятий?

ЦИРКУЛЯЦИЯ ВЕКТОРА НАПРЯЖЕННОСТИ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Если в электростатическом поле точечного заряда Q из точки 1 в точку 2 вдоль произвольной траектории (рис. 1) перемещается другой точечный заряд Q_0 , то сила, приложенная к заряду, совершает работу. Работа силы F на элементарном перемещении $d\mathbf{l}$ равна

$$dA = F d\mathbf{l} = F dl \cos \alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dl \cos \alpha.$$



- ◆ Что такое линейная, поверхностная, объемная плотности зарядов?
- ◆ Как доказать, что электростатическое поле является потенциальным?
- ◆ Что называется циркуляцией вектора напряженности?

Рис. 1

Так как $d/\cos\alpha = dr$, то

$$dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r^2} dr.$$

Работа при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2

$$A_{12} = \int_1^2 dA = \frac{QQ_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{QQ_0}{r_1} - \frac{QQ_0}{r_2} \right) \quad (1)$$

не зависит от траектории перемещения, а определяется только положениями начальной 1 и конечной 2 точек. Следовательно, электростатическое поле точечного заряда является потенциальным, а электростатические силы — консервативными.

Из формулы (1) следует, что работа, совершаемая при перемещении электрического заряда во внешнем электростатическом поле по любому замкнутому пути L , равна нулю, т.е.

$$\oint_L dA = 0. \quad (2)$$

Если в качестве заряда, переносимого в электростатическом поле, взять единичный точечный положительный заряд, то элементарная работа сил поля на пути dl равна $Edl = E_l dl$, где $E_l = E \cos\alpha$ — проекция вектора E на направление элементарного перемещения. Тогда формулу (2) можно записать в виде

$$\oint_L Edl = \oint_L E_l dl = 0 \quad (3)$$

Интеграл $\oint_L Edl = \oint_L E_l dl$ называется циркуляцией вектора напряженности.

Следовательно, циркуляция вектора напряженности электростатического поля вдоль любого замкнутого контура равна нулю. Силовое поле, обладающее свойством (3), называется потенциальным. Из обращения в нуль циркуляции вектора E следует, что линии напряженности электростатического поля не могут быть замкнутыми, они начинаются и кончаются на зарядах (соответственно на положительных или отрицательных) или же уходят в бесконечность. Формула (3)

справедлива только для электростатического поля. В дальнейшем будет показано, что для поля движущихся зарядов условие (3) не выполняется (для него циркуляция вектора напряженности отлична от нуля).

ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

Тело, находящееся в потенциальном поле сил (а электростатическое поле является потенциальным), обладает потенциальной энергией, за счет которой силами поля совершается работа. Как известно, работа консервативных сил совершается за счет убыли потенциальной энергии. Поэтому работу сил электростатического поля можно представить как разность потенциальных энергий, которыми обладает точечный заряд Q_0 в начальной и конечной точках поля заряда Q

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{QQ_0}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{QQ_0}{r_2} = U_1 - U_2 \quad (1)$$

откуда следует, что потенциальная энергия заряда Q_0 в поле заряда Q равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r} + C.$$

Она, как и в механике, определяется неоднозначно, а с точностью до произвольной постоянной C . Если считать, что при удалении заряда в бесконечность ($r \rightarrow \infty$) потенциальная энергия обращается в нуль ($U = 0$), то $C = 0$ и потенциальная энергия заряда Q_0 , находящегося в поле заряда Q на расстоянии r от него, равна

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{QQ_0}{r}. \quad (2)$$

Для одноименных зарядов $Q_0Q > 0$ и потенциальная энергия их взаимодействия (отталкивания) положительна, для разноименных зарядов $Q_0Q < 0$ и потенциальная энергия их взаимодействия (притяжения) отрицательна.

Если поле создается системой n точечных зарядов $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$, то работа электростатических сил, совершаемая над зарядом Q_0 , равна алгебраической сумме работ сил, обусловленных каждым из зарядов в

отдельности. Поэтому потенциальная энергия U заряда Q_0 , находящегося в этом поле, равна сумме потенциальных энергий U_i каждого из зарядов:

$$U = \sum_{i=1}^n U_i = Q_0 \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}. \quad (3)$$

Из формул (2) и (3) вытекает, что отношение U/Q_0 не зависит от Q_0 и является поэтому *энергетической характеристикой электростатического поля*, называемой потенциалом:

$$\varphi = U/Q_0. \quad (4)$$

Потенциал φ в какой-либо точке электростатического поля есть физическая величина, определяемая потенциальной энергией единичного положительного заряда, помещенного в эту точку.

Из формул (4) и (2) следует, что потенциал поля, создаваемого точечным зарядом Q , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}. \quad (5)$$

Работа, совершаемая силами электростатического поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 (см. (84.1), (84.4), (84.5)), может быть представлена как

$$A_{12} = U_1 - U_2 = Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2), \quad (6)$$

т. е. равна произведению перемещаемого заряда на разность потенциалов в начальной и конечной точках. Разность потенциалов двух точек 1 и 2 в электростатическом поле определяется работой, совершаемой силами поля, при перемещении единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2.

Работа сил поля при перемещении заряда Q_0 из точки 1 в точку 2 может быть записана также в виде

$$A_{12} = \int_1^2 Q_0 \mathbf{E} d\mathbf{l}_{\text{пар}} \quad (7)$$

Приравняв (6) и (7), придем к выражению для разности потенциалов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_1^2 E_l dl, \quad (8)$$

где интегрирование можно производить вдоль любой линии, соединяющей начальную и конечную точки, так как работа сил электростатического поля не зависит от траектории перемещения.

Если перемещать заряд Q_0 из произвольной точки за пределы поля, т. е. в бесконечность, где, по условию, потенциал равен нулю, то работа сил электростатического поля, согласно (6), $A_\infty = Q_0\varphi$, откуда

$$\varphi = A_\infty / Q_0. \quad (9)$$

Таким образом, потенциал — физическая величина, определяемая работой по перемещению единичного положительного заряда при удалении его из данной точки поля в бесконечность. Эта работа численно равна работе, совершаемой внешними силами (против сил электростатического поля) по перемещению единичного положительного заряда из бесконечности в данную точку поля.

Из выражения (4) следует, что единица потенциала — вольт (В): 1 В есть потенциал такой точки поля, в которой заряд в 1 Кл обладает потенциальной энергией 1 Дж (1 В=1 Дж/Кл). Учитывая размерность вольта, можно показать, что введенная единица напряженности электростатического поля действительно равна 1 В/м: 1 Н/Кл=1 Н·м/(Кл·м)=1 Дж/(Кл·м)=1 В/м.

Из формул (3) и (4) вытекает, что если поле создается несколькими зарядами, то потенциал поля системы зарядов равен *алгебраической* сумме потенциалов полей всех этих зарядов:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}.$$

НАПРЯЖЕННОСТЬ КАК ГРАДИЕНТ ПОТЕНЦИАЛА. ЭКВИПОТЕНЦИАЛЬНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

Найдем взаимосвязь между напряженностью электростатического поля, являющейся его *силовой характеристикой*, и потенциалом — *энергетической характеристикой поля*. Работа по перемещению *единичного* точечного положительного заряда из одной точки поля в другую вдоль оси x

при условии, что точки расположены бесконечно близко друг к другу и $x_1 - x_2 = dx$, равна $E_x dx$. Та же работа равна $\varphi_1 - \varphi_2 = d\varphi$. Приравняв оба выражения, можем записать

$$E_x = - \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad (1)$$

где символ частной производной подчеркивает, что дифференцирование производится только по x . Повторив аналогичные рассуждения для осей y и z , можем найти вектор E :

$$\mathbf{E} = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{k} \right),$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — единичные векторы координатных осей x, y, z .

Из определения градиента (12.4) и (12.6) следует, что

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi, \text{ или } \mathbf{E} = -\nabla \varphi, \quad (2)$$

т. е. напряженность E поля равна градиенту потенциала со знаком минус. Знак минус определяется тем, что вектор напряженности E поля направлен в *сторону убывания* потенциала.

Для графического изображения распределения потенциала электростатического поля, как и в случае поля тяготения, пользуются эквипотенциальными поверхностями — поверхностями, во всех точках которых потенциал φ имеет одно и то же значение.

Если поле создается точечным зарядом, то его потенциал, согласно (5),

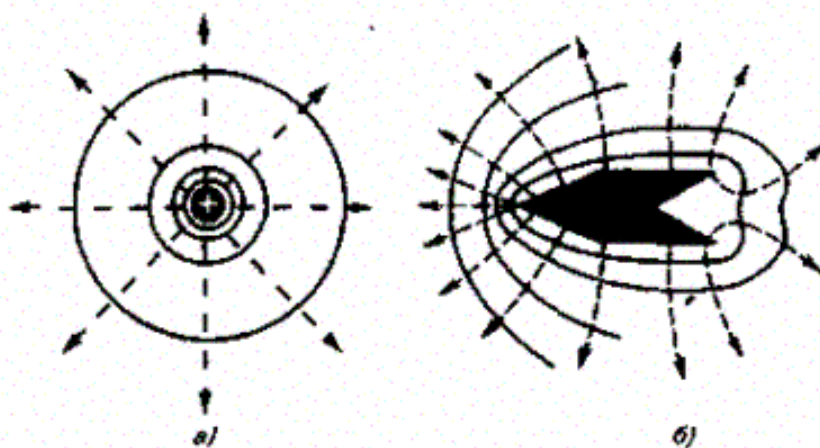
$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$. Таким образом, эквипотенциальные поверхности в данном случае — концентрические сферы. С другой стороны, линии напряженности в случае точечного заряда — радиальные прямые. Следовательно, линии напряженности в случае точечного заряда *перпендикулярны* эквипотенциальным поверхностям.

Линии напряженности *всегда нормальны* к эквипотенциальным поверхностям. Действительно, все точки эквипотенциальной поверхности имеют одинаковый потенциал, поэтому работа по перемещению заряда вдоль этой поверхности равна нулю, т. е. электростатические силы, действующие

на заряд, *всегда* направлены по нормальям к эквипотенциальным поверхностям. Следовательно, вектор E *всегда нормален к эквипотенциальным поверхностям*, а поэтому линии вектора E ортогональны этим поверхностям.

Эквипотенциальных поверхностей вокруг каждого заряда и каждой системы зарядов можно провести бесчисленное множество. Однако их обычно проводят так, чтобы разности потенциалов между любыми двумя соседними эквипотенциальными поверхностями были одинаковы. Тогда густота эквипотенциальных поверхностей наглядно характеризует напряженность поля в разных точках. Там, где эти поверхности расположены гуще, напряженность поля больше.

Итак, зная расположение линий напряженности электростатического поля, можно построить эквипотенциальные поверхности и, наоборот, по известному расположению эквипотенциальных поверхностей можно определить в каждой точке поля модуль и направление напряженности поля. На рис. для примера показан вид линий напряженности (штриховые линии) и эквипотенциальных поверхностей (сплошные линии) полей положительного точечного заряда (а) и заряженного металлического цилиндра, имеющего на одном конце выступ, а на другом — впадину (б).



- Какова связь между напряженностью и потенциалом? Выведите ее и объясните. Каков физический смысл этих понятий?

26. Электрическая емкость уединенного проводника

1. Емкость уединенного проводника (формула и единица измерения)
2. Единицы измерения электрической емкости
3. Емкость Земли
4. Заземление

Рассмотрим уединенный проводник, т. е. проводник, который удален от других проводников, тел и зарядов. Его потенциал прямо пропорционален заряду проводника. Из опыта следует, что разные проводники, будучи одинаково заряженными, имеют различные потенциалы. Поэтому для уединенного проводника можно записать

$$Q = C\varphi.$$

Величину

$$C = Q/\varphi \quad (1)$$

называют емкостью (или просто емкостью) уединенного проводника. Емкость уединенного проводника определяется зарядом, сообщением которого проводнику изменяет его потенциал на единицу

Емкость проводника зависит от его размеров и формы, но не зависит от материала, агрегатного состояния, формы и размеров полостей внутри проводника. Это связано с тем, что избыточные заряды распределяются на внешней поверхности проводника. Емкость не зависит также ни от заряда проводника, ни от его потенциала.

Единица емкости — фарад (Ф): 1 Ф — емкость такого уединенного проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

Согласно потенциал уединенного шара радиуса R , находящегося в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ϵ , равен

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\epsilon R}.$$

Используя формулу (1), получим, что емкость шара

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R. \quad (2)$$

Отсюда следует, что емкостью 1 Ф обладал бы уединенный шар, находящийся в вакууме и имеющий радиус $R = C/(4\pi\epsilon_0) \approx 9 \cdot 10^6$ км, что примерно в 1400 раз больше радиуса Земли (электроемкость Земли $C \approx 0,7$ мФ). Следовательно, фарад — очень большая величина, поэтому на практике используются дольные единицы — миллифарад (мФ), микрофарад (мкФ), нанофарад (нФ), пикофарад (пФ). Из формулы (2) вытекает также, что единица электрической постоянной ϵ_0 — фарад на метр (Ф/м)

Заземление — преднамеренное электрическое соединение какой-либо точки сети, электроустановки или оборудования с заземляющим устройством.

27. Конденсаторы и их емкость. Энергия электростатического поля

1. Практическое значение конденсаторов
2. Электроемкость плоского конденсатора
3. Напряженность и разность потенциалов между обкладками конденсаторов
4. Понятия диэлектрической проницаемости (относительно электроемкости)
5. Электроемкость сферического конденсатора
6. Электроемкость цилиндрического конденсатора
7. Энергия электрического поля

Конденсатор состоит из двух проводников (обкладок), разделенных диэлектриком. На емкость конденсатора не должны оказывать влияния окружающие тела, поэтому проводникам придают такую форму, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми зарядами, было сосредоточено в узком зазоре между обкладками конденсатора. Этому условию удовлетворяют: 1) две плоские пластины; 2) два коаксиальных цилиндра; 3) две концентрические сферы. Поэтому в зависимости от формы обкладок конденсаторы делятся на плоские, цилиндрические и сферические.

Так как поле сосредоточено внутри конденсатора, то линии напряженности начинаются на одной обкладке и кончаются на другой, поэтому свободные заряды, возникающие на разных обкладках, являются равными по модулю разноименными зарядами. Под емкостью конденсатора

понимается физическая величина, равная отношению заряда Q , накопленного в конденсаторе, к разности потенциалов ($\varphi_1 - \varphi_2$) между его обкладками:

$$C = Q/(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1)$$

Рассчитаем емкость плоского конденсатора, состоящего из двух параллельных металлических пластин площадью S каждая, расположенных на расстоянии d друг от друга и имеющих заряды $+Q$ и $-Q$. При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов между ними,

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sigma d / (\epsilon_0 \epsilon), \quad (2)$$

где ϵ — диэлектрическая проницаемость. Тогда из формулы (1), заменяя $Q = \sigma S$ с учетом (2) получим выражение для емкости плоского конденсатора:

$$C = \epsilon_0 \epsilon S / d. \quad (3)$$

Для определения емкости цилиндрического конденсатора, состоящего из двух полых коаксиальных цилиндров с радиусами r_1 и r_2 ($r_2 > r_1$), вставленных один в другой, опять пренебрегая краевыми эффектами, считаем поле радиально-симметричным и сосредоточенным между цилиндрическими обкладками. Разность потенциалов между обкладками вычислим по формуле

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

для поля равномерно заряженного бесконечного цилиндра с линейной плотностью $\tau = Q/l$ (l — длина обкладок). При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 \epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 \epsilon l} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (4)$$

Подставив (4) в (1), получим выражение для емкости цилиндрического конденсатора:

$$C = 2\pi\epsilon_0 \epsilon l / \ln (r_2/r_1). \quad (5)$$

Для определения емкости сферического конденсатора, состоящего из двух concentрических обкладок, разделенных сферическим слоем диэлектрика, используем формулу

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

для разности потенциалов между двумя точками, лежащими на расстояниях r_1 и r_2 ($r_2 > r_1$) от центра заряженной сферической поверхности. При наличии диэлектрика между обкладками разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Подставив (6) в

(1), получим

$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \quad (6) \quad (7)$$

Если $d = r_2 - r_1 \ll r_1$ то $r_2 \approx r_1 \approx r$ и $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon r^2/d$. Так как $4\pi r^2$ — площадь сферической обкладки, то получаем формулу (3). Таким образом, при малой величине зазора по сравнению с радиусом сферы выражения для емкости сферического и плоского конденсаторов совпадают. Этот вывод справедлив и для цилиндрического конденсатора: при малом зазоре между цилиндрами по сравнению с их радиусами в формуле (5) $\ln(r_2/r_1)$ можно разложить в ряд, ограничиваясь только членом первого порядка. В результате опять приходим к формуле (3)

Из формул (3), (5) и (7) вытекает, что емкость конденсаторов любой формы прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости диэлектрика, заполняющего пространство между обкладками. Поэтому применение в качестве прослойки сегнетоэлектриков значительно увеличивает емкость конденсаторов.

Конденсаторы характеризуются пробивным напряжением — разностью потенциалов между обкладками конденсатора, при которой происходит пробой — электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Пробивное напряжение зависит от формы обкладок, свойств диэлектрика и его толщины.

Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q , C , φ . Увеличим заряд этого проводника на dQ . Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \varphi dQ = C\varphi d\varphi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до φ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = C\varphi^2/2.$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = C\varphi^2/2 = Q\varphi/2 = Q^2/(2C).$$

где $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ - заряд проводника.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая равна

$$W = C (\Delta\varphi)^2/2 = Q\Delta\varphi/2 = Q^2/(2C),$$

где Q — заряд конденсатора, C — его емкость, $\Delta\varphi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Преобразуем последнюю формулу, выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \epsilon_0\epsilon S/d$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\varphi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} V,$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора. Эта формула показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — *напряженность* E .

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

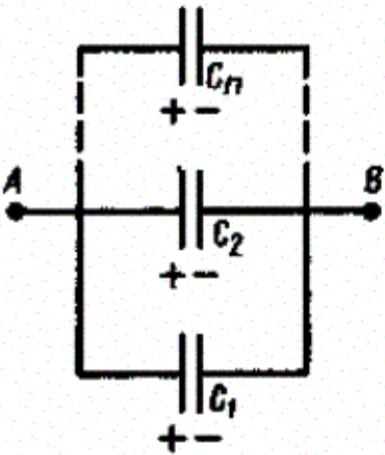
$$w = W/V = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2 = ED/2.$$

28. Последовательное и параллельное соединение конденсаторов

1. Последовательное соединение конденсаторов
2. Параллельное соединение конденсаторов
3. Емкость при сложном соединении (одновременно последовательное и параллельное соединение) конденсаторов
4. Энергия электрического поля

Для увеличения емкости и варьирования ее возможных значений конденсаторы соединяют в батареи, при этом используется их параллельное и последовательное соединения.

1.



Параллельное

с

- Три одинаковых конденсатора один раз соединены последовательно, другой — параллельно. Во сколько раз и когда емкость батареи будет больше?
- Может ли электростатика ответить на вопрос: где локализована энергия и что является ее носителем — заряды или поле? Почему?

оединение

конденсаторов (рис. 1).

Рис. 1

У параллельно соединенных конденсаторов разность потенциалов на обкладках конденсаторов одинакова и равна $\varphi_A - \varphi_B$. Если емкости отдельных конденсаторов $C_1, C_2, \dots, C_n$, то, согласно (1), их заряды равны

$$Q_1 = C_1 (\varphi_A - \varphi_B),$$

$$Q_2 = C_2 (\varphi_A - \varphi_B),$$

$$\vdots$$

$$Q_n = C_n (\varphi_A - \varphi_B),$$

а заряд батареи конденсаторов

$$Q = \sum_{i=1}^n Q_i = (C_1 + C_2 + \dots + C_n) (\varphi_A - \varphi_B).$$

Полная емкость батареи

$$C = Q/(\varphi_A - \varphi_B) = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i.$$

т. е. при параллельном соединении конденсаторов она равна сумме емкостей отдельных конденсаторов.

2. Последовательное соединение конденсаторов (рис. 2).

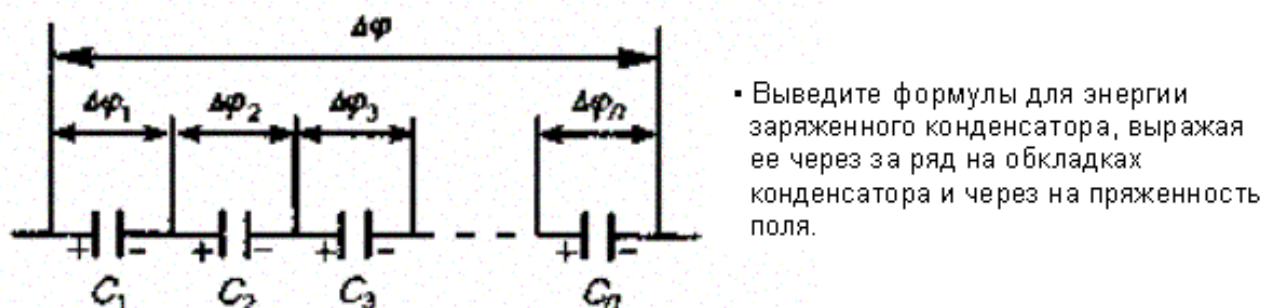


Рис. 2

У последовательно соединенных конденсаторов заряды всех обкладок равны по модулю, а разность потенциалов на зажимах батареи

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i,$$

где для любого из рассматриваемых конденсаторов $\Delta\varphi_i = Q/C_i$. С другой стороны,

$$\Delta\varphi = Q/C = Q \sum_{i=1}^n (1/C_i),$$

откуда

$$1/C = \sum_{i=1}^n (1/C_i),$$

т. е. при последовательном соединении конденсаторов суммируются величины, обратные емкостям. Таким образом, при последовательном

соединении конденсаторов результирующая емкость C всегда меньше наименьшей емкости, используемой в батарее.

Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q , C , φ . Увеличим заряд этого проводника на dQ . Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \varphi dQ = C\varphi d\varphi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до φ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C\varphi d\varphi = C\varphi^2/2.$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = C\varphi^2/2 = Q\varphi/2 = Q^2/(2C).$$

где $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ - заряд проводника.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая равна

$$W = C (\Delta\varphi)^2/2 = Q\Delta\varphi/2 = Q^2/(2C),$$

где Q — заряд конденсатора, C — его емкость, $\Delta\varphi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Преобразуем последнюю формулу, выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \epsilon_0\epsilon S/d$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\varphi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2} V,$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора. Эта формула показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — *напряженность* E .

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = W/V = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2 = ED/2.$$

Пусть имеется уединенный проводник, заряд, емкость и потенциал которого соответственно равны Q , C , ϕ . Увеличим заряд этого проводника на dQ . Для этого необходимо перенести заряд dQ из бесконечности на уединенный проводник, затратив на это работу, равную

$$dA = \phi dQ = C\phi d\phi.$$

Чтобы зарядить тело от нулевого потенциала до ϕ , необходимо совершить работу

$$A = \int_0^{\phi} C\phi d\phi = C\phi^2/2.$$

Энергия заряженного проводника равна той работе, которую необходимо совершить, чтобы зарядить этот проводник:

$$W = C\phi^2/2 = Q\phi/2 = Q^2/(2C).$$

где $Q = \sum_{i=1}^n Q_i$ - заряд проводника.

Как всякий заряженный проводник, конденсатор обладает энергией, которая равна

$$W = C (\Delta\phi)^2/2 = Q\Delta\phi/2 = Q^2/(2C),$$

где Q — заряд конденсатора, C — его емкость, $\Delta\phi$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Преобразуем последнюю формулу, выражающую энергию плоского конденсатора посредством зарядов и потенциалов, воспользовавшись выражением для емкости плоского конденсатора ($C = \epsilon_0 \epsilon S/d$) и разности потенциалов между его обкладками ($\Delta\phi = Ed$). Тогда

$$W = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} Sd = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} V,$$

где $V = Sd$ — объем конденсатора. Эта формула показывает, что энергия конденсатора выражается через величину, характеризующую электростатическое поле, — *напряженность* E .

Объемная плотность энергии электростатического поля (энергия единицы объема)

$$w = W/V = \epsilon_0 \epsilon E^2 / 2 = ED/2.$$

29. Постоянный электрический ток и параметры характеризующие его

1. Сила тока (определение, Математическое выражение, единица измерения)
2. Условия возникновения электрического тока
3. Плотность тока
4. Постоянный ток
5. Электродвижущая сила

Электрическим током называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов. В проводнике под действием приложенного электрического поля E свободные электрические заряды перемещаются: положительные — по полю, отрицательные — против поля (рис. 1, *а*), т. е. в проводнике возникает электрический ток, называемый током проводимости. Если же упорядоченное движение электрических зарядов осуществляется перемещением в пространстве заряженного макроскопического тела (рис. 1, *б*), то возникает так называемый конвекционный ток.

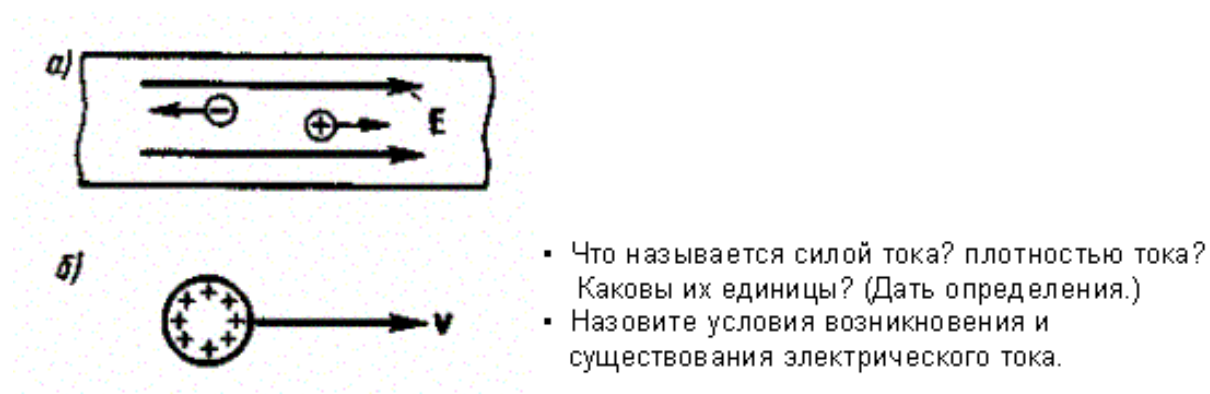


Рис. 1

Для возникновения и существования электрического тока необходимо, с одной стороны, наличие свободных носителей тока — заряженных частиц,

способных перемещаться упорядоченно, а с другой — наличие электрического поля, энергия которого, каким-то образом восполняясь, расходовалась бы на их упорядоченное движение. За направление тока условно принимают направление движения положительных зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит сила тока I — скалярная физическая величина, определяемая электрическим зарядом, проходящим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dQ}{dt}.$$

Если сила тока и его направление не изменяются со временем, то такой ток называется постоянным. Для постоянного тока

$$I = Q/t,$$

где Q — электрический заряд, проходящий за время t через поперечное сечение проводника. Единица силы тока — ампер (А).

Физическая величина, определяемая силой тока, проходящего через единицу площади поперечного сечения проводника, перпендикулярного направлению тока, называется плотностью тока:

$$j = \frac{dI}{dS_1}.$$

Выразим силу и плотность тока через скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения зарядов в проводнике. Если концентрация носителей тока равна n и каждый носитель имеет элементарный заряд e (что не обязательно для ионов), то за время Δt через поперечное сечение S проводника переносится заряд

$\Delta Q = ne \langle v \rangle S \Delta t$. Сила тока

$$I = \frac{dQ}{dt} = ne \langle v \rangle S,$$

а плотность тока

$$j = ne \langle v \rangle.$$

(1)

Плотность тока — *вектор*, ориентированный по направлению тока, т. е. направление вектора $\mathbf{j}$ совпадает с направлением упорядоченного движения положительных зарядов. Единица плотности тока — ампер на метр в квадрате (А/м^2).

Сила тока сквозь произвольную поверхность S определяется как поток вектора $\mathbf{J}$, т. е.

$$I = \int_S \mathbf{j} d\mathbf{S}, \quad (2)$$

где $d\mathbf{S} = n dS$ (n — единичный вектор нормали к площадке dS , составляющей с вектором $\mathbf{j}$ угол α).

Если в цепи на носители тока действуют только силы электростатического поля, то происходит перемещение носителей (они предполагаются положительными) от точек с большим потенциалом к точкам с меньшим потенциалом. Это приведет к выравниванию потенциалов во всех точках цепи и к исчезновению электрического поля. Поэтому для существования постоянного тока необходимо наличие в цепи устройства, способного создавать и поддерживать разность потенциалов за счет работы сил неэлектростатического происхождения. Такие устройства называются источниками тока. Силы *неэлектростатического происхождения*, действующие на заряды со стороны источников тока, называются сторонними.

Природа сторонних сил может быть различной. Например, в гальванических элементах они возникают за счет энергии химических реакций между электродами и электролитами; в генераторе — за счет механической энергии вращения ротора генератора и т. п. Роль источника тока в электрической цепи, образно говоря, такая же, как роль насоса, который необходим для перекачивания жидкости в гидравлической системе. Под действием создаваемого поля сторонних сил электрические заряды движутся внутри источника тока против сил электростатического поля, благодаря чему на концах цепи поддерживается разность потенциалов и в цепи течет постоянный электрический ток.

Сторонние силы совершают работу по перемещению электрических зарядов. Физическая величина, определяемая работой, совершаемой сторонними силами при перемещении единичного положительного заряда, называется электродвижущей силой (э.д.с.), действующей в цепи:

$$\mathcal{E} = A/Q_0 \quad (3)$$

Эта работа производится за счет энергии, затрачиваемой в источнике тока, поэтому величину $\mathcal{E}$ можно также называть электродвижущей силой источника тока, включенного в цепь. Часто, вместо того чтобы сказать: «в цепи действуют сторонние силы», говорят: «в цепи действует э. д. с.», т. е. термин «электродвижущая сила» употребляется как характеристика сторонних сил. Э.д.с., как и потенциал, выражается в вольтах.

Сторонняя сила $F_{\text{ст}}$, действующая на заряд Q_0 , может быть выражена как

$$\mathbf{F}_{\text{ст}} = \mathbf{E}_{\text{ст}} Q_0,$$

где E — напряженность поля сторонних сил. Работа же сторонних сил по перемещению заряда Q_0 на замкнутом участке цепи равна

$$A = \oint \mathbf{F}_{\text{ст}} d\mathbf{l} = Q_0 \oint \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l}. \quad (4)$$

Разделив (4) на Q_0 , получим выражение для э. д. с., действующей в цепи:

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l},$$

т. е. э.д.с., действующая в замкнутой цепи, может быть определена как циркуляция вектора напряженности поля сторонних сил. Э.д.с., действующая на участке 1—2, равна

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l}. \quad (5)$$

На заряд Q_0 помимо сторонних сил действуют также силы электростатического поля $F_e = Q_0 E$. Таким образом, результирующая сила, действующая в цепи на заряд Q_0 , равна

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{ст}} + \mathbf{F}_e = Q_0(\vec{\mathbf{E}}_{\text{ст}} + \vec{\mathbf{E}}).$$

Работа, совершаемая результирующей силой над зарядом Q_0 на участке 1—2, равна

$$A_{12} = Q_0 \int_1^2 \mathbf{E}_{\text{ст}} d\mathbf{l} + Q_0 \int_1^2 \mathbf{E} d\mathbf{l}.$$

Тогда можем записать

$$A_{12} = Q_0 \mathcal{E}_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (6)$$

Для замкнутой цепи работа электростатических сил равна нулю, поэтому в данном случае $A_{12} = Q_0 \xi_{12}$

Напряжением U на участке 1—2 называется физическая величина, определяемая работой, совершаемой суммарным полем электростатических (кулоновских) и сторонних сил при перемещении единичного положительного заряда на данном участке цепи. Таким образом,

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}.$$

Понятие напряжения является обобщением понятия разности потенциалов: напряжение на концах участка цепи равно разности потенциалов в том случае, если на этом участке не действует э.д.с., т. е. сторонние силы отсутствуют.

30. Закон Ома. Сопротивление проводников

1. Закон Ома для участка цепи
2. Сопротивление проводников. Единица измерения
3. Удельное сопротивление проводников
4. Закон Ома для неоднородной цепи
5. Короткое замыкание

Немецкий физик Г. Ом (1787,—1854) экспериментально установил, что сила тока I , текущего по однородному металлическому проводнику (т. е. проводнику, в котором не действуют сторонние силы), пропорциональна напряжению U на концах проводника:

$$I = U/R, \quad (1)$$

где R — электрическое сопротивление проводника. Уравнение (1) выражает закон Ома для участка цепи (не содержащего источника тока. Формула (1)

позволяет установить единицу сопротивления — ом (Ом): 1 Ом — сопротивление такого проводника, в котором при напряжении 1 В течет постоянный ток 1 А. Величина

$$G = 1/R$$

называется электрической проводимостью проводника. Единица проводимости — сименс (См): 1 См — проводимость участка электрической цепи сопротивлением 1 Ом. Сопротивление проводников зависит от его размеров и формы, а также от материала, из которого проводник изготовлен. Для однородного линейного проводника сопротивление R прямо пропорционально его длине l и обратно пропорционально площади его поперечного сечения S :

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (2)$$

где ρ — коэффициент пропорциональности, характеризующий материал проводника и называемый удельным электрическим сопротивлением. Единица удельного электрического сопротивления — ом-метр (Ом·м).

Закон Ома можно представить в дифференциальной форме. Подставив выражение для сопротивления (2) в закон Ома (1), получим

$$\frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}, \quad (3)$$

где величина, обратная удельному сопротивлению,

$$\gamma = 1/\rho$$

называется удельной электрической проводимостью вещества проводника. Ее единица — сименс на метр (См/м). Учитывая, что $U/l = E$ — напряженность электрического поля в проводнике, $I/S = j$ — плотность тока, формулу (3) можно записать в виде

$$j = \gamma E. \quad (4)$$

Так как в изотропном проводнике носители тока в каждой точке движутся в направлении вектора E , то направления j и E совпадают. Поэтому формулу (4) можно записать в виде

$$\mathbf{j} = \gamma \mathbf{E}. \quad (5)$$

Выражение (5) — закон Ома в дифференциальной форме, связывающий плотность тока в любой точке внутри проводника с напряженностью электрического поля в этой же точке. Это соотношение справедливо и для переменных полей.

Мы рассматривали закон Ома для однородного участка цепи, т. е. такого, в котором не действует э.д.с. (не действуют сторонние силы). Теперь рассмотрим неоднородный участок цепи, где действующую э.д.с. на участке 1—2 обозначим через ξ_{12} , а приложенную на концах участка разность потенциалов — через $\varphi_1 - \varphi_2$.

Если ток проходит по *неподвижным* проводникам, образующим участок 1—2, то работа A_{12} всех сил (сторонних и электростатических), совершаемая над носителями тока, по закону сохранения и превращения энергии равна теплоте, выделяющейся на участке. Работа сил, совершаемая при перемещении заряда Q_0 на участке 1—2, равна

$$A_{12} = Q_0 \mathcal{E}_{12} + Q_0 (\varphi_1 - \varphi_2). \quad (6)$$

Э.д.с. ξ_{12} , как и сила тока I , — величина скалярная. Ее необходимо брать либо с положительным, либо с отрицательным знаком в зависимости от знака работы, совершаемой сторонними силами. Если э.д.с. способствует движению положительных зарядов в выбранном направлении (в направлении 1—2), то $\xi_{12} > 0$. Если э.д.с. препятствует движению положительных зарядов в данном направлении, то $\xi_{12} < 0$. За время t в проводнике выделяется теплота

$$Q = I^2 R t = I R (I t) = I R Q_0. \quad (7)$$

$$I R = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12},$$

откуда

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R}. \quad (8)$$

Выражение (8) представляет собой закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме, который является обобщенным законом Ома.

Если на данном участке цепи *источник тока отсутствует* ($\xi_{12} = 0$), то из (8) приходим к *закону Ома для однородного участка цепи* :

$$I = (\varphi_1 - \varphi_2) / R = U / R$$

(при отсутствии сторонних сил напряжение на концах участка равно разности потенциалов. Если же электрическая цепь *замкнута*, то выбранные точки 1 и 2 сопадают, $\varphi_1 = \varphi_2$, тогда из (8) получаем *закон Ома для замкнутой цепи*:

$$I = \mathcal{E} / R,$$

где ξ — э.д.с., действующая в цепи, R — суммарное сопротивление всей цепи. В общем случае $R = r + R_1$, где r — внутреннее сопротивление источника тока, R_1 — сопротивление внешней цепи. Поэтому закон Ома для замкнутой цепи будет иметь вид

$$I = \mathcal{E} / (r + R_1).$$

Если цепь *разомкнута* и, следовательно, в ней ток отсутствует ($I = 0$), то из закона Ома (8) получим, что $\xi_{12} = \varphi_2 - \varphi_1$, э.д.с., действующая в разомкнутой цепи, равна разности потенциалов на ее концах. Следовательно, для того чтобы найти э.д.с. источника тока, надо измерить разность потенциалов на его клеммах при разомкнутой цепи.

Когда сопротивление нагрузки меньше внутреннего сопротивления источника питания происходит короткое замыкание. Короткое замыкание — электрическое соединение двух точек электрической цепи с различными значениями потенциала, не предусмотренное конструкцией устройства и нарушающее его нормальную работу. Короткое замыкание может возникать в результате нарушения изоляции токоведущих элементов или механического соприкосновения неизолированных элементов.

При коротком замыкании резко и многократно возрастает сила тока, протекающего в цепи, что, согласно закону Джоуля — Ленца приводит к значительному тепловыделению, и, как следствие, возможно расплавление электрических проводов, с последующим возникновением возгорания и распространением пожара.

31. Сверхпроводимость. Законы Джоуля-Ленца и Видемана-Франца

1. Температурная зависимость сопротивления проводников
2. Сверхпроводимость
3. Закон Джоуля-Ленца
4. Закон Видемана-Франца

Опыт показывает, что в первом приближении изменение удельного сопротивления, а значит и сопротивления, с температурой описывается линейным законом:

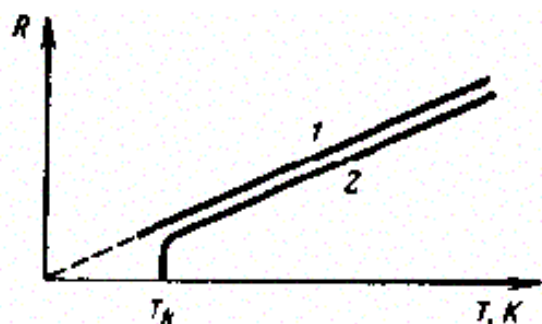
$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad R = R_0 (1 + \alpha t),$$

где ρ и ρ_0 , R и R_0 — соответственно удельные сопротивления и сопротивления проводника при t и 0 °С, α — температурный коэффициент сопротивления, для чистых металлов (при не очень низких температурах) близкий к $1/273 \text{ K}^{-1}$. Следовательно, температурная зависимость сопротивления может быть представлена в виде

$$R = \alpha R_0 T,$$

где T — термодинамическая температура.

Качественный ход температурной зависимости сопротивления металла представлен на рис. 1 (кривая 1). Впоследствии было обнаружено, что сопротивление многих металлов (например, Al, Pb, Zn и др.) и их сплавов при очень низких температурах T_k (0,14—20 К), называемых критическими, характерных для каждого вещества, скачкообразно уменьшается до нуля (кривая 2), т. е. металл становится абсолютным проводником. Впервые это явление, названное сверхпроводимостью, обнаружено в 1911 г. Г. Камерлинг-Оннесом для ртути. Явление сверхпроводимости объясняется на основе квантовой теории. Практическое использование сверхпроводящих материалов (в обмотках сверхпроводящих магнитов, в системах памяти ЭВМ и др.) затруднено из-за их низких критических температур. В настоящее время обнаружены и активно исследуются керамические материалы, обладающие сверхпроводимостью при температуре выше 100 К.



- В чем заключается явление сверхпроводимости? Каковы его перспективы?
- На чем основано действие термометров сопротивления?

Рис. 1

На зависимости электрического сопротивления металлов от температуры основано действие термометров сопротивления, которые позволяют по градуированной взаимосвязи сопротивления от температуры измерять температуру с точностью до 0,003 К. Термометры сопротивления, в которых в качестве рабочего вещества используются полупроводники, изготовленные по специальной технологии, называются термисторами. Они позволяют измерять температуры с точностью до миллионных долей кельвин.

