

Riyaziyyat-1 (Rus) imtahan suallari

1. Показать, что вектора $\bar{a} = (2; 3; 1)$ $\bar{b} = (5; 7; 0)$ $\bar{c} = (3; -2; 4)$ образуют базис вектора и разложить вектор $\bar{d} = (4; 12; -3)$ на них
2. Показать, что вектора $\bar{a} = (2; -2)$ и $\bar{b} = (2; -1)$ образуют базис вектора. Если $\bar{c} = (2; 4)$, то написать разложение $p = 2\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ на вектора \bar{a} и \bar{b} .
3. Написать и доказать теорему о линейной зависимости векторов в R^n
4. Определители и правила их вычисления. Минор и алгебраическое дополнение. Основные свойства определителей.

5. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ найти многочлен $f(A)$ соответствующий

$$f(x) = x^2 - 3x + 2.$$

6. Если $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ найти многочлен $f(A)$ соответствующий

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 2.$$

7. Проверить закон группировки $((AB)C = A(BC))$ на матрицах

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Напишите соответствующее свойство детерминанта $\begin{vmatrix} a & a^2 + 1 & (a+1)^2 \\ b & b^2 + 1 & (b+1)^2 \\ c & c^2 + 1 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$ и решите его с помощью этого свойства.

9. Напишите соответствующее свойство детерминанта и используя это

свойство докажете равенство $\begin{vmatrix} a+bx & ax+b & c \\ d+ex & dx+e & f \\ k+px & kx+p & m \end{vmatrix} = (1-x^2) \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ k & p & m \end{vmatrix}$.

10. Определить ранг матрицы и написать один базис минор

$$\text{матрицы } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

11. Ранг матрицы и его вычисления

12. Найти обратную матрицу с помощью элементарных преобразований и

$$\text{проверить } A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E \text{ для матрицы } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

13. При $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, найти A^{-2} и проверить $A^2 \cdot A^{-2} = A^{-2} \cdot A^2 = E$.

14. Проверить совместность системы линейных уравнений (с помощью

$$\text{Теоремы Кронекера Капелли) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = -5 \end{cases} \text{ Найти общее и частное}$$

решение этой системы.

15. Система уравнений, состоящая из m линейных уравнений и n неизвестных. Теорема Кронекера-Капелли..

$$16. \text{ При каком значении } a \text{ система } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 7x_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + 2x_3 = 0 \end{cases} \text{ имеет бесконечное}$$

количество решений? Найти это решение..

17. Решите систему линейных уравнений методом

$$\text{Гаусса } \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -13 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 11 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 19 \end{cases}.$$

18. Найти матрицу и сумму собственных чисел линейного преобразования

$$AX = (x_1 + x_2 + 8x_3; 2x_2; x_1 - x_3).$$

19. Для преобразований $\begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 2y - z \\ z' = z - x \end{cases}$ (A) $\forall \vartheta$ $\begin{cases} x' = y - z \\ y' = 2x + z \\ z' = -x - y \end{cases}$ (B) найти преобразование $AB - BA$.

20. Найти собственные числа и собственные вектора

матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

21. Матрица линейного преобразования. Собственное число и собственный вектор линейного преобразования.

22. Общее уравнение прямой и уравнение в отрезках в R^2 .

23. Написать уравнение плоскости параллельная плоскости $(x; z)$ и проходящая через точку $M(2; -5; 3)$.

24. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-7}{5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{4}$ с плоскостью

$$3x - y + 2z - 5 = 0.$$

25. Предел функции Правый и левый пределы. Некоторые предельные формулы.

26. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

27.. Найти предел: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$.

28. Вывод формулы вычисления производной сложной функции.

29. Найти дифференциал функции: $f(x) = \sqrt{\cos(2x + 3)}$

30. Найти дифференциал функции: $f(x) = \sin \frac{1}{x} + \frac{1}{\sin x}$

31. Написать теорему Ролля. Проверить, применима ли эта теорема для функции $f(x) = 5 \sin 2x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. найти $x = c$.

32. Написать теорему Лагранжа. Проверить, применима ли эта теорема к функции $f(x) = 5\sqrt{x}$ на отрезке $[1; 9]$ Найти $x = c$.

33. Экстремум функции. Необходимые условия для существования экстремума.

34. Найти наибольшее значение функции $f(x) = x - x \ln x$ на отрезке $\left[\frac{1}{e}; e\right]$.

35. Найти наклонную асимптоту кривой $f(x) = \frac{4x - x^3}{x^2 + 4}$.

36. Функция многих переменных и её предел. Двойные и повторные пределы.

37. Частные производные. Полное приращение и полный дифференциал.

38. Найти двойные и повторные пределы функции $f(x; y) = \frac{x - 2y}{x + 3y}$ в точке (0;0).

39. Найти полный дифференциал функции $u = \operatorname{arctg} \frac{xy}{z^2}$

40. Найти дифференциал функции $u = x^{y^2z}$

41. Найти дифференциал второго порядка функции.

$$u = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}$$

42. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия для существования экстремума.

43. Найти экстремумы функции $z = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$

44. Первообразная функция, неопределенный интеграл и его свойства

45. Методы интегрирования для неопределенных интегралов.

46. Вычислить интеграл $\int \frac{dx}{x^2 + 2x - 3}$

47. Определение и свойства определенного интеграла.

48. Вычислить интеграл $\int \sin^3 x dx$

49. Вычислить интеграл $J = \int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$

50. Вычислить интеграл

$$J = \int_3^{10} \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x+6}}$$