

Хәтти сәбр (Rus) ümumi imtahahn sualları

1. Показать, что вектора $\bar{a} = (2; 3; 1)$ $\bar{b} = (5; 7; 0)$ $\bar{c} = (3; -2; 4)$ образуют базис вектора и написать линейную комбинацию вектора $\bar{d} = (4; 12; -3)$ на эти вектора.

2. Если $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ найти X из уравнения $2A^2 - 5X + 3E = \begin{pmatrix} 9 & -4 \\ -1 & 11 \end{pmatrix}$.

3. Показать, что вектора $\bar{a} = (2; -2)$ и $\bar{b} = (2; -1)$ образуют базис вектора. Если $\bar{c} = (2; 4)$, написать разложение вектора $p = 2\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ на вектора \bar{a} и \bar{b} ..

4. Написать и доказать теорему о линейной зависимости векторов в R^n .

5. Построить симметричную матрицу матрицы $\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \\ -5 & 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.

6. Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$, найти

$$D = (AB)^T - C^2.$$

7. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 11 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \\ 2 & 1 & -3 & -18 \\ 5 & 0 & -1 & -13 \end{pmatrix}$ найти $-2A_{13} - A_{23} + A_{33} = ?$

8. Для матрицы $D = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ найти $D^{2n} = ?$.

9. Доказать закон группировки $(AB)C = A(BC)$ для матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$,

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 5 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

10. Определители и правила их вычисления. Минор и алгебраическое дополнение. Основные свойства определителей.

11. Написать соответствующее свойство детерминанта $\begin{vmatrix} a & a^2 + 1 & (a+1)^2 \\ b & b^2 + 1 & (b+1)^2 \\ c & c^2 + 1 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$

и решить его с его помощью.

12. Доказать верность равенства $(AB) = (BA)$ для

$$\text{матриц } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 \\ 5 & -6 & 7 & 8 \\ -9 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -6 & 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 & -9 \\ 8 & 7 & -6 & 5 \\ 4 & -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

13. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$ вычислить многочлен $f(A) = ?$ соответствующий

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

14. Если $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ вычислить многочлен $f(A) = ?$ соответствующий

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 2$$

15. Написать соответствующее свойство детерминанта и используя его,

$$\text{доказать равенство } \begin{vmatrix} a+bx & ax+b & c \\ d+ex & dx+e & f \\ k+px & kx+p & t \end{vmatrix} = (1-x^2) \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ k & p & t \end{vmatrix}$$

16. Ранг матрицы и его вычисления.

17. С помощью элементарных преобразований вычислить обратную

$$\text{матрицу матрицы } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ и проверить } A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E \dots$$

18. Найти $f(A)$, если $f(x) = 3x^2 - 2x + 5$ и $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$

19. $A = \begin{pmatrix} 3 & m \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 13 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ и $A \cdot A^T = B$. Найти $m = ?$

20. Если $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ найти A^{-2} и проверить $A^2 \cdot A^{-2} = A^{-2} \cdot A^2 = E$.

21. Метод Гаусса для решения системы линейных уравнений.

22. Теорема Кронекера-Капелли для совместности системы с n неизвестными и m уравнениями.

23. Матрица линейного преобразования. Собственные числа и собственные вектора линейного преобразования.

24. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -13 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 11 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 19 \end{cases}$$

25. При каком a система $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 7x_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$ имеет бесконечное количество? Найдите это решение.

26. Для преобразований $\begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 2y - z \\ z' = z - x \end{cases}$ (A) и $\begin{cases} x' = y - z \\ y' = 2x + z \\ z' = -x - y \end{cases}$ (B) найти преобразование $AB - BA$.

27. Найти отношение собственных чисел и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

28. Решите систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 - 7x_4 = 12 \\ 3x_1 - 5x_2 + 7x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 - 7x_2 + x_3 - 3x_4 = 4 \\ 7x_1 - x_2 + 3x_3 - 5x_4 = 16 \end{cases}$$

29. Найдите решение системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ x + y + 2z &= 1 \\ 2x + 2y + 4z &= 2 \end{aligned} \right\}$$

30. Систему линейных уравнений решите методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$

31. Найти собственные числа и собственные вектора линейного преобразования матрица преобразования которого имеет вид

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

32. При каком a система
$$\begin{cases} x_1 - ax_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 11x_3 - 14x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3ax_2 - 6x_3 - 5x_4 = 0 \\ 5x_1 + 8x_2 - 16x_3 + ax_4 = 0 \end{cases}$$
 имеет отличное от нуля

решение?

33. Найти собственные числа и собственные вектора линейного преобразования матрица которого имеет вид:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$$

34. Задано преобразование $A\vec{x} = (x_1 - 3x_2 + 4x_3, 4x_1 - 7x_2 + 8x_3, 6x_1 - 7x_2 + 7x_3)$. Здесь x_1, x_2, x_3 координаты вектора \vec{x} в базисе $\vec{e}_1 = (1, 0, 0), \vec{e}_2 = (0, 1, 0), \vec{e}_3 = (0, 0, 1)$. Найти собственные числа и собственные вектора этого линейного преобразования.

35. Исследовать существует ли решение системы:

$$\begin{cases} 3x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 2 \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 5 \\ 5x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 6x_4 = 3 \end{cases}.$$

36. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.

37. Общее уравнение плоскости и его исследование.

38. Кривые второго порядка. Парабола, вывод канонического уравнения параболы

39. Составить уравнение двух прямых, проходящих через точку $A(2, 1)$, одна из которых параллельна прямой $3x - 2y + 2 = 0$, а другая перпендикулярна той же прямой.

40. Даны уравнения сторон треугольника $3x - 4y + 24 = 0$ (AB), $4x + 3y + 32 = 0$ (BC), $2x - y - 4 = 0$ (AC). Составить уравнение высоты проведенной из вершины B, и найти его длину.

41. Даны вершина C(-1, 3) прямого угла равнобедренного прямоугольного треугольника и его гипотенуза $3x - 4y - 12 = 0$. Найти уравнения катетов.

42. . Найти прямую, параллельную прямым $2x + y - 2 = 0$ и $2x + y - 5 = 0$, расположенную между ними и делящую расстояние между ними в отношении 1:5.
43. Найти центр и радиус окружности, проходящей через точки $A(1, 5)$, $B(-4, 0)$, $C(4, -4)$. Написать ее уравнение.
44. Составить уравнение геометрического места точек, одинаково удаленных от точки $F(0, -3)$ и от прямой $y + 5 = 0$.
45. Составить уравнение гиперболы, зная, что ее оси совпадают с осями координат и гипербола проходит через точки $M(5, -2)$ и $N(3\sqrt{2}, \sqrt{2})$. Вычислить эксцентриситет гиперболы.
46. Найти точку пересечения прямой $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$ с плоскостью $x + 2y - 2z + 6 = 0$.
47. В треугольнике ABC даны вершина $A(1; 2)$ и уравнения двух высот, $x + y - 2 = 0$ и $9x - 3y - 4 = 0$. Найти уравнения сторон треугольника.
48. Найти площадь треугольника с вершинами $A(-2; -4)$, $B(2; 8)$, $C(10; 2)$.
49. Найти координаты точек, равноудаленных от точек $A(-1; 3)$, $B(2; 7)$ и расположенных на расстоянии $\sqrt{17}$ от начала координат.
50. Найти угол между прямой $2x - 3y + 6 = 0$ и прямой, проходящей через две точки $A(4; -5)$ и $B(-3; 2)$.