Рассмотрим однородный проводник, к концам которого приложено напряжение U . За время dt через сечение проводника переносится заряд $dq = Idt$. Так как ток представляет собой перемещение заряда dq под действием электрического поля, то, по формуле (84.6), работа тока

$$dA = U dq = IU dt. \quad (1)$$

Если сопротивление проводника R , то, используя закон Ома, получим

$$dA = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (2)$$

Из (1) и (2) следует, что мощность тока

$$P = \frac{dA}{dt} = UI = I^2 R = U^2/R. \quad (3)$$

Если сила тока выражается в амперах, напряжение — в вольтах, сопротивление — в омах, то работа тока выражается в джоулях, а мощность — в ваттах. На практике применяются также внесистемные единицы работы тока: ватт-час (Вт·ч) и киловатт-час (кВт·ч). 1 Вт·ч — работа тока

мощностью 1 Вт в течение 1 ч; $1 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 3600 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ Дж}$; $1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 10^3 \text{ Вт} \cdot \text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

Если ток проходит по *неподвижному* металлическому проводнику, то вся работа тока идет на его нагревание и, по закону сохранения энергии,

$$dQ = dA. \quad (4)$$

Таким образом, используя выражения (4), (1) и (2), получим

$$dQ = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой закон Джоуля — Ленца, экспериментально установленный независимо друг от друга Дж. Джоулем и Э. Х. Ленцем¹.

Выделим в проводнике элементарный цилиндрический объем $dV = dS dl$ (ось цилиндра совпадает с направлением тока), сопротивление которого $R = \rho \frac{dl}{dS}$. По закону Джоуля — Ленца, за время Δt в этом объеме выделится теплота

$$dQ = I^2 R dt = \frac{\rho dl}{dS} (j dS)^2 dt = \rho j^2 dV dt.$$

Количество теплоты, выделяющееся за единицу времени в единице объема, называется удельной тепловой мощностью тока. Она равна

$$w = \rho j^2. \quad (6)$$

Используя дифференциальную формулу закона Ома ($j = \gamma E$) и соотношение $\rho = 1/\gamma$, получим

$$w = jE = \gamma E^2. \quad (7)$$

Формулы (6) и (7) являются обобщенным выражением закона Джоуля — Ленца в дифференциальной форме, пригодным для любого проводника.

¹ Э. Х. Ленц (1804—1865) — русский физик.

Из опыта известно, что наряду с высокой электропроводностью металлы отличаются также большой теплопроводностью. Видеман и Франц установили в 1853 г. эмпирический закон, согласно которому отношение коэффициента теплопроводности к коэффициенту электропроводности для всех металлов приблизительно одинаково и изменяется пропорционально абсолютной температуре.

$$\frac{\kappa}{\gamma} = \beta T, \text{ где } \beta = 3 \left(\frac{\kappa}{e} \right)^2 = 2,23 \cdot 10^{-8} \quad (8)$$

κ -постоянная Больцмана, e -заряд электрона

Способностью проводить тепло обладают и неметаллические кристаллы. Однако теплопроводность металлов значительно превосходит теплопроводность диэлектриков. Из этого можно заключить, что теплопередача в металлах осуществляется в основном не кристаллической решеткой, а электронами.

32. Работа выхода электронов из металла

1. Потенциальная яма
2. Работа выхода
3. Единица измерения работы выхода
4. Уменьшение работы выхода металла

Как показывает опыт, свободные электроны при обычных температурах практически не покидают металл. Следовательно, в поверхностном слое металла должно быть задерживающее электрическое поле, препятствующее выходу электронов из металла в окружающий вакуум. Работа, которую нужно затратить для удаления электрона из металла в вакуум, называется работой выхода. Укажем две вероятные причины появления работы выхода:

1. Если электрон по какой-то причине удаляется из металла, то в том месте, которое электрон покинул, возникает избыточный положительный заряд и электрон притягивается к индуцированному им самим положительному заряду.

2. Отдельные электроны, покидая металл, удаляются от него на расстояния порядка атомных и создают тем самым над поверхностью металла «электронное облако», плотность которого быстро убывает с расстоянием. Это облако вместе с наружным слоем положительных ионов решетки образует *двойной электрический слой*, поле которого подобно полю плоского конденсатора. Толщина этого слоя равна нескольким межатомным

расстояниям ($10^{-10} — 10^{-9}$ м). Он не создает электрического поля во внешнем пространстве, но препятствует выходу свободных электронов из металла.

Таким образом, электрон при вылете из металла должен преодолеть задерживающее его электрическое поле двойного слоя. Разность потенциалов $\Delta\phi$ в этом слое, называемая поверхностным скачком потенциала, определяется работой выхода (A) электрона из металла:

$$\Delta\phi = A/e,$$

где e — заряд электрона. Так как вне двойного слоя электрическое поле отсутствует, то потенциал среды равен нулю, а внутри металла потенциал положителен и равен $\Delta\phi$. Потенциальная энергия свободного электрона внутри металла равна $-e\Delta\phi$ и является относительно вакуума отрицательной. Исходя из этого можно считать, что весь объем металла для электронов проводимости представляет потенциальную яму с плоским дном, глубина которой равна работе выхода A .

Работа выхода выражается в электрон-вольтах (эВ): 1 эВ равен работе, совершаемой силами поля при перемещении элементарного электрического заряда (заряда, равного заряду электрона) при прохождении им разности потенциалов в 1 В. Так как заряд электрона равен $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, то $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж.

Работа выхода зависит от химической природы металлов и от чистоты их поверхности и колеблется в пределах нескольких электрон-вольт (например, у калия $A = 2,2$ эВ, у платины $A = 6,3$ эВ). Подобранным образом покрытие поверхности, можно значительно уменьшить работу выхода. Например, если нанести на поверхность вольфрама ($A = 4,5$ эВ) слой оксида щелочно-земельного металла (Ca, Sr, Ba), то работа выхода снижается до 2 эВ.

33. Контактная разность потенциалов

1. Контакт двух металлов с различными работами выхода
2. Контактная разность потенциалов
3. Внешняя контактная разность потенциалов
4. Внутренняя контактная разность потенциалов
5. Закон Вольты

Если два различных металла привести в соприкосновение, то между ними возникает разность потенциалов, называемая контактной разностью потенциалов. Итальянский физик А. Вольта установил, что если металлы A_1 , Zn , Sn , Pb , Sb , Bi , Hg , Fe , Cu , Ag , Au , Pt , Pd привести в контакт в указанной последовательности, то каждый предыдущий при соприкосновении с одним из следующих зарядится положительно. Этот ряд называется рядом Вольта. Контактная разность потенциалов для различных металлов составляет от десятых до целых вольт.

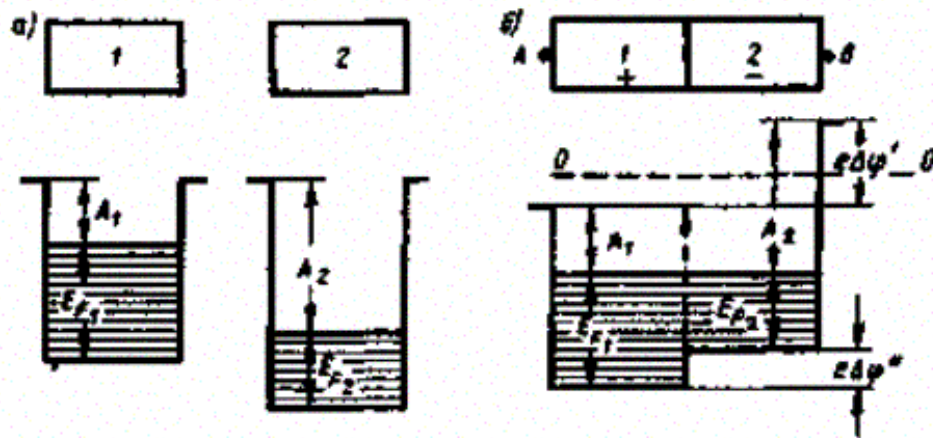
Вольта экспериментально установил два закона:

1. Контактная разность потенциалов зависит лишь от химического состава и температуры соприкасающихся металлов.

2. Контактная разность потенциалов последовательно соединенных различных проводников, находящихся *при одинаковой температуре*, не зависит от химического состава промежуточных проводников и равна контактной разности потенциалов, возникающей при непосредственном соединении крайних проводников.

Для объяснения возникновения контактной разности потенциалов воспользуемся представлениями зонной теории. Рассмотрим контакт двух металлов с различными работами выхода A_1 и A_2 , т. е. с различными положениями уровня Ферми (верхнего заполненного электронами энергетического уровня). Если $A_1 < A_2$ (этот случай изображен на рис. 330, а), то уровень Ферми располагается в металле 1 выше, чем в металле 2. Следовательно, при контакте металлов электроны с более высоких уровней металла 1 будут переходить на более низкие уровни металла 2, что приведет к тому, что металл 1 зарядится положительно, а металл 2 — отрицательно. Одновременно происходит относительное смещение энергетических уровней: в металле, заряжающемся положительно, все уровни смещаются вниз, а в металле, заряжающемся отрицательно, — вверх. Этот процесс будет происходить до тех пор, пока между соприкасающимися металлами не установится равновесие, которое, как доказывается в статистической физике, характеризуется совпадением уровней Ферми в обоих металлах (рис. 330, б). Так как для соприкасающихся металлов уровни Ферми совпадают, а работы выхода A_1 и A_2 не изменяются (они являются константами металлов и не зависят от того, находятся металлы в контакте или нет), то потенциальная энергия электронов в точках, лежащих вне металлов в непосредственной близости к их по поверхности (точки А и В на рис. 330, б), будет различной. Следовательно, между точками А и В устанавливается разность потенциалов, которая, как следует из рисунка, равна

$$\Delta\varphi' = (A_2 - A_1)/e. \quad (1)$$



- Сформулируйте законы Вольта.
- В чем причины возникновения контактной разности потенциалов?
- Объясните механизм возникновения контактной разности потенциалов согласно зонной теории.

Рис. 1

Разность потенциалов (1), обусловленная различием работ выхода контактирующих металлов, называется внешней контактной разностью потенциалов. Чаще говорят просто о контактной разности потенциалов, подразумевая под ней внешнюю.

Если уровни Ферми для двух контактирующих металлов не одинаковы, то между внутренними точками металлов наблюдается внутренняя контактная разность потенциалов, которая, как следует из рисунка, равна

$$\Delta\varphi'' = (E_{F1} - E_{F2})/e. \quad (2)$$

В квантовой теории доказывается, что причиной возникновения внутренней контактной разности потенциалов является различие концентраций электронов в контактирующих металлах. $\Delta\varphi''$ зависит от температуры T контакта металлов (поскольку наблюдается зависимость E_F от T), обуславливая термоэлектрические явления. Как правило, $\Delta\varphi'' \ll \Delta\varphi'$.

34. Термоэлектронная эмиссия

1. Эмиссия электронов
2. Вакуумная лампа
3. ВАХ вакуумной лампы. Закон $3/2$ (трех вторых).
4. Ток насыщения
5. Формула Ленгмюра
6. Формула Ричардсона-Дешмана

Если сообщить электронам в металлах энергию, необходимую для преодоления работы выхода, то часть электронов может покинуть металл, в результате чего наблюдается явление испускания электронов, или электронной эмиссии. В зависимости от способа сообщения электронам энергии различают термоэлектронную, фотоэлектронную, вторичную электронную и автоэлектронную эмиссии.

1. Термоэлектронная эмиссия — это испускание электронов нагретыми металлами. Концентрация свободных электронов в металлах достаточно высока, поэтому даже при средних температурах вследствие распределения электронов по скоростям (по энергиям) некоторые электроны обладают энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера на границе металла. С повышением температуры число электронов, кинетическая энергия теплового движения которых больше работы выхода, растет и явление термоэлектронной эмиссии становится заметным.

Исследование закономерностей термоэлектронной эмиссии можно провести с по мощью простейшей двухэлектродной лампы — вакуумного диода, представляющего собой откачанный баллон, содержащий два электрода: катод K и анод A . В простейшем случае катодом служит нить из тугоплавкого металла (например, вольфрама), накаливаемая электрическим током. Анод чаще всего имеет форму металлического цилиндра, окружающего катод. Если диод включить в цепь, как это показано на рис. 1, то при накаливании катода и подаче на анод положительного напряжения (относительно катода) в анодной цепи диода возникает ток. Если поменять полярность батареи $B_{л}$ то ток прекращается, как бы сильно катод ни накаливали. Следовательно, катод испускает отрицательные частицы — электроны.

Если поддерживать температуру накаливаемого катода постоянной и снять зависимость анодного тока I_a от анодного напряжения U_a — вольт-амперную характеристику (рис. 1), то оказывается, что она не является линейной, т. е. для вакуумного диода закон Ома не выполняется.

Зависимость термоэлектронного тока I от анодного напряжения в области малых положительных значений U описывается законом трех вторых (установлен русским физиком С. А. Богуславским (1883—1923) и американским физиком И. Ленгмюром (1881—1957)):

$$I = BU^{3/2},$$

где B — коэффициент, зависящий от формы и размеров электродов, а также их взаимного расположения.

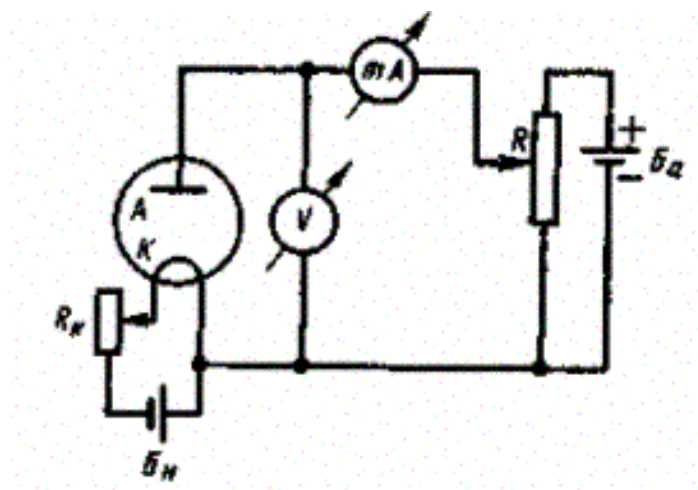


Рис. 1

При увеличении анодного напряжения ток возрастает до некоторого максимального значения I_M , называемого током насыщения. Это означает, что почти все электроны, покидающие катод, достигают анода, поэтому дальнейшее увеличение напряженности поля не может привести к увеличению термоэлектронного тока. Следовательно, плотность тока насыщения характеризует эмиссионную способность материала катода.

Плотность тока насыщения определяется формулой Ричардсона — Дешмана, выведенной теоретически на основе квантовой статистики:

$$j_{\text{нас}} = CT^2 e^{-A/kT},$$

где A — работа выхода электронов из катода, T — термодинамическая температура, C — постоянная, теоретически одинаковая для всех металлов (это не подтверждается экспериментом, что, по-видимому, объясняется поверхностными эффектами). Уменьшение работы выхода приводит к резкому увеличению плотности тока насыщения. Поэтому применяются

оксидные катоды (например, никель, покрытый оксидом щелочноземельного металла), работа выхода которых равна 1—1,5 эВ.

На рис. 2 представлены вольт-амперные характеристики для двух температур катода: T_1 и T_2 причем $T_2 > T_1$. С повышением температуры катода испускание электронов с катода интенсивнее, при этом увеличивается и ток насыщения. При $U_a=0$ наблюдается анодный ток, т. е. некоторые электроны, эмиттируемые катодом, обладают энергией, достаточной для преодоления работы выхода и достижения анода без приложения электрического поля.

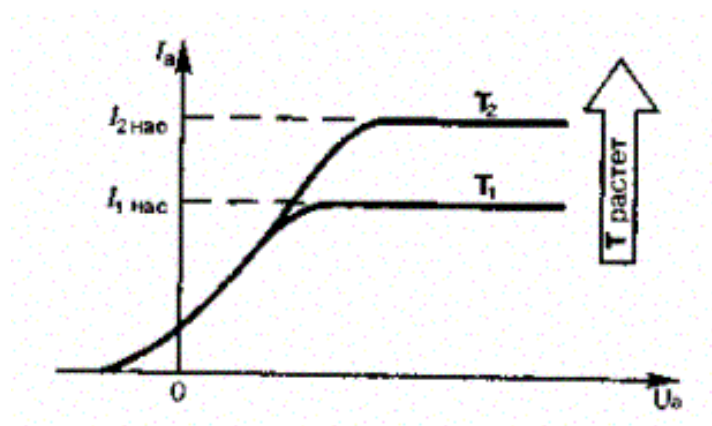


Рис. 2

Явление термоэлектронной эмиссии используется в приборах, в которых необходимо получить поток электронов в вакууме, например в электронных лампах, рентгеновских трубках, электронных микроскопах и т. д.

35. Термоэлектрические явления. Явление Зеебека

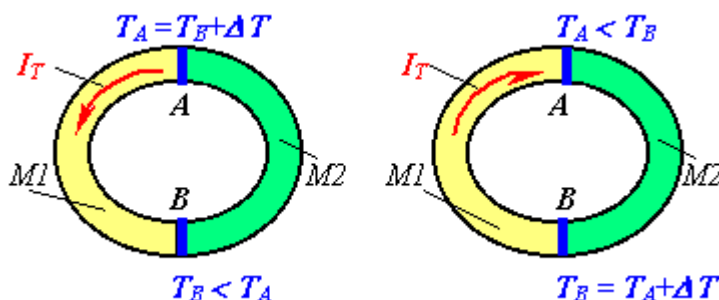
1. Термоэлектрические явления
2. Эффекта Зеебека и его практическое значение.
3. Термоэ.д.с.
4. Термоэлектрическая способность пары (или коэффициент термо-ЭДС.
Единица измерения и физический смысл коэффициент термо-ЭДС
5. Термопары

Согласно второму закону Вольты, в замкнутой цепи, состоящей из нескольких металлов, находящихся при одинаковой температуре, э.д.с. не возникает, т. е. не происходит возбуждения электрического тока. Однако если температура контактов не одинакова, то в цепи возникает

электрический ток, называемый термоэлектрическим. Явление возбуждения термоэлектрического тока (явление Зеебека), а также тесно связанные с ним явления Пельте и Томсона называются термоэлектрическими явлениями.

1. Явление Зеебека- возникновение эдс (термоэдс) в электрической цепи, состоящей из последовательно соединенных разнородных проводников, контакты между которыми находятся при разных температурах.

Эффект Зеебека состоит в том, что в электрической цепи, составленной из разных проводников (M1 и M2), возникает термоэдс, если места контактов (A, B) поддерживаются при разных температурах. Если цепь замкнута, то в ней течет электрический ток (так называемый термоток I_T), причем изменение знака у разности температур спаев сопровождается изменением направления термотока (рис. 1).



Возникновение термоиндуцированного тока в двух спаянных проводниках при различных температурах контактов

Цепь, составленная из двух различных проводников (M1, M2), называется термоэлементом (или термопарой), а ее ветви - термоэлектродами. Величина термоэдс (ε_T) зависит от абсолютных значений температур спаев (T_A , T_B), разности этих температур ΔT и от природы материалов, составляющих термоэлемент. Измеряется термоэдс в мкВ/К.

Термоэдс контура определяется формулами:

$$d\varepsilon_T = a_{12}dT;$$

$$\varepsilon_T = \int_{T_1}^{T_2} a_{12}dT$$

Здесь a_{12} - коэффициент термоэдс металла 1 по отношению к металлу 2, который является характеристикой обоих металлов термопары. На

практике это создает определенные неудобства. Поэтому условились величину α измерять по отношению к одному и тому же металлу, за который удобно принять свинец, т.к. для образца из свинца не возникает никакой разности потенциалов между его нагретым и холодным концами.

Значения коэффициентов термоэдс металлов М1 и М2 по отношению к свинцу обозначают соответственно α_1 и α_2 и называют абсолютными коэффициентами термоэдс. Тогда $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$.

Направление термотока определяется следующим образом: в нагретом спае ток течет от металла с меньшим значением α к металлу, у которого коэффициент термоэдс больше.

Коэффициент термоэдс определяется физическими характеристиками проводников, составляющих термоэлемент: концентрацией, энергетическим спектром, механизмами рассеяния носителей заряда, а также интервалом температур. В некоторых случаях при изменении температуры происходит даже изменение знака α .

Термоэдс обусловлена тремя причинами:

- 1) температурной зависимостью уровня Ферми, что приводит к появлению контактной составляющей термоэдс;
- 2) диффузией носителей заряда от горячего конца к холодному, определяющей объемную часть термоэдс;
- 3) процессом увлечения электронов фононами, который дает еще одну составляющую - фононную.

Рассмотрим первую причину. Несмотря на то, что в проводниках уровень Ферми слабо зависит от температуры (электронный газ вырожден), для понимания термоэлектрических явлений эта зависимость имеет принципиальное значение. Если оба спае термоэлемента находятся при одной и той же температуре, то контактные разности потенциалов равны и направлены в противоположные стороны, то есть компенсируют друг друга. Если же температура спаев различна, то будут неодинаковы и внутренние контактные разности потенциалов. Это ведет к нарушению электрического равновесия и возникновению контактной термоэдс.

Вторая причина обуславливает объемную составляющую термоэдс, связанную с неоднородным распределением температуры в проводнике. Если

градиент температуры поддерживается постоянным, то через проводник будет идти постоянный поток тепла. В металлах перенос тепла осуществляется в основном движением электронов проводимости. Возникает диффузионный поток электронов, направленный против градиента температуры. В результате, концентрация электронов на горячем конце уменьшится, а на холодном увеличится. Внутри проводника возникнет электрическое поле E_T , направленное против градиента температуры, которое препятствует дальнейшему разделению зарядов (рис. 2).

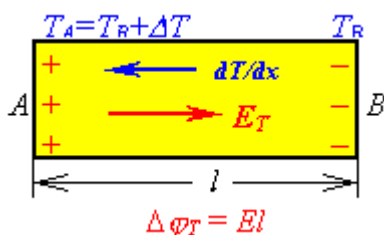


Рис. 2

Напряженность возникающего термоэлектрического поля определяется градиентом температуры вдоль образца, а разность потенциалов (термоэдс) - разностью температур .

Таким образом, в равновесном состоянии наличие градиента температуры вдоль образца создает постоянную разность потенциалов на его концах. Это и есть диффузионная (или объемная) составляющая термоэдс, которая определяется температурной зависимостью концентрации носителей заряда и их подвижностью. Электрическое поле возникает в этом случае в объеме металла, а не на самих контактах.

В случае положительных носителей заряда (дырки) нагретый конец зарядится отрицательно, а холодный положительно, что приведет к смене знака термоэдс. В проводниках смешанного типа от горячего конца к холодному диффундируют одновременно и электроны, и дырки, возбуждая электрические поля в противоположных направлениях. В некоторых случаях эти поля компенсируют друг друга, и никакой разности потенциалов между концами не возникает. Именно такой случай имеет место в свинце.

Третий источник термоэдс - эффект увлечения электронов фононами. При наличии градиента температуры вдоль проводника возникает дрейф фононов, направленный от горячего конца к холодному. Сталкиваясь с электронами, фононы сообщают им направленное движение, увлекая их за собой. В результате, вблизи холодного конца образца будет накапливаться отрицательный заряд (а на горячем - положительный) до тех пор, пока возникшая разность потенциалов не уравнивает эффект увлечения. Эта

разность потенциалов и представляет собой дополнительную составляющую термоэдс, вклад которой при низких температурах становится определяющим.

Явление Зеебека используется для измерения температуры. Для этого применяются термоэлемент, или термопары — датчики температур, состоящие из двух соединенных между собой разнородных металлических проводников. Если контакты (обычно спаи) проводников (проволок), образующих термопару, находятся при разных температурах, то в цепи возникает термоэлектродвижущая сила, которая зависит от разности температур контактов и природы применяемых материалов. Чувствительность термопар выше, если их соединять последовательно. Эти соединения называются термобатареями (или тремостолбиками). Термопары применяются как для измерения ничтожно малых разностей температур, так и для измерения очень высоких и очень низких температур (например, внутри доменных печей или жидких газов). Точность определения температуры с помощью термопар составляет, как правило, несколько кельвин, а у некоторых термопар достигает $\approx 0,01$ К. Термопары обладают рядом преимуществ перед обычными термометрами: имеют большую чувствительность и малую инерционность, позволяют проводить измерения в широком интервале температур и допускают дистанционные измерения.

Явление Зеебека в принципе может быть использовано для генерации электрического тока. Так, уже сейчас к. п.д. полупроводниковых термобатарей достигает $\approx 18\%$. Следовательно, совершенствуя полупроводниковые термоэлектрогенераторы, можно добиться эффективного прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

36. Термоэлектрические явления. Явление Пельтье

1. Явление Пельтье и его практическое значение
2. Тепло Пельтье
3. Разница между джоулевым теплом и теплом Пельтье
4. Коэффициент Пельтье
5. Поглощение и выделение тепла Пельтье в спаях (контактах)

Французский физик Пельтье обнаружил, что при прохождении через контакт двух различных проводников электрического тока в зависимости от его направления помимо джоулевой теплоты выделяется или поглощается дополнительная теплота. Таким образом, явление Пельтье является обратным

по отношению к явлению Зеебека. В отличие от джоулевой теплоты, которая пропорциональна квадрату силы тока, теплота Пельтье пропорциональна первой степени силы тока и меняет знак при изменении направления тока. Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из двух разнородных металлических проводников 1 и 2 (рис. 1), по которым пропускается ток I' (его направление в данном случае выбрано совпадающим с направлением термотока. Согласно наблюдениям Пельтье, спай A , который при явлении Зеебека поддерживался бы при более высокой температуре, будет теперь охлаждаться, а спай B — нагреваться. При изменении направления тока I' спай A будет нагреваться, спай B — охлаждаться.

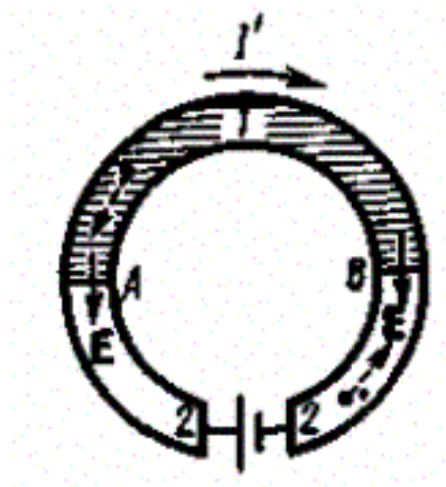


Рис. 1

Объяснить явление Пельтье можно следующим образом. Электроны по разную сторону спая обладают различной средней энергией (полной — кинетической плюс потенциальной). Если электроны (направление их движения задано на рис. 1 пунктирными стрелками) пройдут через спай B и попадут в область с меньшей энергией, то избыток своей энергии они отдадут кристаллической решетке и спай будет нагреваться. В спае A электроны переходят в область с большей энергией, забирая теперь недостающую энергию у кристаллической решетки, и спай будет охлаждаться.

Величина выделяемого тепла и его знак зависят от вида контактирующих веществ, направления и силы протекающего электрического тока:

$$Q = P_{AB}It = (P_B - P_A)It, \text{ где}$$

Q — количество выделенного или поглощённого тепла;

I — сила тока;

t — время протекания тока;

Π — коэффициент Пельтье, который связан с коэффициентом термо-ЭДС α вторым соотношением Томсона $\Pi = \alpha T$, где T — абсолютная температура в К.

Явление Пельтье используется в термоэлектрических полупроводниковых холодильниках, созданных впервые в 1954 г. под руководством А. Ф. Иоффе, и в некоторых электронных приборах.

37. Термоэлектрические явления. Явление Томсона

1. Эффект Томсона
2. Поглощение и выделение теплоты при прохождении тока по неравномерно нагретому проводнику
3. Тепло Томсона
4. Коэффициент Томсона
5. Разница между эффектами Томсона и Пельтье

Эффект Томсона — одно из термоэлектрических явлений, заключающееся в том, что в однородном неравномерно нагретом проводнике с постоянным током, дополнительно к теплоте, выделяемой в соответствии с законом Джоуля — Ленца, в объёме проводника будет выделяться или поглощаться дополнительная теплота Томсона в зависимости от направления тока. Количество теплоты Томсона пропорционально силе тока, времени и перепаду температур, зависит от направления тока. Эффект открыт Уильямом Томсоном в 1856 году. Объяснение эффекта в первом приближении заключается в следующем. В условиях, когда вдоль проводника, по которому протекает ток, существует градиент температуры, причём направление тока соответствует движению электронов от горячего конца к холодному, при переходе из более горячего сечения в более холодное, электроны передают избыточную энергию окружающим атомам (выделяется теплота), а при обратном направлении тока, проходя из более холодного участка в более горячий, пополняют свою энергию за счёт окружающих атомов (теплота поглощается). В полупроводниках важным является то, что концентрация носителей в них сильно зависит от температуры. Если полупроводник нагрет неравномерно, то концентрация носителей заряда в нем будет больше там, где выше температура, поэтому градиент температуры приводит к градиенту концентрации, вследствие чего

возникает диффузионный поток носителей заряда. Это приводит к нарушению электронейтральности. Разделение зарядов порождает электрическое поле, препятствующее разделению. Таким образом, если в полупроводнике имеется градиент температуры, то в нем имеется объёмное электрическое поле E' .

Предположим теперь, что через такой образец пропускается электрический ток под действием внешнего электрического поля E . Если ток идет против внутреннего поля E' , то внешнее поле должно совершать дополнительную работу при перемещении зарядов относительно поля E' что приведет к выделению тепла, дополнительного к ленц-джоулевым τT . Если ток (или внешнее поле E) направлен по E' , то E само совершает работу по перемещению зарядов для создания тока. В этом случае внешний источник тратит энергию для поддержания тока меньшую, чем в том случае, когда внутреннего поля E' нет. Работа поля E' может совершаться только за счет тепловой энергии самого проводника, поэтому он охлаждается. Явление выделения или поглощения тепла в проводнике, обусловленное градиентом температуры, при прохождении тока носит название эффекта Томсона. Таким образом, вещество нагревается, когда поля E и E' противоположно направлены, и охлаждается, когда их направления совпадают.

В общем случае, количество тепла, выделяемое в объёме dV , определяется соотношением:

$$dQ^T = -\tau(\nabla T \cdot j) dt dV$$

где τ - коэффициент Томсона.

38. Электрический ток в металлах

1. Основные носители тока в металлах
2. Концентрация основных носителей тока в металлах
3. Заряд и масса электрона
4. Удельный заряд электрона

Носителями тока в металлах являются свободные электроны, т. е. электроны, слабо связанные с ионами кристаллической решетки металла. Это представление о природе носителей тока в металлах основывается на электронной теории проводимости металлов, созданной немецким физиком

П. Друде (1863—1906) и разработанной впоследствии нидерландским физиком Х. Лоренцем, а также на ряде классических опытов, подтверждающих положения электронной теории.

Первый из таких опытов — опыт Рикке², в котором в течение года электрический ток пропускался через три последовательно соединенных с тщательно отшлифованными торцами металлических цилиндра (Cu, Al, Cu) одинакового радиуса. Несмотря на то, что общий заряд, прошедший через эти цилиндры, достигал огромного значения ($\approx 3,5 \cdot 10^6$ Кл), никаких, даже микроскопических, следов переноса вещества не обнаружилось. Это явилось экспериментальным доказательством того, что ионы в металлах не участвуют в переносе электричества, а перенос заряда в металлах осуществляется частицами, которые являются общими для всех металлов. Такими частицами могли быть открытые в 1897 г. английским физиком Д. Томсоном электроны.

Для доказательства этого предположения необходимо было определить знак и величину удельного заряда носителей (отношение заряда носителя к его массе). Идея подобных опытов заключалась в следующем: если в металле имеются подвижные, слабо связанные с решеткой носители тока, то при резком торможении проводника эти частицы должны по инерции смещаться вперед, как смещаются вперед пассажиры, стоящие в вагоне при его торможении. Результатом смещения зарядов должен быть импульс тока; по направлению тока можно определить знак носителей тока, а зная размеры и сопротивление проводника, можно вычислить удельный заряд носителей. Идея этих опытов и их качественное воплощение принадлежат российским физикам Мандельштаму и Папалекси. Эти опыты в 1916 г. были усовершенствованы и проведены американским физиком Толменом и ранее шотландским физиком Стюартом. Ими экспериментально доказано, что носители тока в металлах имеют отрицательный заряд, а их удельный заряд приблизительно одинаков для всех исследованных металлов. По значению удельного заряда носителей электрического тока и по определенному ранее Милликеном элементарному электрическому заряду была определена их масса. Оказалось, что значения удельного заряда и массы носителей тока и электронов, движущихся в вакууме, совпадали. Таким образом, было окончательно доказано, что носителями электрического тока в металлах являются *свободные электроны*.

² К. Рикке (1845—1915) — немецкий физик.

Существование свободных электронов в металлах можно объяснить следующим образом: при образовании кристаллической решетки металла (в результате сближения изолированных атомов) валентные электроны, сравнительно слабо связанные с атомными ядрами, отрываются от атомов металла, становятся «свободными» и могут перемещаться по всему объему. Таким образом, в узлах кристаллической решетки располагаются ионы металла, а между ними хаотически движутся свободные электроны, образуя своеобразный электронный газ, обладающий, согласно электронной теории металлов, свойствами идеального газа.

Электроны проводимости при своем движении сталкиваются с ионами решетки, в результате чего устанавливается термодинамическое равновесие между электронным газом и решеткой. По теории Друде — Лоренца, электроны обладают такой же энергией теплового движения, как и молекулы одноатомного газа. Поэтому, применяя выводы молекулярно-кинетической теории, можно найти среднюю скорость теплового движения электронов

$$\langle u \rangle = \sqrt{8kT/(\pi m_e)},$$

которая для $T=300$ К равна $1,1 \cdot 10^5$ м/с. Тепловое движение электронов, являясь хаотическим, не может привести к возникновению тока.

При наложении внешнего электрического поля на металлический проводник кроме теплового движения электронов возникает их упорядоченное движение, т. е. возникает электрический ток. Среднюю скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электронов можно оценить согласно формуле для плотности тока: $j = ne\langle v \rangle$. Выбрав допустимую плотность тока, например для медных проводов 10^7 А/м², получим, что при концентрации носителей тока $n = 8 \cdot 10^{28}$ м⁻³ средняя скорость $\langle v \rangle$ упорядоченного движения электронов равна $7,8 \cdot 10^{-4}$ м/с. Следовательно, $\langle v \rangle \ll \langle u \rangle$, т. е. даже при очень больших плотностях тока средняя скорость упорядоченного движения электронов, обуславливающего электрический ток, значительно меньше их скорости теплового движения. Поэтому при вычислениях результирующую скорость ($\langle v \rangle + \langle u \rangle$) можно заменять скоростью теплового движения $\langle u \rangle$.

Казалось бы, полученный результат противоречит факту практически мгновенной передачи электрических сигналов на большие расстояния. Дело в том, что замыкание электрической цепи влечет за собой распространение электрического поля со скоростью c ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с). Через время $t = l/c$ (l — длина цепи) вдоль цепи установится стационарное электрическое поле и в

ней начнется упорядоченное движение электронов. Поэтому электрический ток возникает в цепи практически одновременно с ее замыканием.

39. Электрический ток в электролитах

1. Электролиты
2. Электролитическая диссоциация
3. Явление электролиза
4. Первый закон Фарадея
5. Электрохимический эквивалент
6. Второй закон Фарадея
7. Постоянная Фарадея

Электролитами принято называть проводящие среды, в которых протекание электрического тока сопровождается переносом вещества. Носителями свободных зарядов в электролитах являются положительно и отрицательно заряженные ионы. К электролитам относятся многие соединения металлов в расплавленном состоянии, а также некоторые твердые вещества. Однако основными представителями электролитов, широко используемыми в технике, являются водные растворы неорганических кислот, солей и оснований. Прохождение электрического тока через электролит сопровождается выделением веществ на электродах. Это явление получило название электролиза. Электрический ток в электролитах представляет собой перемещение ионов обоих знаков в противоположных направлениях. Положительные ионы движутся к отрицательному электроду (катоде), отрицательные ионы – к положительному электроду (аноду). Ионы обоих знаков появляются в водных растворах солей, кислот и щелочей в результате расщепления части нейтральных молекул. Это явление называется электролитической диссоциацией.

При подключении электродов к источнику тока ионы под действием электрического поля начинают упорядоченное движение: положительные ионы движутся к катоду, а отрицательно заряженные ионы – к аноду (рис 1.).

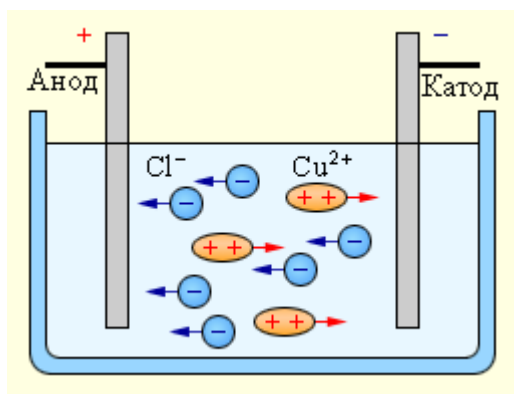


рис.1

Во многих случаях электролиз сопровождается вторичными реакциями продуктов разложения, выделяющихся на электродах, с материалом электродов или растворителей.

Закон электролиза был экспериментально установлен английским физиком М. Фарадеем в 1833 году. Закон Фарадея определяет количества первичных продуктов, выделяющихся на электродах при электролизе:

Масса m вещества, выделившегося на электроде, прямо пропорциональна заряду Q , прошедшему через электролит:

$$m = kQ = kIt.$$

Величину k называют электрохимическим эквивалентом. Масса выделившегося на электроде вещества равна массе всех ионов, пришедших к электроду:

$$M = m_0 N = m_0 Q / q_0 = m_0 It / q_0$$

где m_0 и q_0 – масса и заряд одного иона, N – число ионов, пришедших к электроду при прохождении через электролит заряда Q . Таким образом, электрохимический эквивалент k равен отношению массы m_0 иона данного вещества к его заряду q_0 . Так как заряд иона равен произведению валентности вещества n на элементарный заряд e ($q_0 = ne$), то выражение для электрохимического эквивалента k можно записать в виде

$$k = m_0 / q_0 = m_0 N_A / (ne N_A) = M / Fn$$

Здесь N_A – постоянная Авогадро, $M = m_0 N_A$ – молярная масса вещества, $F = e N_A = 96485$ Кл / моль.

Постоянная Фарадея численно равна заряду, который необходимо пропустить через электролит для выделения на электроде одного моля одновалентного вещества.

Закон Фарадея для электролиза приобретает вид:

$$m = MIt / (Fn)$$

Явление электролиза широко применяется в современном промышленном производстве.

40. Электрический ток в газах

1. Ионизация газов
2. Несамостоятельный газовый разряд
3. Самостоятельный газовый разряд
4. Плотность тока в газах
5. Газовые разряды

Газы при обычных условиях состоят из нейтральных атомов и молекул и не содержат свободных зарядов (электронов и ионов). Газ становится проводником электричества, когда некоторая часть его молекул *ионизируется*, т. е. произойдет расщепление нейтральных атомов и молекул на ионы и свободные электроны.

При ионизации газов, таким образом, под действием какого-либо ионизатора происходит вырывание из электронной оболочки атома или молекулы одного или нескольких электронов, что приводит к образованию свободных электронов и положительных ионов. Электроны могут присоединяться к нейтральным молекулам и атомам, превращая их в отрицательные ионы. Следовательно, в ионизованном газе имеются положительные и отрицательные ионы и свободные электроны. Прохождение электрического тока через газы называется газовым разрядом.

Ионизация газов может происходить под действием различных ионизаторов: сильный нагрев, короткое электромагнитное излучение, корпускулярное излучение и т. д. Для того чтобы выбить из молекулы (атома) один электрон, необходимо затратить определенную энергию, называемую энергией ионизации, значения которой для атомов различных веществ лежат в пределах $4 \div 25$ эВ.

Одновременно с процессом ионизации газа всегда идет и обратный процесс — процесс рекомбинации: положительные и отрицательные ионы, положительные ионы и электроны, встречаясь, воссоединяются между собой

с образованием нейтральных атомов и молекул. Чем больше ионов возникает под действием ионизатора, тем интенсивнее идет и процесс рекомбинации.

Характер газового разряда определяется составом газа, его температурой и давлением, размерами, конфигурацией и материалом электродов, приложенным напряжением, плотностью тока.

Разряды, **существующие только под действием внешних ионизаторов, называются** несамостоятельными. Разряд в газе, сохраняющийся после прекращения действия внешнего ионизатора, называется самостоятельным.

Напряжение, при котором возникает самостоятельный разряд, называется напряжением пробоя.

В зависимости от давления газа, конфигурации электродов, параметров внешней цепи можно говорить о четырех типах самостоятельного разряда: *тлеющем, искровом, дуговом и коронном.*

1. Тлеющий разряд возникает при низких давлениях.

Тлеющий разряд широко используется в технике. Так как свечение положительного столба имеет характерный для каждого газа цвет, то его используют в газосветных трубках для светящихся надписей и реклам. В лампах дневного света, более экономичных, чем лампы накаливания, излучение тлеющего разряда, происходящее в парах ртути, поглощается нанесенным на внутреннюю поверхность трубки флуоресцирующим веществом (люминофором), начинающим под воздействием поглощенного излучения светиться. Спектр свечения при соответствующем подборе люминофоров близок к спектру солнечного излучения. Тлеющий разряд используется для катодного напыления металлов.

2. Искровой разряд возникает при больших напряженностях электрического поля ($\approx 3 \cdot 10^6$ В/м) в газе, находящемся под давлением порядка атмосферного. Искра имеет вид ярко светящегося тонкого канала, сложным образом изогнутого и разветвленного.

Искровой разряд используется для воспламенения горючей смеси в двигателях внутреннего сгорания и предохранения электрических линий передачи от перенапряжений (искровые разрядники). Его используют в спектральном анализе для регистрации заряженных частиц (искровые счетчики).

3. Дуговой разряд. Если после зажигания искрового разряда от мощного источника постепенно уменьшать расстояние между электродами, то разряд становится непрерывным — возникает дуговой разряд.

Дуговой разряд находит широкое применение для сварки и резки металлов, получения высококачественных сталей (дуговая печь) и освещения (прожекторы, проекционная аппаратура). Широко применяются также дуговые лампы с ртутными электродами в кварцевых баллонах, где дуговой разряд возникает в ртутном паре при откачанном воздухе.

4. Коронный разряд — высоковольтный электрический разряд при высоком (например, атмосферном) давлении в резко неоднородном поле вблизи электродов с большой кривизной поверхности.

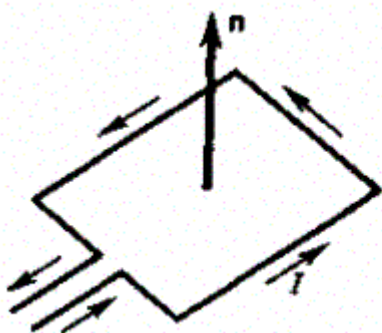
41. Магнитное поле и его характеристики

1. Магнитное поле проводника
2. Взаимодействие токов
3. Действие магнитного поля на рамку с током и магнитную стрелку
4. Магнитный момент
5. Правило правого винта

Опыт показывает, что, подобно тому, как в пространстве, окружающем электрические заряды, возникает электростатическое поле, так и в пространстве, окружающем токи и постоянные магниты, возникает силовое поле, называемое магнитным. Наличие магнитного поля обнаруживается по силовому действию на внесенные в него проводники с током или постоянные магниты. Название «магнитное поле» связывают с ориентацией магнитной стрелки под действием поля, создаваемого током (это явление впервые обнаружено датским физиком Х. Эрстедом).

Электрическое поле действует как на неподвижные, так и на движущиеся в нем электрические заряды. Важнейшая особенность магнитного поля состоит в том, что оно действует *только на движущиеся* в этом поле электрические заряды. Опыт показывает, что характер воздействия магнитного поля на ток различен в зависимости от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводника и от направления тока. Следовательно, чтобы охарактеризовать магнитное поле, надо рассмотреть его действие на определенный ток.

Подобно тому, как при исследовании электростатического поля использовались точечные заряды, при исследовании магнитного поля используется *замкнутый плоский контур с током (рамка с током)*, линейные размеры которого малы по сравнению с расстоянием до токов, образующих магнитное поле. Ориентация контура в пространстве определяется направлением нормали к контуру. Направление нормали определяется *правилом правого винта*: за положительное направление нормали принимается направление поступательного движения винта, головка которого вращается в направлении тока, текущего в рамке (рис. 1).



- Как, пользуясь магнитной стрелкой, можно определить знаки полюсов источников постоянного тока?
- Чему равен и как направлен магнитный момент рамки с током?

Рис. 1

Опыты показывают, что магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие, поворачивая ее определенным образом. Этот результат используется для выбора направления магнитного поля. За направление магнитного поля в данной точке принимается направление, вдоль которого располагается положительная нормаль к рамке (рис. 1). За направление магнитного поля может быть также принято направление, совпадающее с направлением силы, которая действует на северный полюс магнитной стрелки, помещенной в данную точку. Так как оба полюса магнитной стрелки лежат в близких точках поля, то силы, действующие на оба полюса, равны друг другу. Следовательно, на магнитную стрелку действует пара сил, поворачивающая ее так, чтобы ось стрелки, соединяющая южный полюс с северным, совпадала с направлением поля.



- Что называют индукцией магнитного поля? Каково направление вектора B ?
- Нарисуйте и покажите, как ориентированы линии магнитной индукции поля прямого тока.

Рис. 2

Рамкой с током можно воспользоваться также и для количественного описания магнитного поля. Так как рамка с током испытывает ориентирующее действие поля, то на нее в магнитном поле действует пара сил. Вращающий момент сил зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств рамки и определяется формулой

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}], \quad (1)$$

где $\mathbf{p}_m$ — вектор магнитного момента рамки с током ($\mathbf{B}$ — вектор магнитной индукции, количественная характеристика магнитного поля). Для плоского контура с током I

$$\mathbf{p}_m = I \mathbf{S} \mathbf{n}, \quad (2)$$

где S — площадь поверхности контура (рамки), $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности рамки. Направление $\mathbf{p}_m$ совпадает, таким образом, с направлением положительной нормали.

Если в данную точку магнитного поля помещать рамки с различными магнитными моментами, то на них действуют различные вращающие моменты, однако отношение $M_{\max}/p_m$ ($M_{\max}$ — максимальный вращающий момент) для всех контуров одно и то же и поэтому может служить характеристикой магнитного поля, называемой магнитной индукцией:

$$B = M_{\max}/p_m.$$

Магнитная индукция в данной точке *однородного* магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля. Следует отметить, что вектор $\mathbf{B}$ может быть выведен также из закона Ампера и из выражения для силы Лоренца.

Так как магнитное поле является *силовым*, то его, по аналогии с электрическим, изображают с помощью линий магнитной индукции — линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора $\mathbf{B}$. Их направление задается правилом правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Линии магнитной индукции можно «проявить» с помощью железных опилок, намагничивающихся в исследуемом поле и ведущих себя подобно

маленьким магнитным стрелкам. На рис. 3, а показаны линии магнитной индукции поля кругового тока, на рис. 3, б — линии магнитной индукции поля соленоида (соленоид — равномерно намотанная на цилиндрическую поверхность проволоочная спираль, по которой течет электрический ток).

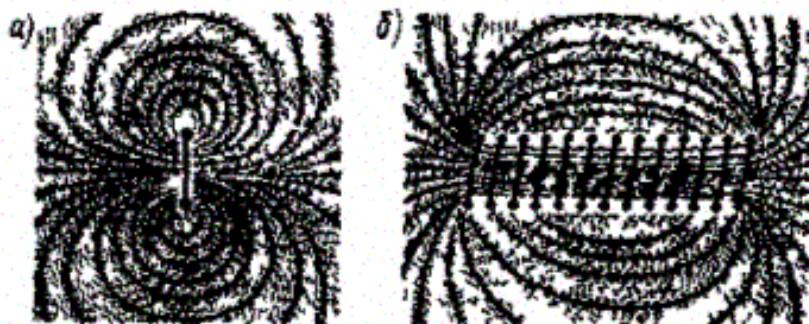
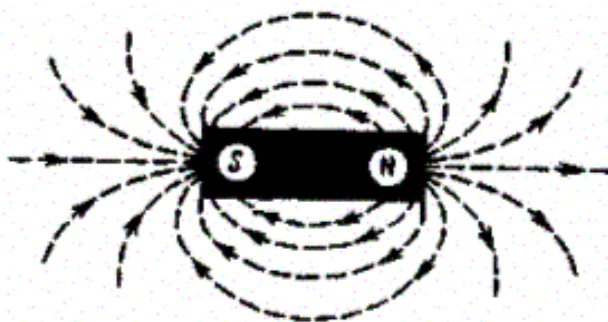


Рис. 3

Линии магнитной индукции всегда *замкнуты* и охватывают проводники с током. Этим они отличаются от линий напряженности электростатического поля, которые являются *разомкнутыми* (начинаются на положительных зарядах и кончаются на отрицательных).

На рис. 4 изображены линии магнитной индукции полосового магнита; они выходят из северного полюса и входят в южный. Вначале казалось, что здесь наблюдается полная аналогия с линиями напряженности электростатического поля и полюсы магнитов играют роль магнитных



«зарядов».

Рис. 4

Опыты показали, что, разрезая магнит на части, его полюсы разделить нельзя, т. е. в отличие от электрических зарядов свободные магнитные «заряды» не существуют, поэтому линии магнитной индукции не могут обрываться на полюсах. В дальнейшем было установлено, что внутри полосовых магнитов имеется магнитное поле, аналогичное полю внутри соленоида, линии магнитной индукции этого магнитного поля являются продолжением линий магнитной индукции вне магнита. Таким образом,

линии магнитной индукции магнитного поля постоянных магнитов являются также замкнутыми.

До сих пор мы рассматривали макроскопические токи, текущие в . Однако, согласно предположению французского физика А. Ампера, в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков. Например, если вблизи какого-то тела поместить проводник с током (макроток), то под действием его магнитного поля микротоки во всех атомах определенным образом ориентируются, создавая в теле дополнительное магнитное поле. Вектор магнитной индукции B характеризует *резльтирующее* магнитное поле, создаваемое всеми *макро- и микротоками*, т. е. при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор B в *различных* средах будет иметь *разные* значения.

Магнитное поле *макротоков* описывается вектором напряженности H . Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции связан с вектором напряженности следующим соотношением:

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}, \quad (3)$$

где μ_0 — магнитная постоянная, μ — безразмерная величина — магнитная проницаемость среды, показывающая, во сколько раз магнитное поле макротоков H усиливается за счет поля микротоков среды.

Сравнивая векторные характеристики электростатического (E и D) и магнитного (B и H) полей, укажем, что аналогом вектора напряженности электростатического поля E является вектор магнитной индукции B , так как векторы E и B определяют силовые действия этих полей и зависят от свойств среды. Аналогом вектора электрического смещения D является вектор напряженности H магнитного поля.

Для магнитного поля, как и для электрического, справедлив принцип суперпозиции: магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами, равна векторной сумме магнитных индукций складываемых полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$\mathbf{B} = \sum_{i=1}^n \mathbf{B}_i.$$

42. Закон Био- Савара- Лапласа

1. Вектор магнитной индукции
2. Элемент тока
3. Принцип суперпозиции для магнитного поля
4. Закон Био-Савара-Лапласа
5. Магнитное поле движущегося заряда
6. Магнитное поле прямого тока

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж. Био и Ф. Саваром. Результаты этих опытов были обобщены выдающимся французским математиком и физиком П. Лапласом.

Закон Био — Савара — Лапласа для проводника с током I , элемент $d\mathbf{l}$ которого создает в некоторой точке A (рис. 1) индукцию поля $d\mathbf{B}$, записывается в виде

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I[d\mathbf{l} \times \mathbf{r}]}{r^3}, \quad (1)$$

где $d\mathbf{l}$ — вектор, по модулю равный длине dl элемента проводника и совпадающий по направлению с током, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор, проведенный из элемента $d\mathbf{l}$ проводника в точку A поля, r — модуль радиуса-вектора $\mathbf{r}$. Направление $d\mathbf{B}$ перпендикулярно $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{r}$, т. е. перпендикулярно плоскости, в которой они лежат, и совпадает с касательной к линии магнитной индукции. Это направление может быть найдено по правилу правого винта: направление вращения головки винта дает направление $d\mathbf{B}$, если поступательное движение винта соответствует направлению тока в элементе.

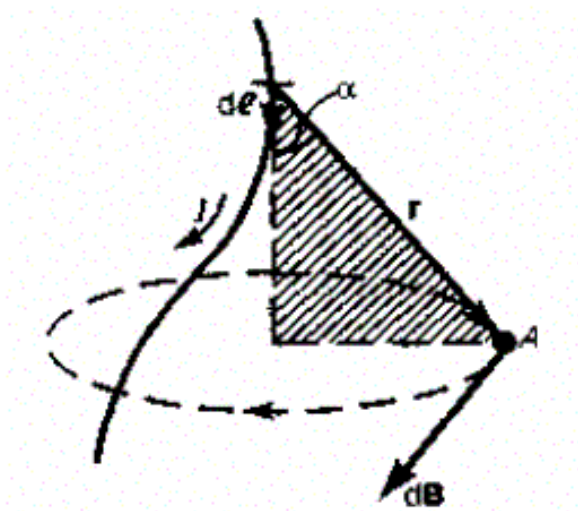


Рис. 1

Модуль вектора $d\mathbf{B}$ определяется выражением

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I dl \sin \alpha}{r^2}, \quad (2)$$

где α — угол между векторами $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{r}$.

Рассмотрим два примера.

1. Магнитное поле прямого тока — тока, текущего по тонкому прямому проводу бесконечной длины (рис. 2). В произвольной точке A , удаленной от оси проводника на расстояние R , векторы $d\mathbf{B}$ от всех элементов тока имеют одинаковое направление, перпендикулярное плоскости чертежа («к нам»). Поэтому сложение векторов $d\mathbf{B}$ можно заменить сложением их модулей. В качестве постоянной интегрирования выберем угол α (угол между векторами $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{r}$), выразив через него все остальные величины.

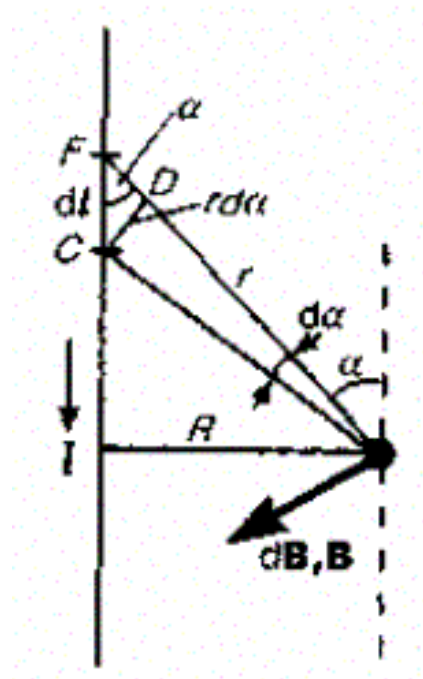


Рис. 2

Из рис. 2 следует, что

$$r = \frac{R}{\sin \alpha}, \quad dl = \frac{r d\alpha}{\sin \alpha}$$

(радиус дуги CD вследствие малости dl равен r , и угол FDC по этой же причине можно считать прямым). Подставив эти выражения получим, что магнитная индукция, создаваемая одним элементом проводника, равна

$$dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R} \sin \alpha d\alpha. \quad (3)$$

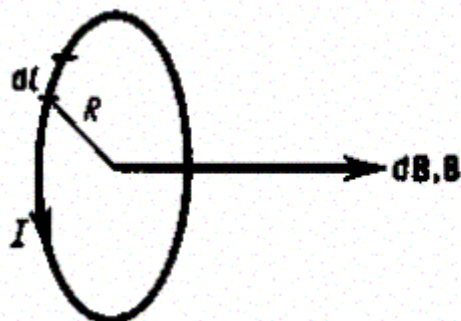
Так как угол α для всех элементов прямого тока изменяется в пределах от 0 до π , то

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0 \mu 2I}{4\pi R}.$$

Следовательно, магнитная индукция поля прямого тока

$$B = \frac{\mu_0 \mu 2I}{4\pi R}. \quad (4)$$

2. Магнитное поле в центре кругового проводника с током (рис. 3). Как следует из рисунка, все элементы кругового проводника с током создают в центре магнитные поля одинакового направления — вдоль нормали от витка. Поэтому сложение векторов $d\mathbf{B}$ можно заменить сложением их модулей.



- Записав закон Био — Савара — Лапласа, объясните его физический смысл.
- Рассчитайте, применяя закон Био — Савара — Лапласа, магнитное поле: 1) прямого тока; 2) в центре кругового проводника с током.

Рис. 3

Так как все элементы проводника перпендикулярны радиусу-вектору ($\sin\alpha = 1$) и расстояние всех элементов проводника до центра кругового тока одинаково и равно R , то

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} dl.$$

Тогда

$$\mathbf{B} = \int d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi R^2} 2\pi R = \mu_0 \mu \frac{I}{2R}.$$

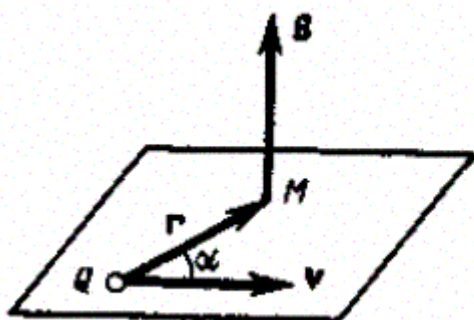
Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Электрический же ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому можно сказать, что любой движущийся в вакууме или среде заряд создает вокруг себя магнитное поле. В результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий поле $\mathbf{B}$ точечного заряда Q , свободно движущегося с нерелятивистской скоростью v . Под свободным движением заряда понимается его движение с постоянной скоростью. Этот закон выражается формулой

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Q[vr]}{r^3}, \quad (5)$$

где t — радиус-вектор, проведенный от заряда Q к точке наблюдения M (рис. 4). Согласно выражению (5), вектор B направлен перпендикулярно плоскости, в которой расположены векторы v и r , а именно: его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от v к r . Модуль магнитной индукции (5) вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Qv}{r^2} \sin \alpha, \quad (6)$$

где α — угол между векторами v и r .



- Определите числовое значение магнитной постоянной.
- Почему движущийся заряд по своим магнитным свойствам эквивалентен элементу тока?

Рис. 4

Приведенные закономерности (5) и (4) справедливы лишь при малых скоростях ($v \ll c$) движущихся зарядов, когда электрическое поле свободно движущегося заряда можно считать электростатическим, т. е. создаваемым неподвижным зарядом, находящимся в той точке, где в данный момент времени расположен движущийся заряд.

Впервые поле движущегося заряда удалось обнаружить американскому физику Роуланду. Окончательно этот факт был установлен профессором Московского университета Эйхенвальдом, изучившим магнитное поле конвекционного тока, а также магнитное поле связанных зарядов поляризованного диэлектрика. Магнитное поле свободно движущихся зарядов было измерено академиком Иоффе, доказавшим эквивалентность, в смысле возбуждения магнитного поля, электронного пучка и тока проводимости.

43. Закон Ампера

1. Сила Ампера
2. Закон Ампера (определение и математическое выражение)
3. Определение направление силы Ампера. Правило левой руки
4. Взаимодействие параллельных токов

Магнитное поле оказывает на рамку с током ориентирующее действие. Следовательно, вращающий момент, испытываемый рамкой, есть результат действия сил на отдельные ее элементы. Обобщая результаты исследования действия магнитного поля на различные проводники с током, Ампер установил, что сила dF , с которой магнитное поле действует на элемент проводника dl с током, находящегося в магнитном поле, равна

$$d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}, \mathbf{B}], \quad (1)$$

где $d\mathbf{l}$ — вектор, по модулю равный dl и совпадающий по направлению с током, $\mathbf{B}$ — вектор магнитной индукции.

Направление вектора $d\mathbf{F}$ может быть найдено, согласно (1), по общим правилам векторного произведения, откуда следует правило левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор $\mathbf{B}$, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на ток.

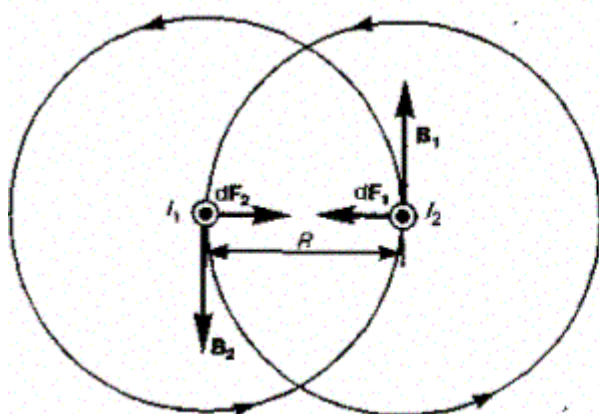
Модуль силы Ампера (1) вычисляется по формуле

$$dF = IB dl \sin \alpha, \quad (2)$$

где α — угол между векторами $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{B}$.

Закон Ампера применяется для определения силы взаимодействия двух токов. Рассмотрим два бесконечных прямолинейных параллельных тока I_1 и I_2 (направления токов указаны на рис. 1), расстояние между которыми равно R . Каждый из проводников создает магнитное поле, которое действует по закону Ампера на другой проводник с током. Рассмотрим, с какой силой действует магнитное поле тока I_1 на элемент dl второго проводника с током I_2 . Ток I_1 создает вокруг себя магнитное поле, линии магнитной индукции которого представляют собой concentric окружности. Направление вектора $\mathbf{B}_1$ определяется правилом правого винта, его модуль по формуле равен

$$B_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1}{R}.$$



- Найдите выражение для силы взаимодействия двух бесконечных прямолинейных одинаковых токов противоположного направления. Начертите рисунок с указанием сил.
- Назовите единицы магнитной индукции и напряженности магнитного поля. Дайте их определения.

Рис. 1

Направление силы dF_1 , с которой поле B_1 действует на участок dl второго тока, определяется по правилу левой руки и указано на рисунке. Модуль силы, согласно (2), с учетом того, что угол α между элементами тока I_2 и вектором B_1 прямой, равен

$$dF_1 = I_2 B_1 dl;$$

подставляя значение для B_1 получим

$$dF_1 = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (3)$$

Рассуждая аналогично, можно показать, что сила dF_2 , с которой магнитное поле тока I_2 действует на элемент dl первого проводника с током I_1 направлена в противоположную сторону и по модулю равна

$$dF_2 = I_1 B_2 dl = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (4)$$

Сравнение выражений (3) и (4) показывает, что

$$dF_1 = dF_2,$$

т. е. два параллельных тока одинакового направления притягиваются друг к другу с силой

$$dF = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R} dl. \quad (5)$$

Если токи имеют противоположные направления, то, используя правило левой руки, можно показать, что между ними действует сила отталкивания, определяемая формулой (5).

Если два параллельных проводника с током находятся в вакууме ($\mu = 1$), то сила взаимодействия на единицу длины проводника, согласно (5), равна

$$\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{R}. \quad (6)$$

Для нахождения числового значения μ_0 воспользуемся определением ампера, согласно которому $\frac{dF}{dl} = 2 \cdot 10^{-7}$ Н/м при $I_1 = I_2 = 1$ А и $R = 1$ м.

Подставив это значение в формулу (6), получим

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м},$$

где генри (Гн) — единица индуктивности.

Закон Ампера позволяет определить единицу магнитной индукции B . Предположим, что элемент проводника dl с током I перпендикулярен направлению магнитного поля. Тогда закон Ампера запишется в виде $dF = IBdl$, откуда

$$B = \frac{1}{I} \frac{dF}{dl}.$$

Единица магнитной индукции — тесла (Тл): 1 Тл — магнитная индукция такого однородного магнитного поля, которое действует с силой 1 Н на каждый метр длины прямолинейного проводника, расположенного перпендикулярно направлению поля, если по этому проводнику проходит ток 1 А:

$$1 \text{ Тл} = 1 \text{ Н/(А·м)}.$$

Так как $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$, а в случае вакуума ($\mu = 1$), $B = \mu_0 H$, то для данного случая

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0.$$

Единица напряженности магнитного поля — ампер на метр (А/м): 1 А/м — напряженность такого поля, магнитная индукция которого в вакууме равна $4\pi \cdot 10^{-7}$ Тл.

44. Магнитное поле движущегося заряда. Сила Лоренца

1. Действие магнитного поля на движущийся заряд
2. Сила Лоренца (формула)
3. Определение направления силы Лоренца . Правило левой руки
4. Движение заряженной частицы, влетевшей в однородное магнитное поле под различными углами к вектору $\vec{B}$

Опыт показывает, что магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле. Сила, действующая на электрический заряд Q , движущийся в магнитном поле со скоростью v , называется силой Лоренца и выражается формулой

$$\mathbf{F} = Q[\mathbf{vB}], \quad (1)$$

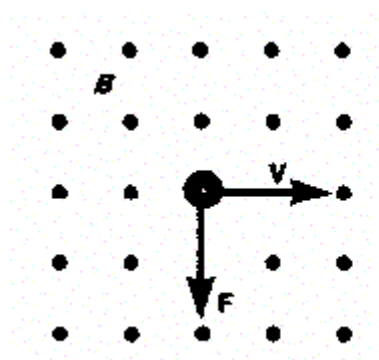
где B — индукция магнитного поля, в котором заряд движется.

Направление силы Лоренца определяется с помощью правила левой руки: если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входил вектор B , а четыре вытянутых пальца направить вдоль вектора v (для $Q > 0$ направления I и v совпадают, для $Q < 0$ — противоположны), то отогнутый большой палец покажет направление силы, действующей на *положительный заряд*. На отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении. Модуль силы Лоренца равен

$$F = QvB \sin \alpha,$$

где α — угол между v и B . Отметим еще раз, что магнитное поле *не действует на покоящийся электрический заряд*. В этом существенное

отличие магнитного поля от электрического. *Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды.*



- Чему равна и как направлена сила, действующая на отрицательный электрический заряд, движущийся в магнитном поле?
- Чему равна работа силы Лоренца при движении протона в магнитном поле? Ответ обосновать.

Рис. 1

Так как по действию силы Лоренца можно найти модуль и направление вектора B , то выражение для силы Лоренца может быть использовано для определения вектора магнитной индукции B .

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Следовательно, сила Лоренца работы не совершает. Иными словами, постоянное магнитное поле не совершает работы над движущейся в нем заряженной частицей и кинетическая энергия этой частицы при движении в магнитном поле не изменяется.

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля с индукцией B действует и электрическое поле с напряженностью E , то результирующая сила F , приложенная к заряду, равна векторной сумме сил — *силы*, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}\mathbf{B}].$$

Это выражение называется формулой Лоренца. Скорость v в этой формуле есть скорость заряда относительно магнитного поля.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью v вдоль линий магнитной индукции, то угол α между векторами v и B равен 0 или π . Тогда сила Лоренца равна нулю, т. е. магнитное поле на частицу не действует и она движется равномерно и прямолинейно.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью v , перпендикулярной вектору B , то сила Лоренца $F = Q[vB]$ постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Отсюда следует, что частица будет двигаться по окружности, радиус r которой определяется из условия $QvB = mv^2/r$, откуда

$$r = \frac{m v}{Q B}. \quad (2)$$

Период вращения частицы, т. е. время T , за которое она совершает один полный оборот,

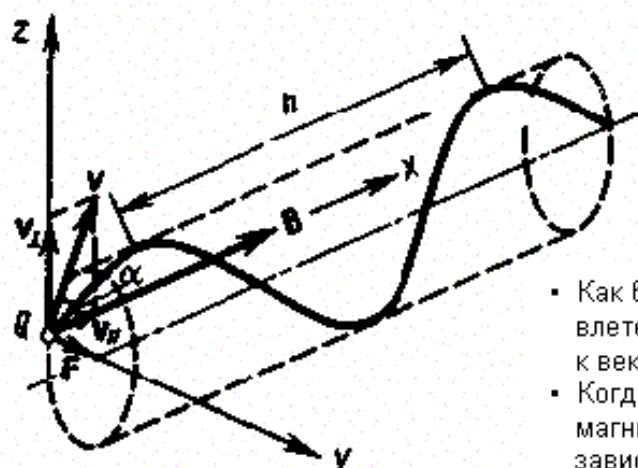
$$T = 2\pi r / v.$$

Подставив сюда выражение (2), получим

$$T = \frac{2\pi m}{B Q}, \quad (3)$$

т. е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной, обратной удельному заряду (Q/m) частицы, и магнитной индукцией поля, но не зависит от ее скорости (при $v \ll c$). На этом основано действие циклических ускорителей заряженных частиц.

Если скорость v заряженной частицы направлена под углом α к вектору B (рис. 2), то ее движение можно представить в виде суперпозиции: 1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v_1 = v \cos \alpha$; 2) равномерного движения со скоростью $v_{\perp} = v \sin \alpha$ по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю (рис. 2).



- Как будет двигаться заряженная частица, влетевшая в однородное магнитное поле к вектору B под углом $\pi/2$?
- Когда заряженная частица движется в магнитном поле по спирали? От чего зависит шаг спирали? (Ответы подтвердите выводами формул.)

Рис. 2

Шаг винтовой линии

$$h = v_{\parallel} T = v T \cos \alpha.$$

$$h = 2\pi m v \cos \alpha / (BQ).$$

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

45. Эффект Холла

1. Эффект Холла
2. Холловская разность потенциалов
3. Постоянная Холла
4. По измеренному значению постоянной Холла определение концентрации носителей тока в проводнике и природы проводимости полупроводников

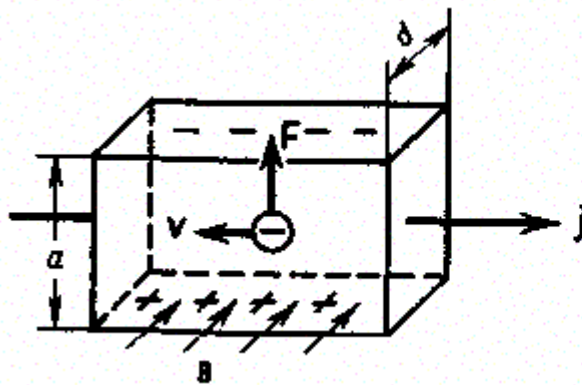
Эффект Холла — это возникновение в металле (или полупроводнике) с током плотностью j , помещенном в магнитное поле B , электрического поля в направлении, перпендикулярном B и j .

Поместим металлическую пластинку с током плотностью j в магнитное поле B , перпендикулярное j (рис. 1). При данном направлении j скорость носителей тока в металле — электронов — направлена справа налево. Электроны испытывают действие силы Лоренца, которая в данном случае

направлена вверх. Таким образом, у верхнего края пластинки возникнет повышенная концентрация электронов (он зарядится отрицательно), а у нижнего — их недостаток (зарядится положительно). В результате этого между краями пластинки возникнет дополнительное поперечное электрическое поле, направленное снизу вверх. Когда напряженность E_v этого поперечного поля достигнет такой величины, что его действие на заряды будет уравнивать силу Лоренца, то установится стационарное распределение зарядов в поперечном направлении. Тогда

$$eE_v = e\Delta\varphi/a = evB, \text{ или } \Delta\varphi = vBa,$$

где a — ширина пластинки, $\Delta\varphi$ — поперечная (холловская) разность потенциалов.



- Какие данные о проводниках и полупроводниках можно получить на основе экспериментального исследования эффекта Холла?
- В чем заключается эффект Холла? Выведите формулу для холловской разности потенциалов

Рис. 1

Учитывая, что сила тока $I = jS = nevS$ (S - площадь поперечного сечения пластинки толщиной a , n — концентрация электронов, v — средняя скорость упорядоченного движения электронов), получим

$$\Delta\varphi = \frac{I}{nead} Ba = \frac{1}{en} \frac{IB}{d} = R \frac{IB}{d}, \quad (1)$$

т. е. холловская поперечная разность потенциалов прямо пропорциональна магнитной индукции B , силе тока I и обратно пропорциональна толщине пластинки d . В формуле (1) $R = 1/(en)$ — постоянная Холла, зависящая от вещества. По измеренному значению постоянной Холла можно: 1) определить концентрацию носителей тока в проводнике (при известных характере проводимости и заряде носителей); 2) судить о природе проводимости полупроводников, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда e носителей тока. Эффект Холла поэтому — наиболее эффективный метод изучения энергетического спектра носителей тока в

металлах и полупроводниках. Он применяется также для умножения постоянных токов в аналоговых вычислительных машинах, в измерительной технике (датчики Холла) и т. д.

46. Поток вектора магнитной индукции

1. Магнитный поток
2. Нормаль к площадке
3. Формула определения магнитного потока
4. Единица измерения магнитного потока
5. Поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность (теорема Гаусса)

Потоком вектора магнитной индукции (магнитным потоком) через площадку dS называется *скалярная* физическая величина, равная

$$d\Phi_B = \mathbf{B} d\mathbf{S} = B_n dS, \quad (1)$$

где $B_n = B \cos \alpha$. — проекция вектора $\mathbf{B}$ на направление нормали к площадке dS (α — угол между векторами $\mathbf{n}$ и $\mathbf{B}$), $d\mathbf{S} = dS \mathbf{n}$ — вектор, модуль которого равен dS , а направление его совпадает с направлением нормали $\mathbf{n}$ к площадке. Поток вектора $\mathbf{B}$ может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от знака $\cos \alpha$ (определяется выбором положительного направления нормали $\mathbf{n}$). Поток вектора $\mathbf{B}$ связывают с контуром, по которому течет ток. В таком случае положительное направление нормали к контуру нами уже определено: оно связывается с током правилом правого винта. Таким образом, магнитный поток, создаваемый контуром через поверхность, ограниченную им самим, всегда положителен.

Поток вектора магнитной индукции Φ_B через произвольную поверхность S равен

$$\Phi_B = \int_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \int_S B_n dS. \quad (2)$$

Для однородного поля и плоской поверхности, расположенной перпендикулярно вектору $\mathbf{B}$, $B_n = B = \text{const}$ и

$$\Phi_B = BS.$$

Из этой формулы определяется единица магнитного потока вебер (Вб): 1 Вб — магнитный поток, проходящий сквозь плоскую поверхность площадью 1 м^2 , расположенную перпендикулярно однородному магнитному полю, индукция которого равна 1 Тл ($1 \text{ Вб} = 1 \text{ Тл} \cdot \text{м}^2$).

Теорема Гаусса для поля В: поток вектора магнитной индукции сквозь любую замкнутую поверхность равен нулю:

$$\oint_S \mathbf{B} d\mathbf{S} = \oint_S B_n dS = 0. \quad (3)$$

Эта теорема отражает факт отсутствия магнитных зарядов, вследствие чего линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца и являются замкнутыми.

Итак, для потоков векторов В и Е сквозь замкнутую поверхность в вихревом и потенциальном полях получаются различные выражения.

Аналогично циркуляции вектора напряженности электростатического поля введем циркуляцию вектора магнитной индукции. Циркуляцией вектора В по заданному замкнутому контуру называется интеграл

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_t dl,$$

где $d\mathbf{l}$ — вектор элементарной длины контура, направленной вдоль обхода контура, $B_t = B \cos \alpha$ — составляющая вектора В в направлении касательной к контуру (с учетом выбранного направления обхода), α — угол между векторами В и $d\mathbf{l}$.

Закон полного тока для магнитного поля в вакууме (теорема о циркуляции вектора В): циркуляция вектора В по произвольному замкнутому контуру равна произведению магнитной постоянной μ_0 на алгебраическую сумму токов, охватываемых этим контуром:

$$\oint_L \mathbf{B} d\mathbf{l} = \oint_L B_t dl = \mu_0 \sum_{k=1}^n I_k. \quad (4)$$

где n — число проводников с токами, охватываемых контуром L произвольной формы. Каждый ток учитывается столько раз, сколько раз он охватывается контуром. Положительным считается ток, направление

которого образует с направлением обхода по контуру правовинтовую систему; ток противоположного направления считается отрицательным.

Сравнивая выражения для циркуляции векторов E и B , видим, что между ними существует *принципиальное различие*. Циркуляция вектора B электростатического поля всегда равна нулю, т. е. электростатическое поле является *потенциальным*. Циркуляция вектора B магнитного поля не равна нулю. Такое поле называется *вихревым*,

Теорема о циркуляции вектора B имеет в учении о магнитном поле такое же значение, как теорема Гаусса в электростатике, так как позволяет находить магнитную индукцию поля без применения закона Био — Савара — Лапласа.

47. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле

1. Перемещение проводника с током в магнитном поле под действием силы Ампера
2. Работа при перемещении проводника с током в однородном магнитном поле
3. Работа при перемещении проводника с током в неоднородном магнитном поле

На проводник с током в магнитном поле действуют силы, определяемые законом Ампера. Если проводник не закреплен (например, одна из сторон контура изготовлена в виде подвижной перемычки, рис. 1), то под действием силы Ампера он будет в магнитном поле перемещаться. Следовательно, магнитное поле совершает работу по перемещению проводника с током.

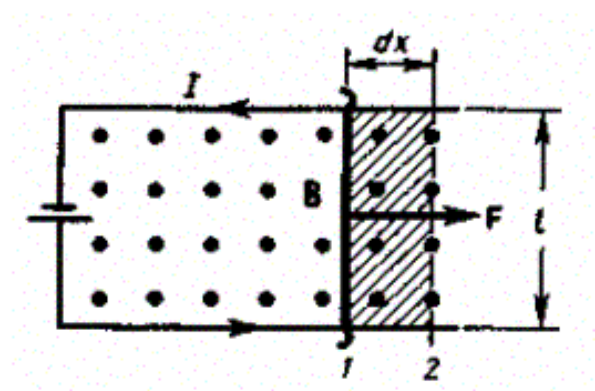


Рис. 1

Для определения этой работы рассмотрим проводник длиной l с током I (он может свободно перемещаться), помещенный в однородное внешнее магнитное поле, перпендикулярное плоскости контура. Сила, направление которой определяется по правилу левой руки, а значение — по закону Ампера равна

$$\mathbf{F} = I\mathbf{B}l.$$

Под действием этой силы проводник переместится параллельно самому себе на отрезок dx из положения 1 в положение 2. Работа, совершаемая магнитным полем, равна

$$dA = Fdx = IBldx = IBdS = Id\Phi,$$

так как $ldx = dS$ — площадь, пересекаемая проводником при его перемещении в магнитном поле, $BdS = d\Phi$ — поток вектора магнитной индукции, пронизывающий эту площадь. Таким образом,

$$dA = Id\Phi, \quad (1)$$

т. е. работа по перемещению проводника с током в магнитном поле равна произведению силы тока на магнитный поток, *пересеченный движущимся проводником*. Полученная формула справедлива и для произвольного направления вектора $\mathbf{B}$.

Таким образом, работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле равна произведению силы тока в контуре на *изменение магнитного потока, сцепленного с контуром*. Формула (1) остается справедливой для контура любой формы в произвольном магнитном поле.

Согласно закону сохранения энергии, работа источника тока за время dt ($\xi I dt$) будет складываться из работы на джоулеву теплоту ($I^2 R dt$) и работы по перемещению проводника в магнитном поле ($I d\Phi$):

$$\xi I dt = I^2 R dt + I d\Phi,$$

где R — полное сопротивление контура. Тогда

$$I = \left(\xi - \frac{d\Phi}{dt} \right) / R,$$

где $-\frac{d\Phi}{dt}$ есть не что иное, как закон Фарадея

48. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея. Правило Ленца

1. Э.Д.С. электромагнитной индукции
2. Закон электромагнитной индукции (закон Фарадея)
3. Формула закона электромагнитной индукции
4. Правило Ленца

Связь магнитного поля с током привела к многочисленным попыткам возбудить ток в контуре с помощью магнитного поля. Эта фундаментальная задача была блестяще решена в 1831 г. английским физиком М. Фарадеем, открывшим явление электромагнитной индукции. Оно заключается в том, что в замкнутом проводящем контуре при изменении потока магнитной индукции, охватываемого этим контуром, возникает электрический ток, получивший название индукционного.

Опытным путем было также установлено, что значение индукционного тока совершенно не зависит *от способа изменения потока магнитной индукции*, а определяется лишь *скоростью* его изменения (в опытах Фарадея также доказывалось, что отклонение стрелки гальванометра (сила тока) тем больше, чем больше скорость движения магнита, или скорость изменения силы тока, или скорость движения катушек).

Открытие явления электромагнитной индукции имело большое значение, так как была доказана возможность получения электрического тока с помощью магнитного поля. Этим была установлена взаимосвязь между электрическими и магнитными явлениями, что послужило в дальнейшем толчком для разработки теории электромагнитного поля.

Обобщая результаты своих многочисленных опытов, Фарадей пришел к количественному закону электромагнитной индукции. Он показал, что всякий раз, когда происходит изменение сцепленного с контуром потока магнитной индукции, в контуре возникает индукционный ток; возникновение индукционного тока указывает на наличие в цепи электродвижущей силы, называемой электродвижущей силой электромагнитной индукции. Значение индукционного тока, а следовательно, и э.д.с. электромагнитной индукции ξ_1 определяются только скоростью изменения магнитного потока, т. е.

$$\mathcal{E}_1 \sim \frac{d\Phi}{dt}. \quad (1)$$

Знак магнитного потока зависит от выбора положительной нормали к контуру. В свою очередь, положительное направление нормали определяется правилом правого винта. Следовательно, выбирая положительное направление нормали, мы определяем как знак потока магнитной индукции, так и направление тока и э.д.с. в контуре. Пользуясь этими представлениями и выводами, можно соответственно прийти к формулировке закона электромагнитной индукции Фарадея: какова бы ни была причина изменения потока магнитной индукции, охватываемого замкнутым проводящим контуром, возникающая в контуре э. д. с.

$$\mathcal{E}_1 = - \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Знак минус показывает, что увеличение потока $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0\right)$ вызывает э.д.с. $\xi_1 < 0$, т. е. поле индукционного тока направлено навстречу потоку; уменьшение потока $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$ вызывает $\xi_1 > 0$, т. е. направления потока и поля индукционного тока совпадают. Знак минус в формуле (2) определяется правилом Ленца — общим правилом для нахождения направления индукционного тока, выведенного в 1833 г.

Правило Ленца: индукционный ток в контуре имеет всегда такое направление, что создаваемое им магнитное поле препятствует изменению магнитного потока, вызвавшему этот индукционный ток.

Закон Фарадея можно сформулировать еще таким образом: э.д.с. $\mathcal{E}$, электромагнитной индукции в контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром. Этот закон является *универсальным*: э. д. с. $\mathcal{E}$, не зависит от способа изменения магнитного потока. Э.д.с. электромагнитной индукции выражается в вольтах. Действительно, учитывая, что единицей магнитного потока является вебер (Вб), получим

$$\left[\frac{d\Phi}{dt}\right] = \frac{\text{Вб}}{\text{с}} = \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Дж}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \frac{\text{А} \cdot \text{В} \cdot \text{с}}{\text{А} \cdot \text{с}} = \text{В}.$$

Какова природа э.д.с. электромагнитной индукции? Если проводник движется в постоянном магнитном поле, то сила Лоренца, действующая на заряды внутри проводника, движущиеся вместе с проводником, будет направлена противоположно току, т. е. она будет создавать в проводнике индукционный ток противоположного направления (за направление электрического тока принимается движение положительных зарядов). Таким образом, возбуждение э.д.с. индукции при движении контура в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца, возникающей при движении проводника.

Согласно закону Фарадея, возникновение э.д.с. электромагнитной индукции возможно и в случае неподвижного контура, находящегося в *переменном* магнитном поле. Однако сила Лоренца на неподвижные заряды не действует, поэтому в данном случае ею нельзя объяснить возникновение э.д.с. индукции. Максвелл для объяснения э. д. с. индукции в *неподвижных* проводниках предположил, что всякое переменное магнитное поле возбуждает в окружающем пространстве электрическое поле, которое и является причиной возникновения индукционного тока в проводнике. Циркуляция вектора E_B этого поля по любому неподвижному контуру L проводника представляет собой э. д. с. электромагнитной индукции:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L E_B dl = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

49. Индуктивность контура. Самоиндукция. Взаимная индукция.

1. Индуктивность проводника
2. Единица измерения индуктивности
3. Самоиндукция
4. Взаимная индукция

Электрический ток, текущий в замкнутом контуре, создает вокруг себя магнитное поле, индукция которого, по закону Био - Савара - Лапласа, пропорциональна току. Сцепленный с контуром магнитный поток Φ поэтому пропорционален току I в контуре:

$$\Phi = LI, \tag{1}$$

где коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью контура.

При изменении силы тока в контуре будет изменяться также и сцепленный с ним магнитный поток; следовательно, в контуре будет индуцироваться э.д.с. Возникновение э.д.с. индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока называется самоиндукцией.

Из выражения (1) определяется единица индуктивности генри (Гн): 1 Гн — индуктивность такого контура, магнитный поток самоиндукции которого при токе в 1 А равен 1 Вб:

$$1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А} = 1 \text{ В} \cdot \text{с/А}.$$

Можно показать, что индуктивность контура в общем случае зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитной проницаемости той среды, в которой он находится. Применяя к явлению самоиндукции закон Фарадея, получим, что э. д. с. самоиндукции

$$\mathcal{E}_s = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (LI) = - \left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt} \right).$$

Если контур не деформируется и магнитная проницаемость среды не изменяется (в дальнейшем будет показано, что последнее условие выполняется не всегда), то $L = \text{const}$ и

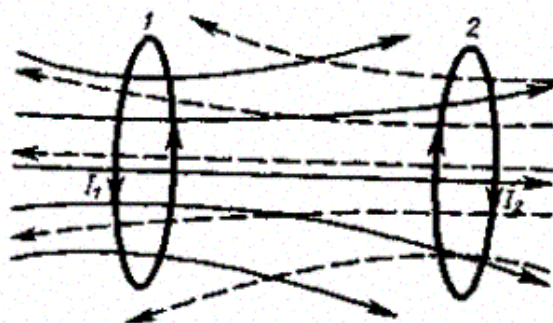
$$\mathcal{E}_s = - L \frac{dI}{dt}, \quad (2)$$

где знак минус, обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к *замедлению изменения* тока в нем.

Если ток со временем возрастает, то $\frac{dI}{dt} > 0$ и $\xi_s < 0$, т. е. ток самоиндукции направлен навстречу току, обусловленному внешним источником, и замедляет его возрастание. Если ток со временем убывает, то $\frac{dI}{dt} < 0$ и $\xi_s > 0$, т. е. индукционный ток имеет такое же направление, как и убывающий ток в контуре, и замедляет его убывание. Таким образом, контур, обладая определенной индуктивностью, приобретает электрическую

инертность, заключающуюся в том, что любое изменение тока тормозится тем сильнее, чем больше индуктивность контура.

Рассмотрим два неподвижных контура (1 и 2), расположенных достаточно близко друг от друга (рис. 2).



- В чем заключаются явления самоиндукции и взаимной индукции? Вычислите э.д.с. индукции для обоих случаев.
- В чем заключается физический смысл времени релаксации $\tau = L/R$? Докажите, что оно имеет размерность времени.

Рис. 2

Если в контуре 1 течет ток I_1 то магнитный поток, создаваемый этим током (поле, создающее этот поток, на рисунке изображено сплошными линиями), пропорционален I_1 . Обозначим через Φ_{21} ту часть потока, которая пронизывает контур 2. Тогда

$$\Phi_{21} = L_{21} I_1, \quad (3)$$

где L_{21} — коэффициент пропорциональности.

Если ток I_1 изменяется, то в контуре 2 индуцируется э.д.с. $\mathcal{E}_{12}$, которая по закону Фарадея равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{21} созданного током в первом контуре и пронизывающего второй:

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.$$

Аналогично, при протекании в контуре 2 тока I_2 магнитный поток (его поле изображено на рис. 2 штриховыми линиями) пронизывает первый контур. Если Φ_{12} — часть этого потока, пронизывающего контур 1, то

$$\Phi_{12} = L_{12} I_2.$$

Если ток I_2 изменяется, то в контуре 1 индуцируется э.д.с. $\mathcal{E}_{11}$, которая равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ_{12} , созданного током во втором контуре и пронизывающего первый:

$$\mathcal{E}_{11} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}.$$

Явление возникновения э.д.с. в одном из контуров при изменении силы тока в другом называется взаимной индукцией. Коэффициенты пропорциональности L_{21} и L_{12} называются взаимной индуктивностью контуров. Расчеты, подтверждаемые опытом, показывают, что L_{21} и L_{12} равны друг другу, т. е.

$$L_{12} = L_{21}.$$

Коэффициенты L_{12} и L_{21} зависят от геометрической формы, размеров, взаимного расположения контуров и от магнитной проницаемости окружающей контуры среды. Единица взаимной индуктивности та же, что и для индуктивности, — генри (Гн).

$$L_{12} = L_{21} = \mu_0 \mu \frac{N_1 N_2}{l} S.$$

50. Электромагнитные колебания и волны. Энергия электромагнитного поля

1. Колебательный контур
2. Электромагнитные колебания
3. Собственная частота электромагнитных колебаний
4. Формула Томсона
5. Электромагнитные волны
6. Энергия электромагнитного поля

Периодические изменения заряда q , силы тока I и напряжения U называют электрическими колебаниями. Свободные электрические гармоническое колебания происходят в колебательном контуре по закону: $q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$.

При свободных колебаниях происходит периодическое превращение электрической энергии, запасенной в конденсаторе, в магнитную энергию катушки, и наоборот. Полная электромагнитная энергия в идеальном колебательном контуре остается постоянной:

$$W = W_e + W_m = \frac{q^2}{2C} + \frac{LI^2}{2} = \text{const}$$

Собственная частота свободных колебаний равняется. $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Период свободных колебаний равен: $T = 2\pi\sqrt{LC}$ - впервые получена Томсоном и называется формулой Томсона.

Колебания, возникающие в колебательной системе под действием периодически изменяющихся внешних сил, называются вынужденными.

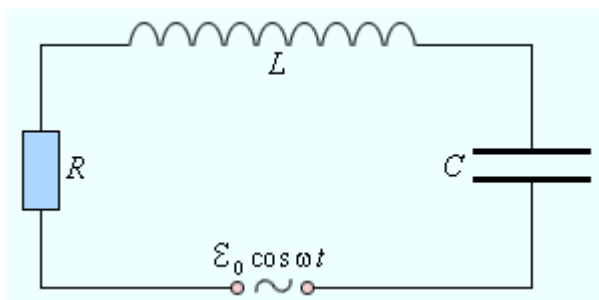


Рис. 1. Вынужденные колебания в контуре

Мощность, выделяемая на участке цепи, равна: $P = IU \cos \varphi$, где φ – разность фаз между колебаниями напряжения и силы тока.

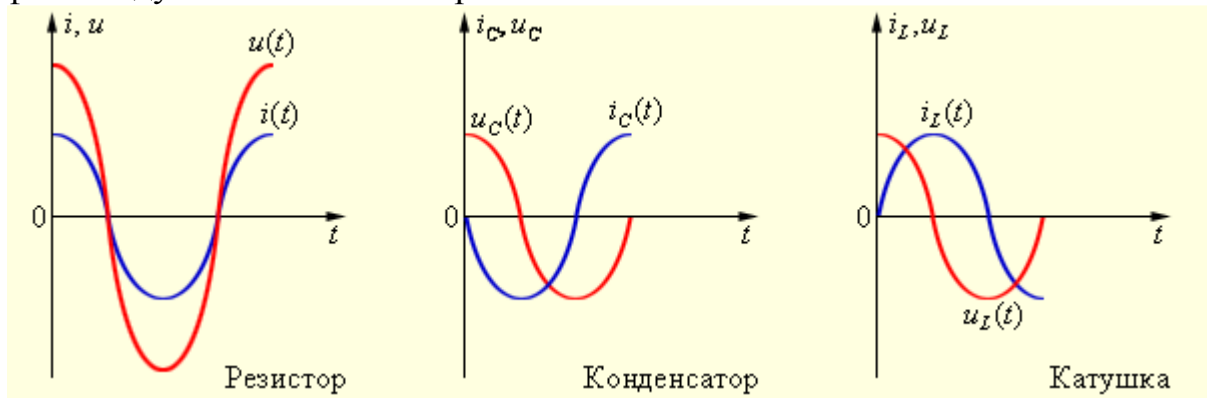


Рис. 2. Колебания электрического тока i и напряжения u на резисторе, конденсаторе и катушке индуктивности

Мощность в цепи переменного тока выделяется только на активном сопротивлении (резисторе). Средняя мощность переменного тока на конденсаторе и катушке индуктивности равна нулю.

Для расчета цепей на переменном токе, содержащих резисторы, конденсаторы и катушки индуктивности, вводится понятие реактивного сопротивления.

Реактивное сопротивление конденсатора равно

$$Z_C = \frac{1}{\omega C}$$

сопротивление катушки равно

$$Z_L = \omega L.$$

Полное сопротивление Z на переменном токе цепи, состоящей из последовательно соединенных R , C и L , рассчитывается по формуле:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

Действующие (эффективные) значения силы тока и напряжения равны:

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}$$

Электромагнитные волны – это распространяющиеся в пространстве электромагнитные колебания. Они поперечны, то есть векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ перпендикулярны и друг другу, и направлению распространения волны $\vec{v}$.

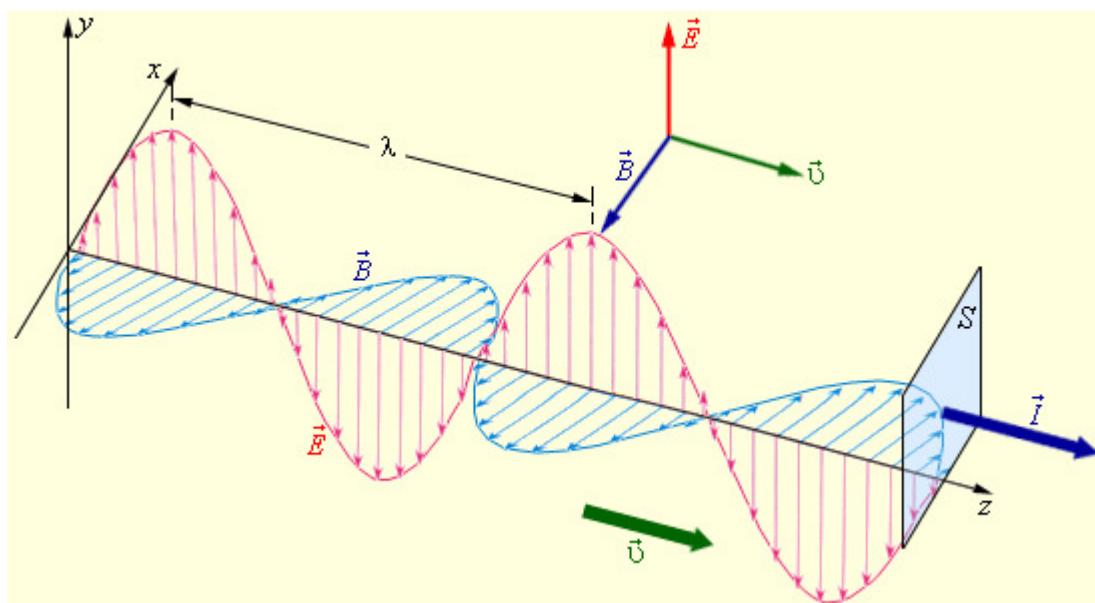


Рис. 3. Синусоидальная электромагнитная волна

Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме c (скорость света) – это мировая константа: $c = 2,9979 \cdot 10^8$ м/с.

Скорость распространения электромагнитных волн в веществе равна:

где ϵ – диэлектрическая, а μ – магнитная проницаемости вещества.

Длина волны в вакууме и ее частота связаны формулой:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Источником электромагнитных волн в действительности может быть любой электрический колебательный контур или проводник, по которому течет переменный электрический ток, так как для возбуждения электромагнитных волн необходимо создать в пространстве переменное электрическое поле (ток смещения) или соответственно переменное магнитное поле. Однако излучающая способность источника определяется его формой, размерами и частотой колебаний. Чтобы излучение играло

заметную роль, необходимо увеличить объем пространства, в котором переменное электромагнитное поле создается. Поэтому для получения электромагнитных волн непригодны закрытые колебательные контуры, так как в них электрическое поле сосредоточено между обкладками конденсатора, а магнитное — внутри катушки индуктивности.

Герц в своих опытах, уменьшая число витков катушки и площадь пластин конденсатора, а также раздвигая их (рис. 4, *а*, *б*), совершил переход от закрытого колебательного контура к открытому колебательному контуру (вibratorу Герца), представляющему собой два стрелня, разделенных искровым промежутком (рис. 4, *в*).

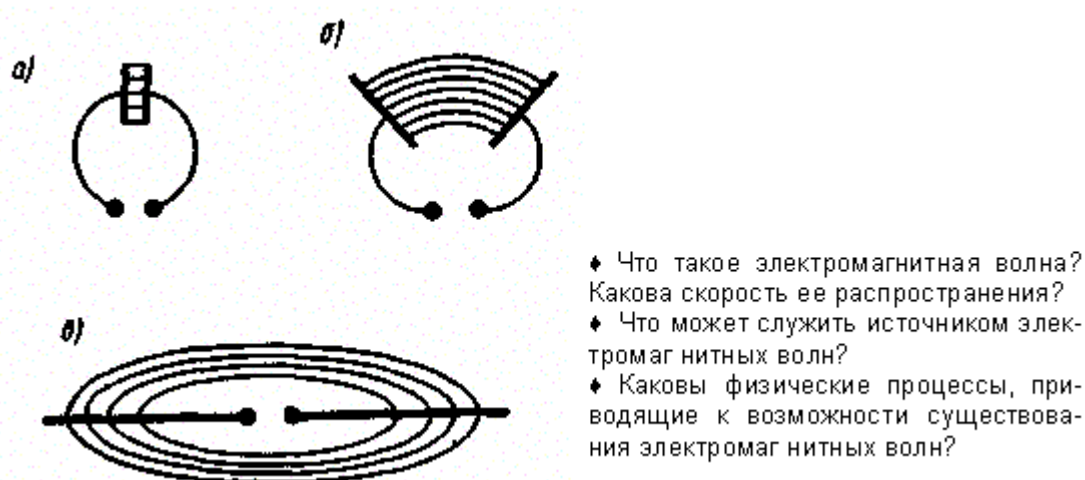
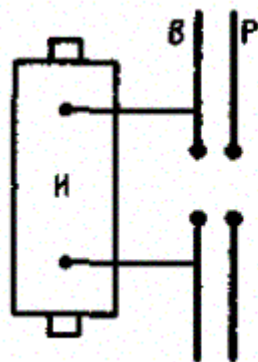


Рис. 4

Если в закрытом колебательном контуре переменное электрическое поле сосредоточено внутри конденсатора (рис. 4, *а*), то в открытом оно заполняет окружающее контур пространство (рис. 4, *в*), что существенно повышает интенсивность электромагнитного излучения. Колебания в такой системе поддерживаются за счет источника э.д.с., подключенного к обкладкам конденсатора, а искровой промежуток применяется для того, чтобы увеличить разность потенциалов, до которой первоначально заряжаются обкладки.

Для возбуждения электромагнитных волн вибратор Герца *В* подключался к индуктору *И* (рис. 5).



- Почему Герц в своих опытах использовал открытый колебательный контур?
- Как можно представить себе шкалу электромагнитных волн, и каковы источники излучения разных видов волн?

Рис. 5

Когда напряжение на искровом промежутке достигало пробивного значения, возникала искра, закорачивающая обе половины вибратора, и в нем возникали свободные затухающие колебания. При исчезновении искры контур размыкался и колебания прекращались. Затем индуктор снова заряжал конденсатор, возникала искра и в контуре опять наблюдались колебания и т. д. Для регистрации электромагнитных волн Герц пользовался вторым вибратором, называемым резонатором P , имеющим такую же частоту собственных колебаний, что и излучающий вибратор, т. е. настроенным в резонанс с вибратором. Когда электромагнитные волны достигали резонатора, то в его зазоре проскакивала электрическая искра.

С помощью описанного вибратора Герц экспериментировал с электромагнитными волнами, длина волны которых составляла примерно 3 м. П. Н. Лебедев, применяя миниатюрный вибратор из тонких платиновых стерженьков, получил миллиметровые электромагнитные волны с $\lambda = 6 \text{ — } 4 \text{ мм}$. Дальнейшее развитие методики эксперимента в этом направлении позволило в 1923 г. российскому физiku А. А. Глаголевой-Аркадьевой (1884—1945) сконструировать массовый излучатель, в котором короткие электромагнитные волны, возбуждаемые колебаниями электрических зарядов в атомах и молекулах, генерировались с помощью искр, проскакиваемых между металлическими опилками, взвешенными в масле. Так были получены волны с λ от 50 мм до 80 мкм. Тем самым было доказано существование волн, перекрывающих интервал между радиоволнами и инфракрасным излучением.

Недостатком вибраторов Герца и Лебедева и массового излучателя Глаголевой-Аркадьевой являлось то, что свободные колебания в них быстро затухали и обладали малой мощностью. Для получения незатухающих колебаний необходимо создать автоколебательную систему, которая

обеспечивала бы подачу энергии с частотой, равной частоте собственных колебаний контура. Поэтому в 20-х годах нашего столетия перешли к генерированию электромагнитных волн с помощью электронных ламп. Ламповые генераторы позволяют получать колебания заданной (практически любой) мощности и синусоидальной формы.

Электромагнитные волны, обладая широким диапазоном частот (или длин волн $\lambda = c/v$, где c — скорость электромагнитных волн в вакууме), отличаются друг от друга по способам их генерации и регистрации, а также по своим свойствам. Поэтому электромагнитные волны делятся на несколько видов: радиоволны, световые волны, рентгеновское и γ -излучения (табл.5). Следует отметить, что границы между различными видами электромагнитных волн довольно условны.

Таблица 5

Вид излучения	Длина волны, м	Частота волны, Гц	Источник излучения
Радиоволны	10^3 - 10^{-4}	$3 \cdot 10^5$ - $3 \cdot 10^{12}$	Колебательный контур Вибратор Герца Массовый излучатель Ламповый генератор
Световые волны:			Лампы
инфракрасное излучение	$5 \cdot 10^{-4}$ - $8 \cdot 10^{-7}$	$6 \cdot 10^{11}$ – $3,75 \cdot 10^{14}$	Лазеры
видимый свет	$8 \cdot 10^{-7}$ - $4 \cdot 10^{-7}$	$3,75 \cdot 10^{14}$ - $3 \cdot 10^{17}$	
ультрафиолетовое излучение	$4 \cdot 10^{-7}$ – 10^{-9}	$7,5 \cdot 10^{14}$ - $3 \cdot 10^{17}$	
Рентгеновское излучение	$2 \cdot 10^{-9}$ - $6 \cdot 10^{-12}$	$1,5 \cdot 10^{17}$ - $5 \cdot 10^{19}$	
Гамма-излучение	$< 6 \cdot 10^{-12}$	$> 5 \cdot 10^{19}$	Трубки Рентгена

			Радиоактивный распад Ядерные процессы Космические процессы
--	--	--	---

51. Основные законы оптики. Полное отражение

1. Закон прямолинейного распространения света
2. Закон независимости световых пучков
3. Закон отражения
4. Закон преломления. Показатель преломления
5. Полное отражение

Еще до установления природы света были известны следующие основные законы оптики: закон прямолинейного распространения света в оптически однородной среде; закон независимости световых пучков (справедлив только в линейной оптике); закон отражения света; закон преломления света.

Закон прямолинейного распространения света: свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

Доказательством этого закона является наличие тени с резкими границами от непрозрачных предметов при освещении их точечными источниками света (источники, размеры которых значительно меньше освещаемого предмета и расстояния до него). Тщательные эксперименты показали, однако, что этот закон нарушается, если свет проходит сквозь очень малые отверстия, причем отклонение от прямолинейности распространения тем больше, чем меньше отверстия.

Закон независимости световых пучков: эффект, производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно остальные пучки или они устранены. Разбивая световой поток на отдельные

световые пучки (например, с помощью диафрагм), можно показать, что действие выделенных световых пучков независимо.

Если свет падает на границу раздела двух сред (двух прозрачных веществ), то падающий луч I (рис.1) разделяется на два — отраженный II и преломленный III, направления которых задаются законами отражения и преломления.

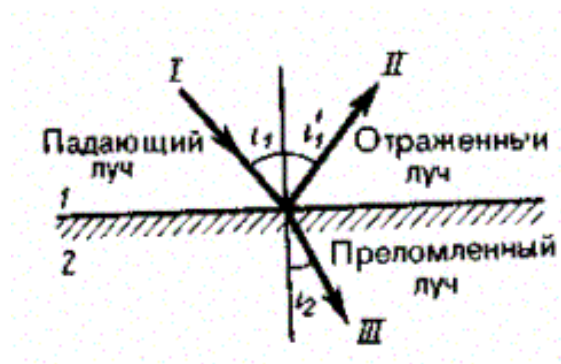


Рис. 1

Закон отражения: отраженный луч лежит в одной плоскости с падающим лучом и перпендикуляром, проведенным к границе раздела двух сред в точке падения; угол i'_1 , отражения равен углу i_1 падения:

$$i'_1 = i_1.$$

Закон преломления: луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр, проведенный к границе раздела в точке падения, лежат в одной плоскости; отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для данных сред:

$$\sin i_1 / \sin i_2 = n_{21}, \quad (1)$$

где n_{21} — относительный показатель преломления второй среды относительно первой. Индексы в обозначениях углов i_1 , i'_1 , i_2 указывают, в какой среде (первой или второй) идет луч.

Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их абсолютных показателей преломления:

$$n_{21} = n_2 / n_1. \quad (2)$$

Абсолютным показателем преломления среды называется величина n , равная отношению скорости c электромагнитных волн в вакууме к их фазовой скорости v в среде:

$$n = c/v. \quad (3)$$

Сравнение с формулой (3) дает, что $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, где ϵ и μ — соответственно электрическая и магнитная проницаемости среды. Учитывая (2), закон преломления (1) можно записать в виде

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (4)$$

Из симметрии выражения (4) вытекает обратимость световых лучей. Если обратить луч III (рис. 1), заставив его падать на границу раздела под углом i_2 , то преломленный луч в первой среде будет распространяться под углом i_1 т. е. пойдет в обратном направлении вдоль луча I.

Если свет распространяется из среды с большим показателем преломления n_1 (оптически более плотной) в среду с меньшим показателем преломления n_2 (оптически менее плотную) ($n_1 > n_2$), например из стекла в воду, то, согласно (4),

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} > 1.$$

Отсюда следует, что преломленный луч удаляется от нормали и угол преломления i_2 больше, чем угол падения i_1 (рис. 2, а). С увеличением угла падения увеличивается угол преломления (рис. 2, б, в) до тех пор, пока при некотором угле падения ($i_1 = i_{\text{пр}}$) угол преломления не окажется равным $\pi/2$. Угол $i_{\text{пр}}$ называется предельным углом. При углах падения $i_1 > i_{\text{пр}}$ весь падающий свет полностью отражается (рис. 2, г).

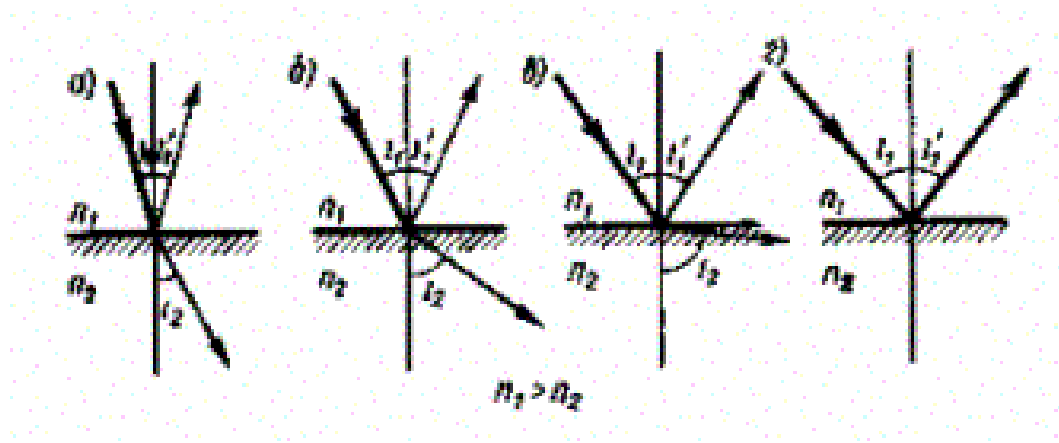


Рис. 2

По мере приближения угла падения к предельному интенсивность преломленного луча уменьшается, а отраженного — растет (рис. 2, а—в). Если $i_1 = i_{\text{пр}}$, то интенсивность преломленного луча обращается в нуль, а интенсивность отраженного равна интенсивности падающего (рис. 2, г). Таким образом, при углах падения в пределах от $i_{\text{пр}}$ до $\pi/2$ луч не преломляется, а полностью отражается в первую среду, причем интенсивности отраженного и падающего лучей одинаковы. Это явление называется полным отражением.

Предельный угол $i_{\text{пр}}$ когда $i_2 = \pi/2$

$$\sin i_{\text{пр}} = n_2/n_1 = n_{21}. \quad (5)$$

Уравнение (5) удовлетворяет значениям угла $i_{\text{пр}}$ при $n_2 \leq n_1$. Следовательно, явление полного отражения имеет место только при падении света из среды оптически более плотной в среду оптически менее плотную.

Явление полного отражения используется в призмах полного отражения. Показатель преломления стекла равен $n \approx 1,5$, поэтому предельный угол для границы стекло — воздух равен $i_{\text{пр}} = \arcsin(1/1,5) = 42^\circ$. Поэтому при падении света на границу стекло — воздух при $i > 42^\circ$ всегда будет иметь место полное отражение.

Явление полного отражения используется также в световодах (светопроводах), представляющих собой тонкие, произвольным образом изогнутые нити (волокна) из оптически прозрачного материала.

52. Основные фотометрические величины и их единицы

1. Энергетические и световые величины
2. Световой поток
3. Сила света
4. Светимость
5. Освещенность
6. Яркость

Фотометрия — раздел оптики, занимающийся вопросами измерения интенсивности света и его источников. В фотометрии используются следующие величины:

1) энергетические — характеризуют энергетические параметры оптического излучения безотносительно к его действию на приемники излучения;

2) световые — характеризуют физиологические действия света и оцениваются по воздействию на глаз (исходят из так называемой средней чувствительности глаза) или другие приемники излучения.

1. Энергетические величины. Поток излучения Φ_e — величина, равная отношению энергии W излучения ко времени t , за которое излучение произошло:

$$\Phi_e = W/t.$$

Единица потока излучения — ватт (Вт).

Энергетическая светимость (излучательность) R_e — величина, равная отношению потока излучения Φ_e испускаемого поверхностью, к площади S сечения, сквозь которое этот поток проходит:

$$R_e = \Phi_e/S,$$

т. е. представляет собой поверхностную плотность потока излучения.

Единица энергетической светимости — ватт на метр в квадрате (Вт/м²).

Энергетическая сила света (сила излучения) I_e определяется с помощью понятия о точечном источнике света — источнике, размерами которого по сравнению с расстоянием до места наблюдения можно пренебречь. Энергетическая сила света I_e — величина, равная отношению потока излучения Φ , источника к телесному углу ω , в пределах которого это излучение распространяется:

$$I_e = \Phi_e / \omega.$$

Единица энергетической силы света — ватт на стерадиан (Вт/ср).

Энергетическая яркость (лучистость) B_e , — величина, равная отношению энергетической силы света ΔI_e элемента излучающей поверхности к площади ΔS проекции этого элемента на плоскость, перпендикулярную направлению наблюдения:

$$B_e = \Delta I_e / \Delta S.$$

Единица энергетической яркости — ватт на стерадиан-метр в квадрате (Вт/(ср·м²)).

Энергетическая освещенность (облученность) E_e характеризует величину потока излучения, падающего на единицу освещаемой поверхности. Единица энергетической освещенности совпадает с единицей энергетической светимости (Вт/м²).

2. Световые величины. При оптических измерениях используются различные приемники излучения (например, глаз, фотоэлементы, фотоумножители), которые не обладают одинаковой чувствительностью к энергии различных длин волн, являясь, таким образом, селективными (избирательными). Каждый приемник излучения характеризуется своей кривой чувствительности к свету различных длин волн. Поэтому световые измерения, являясь субъективными, отличаются от объективных, энергетических и для них вводятся световые единицы, используемые только для видимого света. *Основной световой единицей* в СИ является единица силы света — кандела (кд), определение которой дано выше (см. Введение). Определение световых единиц аналогично энергетическим.

Световой поток Φ определяется как мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению (по его действию на селективный приемник света с заданной спектральной чувствительностью).

Единица светового потока — люмен (лм): 1 лм — световой поток, испускаемый точечным источником силой света в 1 кд внутри телесного угла в 1 ср (при равномерности поля излучения внутри телесного угла) (1 лм = 1 кд·ср).

Светимость R определяется соотношением

$$R = \Phi / S.$$

Единица светимости — люмен на метр в квадрате (лм/м²).

Яркость B_v светящейся поверхности в некотором направлении φ есть величина, равная отношению силы света I в этом направлении к площади S проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную данному направлению:

$$B_\varphi = I / (S \cos \varphi).$$

Единица яркости — кандела на метр в квадрате (кд/м²).

$$E = \Phi / S.$$

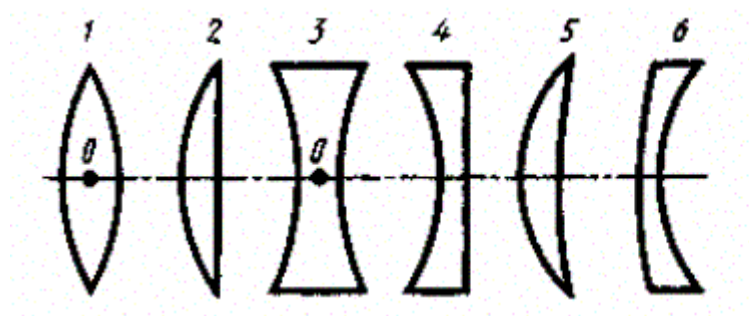
Единица освещенности — люкс (лк): 1 лк — освещенность поверхности, на 1 м² которой падает световой поток в 1 лм (1 лм = 1 лм/м²).

Освещенность E — величина, равная отношению светового потока Φ , падающего на поверхность, к площади S этой поверхности.

53. Линзы. Формула тонкой линзы

1. Виды линз
2. Формула тонкой линзы
3. Оптические приборы, созданные на основе линз

Линзы представляют собой прозрачные тела, ограниченные двумя поверхностями (одна из них обычно сферическая, иногда цилиндрическая, а вторая — сферическая или плоская), преломляющими световые лучи, способные формировать оптические изображения предметов. Материалом для линз служат стекло, кварц, кристаллы, пластмассы и т. п. По внешней форме (рис. 1) линзы делятся на: 1) двояковыпуклые; 2) плосковыпуклые; 3) двояковогнутые; 4) плосковогнутые; 5) выпукло-вогнутые; 6) вогнуто-выпуклые. По оптическим свойствам линзы делятся на собирающие и рассеивающие.



- Поясните, что вы понимаете под световым лучом?
- Что такое линза? Какие они бывают?

Рис. 1

Линза называется тонкой, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше по сравнению с радиусами поверхностей, ограничивающих линзу. Прямая, проходящая через центры кривизны поверхностей линзы, называется главной оптической осью. Для всякой линзы существует точка, называемая оптическим центром линзы, лежащая на главной оптической оси и обладающая тем свойством, что лучи проходят сквозь нее не преломляясь. Оптический центр O линзы для простоты будем считать совпадающим с геометрическим центром средней части линзы (это справедливо только для двояковыпуклой и двояковогнутой линз с одинаковыми радиусами кривизны обеих поверхностей; для плосковыпуклых и плосковогнутых линз оптический центр O лежит на пересечении главной оптической оси со сферической поверхностью).

Формула для тонкой линзы имеет вид:

$$(N-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad (1)$$

Радиус кривизны выпуклой поверхности линзы считается положительным, вогнутой — отрицательным. Если $\alpha = \infty$, т. е. лучи падают на линзу параллельным пучком (рис. 2, a), то

$$\frac{1}{b} = (N-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

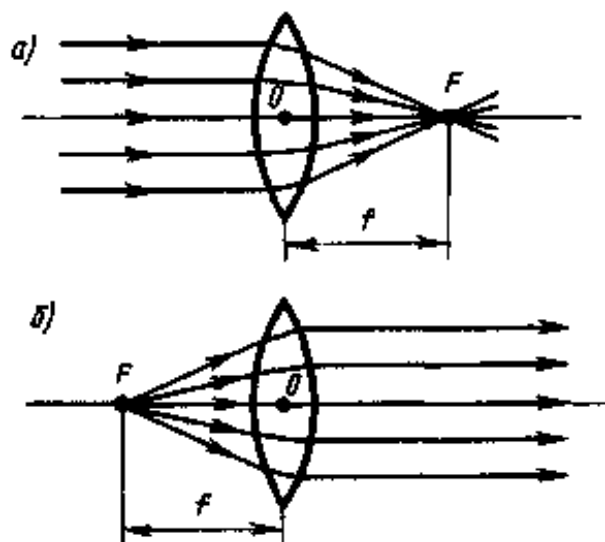


Рис. 2

Соответствующее этому случаю расстояние $b = OF = f$ называется фокусным расстоянием линзы, определяемым по формуле

$$f = \frac{1}{(N-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}.$$

Оно зависит от относительного показателя преломления и радиусов кривизны.

Если $b = \infty$, т. е. изображение находится в бесконечности и, следовательно, лучи выходят из линзы параллельным пучком (рис. 2, б), то $a = OF = f$. Таким образом, фокусные расстояния линзы, окруженной с обеих сторон одинаковой средой, равны. Точки F , лежащие по обе стороны линзы на расстоянии, равном фокусному, называются фокусами линзы. Фокус — это точка, в которой после преломления собираются все лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси.

Величина

$$(N-1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f} = \Phi \quad (2)$$

называется оптической силой линзы. Ее единица — диоптрия (дптр). Диоптрия — оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м: 1 дптр = 1/м.

Линзы с положительной оптической силой являются собирающими, с отрицательной — рассеивающими. Плоскости, проходящие через фокусы линзы перпендикулярно ее главной оптической оси, называются фокальными плоскостями. В отличие от собирающей рассеивающая линза имеет мнимые фокусы. В мнимом фокусе сходятся (после преломления) воображаемые продолжения лучей, падающих на рассеивающую линзу параллельно главной оптической оси (рис. 3).

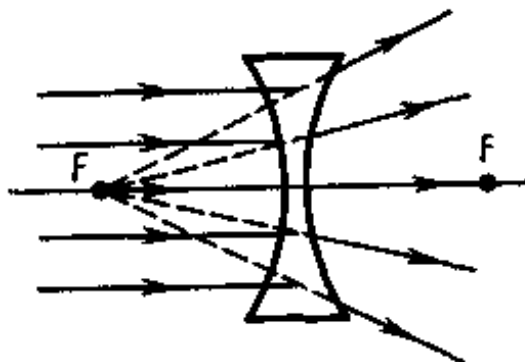


Рис. 3

Учитывая (2), формулу линзы (3) можно записать в виде

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Комбинации собирающих и рассеивающих линз применяются в оптических приборах, используемых для решения различных научных и технических задач.

Устройства, в которых излучение какой-либо области спектра (ультрафиолетовой, видимой, инфракрасной) преобразуется (пропускается, отражается, преломляется, поляризуется). Отдавая дань исторической традиции, оптическими обычно называют приборы, работающие в видимом свете. При первичной оценке качества прибора рассматриваются лишь основные его характеристики: способность концентрировать излучение - светосила; способность различать соседние детали изображения - разрешающая сила; соотношение размеров предмета и его изображения - увеличение. Для многих приборов определяющей характеристикой

оказывается поле зрения - угол, под которым из центра прибора видны крайние точки предмета.

54. Построение изображения предмета в линзах

1. Действительное изображение
2. Мнимое изображение
3. Главная оптическая ось линзы
4. Построение изображения предмета в собирающей линзе
5. Построение изображения предмета в рассеивающей линзе

Построение изображения предмета в линзах осуществляется с помощью следующих лучей:

- 1) луча, проходящего через оптический центр линзы и не изменяющего своего направления;
- 2) луча, идущего параллельно главной оптической оси; после преломления в линзе этот луч (или его продолжение) проходит через второй фокус линзы;
- 3) луча (или его продолжения), проходящего через первый фокус линзы; после преломления в ней он выходит из линзы параллельно ее главной оптической оси.

Для примера приведены построения изображений в собирающей (рис. 4) и в рассеивающей (рис. 5) линзах: действительное (рис. 4, *а*) и мнимое (рис. 4, *б*) изображения — в собирающей линзе, мнимое — в рассеивающей.

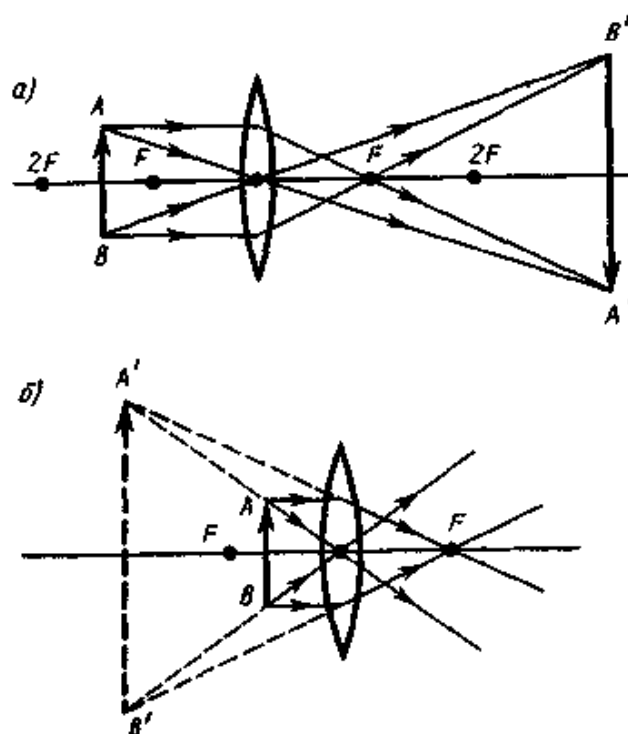
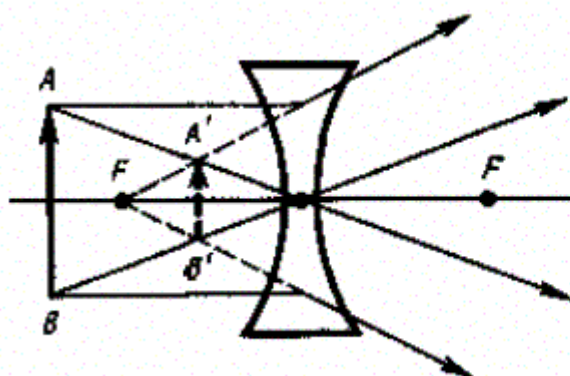


Рис. 1



♦ Как осуществляется построение изображения предметов в линзах?

Рис. 2

Отношение линейных размеров изображения и предмета называется линейным увеличением линзы. Отрицательным значениям линейного увеличения соответствует действительное изображение (оно перевернутое), положительным — мнимое изображение (оно прямое). Комбинации собирающих и рассеивающих линз применяются в оптических приборах, используемых для решения различных научных и технических задач.

55. Интерференция света, когерентные волны

1. Световые волны
2. Когерентные волны
3. Интерференция света
4. Оптическая разность хода
5. Условия интерференционного максимума и минимума

Предположим, что две монохроматические световые волны, накладываются друг на друга, возбуждают в определенной точке пространства колебания одинакового направления: $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$. Под x понимают напряженность электрического E или магнитного H полей волны; векторы E и H колеблются во взаимно перпендикулярных плоскостях. Напряженности электрического и магнитного полей подчиняются принципу суперпозиции. Амплитуда результирующего колебания в данной точке $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$. Так как волны когерентны, то $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имеет постоянное во времени (но свое для каждой точки пространства) значение, поэтому интенсивность результирующей волны ($I \sim A^2$)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1)$$

В точках пространства, где $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$, интенсивность $I > I_1 + I_2$, где $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$, интенсивность $I < I_1 + I_2$. Следовательно, при наложении двух (или нескольких) когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других — минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией света.

Для некогерентных волн разность $(\varphi_2 - \varphi_1)$ непрерывно изменяется, поэтому среднее во времени значение $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ равно нулю, и интенсивность результирующей волны всюду одинакова и при $I_1 = I_2$ равна $2I_1$ (для когерентных волн при данном условии в максимумах $I = 4I_1$ в минимумах $I = 0$).

Как можно создать условия, необходимые для возникновения интерференции световых волн? Для получения когерентных световых волн применяют метод деления волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных *оптических путей* накладываются друг на друга, и наблюдается интерференционная картина.

Пусть деление на две когерентные волны происходит в определенной точке O . До точки M , в которой наблюдается

интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления n_1 прошла путь s_1 , вторая — в среде с показателем преломления n_2 — путь s_2 . Если в точке O фаза колебаний равна ωt , то в точке M первая волна возбуждит колебание $A_1 \cos \omega(t - s_1/v_1)$, вторая волна — колебание $A_2 \cos \omega(t - s_2/v_2)$, где $v_1 = c/n_1$, $v_2 = c/n_2$ — соответственно фазовая скорость первой и второй волны. Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке M , равна

$$\delta = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (s_2 n_2 - s_1 n_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

(учли, что $\omega/c = 2\pi\nu/c = 2\pi/\lambda_0$ где λ_0 — длина волны в вакууме). Произведение геометрической длины s пути световой волны в данной среде на показатель n преломления этой среды называется оптической длиной пути L , а $\Delta = L_2 - L_1$ — разность оптических длин проходимых волнами путей — называется оптической разностью хода. Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме

$$\Delta = \pm m \lambda_0 \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

то $\delta = \pm 2\pi m$, и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, будут происходить в одинаковой фазе. Следовательно, (2) является условием интерференционного максимума.

Если оптическая разность хода

$$\Delta = \pm (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (3)$$

то $\delta = \pm(2m+1)\pi$, и колебания, возбуждаемые в точке M обеими волнами, будут происходить в противофазе. Следовательно, (3) является условием интерференционного минимума.

56. Интерференция света в тонких пленках

1. Интерференция света в тонких пленках
2. Интерференция от плоскопараллельной пластинки
3. Полосы равного наклона
4. Полосы равной толщины
5. Кольца Ньютона

В природе часто можно наблюдать радужное окрашивание тонких пленок (масляные пленки на воде, мыльные пузыри, оксидные пленки на металлах), возникающее в результате интерференции света, отраженного двумя поверхностями пленки.

Пусть на плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления n и толщиной d под углом i (рис. 1) падает плоская монохроматическая волна (для простоты рассмотрим один луч). На поверхности пленки в точке O луч разделится на два: частично отразится от верхней поверхности пленки, а частично преломится. Преломленный луч, дойдя до точки C , частично преломится в воздух ($n_0 = 1$), а частично отразится и пойдет к точке B . Здесь он опять частично отразится (этот ход луча в дальнейшем из-за малой интенсивности не рассматриваем) и преломится, выходя в воздух под углом i . Вышедшие из пленки лучи 1 и 2 когерентны, если оптическая разность их хода мала по сравнению с длиной когерентности падающей волны. Если на их пути поставить собирающую линзу, то они сойдутся в одной из точек P фокальной плоскости линзы. В результате возникает интерференционная картина, которая определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами.

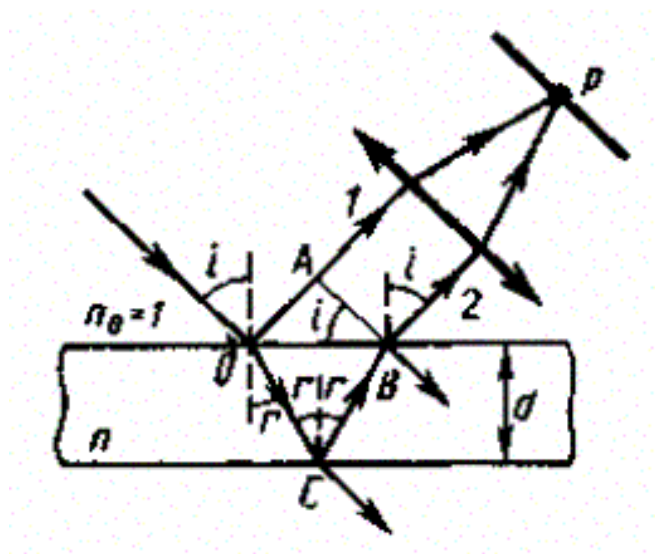


Рис. 1

Оптическая разность хода, возникающая между двумя интерферирующими лучами от точки O до плоскости AB ,

$$\Delta = n(OC + CB) - (OA \pm \lambda_0/2),$$

где показатель преломления окружающей пленку среды принят равным 1, а член $\pm\lambda_0/2$ обусловлен потерей полуволны при отражении света от границы раздела. Если $n > n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке O и вышеупомянутый член будет иметь знак минус; если же $n < n_0$, то потеря полуволны произойдет в точке C и $\lambda_0/2$ будет иметь знак плюс. Согласно рис. 249, $OC = CB = d/\cos r$, $OA = OB \sin i = 2d \operatorname{tg} r \sin i$. Учитывая для данного случая закон преломления $\sin i = n \sin r$, получим

$$\Delta = 2dn \cos r = 2dn \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i}.$$

С учетом потери полуволны для оптической разности хода получим

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \lambda_0/2. \quad (1)$$

Для случая, изображенного на рис. 249 ($n > n_0$),

$$\Delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \lambda_0/2.$$

В точке P будет интерференционный максимум, если (см. (172.2))

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \lambda_0/2 = m\lambda_0 \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (2)$$

и минимум, если

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots). \quad (3)$$

Интерференция, как известно, наблюдается, только если удвоенная толщина пластинки меньше длины когерентности падающей волны.

1. Полосы равного наклона (интерференция от плоскопараллельной пластины). Из выражений (2) и (3) следует, что интерференционная картина в плоскопараллельных пластинках (пленках) определяется величинами λ_0 , d , n и i . Для данных λ_0 , d и n каждому наклону i лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называются полосами равного наклона.

Лучи $1'$ и $1''$, отразившиеся от верхней и нижней граней пластинки (рис. 2), параллельны друг другу, так как пластинка плоскопараллельна.

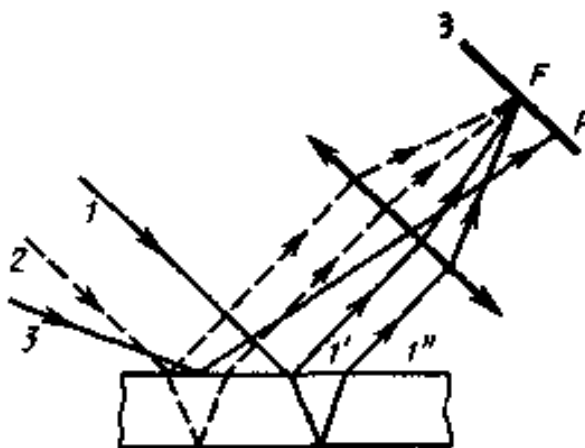
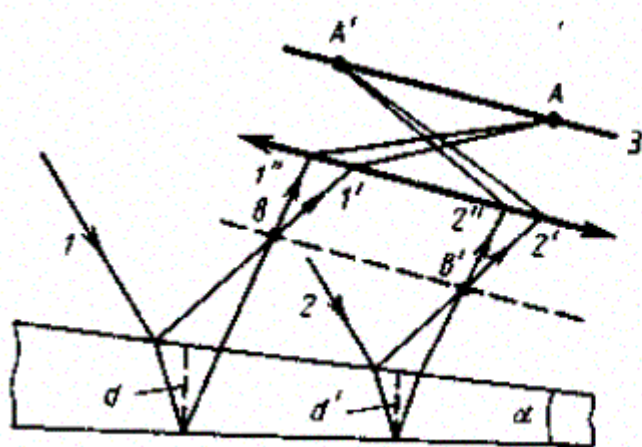


Рис. 2

Следовательно, интерферирующие лучи $1'$ и $1''$ «пересекаются» только в бесконечности, поэтому говорят, что *полосы равного наклона локализованы в бесконечности*. Для их наблюдения используют собирающую линзу и экран (Э), расположенный в фокальной плоскости линзы. Параллельные лучи $1'$ и $1''$ соберутся в фокусе F линзы (на рис. 2 ее оптическая ось параллельна лучам $1'$ и $1''$), в эту же точку придут и другие лучи (на рис. 2 — луч 2), параллельные лучу 1, в результате чего увеличивается общая интенсивность. Лучи 3, наклоненные под другим углом, соберутся в другой точке P фокальной плоскости линзы. Легко показать, что если оптическая ось линзы перпендикулярна поверхности пластинки, то полосы равного наклона будут иметь вид концентрических колец с центром в фокусе линзы.

2. Полосы равной толщины (интерференция от пластинки переменной толщины). Пусть на клин (угол α между боковыми гранями мал) падает плоская волна, направление распространения которой совпадает с параллельными лучами 1 и 2 (рис. 3). Из всех лучей, на которые разделяется падающий луч 1, рассмотрим лучи $1'$ и $1''$, отразившиеся от верхней и нижней поверхностей клина. При определенном взаимном положении клина и линзы лучи $1'$ и $1''$ пересекутся в некоторой точке A , являющейся изображением точки B . Так как лучи $1'$ и $1''$ когерентны, они будут интерферировать. Если источник расположен довольно далеко от

поверхности клина и угол, а ничтожно мал, то оптическая разность хода между интерферирующими лучами $1'$ и $1''$ может быть с достаточной степенью точности вычислена по формуле (1), где d — толщина клина в месте падения на него луча. Лучи $2'$ и $2''$, образовавшиеся при делении луча 2, падающего в другую точку клина, собираются линзой в точке A' . Оптическая разность хода уже определяется толщиной d' . Таким образом, на экране возникает система интерференционных полос. Каждая из полос возникает при отражении от мест пластинки, имеющих одинаковую толщину (в общем случае толщина пластинки может изменяться произвольно). Интерференционные полосы, возникающие в результате интерференции от мест одинаковой толщины, называются полосами равной толщины.



- 3
- Что такое полосы равной толщины и равного наклона? Где они локализованы?
 - Освещая тонкую пленку из прозрачного материала монохроматическим светом, падающим нормально к поверхности пленки, на ней наблюдают параллельные чередующиеся равноудаленные темные и светлые полосы. Одинакова ли толщина отдельных участков пленки?

Рис. 3

Так как верхняя и нижняя грани клина не параллельны между собой, то лучи $1'$ и $1''$ ($2'$ и $2''$) пересекаются вблизи пластинки, в изображенном на рис. 3 случае — над ней (при другой конфигурации клина они могут пересекаться и под пластинкой). Таким образом, *полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина*. Если свет падает на пластинку нормально, то полосы равной толщины локализуются на верхней поверхности клина.

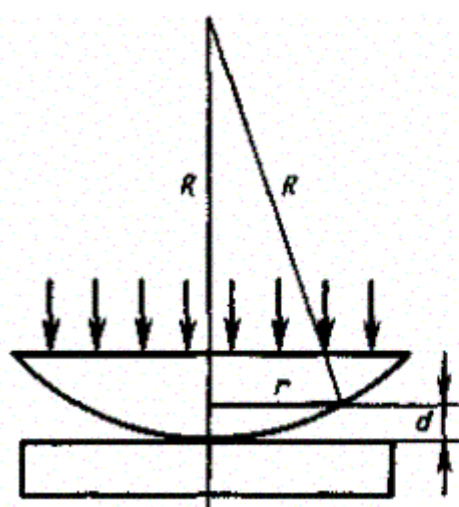
3. Кольца Ньютона. Кольца Ньютона, являющиеся классическим примером полос равной толщины, наблюдаются при отражении света от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны (рис. 4). Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней поверхностей воздушного зазора между линзой и пластинкой. При

наложении отраженных лучей возникают полосы равной толщины, при нормальном падении света имеющие вид concentрических окружностей.

В отраженном свете оптическая разность хода (с учетом потери полуволны при отражении), согласно (1), при условии, что показатель преломления воздуха $n = 1$, а $I = 0$,

$$\Delta = 2d + \lambda_0/2,$$

где d —ширина зазора.



- ♦ Почему центр колец Ньютона, наблюдаемых в проходящем свете, обычно светлый?
- ♦ Между двумя пластинками имеется воздушный клин, освещая который монохроматическим светом наблюдают интерференционные полосы. Как изменится расстояние между полосами, если пространство заполнить прозрачной жидкостью?

Рис. 4

Из рис. 4 следует, что $R^2 = (R - d)^2 + r^2$, где R — радиус кривизны линзы, r — радиус кривизны окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор d . Учитывая, что d мало, получим $d = r^2/(2R)$. Следовательно,

$$\Delta = r^2/R + \lambda_0/2. \quad (4)$$

Приравняв (174.4) к условиям максимума (172.2) и минимума (172.3), получим выражения для радиусов m -го светлого кольца и m -го темного кольца соответственно

$$r_m = \sqrt{(m - 1/2) \lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots),$$

$$r_m^* = \sqrt{m \lambda_0 R} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Измеряя радиусы соответствующих колец, можно (зная радиус кривизны линзы R) определить λ_0 и, наоборот, по известной λ_0 найти радиус кривизны R линзы.

Как для полос равного наклона, так и для полос равной толщины положение максимумов зависит от длины волны λ_0 (2). Поэтому система светлых и темных полос получается только при освещении монохроматическим светом. При наблюдении в белом свете получается совокупность смещенных друг относительно друга полос, образованных лучами разных длин волн, и интерференционная картина приобретает радужную окраску. *Все рассуждения были проведены для отраженного света.* Интерференцию можно наблюдать и в проходящем свете, причем в данном случае не наблюдается потери полуволны. Следовательно, оптическая разность хода для проходящего и отраженного света отличается на $\lambda_0/2$, т. е. *максимумам интерференции в отраженном свете соответствуют минимумы в проходящем, и наоборот.*

57. Интерферометры

1. Интерферометры
2. Интерферометр Жамена
3. Интерферометр Майкельсона
4. Интерферометр Фабри-Перо

Явление интерференции применяется в очень точных измерительных приборах, называемых интерферометрами. Все интерферометры основаны на одном и том же принципе и различаются лишь конструкционно. На рис.1 представлена упрощенная схема интерферометра Майкельсона.

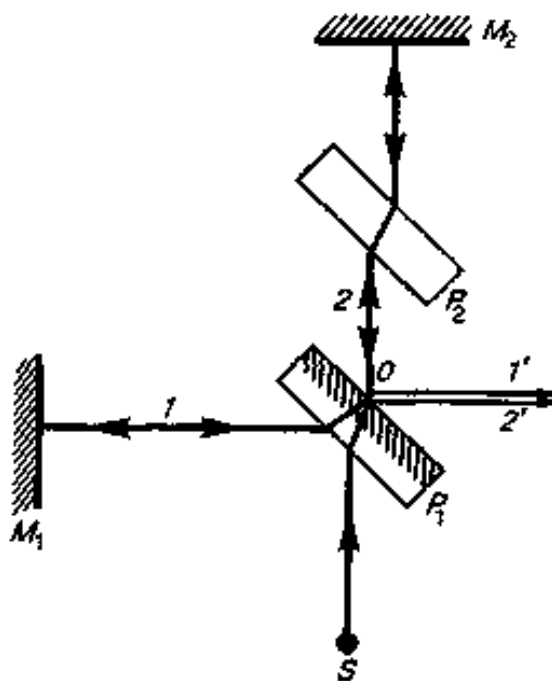


Рис. 255

Монохроматический свет от источника S падает под углом 45° на плоскопараллельную пластинку P_1 . Сторона пластинки, удаленная от S , посеребренная и полупрозрачная, разделяет луч на две части: луч 1 (отражается от посеребренного слоя) и луч 2 (проходит через вето). Луч 1 отражается от зеркала M_1 и, возвращаясь обратно, вновь проходит через пластинку P_1 (луч $1'$). Луч 2 идет к зеркалу M_2 , отражается от него, возвращается обратно и отражается от пластинки P_1 (луч $2'$). Так как первый из лучей проходит сквозь пластинку P_1 дважды, то для компенсации возникающей разности хода на пути второго луча ставится пластинка P_2 (точно такая же, как и P_1 , только не покрытая слоем серебра).

Лучи $1'$ и $2'$ когерентны; следовательно, будет наблюдаться интерференция, результат которой зависит от оптической разности хода луча 1 от точки O до зеркала M_1 и луча 2 от точки O до зеркала M_2 . При перемещении одного из зеркал на расстояние $\lambda_0/4$ разность хода обоих лучей увеличится на $\lambda_0/2$ и произойдет смена освещенности зрительного поля. Следовательно, по незначительному смещению интерференционной картины можно судить о малом перемещении одного из зеркал и использовать интерферометр Майкельсона для точного (порядка 10^{-7} м) измерения длин (измерения длины тел, длины волны света, изменения длины тела при изменении температуры (интерференционный дилатометр)).

Российский физик В. П. Линник (1889—1984) использовал принцип действия интерферометра Майкельсона для создания микроинтерферометра (комбинация интерферометра и микроскопа), служащего для контроля чистоты обработки поверхности.

Интерферометры — очень чувствительные оптические приборы, позволяющие определять незначительные изменения показателя преломления прозрачных тел (газов, жидких и твердых тел) в зависимости от давления, температуры, примесей и т. д. Такие интерферометры получили название интерференционных рефрактометров.

Применяя интерферометр, Майкельсон впервые провел сравнение международного эталона метра с длиной стандартной световой волны. С помощью интерферометров исследовалось также распространение света в движущихся телах, что привело к фундаментальным изменениям представлений о пространстве и времени.

Интерферометр Жамéна (интерференционный рефрактометр) — двухлучевой интерферометр, использовавшийся для измерения малых показателей преломления газов, предложенный Жюлем Жаменом в 1856 году.

В интерферометре Жамена свет проходит через две одинаковые плоскопараллельные стеклянные пластины толщиной не менее 20 мм. Они устанавливаются под углом в 45° к линии, которая соединяет их центры и поворачиваются с помощью винтов относительно вертикальной и горизонтальной осей для изменения ширины интерференционных полос. При падении пучка света на первую пластину, он частично отражается от её внешней и внутренней поверхностей, расщепляясь на два луча. При этом расстояние между лучами зависит от толщины пластины. Интерференция возникает после отражения от второй пластины между лучами, каждый из которых испытал по одному отражению от разных поверхностей пластин. Разница хода между ними составляет

$$\Delta = 2dn(\cos \varphi - \cos \psi)$$

где d — толщина пластин, n — их показатель преломления относительно окружающей среды, φ и ψ — углы преломления в них. Так как разность хода между лучами очень велика, интерференция в белом свете не наблюдается.

Явление интерференции света лежит в основе многих высокоточных измерительных систем и датчиков перемещения. Использование оптических волокон позволяет сделать такие устройства чрезвычайно компактными и

экономичными. В волоконно-оптическом интерферометре Фабри-Перо интерференция происходит на частично отражающем сколе волокна и внешнем отражателе. Размер чувствительного элемента датчика перемещений, основанного на этом принципе, сопоставим с диаметром волоконного световода, т.е. около 0,1 мм, а его чувствительность может достигать долей ангстрема. При этом сам чувствительный элемент помехоустойчив к внешним электромагнитным наводкам.

58. Дифракция света. Метод зон Френеля

1. Дифракция света
2. Принцип Гюйгенса-Френеля
3. Зоны Френеля
4. Сложение амплитуд
5. Дифракция Фраунгофера

Дифракцией называется огибание волнами препятствий, встречающихся на их пути, или в более широком смысле — любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Явление дифракции объясняется с помощью *принципа Гюйгенса*, согласно которому каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.

Принцип Гюйгенса решает лишь задачу о направлении распространения волнового фронта, но не затрагивает вопроса об амплитуде, а следовательно, и об интенсивности волн, распространяющихся по разным направлениям. Френель вложил в принцип Гюйгенса физический смысл, дополнив его идеей интерференции вторичных волн.

Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S , может быть представлена как *результат суперпозиции когерентных вторичных волн*, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S . Обычно в качестве этой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Таким образом, волны, распространяющиеся от источника, являются результатом интерференции всех когерентных вторичных волн. Френель

исключил возможность возникновения обратных вторичных волн и предположил, что если между источником и точкой наблюдения находится непрозрачный экран с отверстием, то на поверхности экрана амплитуда вторичных волн равна нулю, а в отверстии — такая же, как при отсутствии экрана.

Учет амплитуд и фаз вторичных волн позволяет в каждом конкретном случае найти амплитуду (интенсивность) результирующей волны в любой точке пространства, т. е. определить закономерности распространения света. В общем случае расчет интерференции вторичных волн довольно сложный и громоздкий, однако, как будет показано ниже, для некоторых случаев нахождение амплитуды результирующего колебания осуществляется алгебраическим суммированием.

Принцип Гюйгенса — Френеля в рамках волновой теории должен был ответить на вопрос о прямолинейном распространении света. Френель решил эту задачу, рассмотрев взаимную интерференцию вторичных волн и применив прием, получивший название метода зон Френеля.

Найдем в произвольной точке M амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника S (рис. 1).

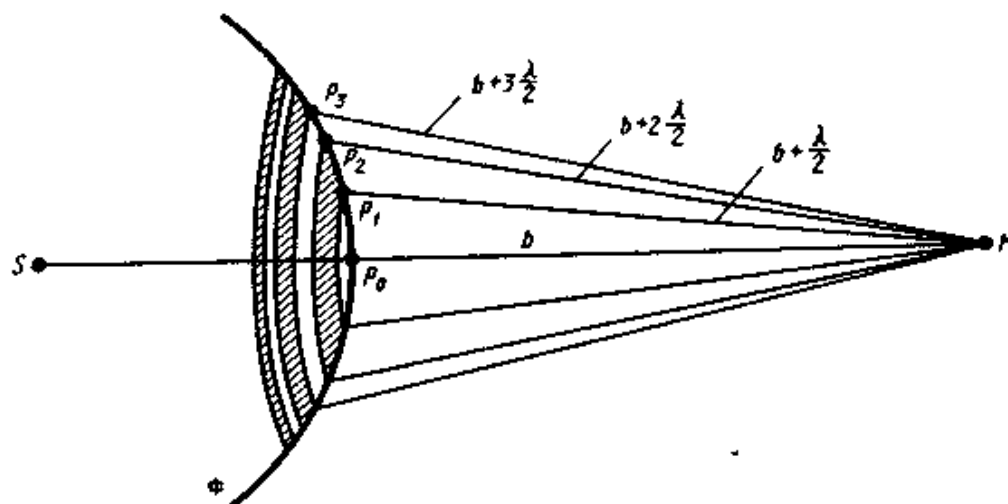


Рис. 1

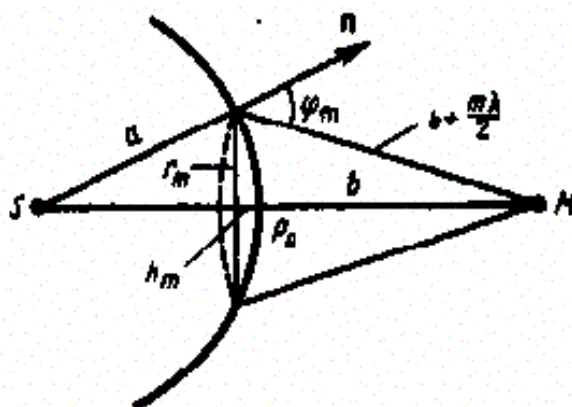
Согласно принципу Гюйгенса — Френеля, заменим действие источника S действием воображаемых источников, расположенных на вспомогательной поверхности Φ , являющейся поверхностью фронта волны, идущей из S (поверхность сферы с центром S). Френель разбил волновую поверхность Φ на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев

зоны до M отличались на $\lambda/2$, т. е. $P_1M - P_0M = P_2M - P_1M = P_3M - P_2M = \dots = \lambda/2$. Подобное разбиение фронта волны на зоны можно выполнить, проведя с центром в точке M сферы радиусами $b + \frac{\lambda}{2}, b + 2\frac{\lambda}{2}, b + 3\frac{\lambda}{2}, \dots$. Так как колебания от соседних зон проходят до точки M расстояния, отличающиеся на $\lambda/2$, то в точку M они приходят в противоположной фазе и при наложении эти колебания будут взаимно ослаблять друг друга. Поэтому амплитуда результирующего светового колебания в точке M

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots, \quad (1)$$

где $A_1, A_2, \dots$ — амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й, ..., m -й зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля. Пусть внешняя граница m -й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высоты h_m (рис. 2).



- Что позволил объяснить принцип Гюйгенса — Френеля?
- В чем заключается принцип построения зон Френеля?
- В чем заключается принцип действия зонных пластинок?

Рис. 2

Обозначив площадь этого сегмента через a_m , найдем, что площадь m -й зоны Френеля равна $\Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1}$, где σ_{m-1} — площадь сферического сегмента, выделяемого внешней границей $(m-1)$ -й зоны. Из рисунка следует, что

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = (b + m\lambda/2)^2 - (b + h_m)^2. \quad (2)$$

После элементарных преобразований, учитывая, что $L \ll a$ и $A \ll a$, получим

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. \quad (3)$$

Площадь сферического сегмента и площадь m -й зоны Френеля соответственно равны

$$\sigma_m = 2\pi ah_m = \frac{\pi ab\lambda}{a+b} m, \quad \Delta\sigma_m = \sigma_m - \sigma_{m-1} = \frac{\pi ab\lambda}{a+b}. \quad (4)$$

Выражение (4) не зависит от m ; следовательно, при не слишком больших m площади зон Френеля одинаковы. Таким образом, построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равные зоны.

Согласно предположению Френеля, действие отдельных зон в точке M тем меньше, чем больше угол φ_m (рис. 2) между нормалью n к поверхности зоны и направлением на M , т. е. действие зон постепенно убывает от центральной (около P_0) к периферическим. Кроме того, интенсивность излучения в направлении точки M уменьшается с ростом m и вследствие увеличения расстояния от зоны до точки M . Учитывая оба этих фактора, можем записать

$$A_1 > A_2 > A_3 > A_4 > \dots$$

Общее число зон Френеля, уместяющихся на полусфере, очень велико; например, при $a = b = 10$ см и $\lambda = 5$ мкм $N = \frac{2\pi a^2}{\pi ab\lambda} = 8 \cdot 10^5$. Поэтому в качестве допустимого приближения можно считать, что амплитуда колебания A_m от некоторой m -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон, т. е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}. \quad (5)$$

Тогда выражение (1) можно записать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2}, \quad (6)$$

так как выражения, стоящие в скобках, согласно (5), равны нулю, а оставшаяся часть от амплитуды последней зоны $\pm A_m/2$ ничтожно мала.

Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке M определяется как бы действием только половины центральной зоны Френеля. Следовательно, действие всей волновой поверхности на точку M сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны.

Если в выражении (2) положим, что высота сегмента $h_m \ll a$ (при не слишком больших m), тогда $r_m^2 = 2ah_m$. Подставив сюда значение (3), найдем радиус внешней границы m -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m\lambda. \quad (7)$$

При $a = b = 10$ см в $\lambda = 0,5$ мкм радиус первой (центральной) зоны $r_1 = 0,158$ мм. Следовательно, распространение света от S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM , т. е. *прямолинейно*. Таким образом, принцип Гюйгенса — Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждена экспериментально. Для этого используются зонные пластинки — в простейшем случае стеклянные пластинки, состоящие из системы чередующихся прозрачных и непрозрачных концентрических колец, построенных по принципу расположения зон Френеля, т. е. с радиусами r_m зон Френеля, определяемыми выражением (7) для заданных значений a , b и λ ($m = 0, 2, 4, \dots$ для прозрачных и $m = 1, 3, 5, \dots$ для непрозрачных колец). Если поместить зонную пластинку в строго определенном месте (на расстоянии a от точечного источника и на расстоянии b от точки наблюдения на линии, соединяющей эти две точки), то для света длиной волны λ она перекроет четные зоны и оставит свободными нечетные начиная с центральной. В результате этого результирующая амплитуда $A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$ должна быть больше, чем при полностью открытом волновом фронте. Опыт подтверждает эти выводы: зонная пластинка увеличивает освещенность в точке M , действуя подобно собирающей линзе.

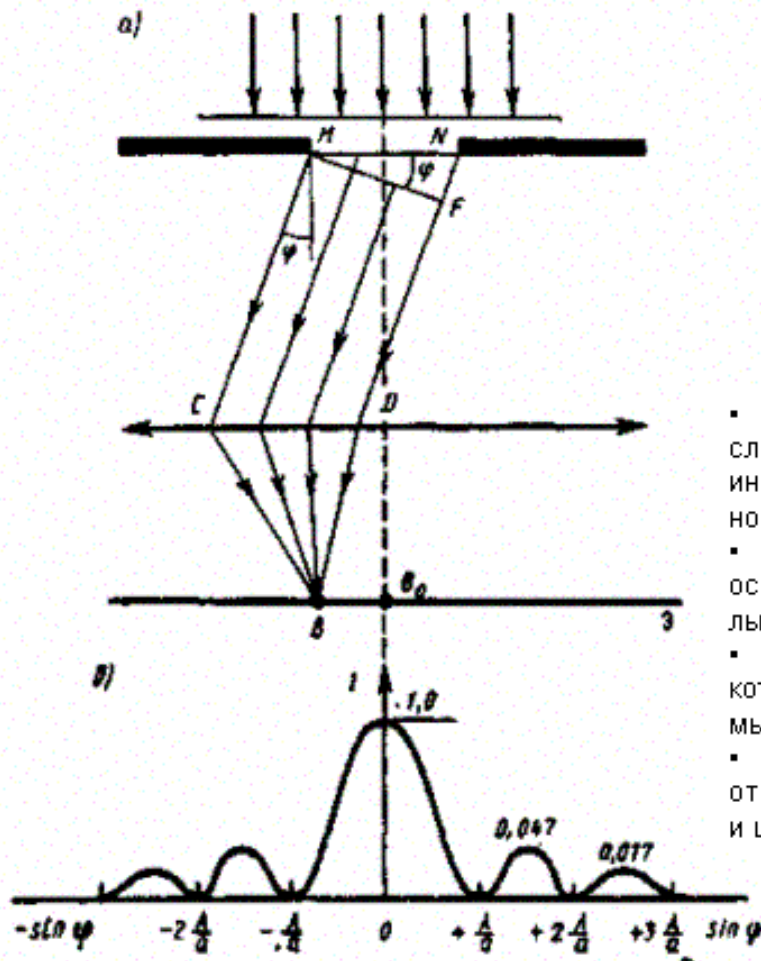
Дифракция Фраунгофера на одной щели

Немецкий физик И. Фраунгофер рассмотрел дифракцию плоских световых волн, или дифракцию в параллельных лучах. Дифракция Фраунгофера, имеющая большое практическое значение, наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Чтобы этот тип дифракции осуществить, достаточно точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера от бесконечно длинной щели (для этого практически достаточно, чтобы длина щели была значительно больше ее ширины). Пусть плоская монохроматическая световая волна падает нормально плоскости узкой щели шириной a (рис. 1, а). Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND , идущими от щели в произвольном направлении φ ,

$$\Delta = NF = a \sin \varphi, \quad (1)$$

где F — основание перпендикуляра, опущенного из точки M на луч ND .



- Найдите направления на точки экрана в случае дифракции на щели, в которых интенсивность равна нулю: интенсивность максимальна.
- Отличается ли дифракция на щели при освещении ее монохроматическим и белым светом?
- Какова предельная ширина щели, при которой еще будут наблюдаться минимумы интенсивности?
- Как влияет на дифракцию Фраунгофера от одной щели увеличение длины волны и ширины щели?

Рис. 1

Разобьем открытую часть волновой поверхности в плоскости щели MN на зоны Френеля, имеющие вид полос, параллельных ребру M щели. Ширина каждой зоны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна $\lambda/2$, т. е. всего на ширине щели уместится $\Delta:\lambda/2$ зон. Так как свет на щель падает нормально, то плоскость щели совпадает с волновым фронтом; следовательно, все точки волнового фронта в плоскости щели будут колебаться в одинаковой фазе. Амплитуды вторичных волн в плоскости щели будут равны, так как выбранные зоны Френеля имеют одинаковые площади и одинаково наклонены к направлению наблюдения.

Из выражения (1) вытекает, что число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, зависит от угла φ . От числа зон Френеля, в свою очередь, зависит результат наложения всех вторичных волн. Из приведенного построения следует, что при интерференции света от каждой пары *соседних*

зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон взаимно гасят друг друга. Следовательно, если *число зон Френеля четное*, то

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m' = 1, 2, 3, \dots), \quad (2)$$

и в точке *B* наблюдается дифракционный минимум (полная темнота), если же *число зон Френеля нечетное*, то

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (3)$$

$$(m = 1, 2, 3, \dots)$$

и наблюдается дифракционный максимум, соответствующий действию одной нескомпенсированной зоны Френеля. Отметим, что в направлении $\varphi = 0$ щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т. е. в точке B_0 наблюдается центральный дифракционный максимум.

Из условий (2) и (3) можно найти направления на точки экрана, в которых амплитуда (а следовательно, и интенсивность) равна нулю ($\sin \varphi_{\min} = \pm m\lambda/a$) или максимальна $\sin \varphi_{\min} = \pm (2m + 1) \lambda/(2a)$. Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции (дифракционный спектр), приведено на рис. 1, б. Расчеты показывают, что интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как 1 : 0,047 : 0,017 : 0,0083 : ..., т. е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме. Из опыта и соответствующих расчетов следует, что сужение щели приводит к тому, что центральный максимум расплывается, а интенсивность уменьшается (это, естественно, относится и к другим максимумам). Наоборот, чем щель шире ($a > \lambda$), тем картина ярче, но дифракционные полосы уже, а число самих полос больше. При $a \gg \lambda$ в центре получается резкое изображение источника света, т. е. имеет место прямолинейное распространение света.

Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны λ , поэтому рассмотренная выше дифракционная картина имеет место лишь для монохроматического света. При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полосы; он общий для всех длин волн (при $\varphi = 0$ разность хода равна нулю для всех λ). Боковые максимумы

радужно окрашены, так как условие максимума при любых m различно для разных λ . Таким образом, справа и слева от центрального максимума наблюдаются максимумы первого ($m = 1$), второго ($m = 2$) и других порядков, обращенные фиолетовым краем к центру дифракционной картины. Однако они настолько расплывчаты, что отчетливого разделения различных длин волн с помощью дифракции на одной щели получить невозможно.

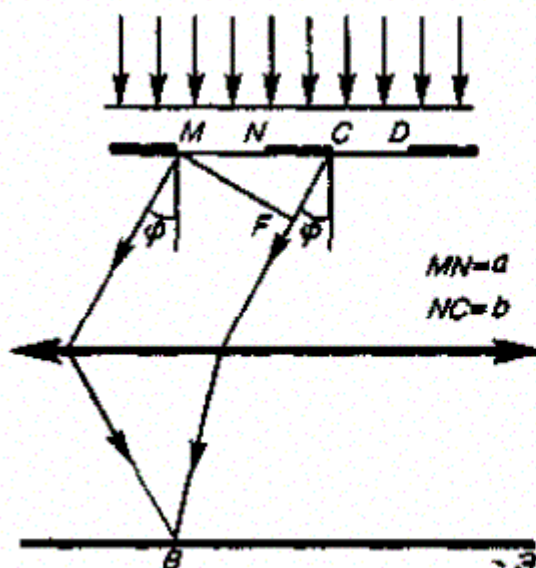
59. Дифракционная решетка

1. Период дифракционной решетки
2. Разность хода лучей, идущих от двух соседних щелей
3. Условие главных максимумов
4. Порядок главных максимумов

Большое практическое значение имеет дифракция, наблюдаемая при прохождении света через одномерную дифракционную решетку — систему параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками. Рассматривая дифракцию Фраунгофера на щели, мы видели, что распределение интенсивности на экране определяется направлением дифрагированных лучей. Это означает, что перемещение щели параллельно самой себе влево или вправо не изменит дифракционной картины. Следовательно, если перейти от одной щели ко многим (к дифракционной решетке), то дифракционные картины, создаваемые каждой щелью в отдельности, будут одинаковыми.

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т. е. *в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.*

Рассмотрим дифракционную решетку. На рис. 2 для наглядности показаны только две соседние щели MN и CD . Если ширина каждой щели равна a , а ширина непрозрачных участков между щелями b , то величина $d = a + b$ называется постоянной (периодом) дифракционной решетки.



- Как изменится дифракционная картина, если увеличить общее число штрихов решетки, не меняя постоянную решетки?
- Сколько дополнительных минимумов и максимумов возникнет при дифракции на шести щелях?
- Почему дифракционная решетка разлагает белый свет в спектр?

Рис. 2

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки. Так как щели находятся друг от друга на одинаковых расстояниях, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления φ одинаковы в пределах всей дифракционной решетки:

$$\Delta = CF = (a + b) \sin \varphi = d \sin \varphi. \quad (1)$$

Очевидно, что в тех направлениях, в которых *ни одна* из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях, т. е. *прежние (главные) минимумы* интенсивности будут наблюдаться в направлениях, определяемых условием (179.2):

$$a \sin \varphi = \pm m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots). \quad (2)$$

Кроме того, вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями, в некоторых направлениях они будут гасить друг друга, т. е. возникнут дополнительные минимумы. Очевидно, что эти дополнительные минимумы будут наблюдаться в тех направлениях, которым соответствует разность хода лучей $\lambda/2, 3\lambda/2, \dots$, посылаемых, например, от крайних левых точек M и C обеих щелей. Таким образом, с учетом (1) условие дополнительных минимумов:

$$d \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m=0, 1, 2, \dots).$$

Наоборот, действие одной щели будет усиливать действие другой, если

$$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda \quad (m=0, 1, 2, \dots), \quad (3)$$

т. е. выражение (3) задает условие главных максимумов.

Таким образом, полная дифракционная картина для двух щелей определяется из условий:

$$\begin{aligned} d \sin \varphi &= \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \text{ --- главные минимумы;} \\ d \sin \varphi &= \frac{\lambda}{2}, \frac{3}{2} \lambda, \frac{5}{2} \lambda, \dots \text{ --- дополнительные минимумы;} \\ d \sin \varphi &= 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots \text{ --- главные максимумы,} \end{aligned}$$

т. е. между двумя главными максимумами располагается один дополнительный минимум. Аналогично можно показать, что между каждыми двумя главными максимумами при трех щелях располагается два дополнительных минимума, при четырех щелях — три и т. д.

Если дифракционная решетка состоит из N щелей, то условием главных минимумов является условие (2), условием главных максимумов — условие (3), а условием дополнительных минимумов

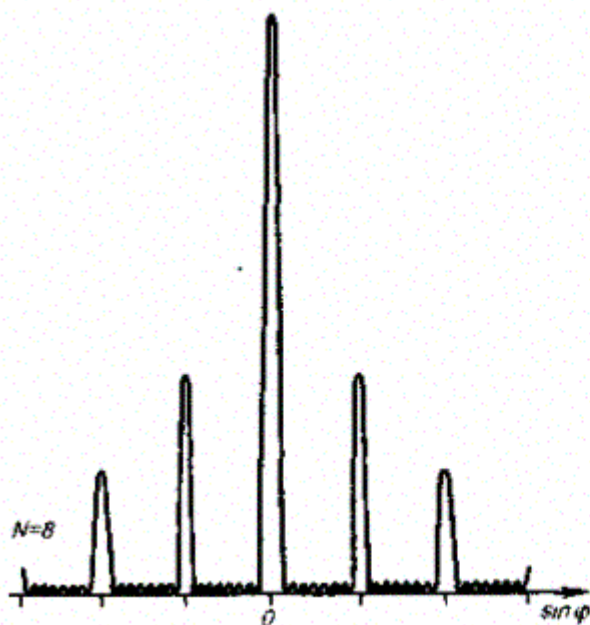
$$d \sin \varphi = \pm m'\lambda/N \quad (m' = 1, 2, \dots, N-1, N+1, \dots, 2N-1, 2N+1, \dots), \quad (4)$$

где m' может принимать все целочисленные значения, кроме 0, N , $2N$, т. е. кроме тех, при которых условие (4) переходит в (3). Следовательно, *в случае N щелей между двумя главными максимумами располагается $N-1$ дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон.*

Чем больше щелей N , тем большее количество световой энергии пройдет через решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем, следовательно, более интенсивными и более острыми будут максимумы. На рис. 3 качественно представлена дифракционная картина от восьми щелей. Так как модуль $\sin \varphi$ не может быть больше единицы, то из (3) следует, что число главных максимумов

$$m \leq d/\lambda,$$

т. е. определяется отношением периода решетки к длине волны.



- ♦ Как определить наибольший порядок спектра дифракционной решетки?
- ♦ Как изменится дифракционная картина при удалении экрана от решетки?
- ♦ Почему при использовании белого света только центральный максимум белый, а боковые максимумы радужно окрашены?
- ♦ Почему штрихи на дифракционной решетке должны быть тесно расположены друг к другу?
- ♦ Почему их должно быть большое число?
- ♦ Запишите условия дифракционных минимумов для одной щели и главных максимумов для решетки. Каков характер этих дифракционных картин?

Рис. 3

Положение главных максимумов зависит от длины волны λ (см. (3)). Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m = 0$), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная — наружу. Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т. е. *дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор.*

Дифракционные решетки, используемые в различных областях спектра, отличаются размерами, формой, материалом поверхности, профилем штрихов и их частотой (от 6000 до 0,25 штрих/мм, что позволяет перекрывать область спектра от ультрафиолетовой его части до инфракрасной). Например, ступенчатый профиль решетки позволяет концентрировать основную часть падающей энергии в направлении одного определенного ненулевого порядка.

60. Дифракция рентгеновских лучей

1. Рентгеновские лучи
2. Рентгеновская трубка
3. Формула Вульфа-Брэггов
4. Применение рентгеновских лучей
5. Рентгеноструктурный анализ

Для наблюдения дифракционной картины необходимо, чтобы постоянная решетки была того же порядка, что и длина волны падающего излучения. Кристаллы, являясь трехмерными пространственными решетками имеют постоянную порядка 10^{-10} м и, следовательно, непригодны для наблюдения дифракции в видимом свете ($\lambda \approx 5 \cdot 10^{-7}$ м). Эти факты позволили немецкому физику М. Лауэ (1879—1960) прийти к выводу, что в качестве естественных дифракционных решеток для рентгеновского излучения можно использовать кристаллы, поскольку расстояние между атомами в кристаллах одного порядка с λ рентгеновского излучения ($\approx 10^{-12} \div 10^{-8}$ м).

Простой метод расчета дифракции рентгеновского излучения от кристаллической решетки предложен независимо друг от друга Г. В. Вульфом и английскими физиками Г. и Л. Брэггами (отец и сын). Они предположили, что дифракция рентгеновского излучения является результатом его отражения от системы параллельных кристаллографических плоскостей (плоскостей, в которых лежат узлы (атомы) кристаллической решетки).

Представим кристаллы в виде совокупности параллельных кристаллографических плоскостей (рис. 1), отстоящих друг от друга на расстоянии d .

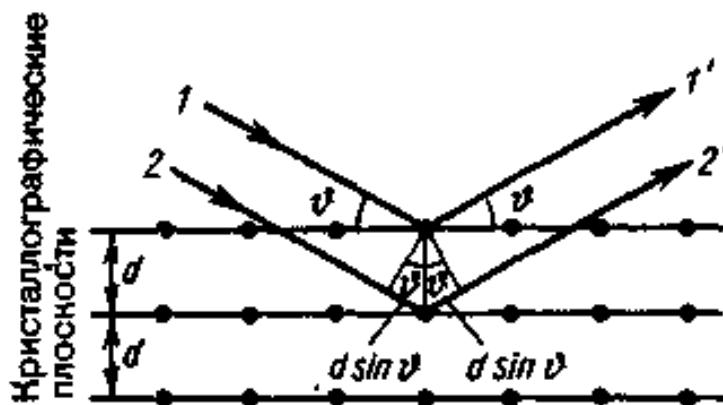


Рис. 1

Пучок параллельных монохроматических рентгеновских лучей (1, 2) падает под углом скольжения θ (угол между направлением падающих лучей и кристаллографической плоскостью) и возбуждает атомы кристаллической решетки, которые становятся источниками когерентных вторичных волн 1' и 2', интерферирующих между собой, подобно вторичным волнам, от щелей дифракционной решетки. Максимумы интенсивности (дифракционные максимумы) наблюдаются в тех направлениях, в которых все отраженные атомными плоскостями волны будут находиться в одинаковой фазе. Эти направления удовлетворяют формуле Вульфа — Брэггов

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m=1, 2, 3, \dots), \quad (1)$$

т. е. при разности хода между двумя лучами, отраженными от соседних кристаллографических плоскостей, кратной целому числу длин волн λ , наблюдается дифракционный максимум.

При произвольном направлении падения монохроматического рентгеновского излучения на кристалл дифракция не возникает. Чтобы ее наблюдать, надо, поворачивая кристалл, найти угол скольжения. Дифракционная картина может быть получена и при произвольном положении кристалла, для чего нужно пользоваться непрерывным рентгеновским спектром, испускаемым рентгеновской трубкой. Тогда для таких условий опыта всегда найдутся длины волн λ , удовлетворяющие условию (1).

Формула Вульфа — Брэггов используется при решении двух важных задач:

1. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей известной длины волны на кристаллической структуре неизвестного строения и измеряя θ и m , можно найти межплоскостное расстояние (d), т. е. определить структуру вещества. Этот метод лежит в основе рентгеноструктурного анализа. Формула Вульфа — Брэггов остается справедливой и при дифракции электронов и нейтронов. Методы исследования структуры вещества, основанные на дифракции электронов и нейтронов, называются соответственно электронографией и нейтронографией.

2. Наблюдая дифракцию рентгеновских лучей неизвестной длины волны на кристаллической структуре при известном d и измеряя θ и m , можно найти длину волны падающего рентгеновского излучения. Этот метод

лежит в основе рентгеновской спектроскопии.

61. Поляризация света. Естественный и поляризованный свет

1. Естественный свет
2. Поляризованный свет
3. Анализатор
4. Поляризатор
5. Закон Малюса
6. Вращение плоскости поляризации

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы же излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая телом в целом, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора (рис. 1, а; луч перпендикулярен плоскости рисунка). В данном случае равномерное распределение векторов E объясняется большим числом атомарных излучателей, а равенство амплитудных значений векторов E — одинаковой (в среднем) интенсивностью излучения каждого из атомов. Свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора E (и, следовательно, H) называется естественным.

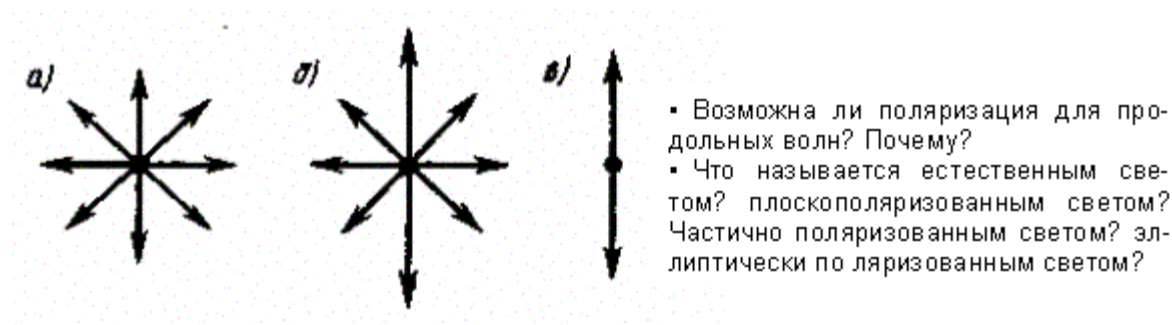


Рис. 1

Свет, в котором направления колебаний светового вектора каким-то образом упорядочены, называется поляризованным. Так, если в результате каких-либо внешних воздействий появляется преимущественное (но не исключительное!) направление колебаний вектора E (рис. 1, б), то имеем дело с частично поляризованным светом. Свет, в котором вектор E (и, следовательно, H) колеблется только в одном направлении,

перпендикулярном лучу (рис. 1, в), называется плоскополяризованным (линейно поляризованным).

Плоскость, проходящая через направление колебаний светового вектора плоскополяризованной волны и направление распространения этой волны, называется плоскостью поляризации. Плоскополяризованный свет является предельным случаем эллиптически поляризованного света — света, для которого вектор E (вектор H) изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу. Если эллипс поляризации вырождается в прямую (при разности фаз φ , равной нулю или π), то имеем дело с рассмотренным выше плоскополяризованным светом, если в окружность (при $\varphi = \pm \pi/2$ и равенстве амплитуд складываемых волн), то имеем дело с циркулярно поляризованным (поляризованным по кругу) светом.

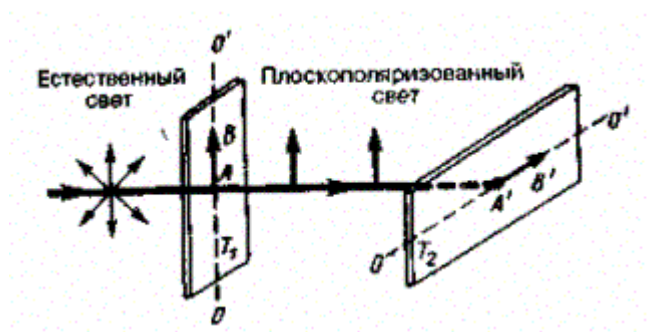
Степенью поляризации называется величина

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где $I_{\max}$ и $I_{\min}$, — соответственно максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором. Для естественного света? Пропускаемого анализатором. Для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P = 0$, для плоскополяризованного $I_{\min} = 0$ и $P = 1$.

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя так называемые поляризаторы, пропускающие колебания только определенного направления (например, пропускающие колебания, параллельные главной плоскости поляризатора, и полностью задерживающие колебания, перпендикулярные этой плоскости). В качестве поляризаторов могут быть использованы среды, анизотропные в отношении колебаний вектора E , например кристаллы. Из природных кристаллов, давно используемых в качестве поляризатора, следует отметить турмалин.

Рассмотрим классические опыты с турмалином (рис. 2).



- Как изменяется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг пучка естественного света?
- Как практически отличить плоскополяризованный свет от естественного?

Рис. 2

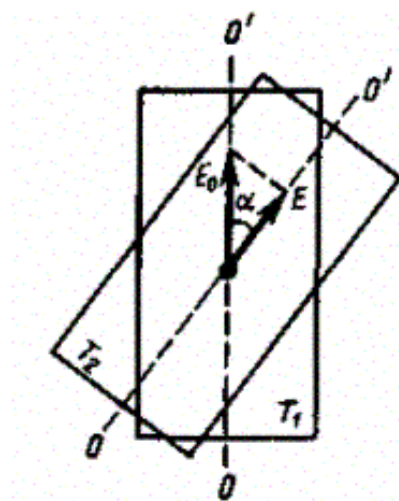
Направим естественный свет перпендикулярно пластинке турмалина T_1 , вырезанной параллельно так называемой оптической оси OO' . Вращая кристалл T_1 вокруг направления луча, никаких изменений интенсивности прошедшего через турмалин света не наблюдаем. Если на пути луча поставить вторую пластинку турмалина T_2 и вращать ее вокруг направления луча, то интенсивность света, прошедшего через пластинки, меняется в зависимости от угла α между оптическими осями кристаллов по закону Малюса^{*}:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \quad (1)$$

где I_0 и I — соответственно интенсивности света, падающего на второй кристалл и вышедшего из него. Следовательно, интенсивность прошедшего через пластинки света изменяется от минимума (полное гашение света) при $\alpha = \pi/2$ (оптические оси пластинок перпендикулярны) до максимума при $\alpha = 0$ (оптические оси пластинок параллельны). Однако, как это следует из рис. 274, амплитуда E световых колебаний, прошедших через пластинку T_2 будет меньше амплитуды световых колебаний E_0 , падающих на пластину T_1 .

$$E = E_0 \cos \alpha.$$

^{*} Э. Малюс (1775—1812) — французский физик.



- Чем замечателен угол Брюстера?
- Покажите, что при выполнении закона Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.
- Интенсивность естественного света, пропущенного через два поляризатора, уменьшилась вдвое. Как ориентированы поляризаторы?

Рис. 3

Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды, то и получается выражение (1).

Результаты опытов с кристаллами турмалина объясняются довольно просто, если исходить из изложенных выше условий пропускания света поляризатором. Первая пластинка турмалина пропускает колебания только определенного направления (на рис. 3 это направление показано стрелкой AB), т. е. преобразует естественный свет в плоскополяризованный. Вторая же пластинка турмалина в зависимости от ее ориентации из поляризованного света пропускает большую или меньшую его часть, которая соответствует компоненту E , параллельному оси второго турмалина. На рис. 273 обе пластинки расположены так, что направления пропускаемых ими колебаний AB и $A'B'$ перпендикулярны друг другу. В данном случае T_1 пропускает колебания, направленные по AB , а T_2 их полностью гасит, т. е. за вторую пластинку турмалина свет не проходит.

Пластинка T_1 , преобразующая естественный свет в плоскополяризованный, является поляризатором. Пластинка T_2 , служащая для анализа степени поляризации света, называется анализатором. Обе пластинки совершенно одинаковы (их можно поменять местами).

Если пропустить естественный свет через два поляризатора, главные плоскости которых образуют угол α , то из первого выйдет плоскополяризованный свет, интенсивность которого $I_0 = 1/2 I_{\text{ест}}$ из второго, согласно (1), выйдет свет интенсивностью $I = I_0 \cos^2 \alpha$. Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора,

$$I = 1/2 I_{\text{ест}} \cos^2 \alpha,$$

откуда $I_{\text{max}} = 1/2 I_{\text{ест}}$ (поляризаторы параллельны) и $I_{\text{min}} = 0$ (поляризаторы скрещены).

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков (например, воздуха и стекла), то часть его отражается, а часть преломляется и распространяется во второй среде. Устанавливая на пути отраженного и преломленного лучей анализатор (например, турмалин), убеждаемся в том, что отраженный и преломленный лучи частично поляризованы: при поворачивании анализатора вокруг лучей интенсивность света периодически усиливается и ослабевает (полного гашения не наблюдается!). Дальнейшие исследования показали, что в отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения (на рис. 4 они обозначены точками), в преломленном — колебания, параллельные плоскости падения (изображены стрелками).

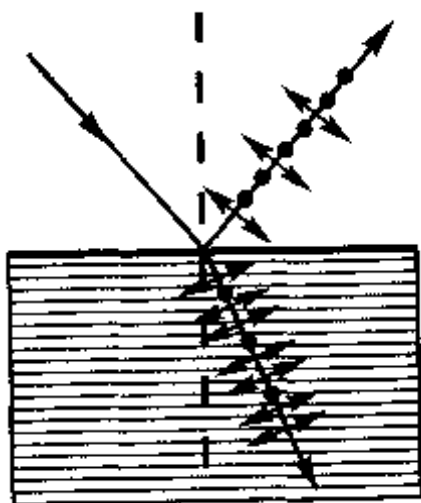


Рис. 4

Степень поляризации (степень выделения световых волн с определенной ориентацией электрического (и магнитного) вектора) зависит от угла падения лучей и показателя преломления. Шотландский физик Д. Брюстер установил закон, согласно которому при угле падения i_B (угол Брюстера), определяемого соотношением

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21}$$

(n_{21} — показатель преломления второй среды относительно первой), *отраженный луч является плоскополяризованным* (содержит только колебания, перпендикулярные плоскости падения) (рис. 5). *Преломленный же луч при угле падения i_B поляризуется максимально, но не полностью.*

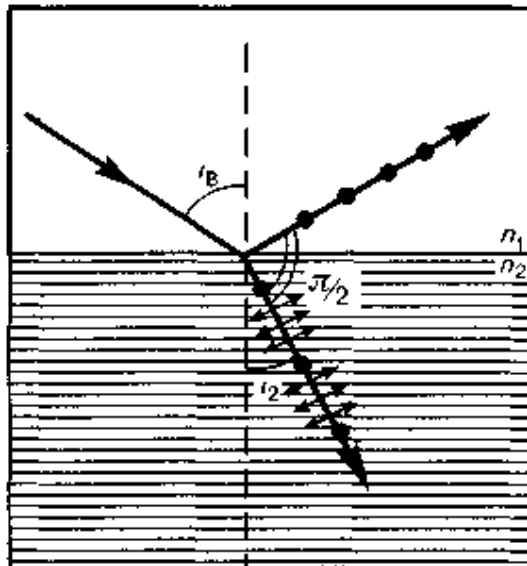


Рис. 5

Если свет падает на границу раздела под углом Брюстера, то отраженный и преломленный лучи *взаимно перпендикулярны* ($\text{tg} i_B = \sin i_B / \cos i_B$, $n_{21} = \sin i_B / \sin i_2$ (i_2 — угол преломления), откуда $\cos i_B = \sin i_2$). Следовательно, $i_B - i_2 = \pi/2$, но $i'_B = i_B$ (закон отражения), поэтому $i'_B + i_2 = \pi/2$.

Некоторые вещества (например, из твердых тел — кварц, сахар, киноварь, из жидкостей — водный раствор сахара, винная кислота, скипидар), называемые оптически активными, обладают способностью вращать плоскость поляризации.

Вращение плоскости поляризации можно наблюдать на следующем опыте (рис. 6). Если между скрещенными поляризатором P и анализатором A , дающими темное поле зрения, поместить оптически активное вещество (например, кювету с раствором сахара), то поле зрения анализатора просветляется. При повороте анализатора на некоторый угол φ можно вновь получить темное поле зрения. Угол φ и есть угол, на который оптически активное вещество поворачивает плоскость поляризации света, прошедшего через поляризатор. Так как поворотом анализатора можно получить темное

поле зрения, то свет, прошедший через оптически активное вещество, является плоскополяризованным.



- Какие вещества называются оптически активными?
- В чем отличие оптической активности от двойного лучепреломления?

Рис. 6

Опыт показывает, что угол поворота плоскости поляризации для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d,$$

для оптически активных растворов

$$\varphi = [\alpha] C d, \quad (2)$$

где d — расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе, α ($[\alpha]$) — так называемое удельное вращение, численно равное углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически активного вещества единичной толщины (единичной концентрации — для растворов), C — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе, кг/м^3 . Удельное вращение зависит от природы вещества, температуры и длины волны света в вакууме.

Опыт показывает, что все вещества, оптически активные в жидком состоянии, обладают таким же свойством и в кристаллическом состоянии. Однако если вещества активны в кристаллическом состоянии, то не всегда активны в жидком (например, расплавленный кварц). Следовательно, оптическая активность обуславливается как строением молекул вещества (их асимметрией), так и особенностями расположения частиц в кристаллической решетке.

Оптически активные вещества в зависимости от направления вращения плоскости поляризации разделяются на право- и левовращающие. В первом случае плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, вращается

вправо (по часовой стрелке), во втором — влево (против часовой стрелки). Вращение плоскости поляризации объяснено О. Френелем. Согласно теории Френеля, скорость распространения света в оптически активных веществах различна для лучей, поляризованных по кругу вправо и влево.

Явление вращения плоскости поляризации и, в частности, формула (21) лежат в основе точного метода определения концентрации растворов оптически активных веществ, называемого поляризиметрией¹ (сахариметрией). По найденному углу поворота плоскости поляризации φ и известному значению $[\alpha]$ из (2) находится концентрация растворенного вещества.

Впоследствии М. Фарадеем было обнаружено вращение плоскости поляризации в оптически неактивных телах, возникающее под действием магнитного поля. Это явление получило название эффекта Фарадея (или магнитного вращения плоскости поляризации). Оно имело огромное значение для науки, так как было первым явлением, в котором обнаружилась связь между оптическими и электромагнитными процессами.

62. Дисперсия света

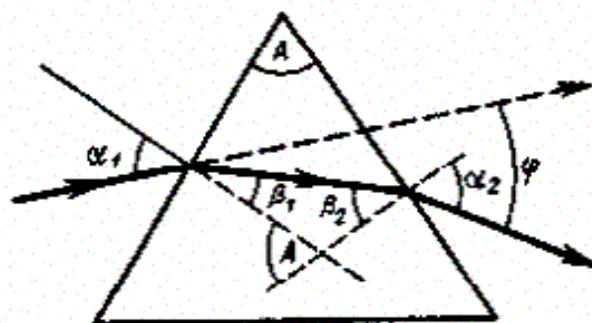
1. Дисперсия света
2. Нормальная дисперсия
3. Аномальная дисперсия
4. Поглощение света

Дисперсией света называется зависимость показателя преломления n вещества от частоты ν (длины волны λ) света или зависимость фазовой скорости v световых волн от его частоты ν . Дисперсия света представляется в виде зависимости

$$n=f(\lambda). \quad (1)$$

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Первые экспериментальные наблюдения дисперсии света принадлежат И. Ньютон. Рассмотрим дисперсию света в призме. Пусть монохроматический пучок света падает на призму с преломляющим углом A и показателем преломления n (рис. 1) под углом α_1 . После двукратного преломления (на левой и правой гранях

призмы) луч оказывается отклоненным от первоначального направления на угол φ .



- Что такое дисперсия света?
- Как связаны между собой преломляющий угол призмы и угол отклонения лучей ею?
- Что показывает дисперсия вещества?

Рис. 1

Из рисунка следует, что

$$\varphi = (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = \alpha_1 + \alpha_2 - A. \quad (2)$$

Предположим, что углы A и α_1 малы, тогда углы α_2 , β_1 и β_2 будут также малы и вместо синусов этих углов можно воспользоваться их значениями. Поэтому $\alpha_1/\beta_1 = n$, $\beta_2/\alpha_2 = 1/n$, а так как $\beta_1 + \beta_2 = A$, то $\alpha_2 = \beta_2 n = n(A - \beta_1) = n(A - \alpha_1/n) = nA - \alpha_1$, откуда

$$\alpha_1 + \alpha_2 = nA. \quad (3)$$

Из выражений (3) и (2) следует, что

$$\varphi = A(n - 1), \quad (4)$$

т. е. угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы.

Из выражения (4) вытекает, что угол отклонения лучей призмой зависит от величины $n - 1$, а n — функция длины волны, поэтому лучи разных длин волн после прохождения призмы окажутся отклоненными на разные углы, т. е. пучок белого света за призмой разлагается в спектр, что и наблюдалось И. Ньютоном. Таким образом, с помощью призмы, так же как и

с помощью дифракционной решетки, разлагая свет в спектр, можно определить его спектральный состав.

Рассмотрим различия в дифракционном и призматическом спектрах.

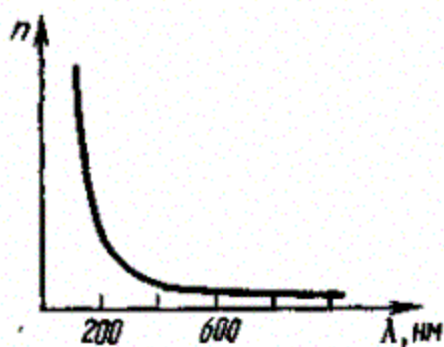
1. Дифракционная решетка разлагает падающий свет непосредственно по длинам волн, поэтому по измеренным углам (по направлениям соответствующих максимумов) можно вычислить длину волны. Разложение света в спектр в призме происходит по значениям показателя преломления, поэтому для определения длины волны света надо знать зависимость $n = f(\lambda)$ (1).

2. Составные цвета в дифракционном и призматическом спектрах располагаются различно. Из (3) следует, что в дифракционной решетке синус угла отклонения пропорционален длине волны. Следовательно, красные лучи, имеющие большую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее. Призма же разлагает лучи в спектр по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ с увеличением длины волны уменьшается (рис. 2). Поэтому красные лучи отклоняются призмой слабее, чем фиолетовые.

Величина

$$D = \frac{dn}{d\lambda},$$

называемая дисперсией вещества, показывает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны. Из рис. 2 следует, что показатель преломления для прозрачных веществ с уменьшением длины волны увеличивается; следовательно, величина $dn/d\lambda$ по модулю также увеличивается с уменьшением λ .



- Чем отличается нормальная дисперсия от аномальной?
- По каким признакам можно отличить спектры, полученные с помощью призмы и дифракционной решетки?

Рис. 2

Такая дисперсия называется нормальной. Как будет показано ниже, ход кривой $n(\lambda)$ — кривой дисперсии — вблизи линий и полос поглощения будет иным: n уменьшается с уменьшением λ . Такой ход зависимости n от λ называется аномальной дисперсией.

На явлении нормальной дисперсии основано действие призмных спектрографов. Несмотря на их некоторые недостатки (например, необходимость градуировки, различная дисперсия в разных участках спектра) при определении спектрального состава света, призмные спектрографы находят широкое применение в спектральном анализе. Это объясняется тем, что изготовление хороших призм значительно проще, чем изготовление хороших дифракционных решеток. В призмных спектрографах также легче получить большую светосилу.

ПОГЛОЩЕНИЕ (АБСОРБЦИЯ) СВЕТА

Поглощением (абсорбцией) света называется явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии. В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается.

Поглощение света в веществе описывается законом Бугера^{*}:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (1)$$

где I_0 и I — интенсивности плоской монохроматической световой волны на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной x , α — коэффициент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света. При $x = 1/\alpha$ интенсивность света I по сравнению с I_0 уменьшается в e раз.

Коэффициент поглощения зависит от длины волны λ (или частоты ω) и для различных веществ различен. Например, одноатомные газы и пары металлов (т. е. вещества, в которых атомы расположены на значительных расстояниях друг от друга и их можно считать изолированными) обладают близким к нулю коэффициентом поглощения и лишь для очень узких

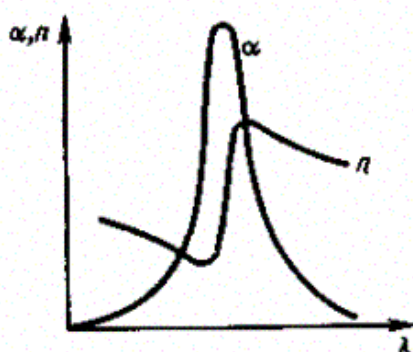
^{*} П. Бугер (1698—1758) — французский ученый.

спектральных областей (примерно 10^{-12} — 10^{-7} м) наблюдаются резкие максимумы (так называемый линейчатый спектр поглощения). Эти линии соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах. Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах, характеризуется полосами поглощения (примерно 10^{-10} — 10^{-7} м).

Коэффициент поглощения для диэлектриков невелик (примерно 10^{-3} - 10^{-5} см $^{-1}$), однако у них наблюдается селективное поглощение света в определенных интервалах длин волн, когда α резко возрастает, и наблюдаются сравнительно широкие полосы поглощения, т. е. диэлектрики имеют сплошной спектр поглощения. Это связано с тем, что в диэлектриках нет свободных электронов и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомов в молекулах диэлектрика.

Коэффициент поглощения для металлов имеет большие значения (примерно 10^3 — 10^5 см $^{-1}$) и поэтому металлы являются непрозрачными для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внутреннюю энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее в нем поглощение света.

На рис. 271 представлены типичная зависимость коэффициента поглощения α от длины волны света λ и зависимость показателя преломления n от λ в области полосы поглощения.



- Почему металлы сильно поглощают свет?
- В чем основное отличие эффекта Доплера для световых волн от эффекта Доплера в акустике?
- Почему поперечный эффект Доплера является релятивистским эффектом? Чем он обусловлен?
- Когда возникает излучение Вавилова—Черенкова?

Рис. 271

Из рисунка следует, что внутри полосы поглощения наблюдается аномальная дисперсия (n убывает с уменьшением λ). Однако поглощение

вещества должно быть значительным, чтобы повлиять на ход показателя преломления.

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зеленые и синие, при освещении белым светом будет казаться красным. Если на такое стекло направить зеленый и синий свет, то из-за сильного поглощения света этих длин волн стекло будет казаться черным. Это явление используется для изготовления светофильтров, которые в зависимости от химического состава (стекла с присадками различных солей, пленки из пластмасс, содержащие красители, растворы красителей и т. д.) пропускают свет только определенных длин волн, поглощая остальные. Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок, наблюдающееся в окружающем мире.

Явление поглощения широко используется в абсорбционном спектральном анализе смеси газов, основанном на измерениях спектров частот и интенсивностей линий (полос) поглощения. Структура спектров поглощения определяется составом и строением молекул, поэтому изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного исследования веществ.

63. Тепловое излучение. Закон Кирхгофа

1. Тепловое излучение
2. Поглощательная способность тела
3. Энергетическая светимость (излучательность) тела
4. Абсолютно черное тело
5. Закон Кирхгофа для теплового излучения

Тела, нагретые до достаточно высоких температур, светятся. Свечение тел, обусловленное нагреванием, называется тепловым (температурным) излучением. Тепловое излучение, являясь самым распространенным в природе, совершается за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (т. е. за счет его внутренней энергии) и свойственно всем телам при температуре выше 0 К. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При

высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких — преимущественно длинные (инфракрасные).

Тепловое излучение — практически единственный вид излучения, который может быть равновесным. Предположим, что нагретое (излучающее) тело помещено в полость, ограниченную идеально отражающей оболочкой. С течением времени, в результате непрерывного обмена энергией между телом и излучением, наступит равновесие, т. е. тело в единицу времени будет поглощать столько же энергии, сколько и излучать. Допустим, что равновесие между телом и излучением по какой-либо причине нарушено и тело излучает энергии больше, чем поглощает. Если в единицу времени тело больше излучает, чем поглощает (или наоборот), то температура тела начнет понижаться (или повышаться). В результате будет ослабляться (или возрастать) количество излучаемой телом энергии, пока, наконец, не установится равновесие. Все другие виды излучения неравновесны.

Количественной характеристикой теплового излучения служит спектральная плотность энергетической светимости (излучательности) тела — мощность излучения с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины:

$$R_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}}}{d\nu},$$

где $dW_{\nu, d\nu}^{\text{изл}}$ — энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени (мощность излучения) с единицы площади поверхности тела в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$.

Единица спектральной плотности энергетической светимости ($R_{\nu,T}$) — джоуль на метр в квадрате (Дж/м²).

Записанную формулу можно представить в виде функции длины волны:

$$dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{изл}} = R_{\nu,T}d\nu = R_{\lambda,T}d\lambda.$$

Так как $c = \lambda\nu$, то

$$\frac{d\lambda}{d\nu} = -\frac{c}{\nu^2} = -\frac{\lambda^2}{c},$$

где знак минус указывает на то, что с возрастанием одной из величин (ν или λ) другая величина убывает. Поэтому в дальнейшем знак минус будем опускать. Таким образом,

$$R_{\nu,T} = R_{\lambda,T} \frac{\lambda^2}{c}. \quad (1)$$

С помощью формулы (1) можно перейти от $R_{\nu,T}$ к $R_{\lambda,T}$, и наоборот.

Зная спектральную плотность энергетической светимости, можно вычислить интегральную энергетическую светимость (интегральную излучательность) (ее называют про сто энергетической светимостью тела), просуммировав по всем частотам:

$$R_T = \int_0^{\infty} R_{\nu,T} d\nu. \quad (2)$$

Способность тел поглощать падающее на них излучение характеризуется спектральной поглощательной способностью

$$A_{\nu,T} = \frac{dW_{\nu, \nu+d\nu}^{\text{погл}}}{dW_{\nu, \nu+d\nu}},$$

показывающей, какая доля энергии, приносимой за единицу времени на единицу площади поверхности тела падающими на нее электромагнитными волнами с частотами от ν до $\nu+d\nu$, поглощается телом. Спектральная поглощательная способность — величина безразмерная. Величины $R_{\nu,T}$ и $A_{\nu,T}$ зависят от природы тела, его термодинамической температуры и при этом различаются для излучений с различными частотами. Поэтому эти величины относят к определенным T и ν (вернее, к достаточно узкому интервалу частот от ν до $\nu+d\nu$).

Тело, способное поглощать полностью при любой температуре все падающее на него излучение любой частоты, называется черным. Следовательно, спектральная поглощательная способность черного тела для всех частот и температур тождественно равна единице ($A_{\nu,T}^{\text{ч}} = 1$). Абсолютно черных тел в природе нет, однако такие тела, как сажа, платиновая чернь, черный бархат и некоторые другие, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к ним.

Наряду с понятием черного тела используют понятие серого тела — тела, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры, материала и состояния поверхности тела. Таким образом, для серого тела $A_{\nu,T}^c = A_T = \text{const} < 1$.

Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел, установил количественную связь между спектральной плотностью энергетической светимости и спектральной поглощательной способностью тел. Отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности не зависит от природы тела; оно является для всех тел универсальной функцией частоты (длины волны) и температуры (закон Кирхгофа):

$$\frac{R_{\nu,T}}{A_{\nu,T}} = r_{\nu,T}. \quad (3)$$

Для черного тела $A_{\nu,T}^c \equiv 1$, поэтому из закона Кирхгофа вытекает, что $R_{\nu,T}$ для черного тела равна $r_{\nu,T}$. Таким образом, универсальная функция Кирхгофа $r_{\nu,T}$ есть не что иное, как *спектральная плотность энергетической светимости черного тела*. Следовательно, согласно закону Кирхгофа, для всех тел отношение спектральной плотности энергетической светимости к спектральной плотности энергетической светимости к спектральной поглощательной способности равно спектральной плотности энергетической светимости черного тела *при той же температуре и частоте*.

Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости любого тела в любой области спектра всегда меньше спектральной плотности энергетической светимости черного тела (при тех же значениях T и ν), так как $A_{\nu,T} < 1$ и поэтому $R_{\nu,T} < r_{\nu,T}$. Кроме того, из (3) вытекает, что если тело при данной температуре T не поглощает электромагнитные волны в интервале частот от ν до $\nu+d\nu$, то оно их в этом интервале частот при температуре T и не излучает, так как при $A_{\nu,T} = 0$ $R_{\nu,T} = 0$.

Используя закон Кирхгофа, выражение для энергетической светимости тела можно записать в виде

$$R_T = \int_0^{\infty} A_{\nu,T} r_{\nu,T} d\nu.$$

Для серого тела

$$R_T^e = A_T \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu = A_T R_e,$$

где

$$R_e = \int_0^{\infty} r_{\nu,T} d\nu \quad (4)$$

— энергетическая светимость черного тела (зависит только от температуры).

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение, являясь настолько характерным для него, что может служить надежным критерием для определения природы излучения. Излучение, которое закону Кирхгофа не подчиняется, не является тепловым.

64. Законы теплового излучения: закон Стефана-Больцмана, закон смещения Вина

1. Закон Стефана-Больцмана
2. Постоянная Стефана-Больцмана
3. Закон смещения Вина
4. Постоянная Вина

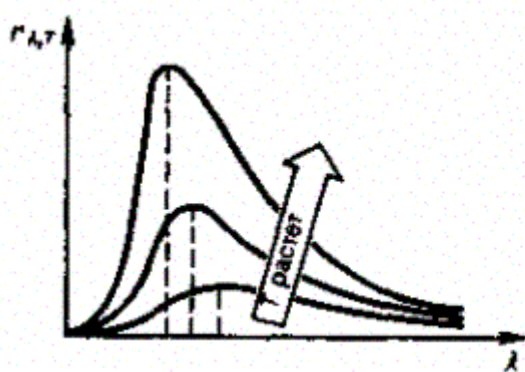
Из закона Кирхгофа следует, что спектральная плотность энергетической светимости черного тела является универсальной функцией, поэтому нахождение ее явной зависимости от частоты и температуры является важной задачей теории теплового излучения.

Австрийский физик И. Стефа, анализируя экспериментальные данные, и Л. Больцман, применяя термодинамический метод, решили эту задачу лишь частично, установив зависимость энергетической светимости Л, от температуры. Согласно закону Стефана — Больцмана,

$$R_e = \sigma T^4, \quad (1)$$

т. е. энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры; σ — постоянная Стефана — Больцмана: ее экспериментальное значение равно $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Закон Стефана — Больцмана, определяя зависимость R_e от температуры, не дает ответа относительно спектрального состава излучения черного тела. Из экспериментальных кривых зависимости функции $r_{\lambda,T}$ от длины волны λ ($r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T}$) при различных температурах (рис. 1) следует, что распределение энергии в спектре черного тела является неравномерным. Все кривые имеют явно выраженный максимум, который по мере повышения температуры смещается в сторону более коротких волн. Площадь, ограниченная кривой зависимости $r_{\lambda,T}$ от λ и осью абсцисс, пропорциональна энергетической светимости R_e черного тела и, следовательно, по закону Стефана — Больцмана, четвертой степени температуры.



- В чем заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?
- Как и во сколько раз изменится энергетическая светимость черного тела, если его термодинамическая температура уменьшится вдвое?
- Как сместится максимум спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела с повышением температуры?

Рис. 1

Немецкий физик В. Вин, опираясь на законы термо- и электродинамики, установил зависимость длины волны $\lambda_{\max}$, соответствующей максимуму функции $r_{\lambda,T}$ от температуры T . Согласно закону смещения Вина,

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad (2)$$

т. е. длина волны $\lambda_{\max}$, соответствующая максимальному значению спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda,T}$ черного тела, обратно пропорциональна его термодинамической температуре, b — постоянная Вина; ее экспериментальное значение равно $2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$. Выражение (2) потому называют *законом смещения Вина*, что оно

показывает смещение положения максимума функции $r_{\lambda,T}$ по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например, переход белого каления в красное при остывании металла).

Из рассмотрения законов Стефана — Больцмана и Вина следует, что термодинамический подход к решению задачи о нахождении универсальной функции Кирхгофа $r_{\nu,T}$ не дал желаемых результатов. Следующая строгая попытка теоретического вывода зависимости $r_{\nu,T}$ принадлежит английским ученым Д. Рэлею и Д. Джинсу, которые применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись классическим законом равномерного распределения энергии по степеням свободы.

Формула Рэля — Джинса для спектральной плотности энергетической светимости черного тела имеет вид

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \langle \epsilon \rangle = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT, \quad (3)$$

где $\langle \epsilon \rangle = kT$ — средняя энергия осциллятора с собственной частотой ν . Для осциллятора, совершающего колебания, средние значения кинетической и потенциальной энергий одинаковы, поэтому средняя энергия каждой колебательной степени свободы $\langle \epsilon \rangle = kT$.

Как показал опыт, выражение (3) согласуется с экспериментальными данными *только* в области достаточно малых частот и больших температур. В области больших частот формула Рэля — Джинса резко расходится с экспериментом, а также с законом смещения Вина (рис. 1). Кроме того, оказалось, что попытка получить закон Стефана — Больцмана из формулы Рэля — Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием (3) энергетическая светимость черного тела

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = \frac{2\pi kT}{c^2} \int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty,$$

в то время как по закону Стефана — Больцмана R_e пропорциональна четвертой степени температуры. Этот результат получил название «ультрафиолетовой катастрофы». Таким образом, в рамках классической

физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

В области больших частот хорошее согласие с опытом дает формула Вина (закон излучения Вина), полученная им из общих теоретических соображений:

$$r_{\nu, T} = C\nu^3 A e^{-A\nu/T}$$

где $r_{\nu, T}$ — спектральная плотность энергетической светимости черного тела, C и A — постоянные величины. В современных обозначениях с использованием постоянной Планка, которая в то время еще не была известна, закон излучения Вина может быть записан в виде

$$r_{\nu, T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} e^{-h\nu/(kT)}.$$

65. Формула Планка для теплового излучения

1. Поглощение и излучение электромагнитных волн определенными порциями (квантами)
2. Постоянная Планка
3. Формула Планка для теплового излучения
4. Соответствие формулы Планка с экспериментальными данными

Правильное, согласующееся с опытными данными выражение для спектральной плотности энергетической светимости черного тела было найдено в 1900 г. немецким физиком М. Планком. Для этого ему пришлось отказаться от установившегося положения классической физики, согласно которому энергия любой системы может изменяться *непрерывно*, т. е. может принимать любые сколь угодно близкие значения. Согласно выдвинутой Планком квантовой гипотезе, атомные осцилляторы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями — квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебания :

$$\epsilon_0 = h\nu = hc/\lambda, \quad (1)$$

где $h=6,625 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка. Так как излучение испускается порциями, то энергия осциллятора ϵ может принимать лишь определенные *дискретные значения*, кратные целому числу элементарных порций энергии ϵ_0 :

$$\epsilon = n h \nu \quad (n = 0, 1, 2, \dots).$$

В данном случае среднюю энергию $\langle \epsilon \rangle$ осциллятора нельзя принимать равной kT . В приближении, что распределение осцилляторов по возможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана, средняя энергия осциллятора

$$\langle \epsilon \rangle = \frac{h \nu}{e^{h \nu / (kT)} - 1},$$

а спектральная плотность энергетической светимости черного тела

$$r_{\nu, T} = \frac{2 \pi \nu^2}{c^2} \frac{h \nu}{e^{h \nu / (kT)} - 1} = \frac{2 \pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h \nu / (kT)} - 1}.$$

Таким образом, Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{\nu, T} = \frac{2 \pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h \nu / (kT)} - 1}, \quad (2)$$

которая блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела *во всем интервале частот и температур*.

Теоретический вывод этой формулы М. Планк изложил 14 декабря 1900 г. на заседании Немецкого физического общества. Этот день стал датой рождения квантовой физики.

В области малых частот, т. е. при $h \nu \ll kT$ (энергия кванта очень мала по сравнению с энергией теплового движения kT), формула Планка совпадает с формулой Рэля — Джинса. Для доказательства этого разложим

экспоненциальную функцию в ряд, ограничившись для рассматриваемого случая двумя первыми членами:

$$e^{hv/(kT)} \approx 1 + \frac{hv}{kT}, \quad e^{hv/(kT)} - 1 \approx \frac{hv}{kT}.$$

Подставляя последнее выражение в формулу Планка, найдем, что

$$r_{\nu,T} \approx \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{hv/(kT)} = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT,$$

т. е. получили формулу Рэлея — Джинса .

Из формулы Планка можно получить закон Стефана — Больцмана. Согласно закону Кирхгофа

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{hv/(kT)} - 1} d\nu.$$

Введем безразмерную переменную $x = hv/(kT)$; $dx = h d\nu/(kT)$; $d\nu = kT dx/h$. Формула для R_e , преобразуется к виду

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \sigma T^4, \quad (3)$$

$$\text{где } \sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{2\pi^5 k^4}{15 c^2 h^3}, \text{ так как } \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

. Таким образом, действительно формула Планка позволяет получить закон Стефана — Больцмана. Кроме того, подстановка числовых значений k , c и h дает для постоянной Стефана — Больцмана значение, хорошо согласующееся с экспериментальными данными. Закон смещения Вина получим с помощью формул (197.1) и (200.3):

$$r_{\lambda,T} = \frac{c}{\lambda^2} r_{\nu,T} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/(kT\lambda)} - 1},$$

откуда

$$\frac{\partial r_{\lambda,T}}{\partial \lambda} = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1)} \left(\left[\frac{hc}{kT\lambda} e^{\frac{hc}{kT\lambda}} \right] / \left[e^{\frac{hc}{kT\lambda}} - 1 \right] - 5 \right).$$

Значение $\lambda_{\max}$, при котором функция достигает максимума, найдем, приравняв нулю эту производную. Тогда, введя $x = hc/(kT\lambda_{\max})$, получим уравнение

$$xe^x - 5(e^x - 1) = 0.$$

Решение этого трансцендентного уравнения методом последовательных приближений дает $x=4,965$. Следовательно, $hc/(kT\lambda_{\max}) = 4,965$, откуда

$$T\lambda_{\max} = hc/(4,965 k) = b,$$

т. е. получили закон смещения Вина.

Из формулы Планка, зная универсальные постоянные h , k и c , можно вычислить постоянные Стефана — Больцмана a и Вина b . С другой стороны, зная экспериментальные значения a и b , можно вычислить значения A и k (именно так и было впервые найдено числовое значение постоянной Планка).

Таким образом, формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит в себе частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Следовательно, формула Планка является полным решением основной задачи теплового излучения, поставленной Кирхгофом. Ее решение стало возможным лишь благодаря революционной квантовой гипотезе Планка.

66. Фотоэлектрический эффект. Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Фотоэлементы

1. Фотоэлектрический эффект
2. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта
3. Красная граница фотоэффекта
4. Внутренний фотоэффект
5. Внешний фотоэффект

6. Фотоэлементы

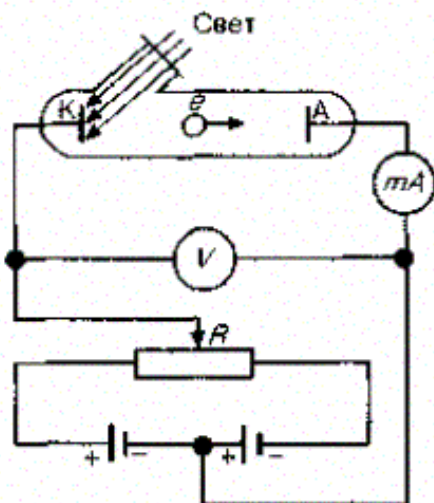
Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом) называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Внутренний фотоэффект — это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри, тела увеличивается, что приводит к возникновению фотопроводимости (повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению э.д.с.

Вентильный фотоэффект, являющийся разновидностью внутреннего фотоэффекта, — возникновение э.д.с. (фото-э.д.с.) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект открывает, таким образом, пути для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

Фотоэффект обнаружен Г. Герцем, наблюдавшим усиление процесса разряда при облучении искрового промежутка ультрафиолетовым излучением.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А. Г. Столетовым. Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рис. 1



- Почему фотоэлектрические измерения весьма чувствительны к природе и состоянию поверхности фотокатода?
- Может ли золотая пластинка служить фотосопротивлением?
- Как при заданной частоте света изменится фототок насыщения с уменьшением освещенности катода?
- Как из опытов по фотоэффекту определяется постоянная Планка?

Рис. 1

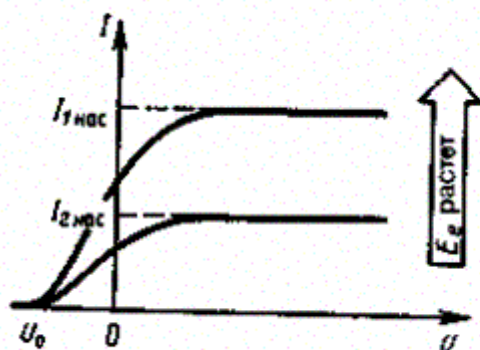
Два электрода (катод K из исследуемого металла и анод A — в схеме Столетова применялась металлическая сетка) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра R можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром. Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие закономерности, не утратившие своего значения до нашего времени: 1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение; 2) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды; 3) сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его интенсивности.

Дж. Дж. Томсон в 1898 г. измерил удельный заряд испускаемых под действием света частиц, (по отклонению в электрическом и магнитном полях). Эти измерения показали, что под действием света вырываются электроны.

На рис. 2 приведена экспериментальная установка для исследования вольт-амперной характеристики фотоэффекта — зависимости фототока I , образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения U между электродами. Такая зависимость, соответствующая двум различным освещенностям E , катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 2. По мере увеличения U фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока $I_{\text{нас}}$ — фототок насыщения — определяется таким значением U , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{\text{нас}} = en,$$

где n — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.



- При замене одного металла другим длина волны, соответствующая красной границе, уменьшается. Что можно сказать о работе выхода этих металлов?
- Как с помощью уравнения Эйнштейна объяснить I и II законы фотоэффекта?
- Нарисуйте и объясните вольт-амперные характеристики, соответствующие двум различным освещенностям катода при заданной частоте света и двум различным частотам при заданной освещенности.

Рис. 2

Из вольт-амперной характеристики следует, что при $U = 0$ фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью v , а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить задерживающее напряжение U_0 . При $U = U_0$ ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью $v_{\max}$, не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$mv_{\max}^2/2 = eU_0, \quad (1)$$

т. е., измерив задерживающее напряжение U_0 , можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

При изучении вольт-амперных характеристик разнообразных материалов (важна чистота поверхности, поэтому измерения проводятся в вакууме и на свежих поверхностях) при различных частотах падающего на катод излучения и различных энергетических освещенностях катода и обобщения полученных данных были установлены следующие три закона внешнего фотоэффекта.

I. Закон Столетова: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности E_e катода).

II. Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой ν .

III. Для каждого вещества существует *красная граница* фотоэффекта, т. е. минимальная частота ν_0 света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), ниже которой фотоэффект невозможен.

Качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения на первый взгляд не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия вырываемого из металла электрона должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фотоэффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, красной границы фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить безынерционность фотоэффекта, установленную опытами. Таким образом, фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света.

А. Эйнштейн в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им *квантовой теории фотоэффекта*. Согласно Эйнштейну, свет частотой ν не только *испускается*, как это предполагал Планк, но и *распространяется* в пространстве и *поглощается* веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых $\epsilon_0 = h\nu$. Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью c распространения света в вакууме. Кванты электромагнитного излучения получили название фотонов.

По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта). Безынерционность фотоэффекта

объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода A из металла (см. § 104) и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии $mv_{\max}^2/2$. По закону сохранения энергии,

$$h\nu = A + mv_{\max}^2/2. \quad (2)$$

Уравнение (2) называется уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта.

Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить II и III законы фотоэффекта. Из (2) непосредственно следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни A , ни ν от интенсивности света не зависят (II закон фотоэффекта). Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (для данного металла $A = \text{const}$), то при некоторой достаточно малой частоте $\nu = \nu_0$ кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится (III закон фотоэффекта). Согласно изложенному, из (2) получим, что

$$\nu_0 = A/h \quad (3)$$

и есть красная граница фотоэффекта для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности.

Уравнение Эйнштейна было подтверждено опытами Милликена.

На явлении фотоэффекта основано действие фотоэлектронных приборов, получивших разнообразное применение в различных областях науки и техники. В настоящее время практически невозможно указать отрасли производства, где бы не использовались фотоэлементы — приемники излучения, работающие на основе фотоэффекта и преобразующие энергию излучения в электрическую.

Простейшим фотоэлементом с внешним фотоэффектом является вакуумный фотоэлемент. Он представляет собой откачанный стеклянный баллон, внутренняя поверхность которого (за исключением окошка для

доступа излучения) покрыта фоточувствительным слоем, служащим фотокатодом. В качестве анода обычно используется кольцо или сетка, помещаемая в центре баллона. Фотоэлемент включается в цепь батареи, э.д.с. которой выбирается такой, чтобы обеспечить фототок насыщения. Выбор материала фотокатода определяется рабочей областью спектра: для регистрации видимого света и инфракрасного излучения используется кислородно-цезиевый катод, для регистрации ультрафиолетового излучения и коротковолновой части видимого света — сурьмяно-цезиевый. Вакуумные фотоэлементы безынерционны, и для них наблюдается строгая пропорциональность фототока интенсивности излучения. Эти свойства позволяют использовать вакуумные фотоэлементы в качестве фотометрических приборов, напри мер фотоэлектрический экспонометр, люксметр (измеритель освещенности) и т. д.

Для увеличения интегральной чувствительности вакуумных фотоэлементов (фото-ток насыщения, приходящийся на 1 лм светового потока) баллон заполняется разреженным инертным газом (Аг или Ne при давлении $\approx 1,3 \div 13$ Па). Фототок в таком элементе, называемом газонаполненным, усиливается вследствие ударной ионизации молекул газа фотоэлектронами. Интегральная чувствительность газонаполненных фотоэлементов (≈ 1 мА/лм) гораздо выше, чем для вакуумных (20—150 мкА/лм), но они обладают по сравнению с последними большей инерционностью (менее строгой пропорциональностью фототока интенсивности излучения), что приводит к ограничению области их применения.

Для усиления фототока применяются уже рассмотренные выше фотоэлектронные умножители, в которых наряду с фотоэффектом используется явление вторичной электронной эмиссии. Размеры фотоэлектронных умножителей немного превышают размеры обычной радиолампы, общий коэффициент усиления составляет $\approx 10^7$ (при напряжении питания 1—1,5 кВ), а их интегральная чувствительность может достигать 10 А/лм. Поэтому фотоэлектронные умножители начинают вытеснять фотоэлементы, правда, их применение связано с использованием высоковольтных стабилизированных источников питания, что несколько неудобно.

Фотоэлементы с внутренним фотоэффектом, называемые полупроводниковыми фотоэлементами или фотосопротивлениями (фоторезисторами), обладают гораздо большей интегральной

чувствительностью, чем вакуумные. Для их изготовления используются PbS, CdS, PbSe и некоторые другие полупроводники. Если фотокатоды вакуумных фотоэлементов и фотоэлектронных умножителей имеют красную границу фотоэффекта не выше 1,1 мкм, то применение фотосопротивлений позволяет производить измерения в далекой инфракрасной области спектра ($3\div 4$ мкм), а также в областях рентгеновского и гамма-излучений. Кроме того, они малогабаритны и имеют низкое напряжение питания. Недостаток фотосопротивлений — их заметная инерционность, поэтому они непригодны для регистрации быстропеременных световых потоков.

Фотоэлементы с вентильным фотоэффектом, называемые вентильными фотоэлементами (фотоэлементами с запирающим слоем), обладая, подобно элементам с внешним фотоэффектом, строгой пропорциональностью фототока интенсивности излучения, имеют бóльшую по сравнению с ними интегральную чувствительность (примерно 2—30 мА/лм) и не нуждаются во внешнем источнике э.д.с. К числу вентильных фотоэлементов относятся германиевые, кремниевые, селеновые, купроксные, сернисто-серебряные и др.

Кремниевые и другие вентильные фотоэлементы применяются для создания солнечных батарей, непосредственно преобразующих световую энергию в электрическую. Эти батареи уже в течение многих лет работают на космических спутниках и кораблях. К.п.д. этих батарей составляет $\approx 10\%$ и, как показывают теоретические расчеты, может быть доведен до $\approx 22\%$, что открывает широкие перспективы их использования в качестве источников электроэнергии для бытовых и производственных нужд.

Рассмотренные виды фотоэффекта используются также в производстве для контроля, управления и автоматизации различных процессов, в военной технике для сигнализации и локации невидимым излучением, в технике звукового кино, в различных системах связи и т. д.

67. Модели атома Томсона и Резерфорда

1. Модели атома Томсона
2. Опыт Резерфорда
3. Формула Резерфорда
4. Углы отклонения α -частиц
5. Модель атома Резерфорда

Первая попытка создания на основе накопленных экспериментальных данных модели атома принадлежит Дж. Дж. Томсону (1903). Согласно этой модели, атом представляет собой непрерывно заряженный положительным зарядом шар радиусом порядка 10^{-10} м, внутри которого около своих положений равновесия колеблются электроны; суммарный отрицательный заряд электронов равен положительному заряду шара, поэтому атом в целом нейтрален. Через несколько лет было доказано, что представление о непрерывно распределенном внутри атома положительном заряде ошибочно.

В развитии представлений о строении атома велико значение опытов английского физика Э. Резерфорда (1871—1937) по рассеянию ос-частиц в веществе. Альфа-частицы возникают при радиоактивных превращениях; они являются положительно заряженными частицами с зарядом $2e$ и массой, примерно в 7300 раз большей массы электрона. Пучки α -частиц обладают высокой монохроматичностью (для данного превращения имеют практически одну и ту же скорость (порядка 10^7 м/с)).

Резерфорд, исследуя прохождение α -частиц в веществе (через золотую фольгу толщиной примерно 1 мкм), показал, что основная их часть испытывает незначительные отклонения, но некоторые α -частицы (примерно одна из 20 000) резко отклоняются от первоначального направления (углы отклонения достигали даже 180°). Так как электроны не могут существенно изменить движение столь тяжелых и быстрых частиц, как α -частицы, то Резерфордом был сделан вывод, что значительное отклонение α -частиц обусловлено их взаимодействием с положительным зарядом большой массы. Однако значительное отклонение испытывают лишь немногие α -частицы; следовательно, лишь некоторые из них проходят вблизи данного положительного заряда. Это, в свою очередь, означает, что положительный заряд атома сосредоточен в объеме, очень малом по сравнению с объемом атома.

На основании своих исследований Резерфорд в 1911 г. предложил ядерную (планетарную) модель атома. Согласно этой модели, вокруг положительного ядра, имеющего заряд Ze (Z — порядковый номер элемента в системе Менделеева, e — элементарный заряд), размер 10^{-15} — 10^{-14} м и массу, практически равную массе атома, в области с линейными размерами порядка 10^{-10} м по замкнутым орбитам движутся электроны, образуя электронную оболочку атома. Так как атомы нейтральны, то заряд ядра равен

суммарному заряду электронов, т. е. вокруг ядра должно вращаться Z электронов.

Для простоты предположим, что электрон движется вокруг ядра по круговой орбите радиуса r . При этом кулоновская сила взаимодействия между ядром и электроном сообщает электрону центростремительное ускорение. Второй закон Ньютона для электрона, движущегося по окружности под действием кулоновской силы, имеет вид

$$\frac{Zee}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{m_e v^2}{r},$$

где m_e и v — масса и скорость электрона на орбите радиуса r , ϵ_0 — электрическая постоянная.

Уравнение содержит два неизвестных: r и v . Следовательно, существует бесчисленное множество значений радиуса и соответствующих ему значений скорости (а значит, и энергии), удовлетворяющих этому уравнению. Поэтому величины r , v (следовательно, и E) могут меняться непрерывно, т. е. может испускаться любая, а не вполне определенная порция энергии. Тогда спектры атомов должны быть сплошными. В действительности же опыт показывает, что атомы имеют линейчатый спектр. Из выражения следует, что при

$r \approx 10^{-10}$ м скорость движения электронов $v \approx 10^6$ м/с, а ускорение $v^2/r = 10^{22}$ м/с². Согласно классической электродинамике, ускоренно движущиеся электроны должны излучать электромагнитные волны и вследствие этого непрерывно терять энергию. В результате электроны будут приближаться к ядру и в конце концов упадут на него. Таким образом, атом Резерфорда оказывается неустойчивой системой, что опять-таки противоречит действительности.

Попытки построить модель атома в рамках классической физики не привели к успеху: модель Томсона была опровергнута опытами Резерфорда, ядерная же модель оказалась неустойчивой электродинамически и противоречила опытным данным. Преодоление возникших трудностей потребовало создания качественно новой — *квантовой* — теории атома.

68. Постулаты Бора. Опыты Франка и Герца

1. Первый постулат Бора
2. Стационарные орбиты
3. Второй постулат Бора
4. Правило квантования Бора
5. Опыты Франка и Герца

Первая попытка построить качественно новую — квантовую — теорию атома была предпринята в 1913 г. датским физиком Нильсом Бором. Он поставил перед собой цель связать в единое целое эмпирические закономерности линейчатых спектров, ящерицу модель атома Резерфорда и квантовый характер излучения и поглощения света. В основу своей теории Бор положил два постулата.

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний): в атоме существуют стационарные (не изменяющиеся со временем) состояния, в которых он не излучает энергии. Стационарным состояниям атома соответствуют стационарные орбиты, по которым движутся электроны. Движение электронов по стационарным орбитам не сопровождается излучением электромагнитных волн.

В стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь дискретные квантованные значения момента импульса, удовлетворяющие условию

$$m_e v r_n = n \hbar \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (1)$$

где m_e — масса электрона, v — его скорость по n -й орбите радиуса r_n ,

$$\hbar = h/(2\pi).$$

Второй постулат Бора (правило частот): при переходе электрона с одной стационарной орбиты на другую излучается (поглощается) один фотон с энергией

$$h\nu = E_n - E_m, \quad (2)$$

равной разности энергий соответствующих стационарных состояний (E_n и E_m — соответственно энергии стационарных состояний атома до и после излучения (поглощения)). При $E_m < E_n$ происходит излучение фотона (переход атома из состояния с большей энергией в состояние с меньшей энергией, т.

с. переход электрона с более удаленной от ядра орбиты на более близлежащую), при $E_m > E_n$ — его поглощение (переход атома в состояние с большей энергией, т. е. переход электрона на более удаленную от ядра орбиту). Набор возможных дискретных частот $\nu = (E_n - E_m)/h$ квантовых переходов и определяет линейчатый спектр атома.

Изучая методом задерживающего потенциала столкновения электронов с атомами газов (1913), Д. Франк и Г. Герц экспериментально доказали дискретность значений энергии атомов. Принципиальная схема их установки приведена на рис. 1.

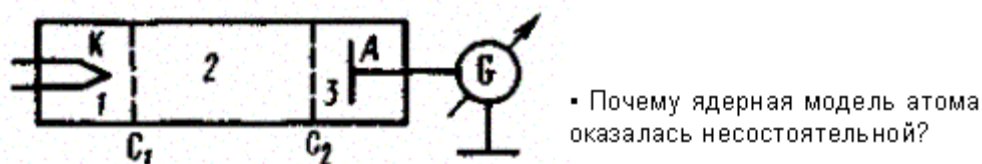
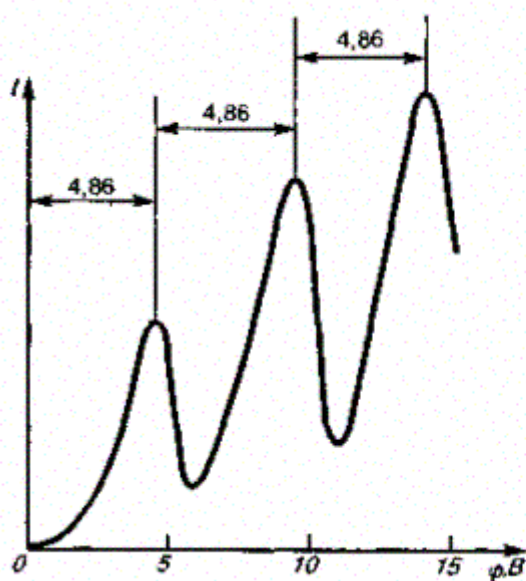


Рис. 1

Вакуумная трубка, заполненная парами ртути (давление приблизительно равно 13 Па), содержала катод (К), две сетки (C_1 и C_2) и анод (А). Электроны, эмиттируемые катодом, ускорялись разностью потенциалов, приложенной между катодом и сеткой C_1 . Между сеткой C_2 и анодом приложен небольшой (примерно 0,5 В) задерживающий потенциал.

Электроны, ускоренные в области 1, попадают в область 2 между сетками, где испытывают соударения с атомами паров ртути. Электроны, которые после соударений имеют достаточную энергию для преодоления задерживающего потенциала в области 3, достигают анода. При неупругих соударениях электронов с атомами ртути последние могут возбуждаться. Согласно боровской теории, каждый из атомов ртути может получить лишь вполне определенную энергию, переходя при этом в одно из возбужденных состояний. Поэтому если в атомах действительно существуют стационарные состояния, то электроны, сталкиваясь с атомами ртути, должны терять энергию дискретно, определенными порциями, равными разности энергий соответствующих стационарных состояний атома.

Из опыта следует (рис. 2), что при увеличении ускоряющего потенциала вплоть до 4,86 В анодный ток возрастает монотонно, его значение проходит через максимум (4,86 В), затем резко уменьшается и возрастает вновь. Дальнейшие максимумы наблюдаются при $2 \cdot 4,86$ и $3 \cdot 4,86$ В.



- Почему из различных серий спектральных линий атома водорода первой была изучена серия Бальмера?
- Какой смысл имеют числа m и n в обобщенной формуле Бальмера?
- Чему равна частота излучения атома водорода, соответствующая коротковолновой границе серии Брэкета?
- Разъясните смысл постулатов Бора. Как с их помощью объясняется линейчатый спектр атома?
- На каких участках кривой рис. 293 наблюдаются упругие и на каких — неупругие столкновения электронов с атомами?
- Какие основные выводы можно сделать на основании опытов Франка и Герца?

Рис. 2

Ближайшим к основному, невозбужденному, состоянию атома ртути является возбужденное состояние, отстоящее от основного по шкале энергий на 4,86 эВ. Пока разность потенциалов между катодом и сеткой меньше 4,86 В, электроны, встречая на своем пути атомы ртути, испытывают с ними только упругие соударения. При $e\phi = 4,86$ эВ энергия электрона становится достаточной, чтобы вызвать неупругий удар, при котором электрон отдает атому ртути всю кинетическую энергию, возбуждая переход одного из электронов атома из нормального энергетического состояния на возбужденный энергетический уровень. Электроны, потерявшие свою кинетическую энергию, уже не смогут преодолеть тормозящего поля и достигнуть анода. Этим и объясняется первое резкое падение анодного тока при $e\phi = 4,86$ эВ. При значениях энергии, кратных 4,86 эВ, электроны могут испытать с атомами ртути 2, 3, ... неупругих соударения, потеряв при этом полностью свою энергию, и не достигнуть анода, т. е. должно наблюдаться резкое падение анодного тока. Это действительно наблюдается на опыте (рис. 2).

Таким образом, опыты Франка и Герца показали, что электроны при столкновении с атомами ртути передают атомам только определенные порции энергии, причем 4,86 эВ — наименьшая возможная порция энергии (наименьший квант энергии), которая может быть поглощена атомом ртути в основном энергетическом состоянии. Следовательно, идея Бора о

существовании в атомах стационарных состояний блестяще выдержала экспериментальную проверку.

Атомы ртути, получившие при соударении с электронами энергию ΔE , переходят в возбужденное состояние и должны возвратиться в основное, излучая при этом, согласно второму постулату Бора, световой квант с частотой $\nu = \Delta E/h$. По известному значению $\Delta E = 4,86$ эВ можно вычислить длину волны излучения: $\lambda = hc/\Delta E \approx 255$ нм. Таким образом, если теория верна, то атомы ртути, бомбардируемые электронами с энергией 4,86 эВ, должны являться источником ультрафиолетового излучения с $\lambda \approx 255$ нм. Опыт действительно обнаруживает одну ультрафиолетовую линию с $\lambda \approx 254$ нм. Таким образом, опыты Франка и Герца экспериментально подтвердили не только первый, но и второй постулат Бора. Эти опыты сыграли огромное значение в развитии атомной физики.

69. Гипотеза де-Бройля. Волновые свойства вещества

1. Гипотеза де Бройля
2. Импульс фотона
3. Формула де-Бройля
4. Соотношение неопределенностей
5. Волновые свойства вещества

Французский ученый Луи де Бройль, осознавая существующую в природе симметрию и развивая представления о двойственной корпускулярно-волновой природе света, выдвинул в 1923 г. гипотезу об *универсальности корпускулярно-волнового дуализма*. Де Бройль утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами. Итак, согласно де Бройлю, с *каждым микрообъектом* связываются, с одной стороны, *корпускулярные* характеристики — энергия E и импульс p , а с другой — *волновые характеристики* — частота ν и длина волны λ . Количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства частиц, такие же, как для фотонов:

$$E = h\nu, \quad p = h/\lambda. \quad (1)$$

Смелость гипотезы де Бройля заключалась именно в том, что соотношение (1) постулировалось не только для фотонов, но и для других микрочастиц, в частности для таких, которые обладают массой покоя. Таким образом, любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны, определяемой по формуле де Бройля:

$$\lambda = h/p. \quad (2)$$

Это соотношение справедливо для любой частицы с импульсом p .

Вскоре гипотеза де Бройля была подтверждена экспериментально. В 1927 г. американские физики К. Дэвиссон и Л. Джермер обнаружили, что пучок электронов, рассеивающийся от естественной дифракционной решетки — кристалла никеля, — дает отчетливую дифракционную картину. Дифракционные максимумы соответствовали формуле Вульфа — Брэггов, а брэгговская длина волны оказалась в точности равной длине волны, вычисленной по формуле (2). В дальнейшем формула де Бройля была подтверждена опытами П. С. Тартаковского и Г. Томсона, наблюдавших дифракционную картину при прохождении пучка быстрых электронов (энергия ≈ 50 кэВ) через металлическую фольгу (толщиной ≈ 1 мкм).

Впоследствии дифракционные явления обнаружили также для нейтронов, протонов, атомных и молекулярных пучков. Это окончательно послужило доказательством наличия волновых свойств микрочастиц и позволило описывать движение микрочастиц в виде волнового процесса, характеризующегося определенной длиной волны, рас считываемой по формуле де Бройля.

Экспериментальное доказательство наличия волновых свойств микрочастиц привело к выводу о том, что перед нами универсальное явление, общее свойство материи. Но тогда волновые свойства должны быть присущи и макроскопическим телам. Почему же они не обнаружены экспериментально? Например, частице массой 1 г, движущейся со скоростью 1 м/с, соответствует волна де Бройля с $\lambda = 6,62 \cdot 10^{-31}$ м. Такая длина волны лежит за пределами доступной наблюдению области (периодических структур с периодом $d \approx 10^{-31}$ м не существует). Поэтому считается, что макроскопические тела проявляют только одну сторону своих свойств — корпускулярную — и не проявляют волновую.

Представление о двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества углубляется еще тем, что на частицы вещества переносится связь между полной энергией частицы ϵ и частотой ν волн де Бройля:

$$\epsilon = h\nu. \quad (3)$$

Это свидетельствует о том, что соотношение между энергией и частотой в формуле (3) имеет характер *универсального соотношения*, справедливого как для фотонов, так и для любых других микрочастиц. Справедливость же соотношения (3) вытекает из согласия с опытом тех теоретических результатов, которые получены с его помощью в квантовой механике, атомной и ядерной физике.

Подтвержденная экспериментально гипотеза де Бройля о корпускулярно-волновом дуализме свойств вещества коренным образом изменила представления о свойствах микрообъектов. Всем микрообъектам присущи и корпускулярные, и волновые свойства; в то же время любую из микрочастиц нельзя считать ни частицей, ни волной в классическом понимании.

Согласно двойственной корпускулярно-волновой природе частиц вещества, для описания микрочастиц используются то волновые, то корпускулярные представления. По этому приписывать им все свойства частиц и все свойства волн нельзя. Естественно, что необходимо внести некоторые ограничения в применении к объектам микромира понятий классической механики.

В классической механике всякая частица движется по определенной траектории, так что в любой момент времени точно фиксированы ее координата и импульс. Микрочастицы из-за наличия у них волновых свойств существенно отличаются от классических частиц. Одно из основных различий заключается в том, что нельзя говорить о движении микрочастицы по определенной траектории и неправомочно говорить об одновременных точных значениях ее координаты и импульса. Это следует из корпускулярно-волнового дуализма. Так, понятие «длина волны в данной точке» лишено физического смысла, а поскольку импульс выражается через длину волны, то отсюда следует, что микрочастица с определенным импульсом имеет полностью неопределенную координату. И наоборот, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты, то ее импульс является полностью неопределенным.

В. Гейзенберг, учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении, пришел в 1927 г. к выводу, что объект микромира невозможно одновременно с любой наперед заданной точностью характеризовать и координатой и импульсом. Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга, микрочастица (микрообъект) не может иметь одновременно и определенную координату (x, y, z), и определенную соответствующую проекцию импульса (p_x, p_y, p_z), причем неопределенности этих величин удовлетворяют условиям

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \geq \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \geq \hbar, \quad (4)$$

т. е. произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка $\hbar$.

Из соотношения неопределенностей следует, что, например, если микрочастица находится в состоянии с точным значением координаты ($\Delta x = 0$), то в этом состоянии соответствующая проекция ее импульса оказывается совершенно неопределенной ($\Delta p_x \rightarrow \infty$), и наоборот. Таким образом, для микрочастицы не существует состояний, в которых ее координаты и импульс имели бы одновременно точные значения. Отсюда вытекает и фактическая невозможность одновременно с любой наперед заданной точностью измерить координату и импульс микрообъекта.

Невозможность одновременно точно определить координату и соответствующую проекцию импульса не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, а является следствием специфики микрообъектов, отражающей особенности их объективных свойств, а именно двойственной корпускулярно-волновой природы. Соотношение неопределенностей получено при одновременном использовании классических характеристик движения частицы (координаты, импульса) и наличия у нее волновых свойств. Так как в классической механике принимается, что измерение координаты и импульса может быть произведено с любой точностью, то *соотношение неопределенностей является, таким образом, квантовым ограничением применимости классической механики к микрообъектам.*

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии E и времени t , т. е. неопределенности этих величин удовлетворяют условию

$$\Delta E \Delta t \geq h. \quad (5)$$

Подчеркнем, что ΔE — неопределенность энергии некоторого состояния системы, Δt — промежуток времени, в течение которого оно существует. Следовательно, система, имеющая среднее время жизни Δt , не может быть охарактеризована определенным значением энергии; разброс энергии $\Delta E = h/\Delta t$ возрастает с уменьшением среднего времени жизни. Из выражения (5) следует, что частота излученного фотона также должна иметь неопределенность $\Delta \nu = \Delta E/h$, т. е. линии спектра должны характеризоваться частотой, равной $\nu \pm \Delta E/h$. Опыт действительно показывает, что все спектральные линии размыты; измеряя ~~ширину~~ спектральной линии, можно оценить порядок времени существования атома в возбужденном **состоянии**.

70. Квантовые числа. Распределение электронов в атоме по состояниям

1. Главное квантовое число
2. Орбитальное квантовое число
3. Магнитное квантовое число
4. Спиновое квантовое число
5. Распределение электронов в атоме по состояниям

В квантовой механике доказывается, что уравнению Шредингера удовлетворяют собственные функции Ψ определяемые тремя квантовыми числами: главным, орбитальным и магнитным.

Главное квантовое число n , определяет энергетические уровни электрона в атоме и может принимать любые целочисленные значения начиная с единицы:

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Из решения уравнения Шредингера вытекает, что *момент импульса* (механический орбитальный момент) *электрона квантуется*, т. е. не может быть произвольным, а принимает дискретные значения, определяемые формулой

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)}, \quad (1)$$

где l — орбитальное квантовое число, которое при заданном n принимает значения

$$l = 0, 1, \dots, (n-1), \quad (2)$$

т. е. всего n значений, и определяет момент импульса электрона в атоме.

Из решения уравнений Шредингера следует также, что вектор L_l момента импульса электрона может иметь лишь такие ориентации в пространстве, при которых его проекция L_{lx} на направление z внешнего магнитного поля принимает квантованные значения, кратные $\hbar$:

$$L_{lx} = \hbar m_l, \quad (3)$$

где m_l — магнитное квантовое число, которое при заданном l может принимать значения

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l, \quad (4)$$

т. е. всего $2l+1$ значений. Таким образом, магнитное квантовое число m_l определяет проекцию момента импульса электрона на заданное направление, причем вектор момента импульса электрона в атоме может иметь в пространстве $2l+1$ ориентации.

Наличие квантового числа m_l должно привести в магнитном поле к расщеплению уровня с главным квантовым числом n на $2l+1$ подуровней. Соответственно в спектре атома должно наблюдаться расщепление спектральных линий. Действительно, расщепление энергетических уровней в магнитном поле было обнаружено Зееманом и получило название эффекта Зеемана. Расщепление уровней энергии во внешнем электрическом поле, тоже доказанное экспериментально, называется эффектом Штарка*.

Хотя энергия электрона и зависит только от главного квантового числа n , но каждому собственному значению E_n (кроме E_1) соответствует несколько собственных функций Ψ_{nlm_l} , отличающихся значениями l и m_l . Следовательно, атом водорода может иметь одно и то же значение энергии,

* И. Штарк (1874—1957) — немецкий физик.

находясь в нескольких различных состояниях. Так как при данном n орбитальное квантовое число l может изменяться от 0 до $n - 1$, а каждому значению l соответствует $2l+1$ различных значений m_l , то число различных состояний, соответствующих данному n , равно

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2. \quad (5)$$

Квантовые числа и их значения являются следствием решений уравнений Шредингера и условий однозначности, непрерывности и конечности, налагаемых на волновую функцию Ψ . Кроме того, так как при движении электрона в атоме существенны волновые свойства электрона, то квантовая механика вообще отказывается от классического представления об электронных орбитах. Согласно квантовой механике, каждому энергетическому состоянию соответствует волновая функция, квадрат модуля которой определяет вероятность обнаружения электрона в единице объема.

Вероятность обнаружения электрона в различных частях атома различна. Электрон при своем движении как бы «размазан» по всему объему, образуя электронное облако, плотность (густота) которого характеризует вероятность нахождения электрона в различных точках объема атома. *Квантовые числа n и l характеризуют размер и форму электронного облака, а квантовое число m_l характеризует ориентацию электронного облака в пространстве.*

В атомной физике, по аналогии со спектроскопией, состояние электрона, характеризующееся квантовыми числами $l = 0$, называют s-состоянием (электрон в этом состоянии называют s-электроном), $l = 1$ — p-состоянием, $l = 2$ — d-состоянием, $l = 3$ — f-состоянием и т. д. Значение главного квантового числа указывается перед условным обозначением орбитального квантового числа. Например, электроны в состояниях с $n = 2$ и $l = 0$ и 1 обозначаются соответственно символами $2s$ и $2p$.

Для объяснения тонкой структуры спектральных линий, а также ряда других трудностей в атомной физике американские физики Д. Уленбек и С. Гауд предположили, что электрон обладает собственным неуничтожимым механизмом момента импульса, не связанным с движением электрона в пространстве, — спином.

Спин электрона (и всех других микрочастиц) — квантовая величина, у нее нет классического аналога; это внутреннее неотъемлемое свойство электрона, подобное его заряду и массе.

Если электрону приписывается собственный механический момент импульса (спин) L_s , то ему соответствует собственный магнитный момент μ_{ms} . Согласно общим выводам квантовой механики, *спин квантуется по закону*

$$L_s = \hbar \sqrt{s(s+1)},$$

где s — спиновое квантовое число.

По аналогии с орбитальным моментом импульса, проекция L_a спина квантуется так, что вектор L , может принимать $2s + 1$ ориентации. Так как в опытах Штерна и Герлаха наблюдались только две ориентации, то $2s+1=2$, откуда $s = 1/2$. Проекция спина на направление внешнего магнитного поля, являясь квантованной величиной, определяется выражением:

$$L_x = \hbar m_s,$$

где m_s — магнитное спиновое квантовое число; оно может иметь только два значения:

$$m_s = \pm 1/2$$

Таким образом, опытные данные привели к необходимости характеризовать электроны (и микрочастицы вообще) добавочной внутренней степенью свободы. Поэтому для полного описания состояния электрона в атоме необходимо наряду с главным, орбитальным и магнитным квантовыми числами задавать еще магнитное спиновое квантовое число.

71. Принцип Паули. Периодическая система элементов Менделеева

1. Правило отбора
2. Принцип Паули
3. Электронные оболочки
4. Правило Хунда
5. Периодическая система элементов

Состояние электрона в атоме однозначно определяется набором четырех квантовых чисел:

главного n ($n = 1, 2, 3, \dots$),

орбитального l ($l = 0, 1, 2, \dots, n-1$),

магнитного m_l ($m_l = -l, \dots, -1, 0, +1, \dots, +l$),

магнитного спинового ($m_s = +1/2, -1/2$).

Распределение электронов в атоме подчиняется принципу Паули, который может быть использован в его простейшей формулировке: в одном и том же атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел n, l, m_l и m_s , т. е.

$$Z(n, l, m_l, m_s) = 0 \text{ или } 1,$$

где $Z(n, l, m_l, m_s)$ — число электронов, находящихся в квантовом состоянии, описываемом набором четырех квантовых чисел: n, l, m_l, m_s . Таким образом, принцип Паули утверждает, что два электрона, связанные в одном и том же атоме, различаются значениями по крайней мере одного квантового числа.

$$\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2.$$

Согласно формуле данному n соответствует n^2 различных состояний, отличающихся значениями l и m_l . Квантовое число m , может принимать лишь два значения ($\pm 1/2$).

Поэтому максимальное число электронов, находящихся в состояниях, определяемых данным главным квантовым числом, равно

$$Z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

Совокупность электронов в многоэлектронном атоме, имеющих одно и то же главное квантовое число n , называют электронной оболочкой. В каждой из оболочек электроны распределяются по подоболочкам, соответствующим данному l . Поскольку орбитальное квантовое число принимает значения от 0 до $n-1$, число подоболочек равно порядковому номеру n оболочки. Количество электронов в подоболочке определяется магнитным и магнитным спиновым

квантовыми числами: максимальное число электронов в подоболочке с данным l равно $2(2l + 1)$. Обозначения оболочек, а также распределение электронов по оболочкам и подоболочкам представлены в табл.1.

Таблица 1

Главное квантовое число l	1	2		3			4				5				
Символ оболочки	K	L		M			N				O				
Максимальное число электронов в оболочке	2	8		18			32				50				
Орбитальное квантовое число l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4
Символ подоболочки	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	5g
Максимальное число электронов в подоболочке	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18

Принцип Паули, лежащий в основе систематики заполнения электронных состояний в атомах, позволяет объяснить Периодическую систему элементов Д. И. Менделеева — *фундаментального закона* природы, являющегося основой современной химии, атомной и ядерной физики.

Д. И. Менделеев ввел понятие порядкового номера Z химического элемента, равного числу протонов в ядре и соответственно общему числу электронов в электронной оболочке атома. Расположив химические элементы по мере возрастания порядковых номеров, он получил периодичность в изменении химических свойств элементов. Однако для известных в то время 64 химических элементов некоторые клетки таблицы оказались незаполненными, так как соответствующие им элементы (например, Ga, Se, Ge) тогда еще не были известны. Д. И. Менделеев, таким образом, не только правильно расположил известные элементы, но и предсказал существование новых, еще не открытых элементов и их основные свойства. Кроме того, Д. И. Менделееву удалось уточнить атомные веса некоторых элементов. Например, атомные веса Be и U, вычисленные на основе таблицы Менделеева, оказались правильными, а полученные ранее экспериментально — ошибочными.

Так как химические и некоторые физические свойства элементов объясняются внешними (валентными) электронами в атомах, то периодичность свойств химических элементов должна быть связана с определенной периодичностью в расположении электронов в атомах. Поэтому для объяснения таблицы будем считать, что каждый последующий элемент образован из предыдущего прибавлением к ядру одного протона и соответственно прибавлением одного электрона в электронной оболочке атома. Взаимодействием электронов пренебрегаем, внося, где это необходимо, соответствующие поправки. Рассмотрим атомы химических элементов, находящиеся в основном состоянии.

Единственный электрон атома водорода находится в состоянии $1s$, характеризуем квантовыми числами $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$ и $m_s = \pm 1/2$ (ориентация его спина произвольна). Оба электрона атома He находятся в состоянии $1s$, но с антипараллельной ориентацией спина. Электронная конфигурация для атома He записывается как $1s^2$ (два $1s$ -электрона). На атоме He заканчивается заполнение К-оболочки, что соответствует завершению I периода Периодической системы элементов Менделеева.

Третий электрон атома Li ($Z=3$), согласно принципу Паули, уже не может разместиться в целиком заполненной А-оболочке и занимает наинизшее энергетическое состояние с $n=2$ (L-оболочка), т. е. $2s$ -состояние. Электронная конфигурация для атома Li: $1s^2 2s$. Атомом Li начинается II период Периодической системы элементов. Четвертым электроном Be ($Z=4$) заканчивается заполнение подоболочки $2s$. У следующих шести элементов от В ($Z=5$) до Ne ($Z=10$) идет заполнение подоболочки $2p$ (табл. 7). II период Периодической системы заканчивается неоном — инертным газом, для которого подоболочка $2p$ целиком заполнена.

Одиннадцатый электрон Na ($Z=11$) размещается в М-оболочке ($n=3$), занимая наинизшее состояние $3s$. Электронная конфигурация имеет вид $1s^2 2s^2 2p^6 3s$. $3s$ -Электрон (как и $2s$ -электрон Li) является валентным электроном, поэтому оптические свойства Na подобны свойствам Li. С $Z=12$ идет последовательное заполнение М-оболочки. Ag ($Z=18$) оказывается подобным He и Ne: в его наружной оболочке все s - и p -состояния заполнены. Ag является химически инертным и завершает III период Периодической системы.

Девятнадцатый электрон K ($Z=19$) должен был бы занять $3d$ -состояние в М-оболочке. Однако и в оптическом, и в химическом отношении атом K схож с атомами Li и Na, которые имеют внешний валентный электрон в s -

состоянии. Поэтому 19-й валентный электрон К должен также находиться в s-состоянии, но это может быть только s-состояние новой оболочки (N-оболочки), т. е. заполнение N-оболочки для К начинается при незаполненной М-оболочке. Это означает, что в результате взаимодействия электронов состояние $n=4$, $l=0$ имеет меньшую энергию, чем состояние $n=3$, $l=2$. Спектроскопические и химические свойства Са ($Z=20$) показывают, что его 20-й электрон также находится в 4s-состоянии N-оболочки. В последующих элементах происходит заполнение М-оболочки (от Sc ($Z=21$) до Zn ($Z=30$)). Далее N-оболочка заполняется до Кг ($Z=36$), у которого опять-таки, как и в случае Ne и Ar, s- и p-состояния наружной оболочки заполнены целиком. Криптоном заканчивается IV период Периодической системы. Подобные рассуждения применимы и к остальным элементам таблицы Менделеева, однако эти данные можно найти в справочниках. Отметим лишь, что и начальные элементы последующих периодов Rb, Cs, Fr являются щелочными металлами, а их последний электрон находится в s-состоянии. Кроме того, атомы инертных газов (He, Ne, Ar, Kr, Xe, Rn) занимают в таблице особое положение — в каждом из них s- и p-состояния наружной оболочки целиком заполнены и ими завершаются очередные периоды Периодической системы.

Таким образом, открытая Менделеевым периодичность в химических свойствах элементов объясняется повторяемостью в структуре внешних оболочек у атомов родственных элементов. Так, инертные газы имеют одинаковые внешние оболочки из 8 электронов (заполненные s- и p-состояния); во внешней оболочке щелочных металлов (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) имеется лишь один s-электрон; во внешней оболочке щелочно-земельных металлов (Be, Mg, Ca, Sr, Ba, Ra) имеется два s-электрона; галоиды (F, Cl, Br, I, At) имеют внешние оболочки, в которых недостает одного электрона до оболочки инертного газа, и т.п.

72. Состав, размер, заряд атомного ядра

1. Состав ядра
2. Нуклоны
3. Магнитный момент ядра
4. Массовое число
5. Заряд ядра
6. Размер ядра
7. Модели ядра

1. Капельная модель ядра (1936; Н. Бор и Я. И. Френкель). Капельная модель ядра является первой моделью. Она основана на аналогии между поведением нуклонов в ядре и поведением молекул в капле жидкости. Так, в обоих случаях силы, действующие между составными частицами — молекулами в жидкости и нуклонами в ядре, — являются короткодействующими и им свойственно насыщение. Для капли жидкости при данных внешних условиях характерна постоянная плотность ее вещества. Ядра же характеризуются практически постоянной удельной энергией связи и постоянной плотностью, не зависящей от числа нуклонов в ядре. Наконец, объем капли, так же как и объем ядра, пропорционален числу частиц. Существенное отличие ядра от капли жидкости в этой модели заключается в том, что она трактует ядро как каплю электрически заряженной несжимаемой жидкости (с плотностью, равной ядерной), подчиняющуюся законам квантовой механики. Капельная модель ядра позволила получить полуэмпирическую формулу для энергии связи нуклонов в ядре, объяснила механизм ядерных реакций и особенно реакции деления ядер. Однако эта модель не смогла, например, объяснить повышенную устойчивость ядер, содержащих магические числа протонов и нейтронов.

2. Оболочечная модель ядра ; американский физик М. Гепперт-Майер и немецкий физик Х. Иенсен. Оболочечная модель предполагает распределение нуклонов в ядре по дискретным энергетическим уровням (оболочкам), заполняемым нуклонами согласно принципу Паули, и связывает устойчивость ядер с заполнением этих уровней. Считается, что ядра с полностью заполненными оболочками являются наиболее устойчивыми. Такие особо устойчивые (магические) ядра действительно существуют.

Оболочечная модель ядра позволила объяснить спины и магнитные моменты ядер, различную устойчивость атомных ядер, а также периодичность изменений их свойств. Эта модель особенно хорошо применима для описания легких и средних ядер, а также для ядер, находящихся в основном (невозбужденном) состоянии.

По мере дальнейшего накопления экспериментальных данных о свойствах атомных ядер появлялись все новые факты, не укладывающиеся в рамки описанных моделей. Так возникли обобщенная модель ядра (синтез капельной и оболочечной моделей), оптическая модель ядра (объясняет взаимодействие ядер с налетающими частицами) и другие модели.

Атомное ядро состоит из элементарных частиц — протонов и нейтронов (протон-но-нейтронная модель ядра была предложена российским физиком Иваненко, а впоследствии развита Гейзенбергом).

Протон (p) имеет положительный заряд, равный заряду электрона, и массу покоя $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27}$ кг $\approx 1836 m_e$, где m_e — масса электрона. Нейтрон (n) — нейтральная частица с массой покоя $m_n = 1,6749 \cdot 10^{-27}$ кг $\approx 1839 m_e$. Протоны и нейтроны называются нуклонами. Общее число нуклонов в атомном ядре называется массовым числом A .

Атомное ядро характеризуется зарядом Ze , где Z — зарядовое число ядра, равное числу протонов в ядре и совпадающее с порядковым номером химического элемента в Периодической системе элементов Менделеева. Ядро обозначается тем же символом, что и нейтральный атом: A_ZX , где X — символ химического элемента, Z — атомный номер (число протонов в ядре), A — массовое число (число нуклонов в ядре).

Сейчас протонно-нейтронная модель ядра не вызывает сомнений. Рассматривалась также гипотеза о протонно-электронном строении ядра, но она не выдержала экспериментальной проверки. Так, если придерживаться этой гипотезы, то массовое число A должно представлять собой число протонов в ядре, а разность между массовым числом и числом электронов должна быть равна зарядовому числу. Эта модель согласовывалась со значениями изотопных масс и зарядов, но противоречила значениям спинов и магнитных моментов ядер, энергии связи ядра и т. д. Кроме того, она оказалась несовместимой с соотношением неопределенностей. В результате гипотеза о протонно-электронном строении ядра была отвергнута.

Так как атом нейтрален, то заряд ядра определяет и число электронов в атоме. От числа же электронов зависит их распределение по состояниям в атоме, от которого, в свою очередь, зависят химические свойства атома. Следовательно, заряд ядра определяет специфику данного химического элемента, т. е. определяет число электронов в атоме, конфигурацию их электронных оболочек, величину и характер внутри атомного электрического поля.

Ядра с одинаковыми Z , но разными A (т. е. с разными числами нейтронов $N=A-Z$) называются изотопами, а ядра с одинаковыми A , но разными Z — изобарами. Например, водород ($Z=1$) имеет три изотопа: ${}^1_1\text{H}$ — протий ($Z=1$, $N=0$), ${}^2_1\text{H}$ — дейтерий ($Z=1$, $N=1$), ${}^3_1\text{H}$ — тритий ($Z=1$, $N=2$), олово — десять, и т. д. В подавляющем большинстве случаев изотопы одного

и того же химического элемента обладают одинаковыми химическими и почти одинаковыми физическими свойствами (исключение составляют, например, изотопы водорода), определяющимися в основном структурой электронных оболочек, которая является одинаковой для всех изотопов данного элемента. Примером ядер-изобар могут служить ядра $^{10}_4\text{Be}$, $^{10}_5\text{Be}$, $^{10}_6\text{C}$. В настоящее время известно более 2500 ядер, отличающихся либо Z , либо A , либо тем и другим.

Радиус ядра задается эмпирической формулой

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (1)$$

где $R_0 = (1,3 \div 1,7) \cdot 10^{-15}$ м. Однако при употреблении этого понятия необходимо соблюдать осторожность (из-за его неоднозначности, например из-за размытости границы ядра). Из формулы (1) вытекает, что объем ядра пропорционален числу нуклонов в ядре. Следовательно, плотность ядерного вещества примерно одинакова для всех ядер ($\approx 10^{17}$ кг/м³).

73. Ядерные силы

1. Взаимодействие между нуклонами
2. Сильные взаимодействия
3. Удельная энергия связи
4. Дефект массы

Исследования показывают, что атомные ядра являются устойчивыми образованиями. Это означает, что в ядре между нуклонами существует определенная связь.

Между составляющими ядро нуклонами действуют особые, специфические для ядра силы, значительно превышающие кулоновские силы отталкивания между протонами. Они называются ядерными силами.

С помощью экспериментальных данных по рассеянию нуклонов на ядрах, ядерным превращениям и т. д. доказано, что ядерные силы намного превышают гравитационные, электрические и магнитные взаимодействия и не сводятся к ним. Ядерные силы относятся к классу так называемых сильных взаимодействий.

Перечислим основные свойства ядерных сил:

- 1) ядерные силы являются *силами притяжения*;
- 2) ядерные силы являются *короткодействующими* — их действие проявляется только на расстояниях примерно 10^{-15} м. При увеличении расстояния между нуклонами ядерные силы быстро уменьшаются до нуля, а при расстояниях, меньших их радиуса действия, оказываются примерно в 100 раз больше кулоновских сил, действующих между протонами на том же расстоянии;
- 3) ядерным силам свойственна *зарядовая независимость*: ядерные силы, действующие между двумя протонами, или двумя нейтронами, или, наконец, между протоном и нейтроном, одинаковы по величине. Отсюда следует, что ядерные силы имеют неэлектрическую природу;
- 4) ядерным силам свойственно *насыщение*, т. е. каждый нуклон в ядре взаимодействует только с ограниченным числом ближайших к нему нуклонов. Насыщение проявляется в том, что удельная энергия связи нуклонов в ядре (если не учитывать легкие ядра) при увеличении числа нуклонов не растет, а остается приблизительно постоянной;
- 5) ядерные силы зависят от взаимной *ориентации спинов* взаимодействующих нуклонов. Например, протон и нейтрон образуют дейтрон (ядро изотопа ${}^2_1\text{H}$) только при условии параллельной ориентации их спинов;
- 6) ядерные силы *не являются центральными*, т. е. действующими по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов.

Массу ядер очень точно можно определить с помощью масс-спектрометров — из мерительных приборов, разделяющих с помощью электрических и магнитных полей пучки заряженных частиц (обычно ионов) с разными удельными зарядами Q/m . Масс-спектрометрические измерения показали, что *масса ядра меньше, чем сумма масс составляющих его нуклонов*. Но так как всякому изменению массы должно соответствовать изменение энергии, то, следовательно, при образовании ядра должна выделяться определенная энергия. Из закона сохранения энергии вытекает и обратное: для разделения ядра на составные части необходимо затратить такое же количество энергии, которое выделяется при его образовании. Энергия, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, называется энергией связи ядра

Энергия связи нуклонов в ядре

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}]c^2, \quad (1)$$

где m_p , m_n , $m_{\text{я}}$ — соответственно массы протона, нейтрона и ядра. В таблицах обычно приводятся не массы m , ядер, а массы m атомов. Поэтому для энергии связи ядра пользуются формулой

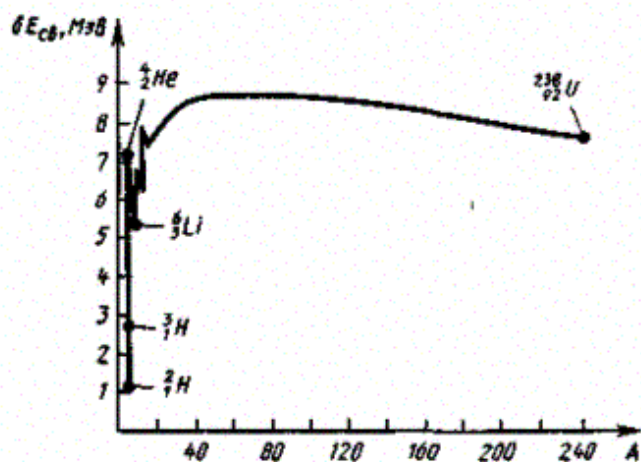
$$E_{\text{св}} = [Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n - m]c^2, \quad (2)$$

где m_{H} — масса атома водорода. Так как m_{H} больше m_p на величину m_e , то первый член в квадратных скобках включает в себя массу Z электронов. Но так как масса атома m отличается от массы ядра $m_{\text{я}}$ как раз на массу Z электронов, то вычисления по формулам (1) и (2) приводят к одинаковым результатам. Величина

$$\Delta m = [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}}$$

называется дефектом массы ядра. На эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра.

Часто вместо энергии связи' рассматривают удельную энергию связи $\delta E_{\text{св}}$ — энергию связи, отнесенную к одному нуклону. Она характеризует устойчивость (прочность) атомных ядер, т. е. чем больше $\delta E_{\text{св}}$, тем устойчивее ядро. Удельная энергия связи зависит от массового числа A элемента (рис. 1). Для легких ядер ($A \leq 12$) удельная энергия связи круто возрастает до $6 \div 7$ МэВ, претерпевая целый ряд скачков (например, для ${}^2_1\text{H}$ $\delta E_{\text{св}} = 1,1$ МэВ, для ${}^4_2\text{He}$ — 7,1 МэВ, для ${}^6_3\text{Li}$ — 5,3 МэВ), затем более медленно возрастает до максимальной величины 8,7 МэВ у элементов с $A = 50 \div 60$, а потом постепенно уменьшается у тяжелых элементов (например, для ${}^{238}_{92}\text{U}$ она составляет 7,6 МэВ). Отметим для сравнения, что энергия связи валентных электронов в атомах составляет примерно 10 эВ (в 10^6 ! раз меньше).



- Какие частицы образуют ядро атома цинка? Сколько их?
- Атомное ядро «составили» из N свободных нуклонов (масса каждого нуклона равна m). Чему равны масса и удельная энергия связи этого ядра?
- Чем отличаются изобары от изотопов?
- Почему прочность ядер уменьшается при переходе к тяжелым элементам?

Рис. 1

Уменьшение удельной энергии связи при переходе к тяжелым элементам объясняется тем, что с возрастанием числа протонов в ядре увеличивается и энергия их *кулоновского отталкивания*. Поэтому связь между нуклонами становится менее сильной, а сами ядра менее прочными.

Наиболее устойчивыми оказываются так называемые магические ядра, у которых число протонов или число нейтронов равно одному из магических чисел: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Особенно стабильны дважды магические ядра, у которых магическими являются и число протонов, и число нейтронов (этих ядер насчитывается всего пять: ${}^2_4\text{He}$, ${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{40}_{20}\text{Ca}$, ${}^{48}_{20}\text{Ca}$, ${}^{208}_{82}\text{Ru}$).

Из рис. 1 следует, что наиболее устойчивыми с энергетической точки зрения являются ядра средней части таблицы Менделеева. Тяжелые и легкие ядра менее устойчивы. Это означает, что энергетически выгодны следующие процессы: 1) деление тяжелых ядер на более легкие; 2) слияние легких ядер друг с другом в более тяжелые. При обоих процессах выделяется огромное количество энергии; эти процессы в настоящее время осуществлены практически: реакции деления и термоядерные реакции.

74. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада: α – и β – распад. Правила смещения

1. Радиоактивность
2. Естественная и искусственная радиоактивность
3. Период полураспада
4. α -распад
5. β -распад

Французский физик А. Беккерель (1852—1908) в 1896 г. при изучении люминесценции солей урана случайно обнаружил *самопроизвольное* испускание ими излучения неизвестной природы, которое действовало на фотопластинку, ионизировало воздух, проникало сквозь тонкие металлические пластинки, вызывало люминесценцию ряда веществ.

Продолжая исследование этого явления, супруги Кюри — Мария и Пьер — обнаружили, что беккерелевское излучение свойственно не только урану, но и многим другим тяжелым элементам, таким, как торий и актиний. Они показали также, что урановая смоляная обманка (руда, из которой добывается металлический уран) испускает излучение, интенсивность которого во много раз превышает интенсивность излучения урана. Таким образом удалось выделить два новых элемента — носителя беккерелевского излучения: полоний $^{210}_{84}\text{Po}$ и радий $^{226}_{88}\text{Ra}$.

Обнаруженное излучение было названо радиоактивным излучением, а само явление — испускание радиоактивного излучения — радиоактивностью.

Дальнейшие опыты показали, что на характер радиоактивного излучения препарата не оказывают влияния вид химического соединения, агрегатное состояние, механическое давление, температура, электрические и магнитные поля, т. е. все те воздействия, которые могли бы привести к изменению состояния электронной оболочки атома. Следовательно, радиоактивные свойства элемента обусловлены лишь структурой его ядра.

В настоящее время под радиоактивностью понимают способность некоторых атомных ядер самопроизвольно (спонтанно) превращаться в другие ядра с испусканием различных видов радиоактивных излучений и элементарных частиц. Радиоактивность подразделяется на естественную (наблюдается у неустойчивых изотопов, существующих в природе) и искусственную (наблюдается у изотопов, полученных посредством ядерных реакций). Принципиального различия между этими двумя типами радиоактивности нет, так как законы радиоактивного превращения в обоих случаях одинаковы.

Радиоактивное излучение бывает трех типов: α -, β - и γ -излучение. Подробное их исследование позволило выяснить природу и основные свойства.

α -Излучение отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает высокой ионизирующей способностью и малой проникающей способностью (например, поглощаются слоем алюминия толщиной примерно 0,05 мм). α -Излучение представляет собой поток ядер гелия; заряд α -частицы равен $+2e$, а масса совпадает с массой ядра изотопа гелия ^4_2He . По отклонению α -частиц в электрическом и магнитном полях был определен их

удельный заряд Q/m_a , значение которого подтвердило правильность представлений об их природе.

β -Излучение отклоняется электрическим и магнитным полями; его ионизирующая способность значительно меньше (примерно на два порядка), а проникающая способность гораздо больше (поглощается слоем алюминия толщиной примерно 2 мм), чем у α -частиц. β -Излучение представляет собой поток быстрых электронов (это вытекает из определения их удельного заряда).

Поглощение потока электронов с одинаковыми скоростями в однородном веществе подчиняется экспоненциальному закону $N = N_0 e^{-\mu x}$, где N_0 и N — число электронов на входе и выходе слоя вещества толщиной x , μ — коэффициент поглощения. β -Излучение сильно рассеивается в веществе, поэтому μ зависит не только от вещества, но и от размеров и формы тел, на которые β -излучение падает.

γ -Излучение не отклоняется электрическим и магнитным полями, обладает относительно слабой ионизирующей способностью и очень большой проникающей способностью (например, проходит через слой свинца толщиной 5 см), при прохождении через кристаллы обнаруживает дифракцию. γ -Излучение представляет собой коротковолновое электромагнитное излучение с чрезвычайно малой длиной волны $\lambda < 10^{-10}$ м и вследствие этого — ярко выраженными корпускулярными свойствами, т. е. является потоком частиц — γ -квантов (фотонов).

Под радиоактивным распадом, или просто распадом, понимают естественное радиоактивное превращение ядер, происходящее самопроизвольно. Атомное ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским, возникающее ядро — дочерним. Теория радиоактивного распада строится на предположении о том, что радиоактивный распад является спонтанным процессом, подчиняющимся законам статистики. Так как отдельные радиоактивные ядра распадаются независимо друг от друга, то можно считать, что число ядер dN , распавшихся в среднем за интервал времени от t до $t+dt$, пропорционально промежутку времени dt и числу N нераспавшихся ядер к моменту времени t :

$$dN = -\lambda N dt, \quad (1)$$

где λ — постоянная для данного радиоактивного вещества величина, называемая постоянной радиоактивного распада; знак минус указывает, что общее число радиоактивных ядер в процессе распада уменьшается.

Разделив переменные и интегрируя:

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt, \quad \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt, \quad \ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t,$$

получим

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (2)$$

где N_0 — начальное число *нераспавшихся* ядер (в момент времени $t=0$), N — число *нераспавшихся* ядер в момент времени t . Формула (2) выражает закон радиоактивного распада, согласно которому число нераспавшихся ядер убывает со временем по экспоненциальному закону.

Интенсивность процесса радиоактивного распада характеризуют две величины: период полураспада $T_{1/2}$ и среднее время жизни τ радиоактивного ядра. Период полураспада $T_{1/2}$ — время, за которое исходное число радиоактивных ядер *в среднем* уменьшается вдвое. Тогда, согласно

$$N_0/2 = N_0 e^{-\lambda T_{1/2}},$$

откуда

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = 0,693/\lambda.$$

Периоды полураспада для естественно-радиоактивных элементов колеблются от десятимиллионных долей секунды до многих миллиардов лет.

Суммарная продолжительность жизни dN ядер равна $t|dN| = \lambda N t dt$. Проинтегрировав это выражение по всем возможным t (т. е. от 0 до ∞) и разделив на начальное число ядер N_0 , получим среднее время жизни τ радиоактивного ядра:

$$\tau = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N t dt = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} \lambda N_0 t e^{-\lambda t} dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

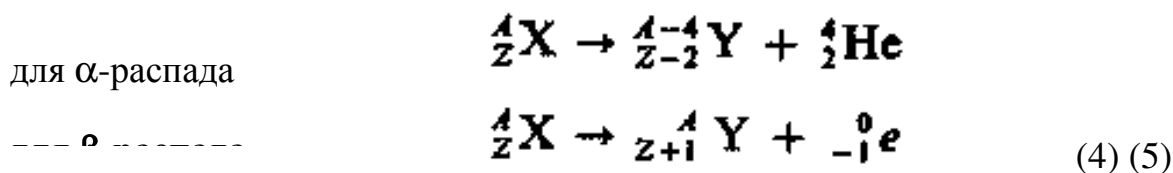
(учтено (256.2)). Таким образом, среднее время жизни τ радиоактивного ядра есть величина, обратная постоянной радиоактивного распада λ

Активностью A нуклида (общее название атомных ядер, отличающихся числом протонов Z и нейтронов N) в радиоактивном источнике называется число распадов, происходящих с ядрами образца в 1 с:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N. \quad (3)$$

Единица активности в СИ — беккерель (Бк): 1 Бк — активность нуклида, при которой за 1 с происходит один акт распада. До сих пор в ядерной физике применяется и внесистемная единица активности нуклида в радиоактивном источнике — кюри (Ки): $1 \text{ Ки} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк}$.

Радиоактивный распад происходит в соответствии с так называемыми правилами смещения, позволяющими установить, какое ядро возникает в результате распада данного материнского ядра. Правила смещения:



где ${}^A_Z X$ — материнское ядро, Y — символ дочернего ядра, ${}^4_2 \text{He}$ — ядро гелия (α -частица), ${}^0_{-1} e$ — символическое обозначение электрона (заряд его равен — 1, а массовое число — нулю). Правила смещения являются ничем иным, как следствием двух законов, выполняющихся при радиоактивных распадах, — сохранения электрического заряда и сохранения массового числа: сумма зарядов (массовых чисел) возникающих ядер и частиц равна заряду (массовому числу) исходного ядра.

Возникающие в результате радиоактивного распада ядра могут быть, в свою очередь, радиоактивными. Это приводит к возникновению цепочки, или ряда, радиоактивных превращений, заканчивающихся стабильным элементом. Совокупность элементов, образующих такую цепочку, называется радиоактивным семейством.

Из правил смещения (4) и (5) вытекает, что массовое число при α -распаде уменьшается на 4, а при β -распаде не меняется. Поэтому для всех ядер одного и того же радиоактивного семейства остаток от деления массового числа на 4 одинаков. Таким образом, существует четыре

различных радиоактивных семейства, для каждого из которых массовые числа задаются одной из следующих формул:

$$A = 4n, 4n + 1, 4n + 2, 4n + 3,$$

где n — целое положительное число. Семейства называются по наиболее долгоживущему (с наибольшим периодом полураспада) «родоначальнику»: семейства тория (от $^{232}_{90}\text{Th}$), нептуния (от $^{237}_{93}\text{Np}$), урана (от $^{238}_{92}\text{U}$) и актиния (от $^{235}_{89}\text{Ac}$). Конечными нуклидами соответственно являются $^{208}_{82}\text{Pb}$, $^{209}_{83}\text{Bi}$, $^{206}_{82}\text{Pb}$, $^{207}_{82}\text{Pb}$, т. е. единственное семейство нептуния (искусственно-радиоактивные ядра) заканчивается нуклидом Bi , а все остальные (естественно-радиоактивные ядра) — нуклидами Pb .

75. Ядерные реакции

1. Деление и синтез ядер
2. Цепная реакция деления
3. Термоядерные реакции
4. Применение ядерных реакций

Ядерные реакции — это превращения атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами (в том числе и с γ -квантами) или друг с другом. Наиболее распространенным видом ядерной реакции является реакция, записываемая символически следующим образом:



где X и Y — исходное и конечное ядра, a и b — бомбардирующая и испускаемая (или испускаемые) в ядерной реакции частицы.

В ядерной физике эффективность взаимодействия характеризуют эффективным сечением σ . С каждым видом взаимодействия частицы с ядром связывают свое эффективное сечение: эффективное сечение рассеяния определяет процессы рассеяния, эффективное сечение поглощения — процессы поглощения. Эффективное сечение ядерной реакции

$$\sigma = \frac{dN}{nNdx},$$

где N — число частиц, падающих за единицу времени на единицу площади поперечного сечения вещества, имеющего в единице объема n ядер, dN — число этих частиц, вступающих в ядерную реакцию в слое толщиной dx . Эффективное сечение σ имеет размерность площади и характеризует вероятность того, что при падении пучка частиц на вещество произойдет реакция.

Единица эффективного сечения ядерных процессов — барн (1 барн = 10^{-28} м²).

В любой ядерной реакции выполняются законы сохранения электрических зарядов и массовых чисел: сумма зарядов (и сумма массовых чисел) ядер и частиц, вступающих в ядерную реакцию, равна сумме зарядов (и сумме массовых чисел) конечных продуктов (ядер и частиц) реакции. Выполняются также законы сохранения энергии, импульса и момента импульса.

В отличие от радиоактивного распада, который протекает всегда с выделением энергии, ядерные реакции могут быть как экзотермическими (с выделением энергии), так и эндотермическими (с поглощением энергии).

Важную роль в объяснении механизма многих ядерных реакций сыграло предположение Н. Бора о том, что ядерные реакции протекают в две стадии по следующей схеме:



Первая стадия — это захват ядром X частицы a , приблизившейся к нему на расстояние действия ядерных сил (примерно $2 \cdot 10^{-15}$ м), и образование промежуточного ядра C , называемого составным (или компаунд-ядром). Энергия влетевшей в ядро частицы быстро распределяется между нуклонами составного ядра, в результате чего оно оказывается в возбужденном состоянии. При столкновении нуклонов составного ядра один из нуклонов (или их комбинация, например дейтрон — ядро тяжелого изотопа водорода — дейтерия, содержащее один протон и один нейтрон) или α -частица может получить энергию, достаточную для вылета из ядра. В

результате возможна вторая стадия ядерной реакции — распад составного ядра на ядро Y и частицу b .

В ядерной физике вводится характерное ядерное время — время, необходимое для пролета частицей расстояния порядка величины, равной диаметру ядра ($d \approx 10^{-15}$ м). Так, для частицы с энергией 1 МэВ (что соответствует ее скорости $v \approx 10^7$ м/с) характерное ядерное время $\tau = 10^{-15}$ м/ 10^7 м/с = 10^{-22} с. С другой стороны, доказано, что время жизни составного ядра равно 10^{-16} — 10^{-12} с, т.е. составляет $(10^6 — 10^{10})$ т. Это же означает, что за время жизни составного ядра может произойти очень много столкновений нуклонов между собой, т.е. перераспределение энергии между нуклонами действительно возможно. Следовательно, составное ядро живет настолько долго, что полностью «забывает», каким образом оно образовалось. Поэтому характер распада составного ядра (испускание им частицы b) — вторая стадия ядерной реакции — не зависит от способа образования составного ядра — первой стадии.

Если испущенная частица тождественна с захваченной ($b = a$), то схема (1) описывает рассеяние частицы: упругое — при $E_b = E_a$, неупругое — при $E_b \neq E_a$. Если же испущенная частица не тождественна с захваченной ($b \neq a$), то имеем дело с ядерной реакцией в прямом смысле слова.

Некоторые реакции протекают без образования составного ядра, они называются прямыми ядерными взаимодействиями (например, реакции, вызываемые быстрыми нуклонами и дейтронами).

Ядерные реакции классифицируются по следующим признакам:

1) по *роду участвующих в них частиц* — реакции под действием нейтронов; реакции под действием заряженных частиц (например, протонов, дейтронов, α -частиц); реакции под действием γ -квантов;

2) по *энергии вызывающих их частиц* — реакции при малых энергиях (порядка электрон-вольт), происходящие в основном с участием нейтронов; реакции при средних энергиях (до нескольких мегаэлектрон-вольт), происходящие с участием γ -квантов и заряженных частиц (протоны, α -частицы); реакции при высоких энергиях (сотни и тысячи мегаэлектрон-вольт), приводящие к рождению отсутствующих в свободном состоянии элементарных частиц и имеющие большое значение для их изучения;

3) по *роду участвующих в них ядер* — реакции на легких ядрах ($A < 50$); реакции на средних ядрах ($50 < A < 100$); реакции на тяжелых ядрах ($A > 100$);

4) по *характеру происходящих ядерных превращений* — реакции с испусканием нейтронов; реакции с испусканием заряженных частиц; реакции

захвата (в этих реакциях составное ядро не испускает никаких частиц, а переходит в основное состояние, излучая один или несколько γ -квантов).

Первая в истории ядерная реакция осуществлена Э. Резерфордом (1919) при бомбардировке ядра азота α -частицами, испускаемыми радиоактивным источником:



К началу 40-х годов работами многих ученых — Э. Ферми (Италия), О. Гана (1879—1968), Ф. Штрассмана (1902—1980) (ФРГ), О. Фриша (1904—1979) (Великобритания), Л. Мейтнер (1878—1968) (Австрия), Г.Н. Флерова (р. 1913), К.Н. Петржака (Россия) — было доказано, что при облучении урана нейтронами образуются элементы из середины Периодической системы — лантан и барий. Этот результат положил начало ядерным реакциям совершенно нового типа — реакциям деления ядра, заключающимся в том, что тяжелое ядро под действием нейтронов, а как впоследствии оказалось и других частиц делится на несколько более легких ядер (осколков), чаще всего на два ядра, близких по массе.

Замечательной особенностью деления ядер является то, что оно сопровождается испусканием двух-трех вторичных нейтронов, называемых нейтронами деления. Так как для средних ядер число нейтронов примерно равно числу протонов ($N/Z \approx 1$), а для тяжелых ядер число нейтронов значительно превышает число протонов ($N/Z \approx 1,6$), то образовавшиеся осколки деления перегружены нейтронами, в результате чего они и выделяют нейтроны деления. Однако испускание нейтронов деления не устраняет полностью перегрузку ядер-осколков нейтронами. Это приводит к тому, что осколки оказываются радиоактивными. Они могут претерпеть ряд β^- -превращений, сопровождаемых испусканием γ -квантов. Так как β^- -распад сопровождается превращением нейтрона в протон, то после цепочки β^- -превращений соотношение между нейтронами и протонами в осколке достигнет величины, соответствующей стабильному изотопу.

Большинство нейтронов при делении испускается практически мгновенно ($t \leq 10^{-14}$ с), а часть (около 0,7%) испускается осколками деления спустя некоторое время после деления ($0,05 \text{ с} \leq t \leq 60 \text{ с}$). Первые из них называются мгновенными, вторые — запаздывающими. В среднем на каждый акт деления приходится 2,5 испущенных нейтронов. Они имеют

сравнительно широкий энергетический спектр в пределах от 0 до 7 МэВ, причем на один нейтрон в среднем приходится энергия около 2 МэВ.

Расчеты показывают, что деление ядер должно сопровождаться также выделением большого количества энергии. Эксперименты подтверждают, что при каждом акте деления действительно выделяется огромная энергия, которая распределяется между осколками (основная доля), нейтронами деления, а также между продуктами последующего распада осколков деления.

В основу теории деления атомных ядер (Н. Бор, Я. И. Френкель) положена капельная модель ядра. Ядро рассматривается как капля электрически заряженной несжимаемой жидкости (с плотностью, равной ядерной, и подчиняющейся законам квантовой механики), частицы которой при попадании нейтрона в ядро приходят в колебательное движение, в результате чего ядро разрывается на две части, разлетающиеся с огромной энергией.

Вероятность деления ядер определяется энергией нейтронов.

Испускаемые при делении ядер вторичные нейтроны могут вызвать новые акты деления, что делает возможным осуществление цепной реакции деления — ядерной реакции, в которой частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции. Цепная реакция деления характеризуется коэффициентом размножения k нейтронов, который равен отношению числа нейтронов в данном поколении к их числу в предыдущем поколении. *Необходимым условием* для развития цепной реакции деления является *требование* $k \geq 1$.

Коэффициент размножения зависит от природы делящегося вещества, а для данного изотопа — от его количества, а также размеров и формы активной зоны. Минимальные размеры активной зоны, при которых возможно осуществление цепной реакции, называются критическими размерами. Минимальная масса делящегося вещества, находящегося в системе критических размеров, необходимая для осуществления цепной реакции, называется критической массой.

Скорость развития цепных реакций различна. Пусть T — среднее время жизни одного поколения, а N — число нейтронов в данном поколении. В следующем поколении их число равно kN , т. е. прирост числа нейтронов за одно поколение $dN = kN - N = N(k - 1)$. Прирост же числа нейтронов за единицу времени, т. е. скорость нарастания цепной реакции,

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N(k-1)}{T}.$$

Интегрируя получим

$$N = N_0 e^{(k-1)t/T}, \quad (2)$$

где N_0 — число нейтронов в начальный момент времени, а N — их число в момент времени t . N определяется знаком $(k - 1)$. При $k > 1$ идет развивающаяся реакция, число делений непрерывно растет и реакция может стать взрывной. При $k = 1$ идет самоподдерживающаяся реакция, при которой число нейтронов с течением времени не изменяется. При $k < 1$ идет затухающая реакция.

Цепные реакции делятся на управляемые и неуправляемые. Взрыв атомной бомбы, например, является неуправляемой реакцией.

Источником огромной энергии может служить реакция синтеза атомных ядер — образование из легких ядер более тяжелых. Реакции синтеза легких атомных ядер в более тяжелые, происходящие при сверх высоких температурах (примерно 10^7 К и выше), называются термоядерными реакциями.

Термоядерные реакции являются, по-видимому, одним из источников энергии Солнца и звезд.

Управляемый термоядерный синтез открывает человечеству доступ к неисчерпаемой «кладовой» ядерной энергии, заключенной в легких элементах.