

Хәтти сәбр вә рiyazi analiz Rus bolmasi

1. Показать, что вектора $\bar{a} = (2;3;1)$ $\bar{b} = (5;7;0)$ $\bar{c} = (3;-2;4)$ образуют базис вектора и разложить вектор $\bar{d} = (4;12;-3)$ на них
2. Показать, что вектора $\bar{a} = (2;-2)$ вә $\bar{b} = (2;-1)$ образуют базис вектора. Если $\bar{c} = (2;4)$, то написать разложение $p = 2\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$ на вектора \bar{a} вә \bar{b} .
3. Написать и доказать теорему о линейной зависимости векторов в R^n
4. Определители и правила их вычисления. Минор и алгебраическое дополнение. Основные свойства определителей.

5. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, найти многочлен $f(A)$ соответствующий

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

6. Если $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ найти многочлен $f(A)$ соответствующий

$$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 2.$$

7. Напишите соответствующее свойство детерминанта $\begin{vmatrix} a & a^2 + 1 & (a+1)^2 \\ b & b^2 + 1 & (b+1)^2 \\ c & c^2 + 1 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$ и решите его с помощью этого свойства.

8. Напишите соответствующее свойство детерминанта и используя это свойство докажете равенство

$$\begin{vmatrix} a+bx & ax+b & c \\ d+ex & dx+e & f \\ k+px & kx+p & m \end{vmatrix} = (1-x^2) \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ k & p & m \end{vmatrix}.12.$$

9. Определить ранг матрицы и наисать один базис минор

$$\text{матрици } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

10. Ранг матрицы и его вычисления

11. Найти обратную матрицу с помощью элементарных преобразований и

проверить $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$ для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

12. При $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, найти A^{-2} и проверить $A^2 \cdot A^{-2} = A^{-2} \cdot A^2 = E$.

13. Проверить совместность системы линейных уравнений (с помощью

Теоремы Кронекера Капелли) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = -5 \end{cases}$ Найти общее и частное

решение этой системы.

14. Система уравнений, состоящая из m линейных уравнений и n неизвестных. Теорема Кронекера-Капелли..

15. Решить систему уравнений методом Гаусса $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -13 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 11 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 19 \end{cases}$.

16. При каком значении a система $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 7x_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$ имеет бесконечное

количество решений? Найти это решение..

17. Найти матрицу и сумму собственных чисел линейного преобразования $Ax = (x_1 + x_2 + 8x_3; 2x_2; x_1 - x_3)$.

18. Для преобразований $\begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 2y - z \\ z' = z - x \end{cases}$ (A) $\forall \theta$ $\begin{cases} x' = y - z \\ y' = 2x + z \\ z' = -x - y \end{cases}$ (B) найти

преобразование $AB - BA$.

19. Найти собственные числа и собственные вектора

матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

20. Найти отношение собственных чисел и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

21. Матрица линейного преобразования. Собственное число и собственный вектор линейного преобразования.

22. Предел функции Правый и левый пределы. Некоторые предельные формулы.

23. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$.

24. Определить какого рода точки разрыва функции $f(x) = 2 + \frac{1}{1 + 2^{\frac{1}{1-x}}}$

25. Найти производную 5-го порядка от функции $y = x^2 \cdot \sin 2x$

26. Написать теорему Ролля. Проверить, применима ли эта теорема к

функции $f(x) = \ln \sin x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6} \right]$

27. Написать теорему Коши. Проверить справедливость этой теоремы для функций $f(x) = 2x^3 + 5x + 1$, $g(x) = x^2 + 4$ на отрезке $[0; 2]$. Если теорема Коши справедлива для данных функций, найти число C .

28. На кривой $y = 2x - x^2$ между точками $A(1; 1)$ и $B(3; -3)$ дуги AB . Найти точку M , в которой касательная, проведенная к кривой, будет параллельна хорде AB .

29. Экстремум функции. Необходимые условия для существования экстремума.

30. Выпуклые и вогнутые кривые. Точка перегиба кривой.

31. Асимптоты кривой. Найти наклонную асимптоту кривой $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2x - 1}$.

32. Найти локальные экстремумы функции

$$f(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 12.$$

33. Функция многих переменных и её предел. Двойные и повторные пределы.

34. Частные производные. Полное приращение и полный дифференциал.

35.. Найти двойные и повторные пределы функции $f(x; y) = \frac{x - 2y}{x + 3y}$ в точке (0;0).

36.Найти полный дифференциал функции $u = \operatorname{arctg} \frac{xy}{z^2}$

37. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула для вычисления определенных интегралов (формула Ньютона-Лейбница).

38. Найти дифференциал функции $u = x^{y^2z}$

39. Найти дифференциал второго порядка функции. $u = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}$

40. Экстремумы функций многих переменных. Необходимые условия для существования экстремума.

41.. Найти экстремумы функции. $z = \frac{1}{2}xy + (47 - x - y)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{4}\right)$

42.. Найти экстремумы функции $z = 2x^3 + 2y^3 - 36xy + 430$

43.Определение и свойства определенного интеграла.

44.Несобственные интегралы первого и второго рода.

45.Вычислить интеграл $J = \int_0^2 x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$

46.Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$

47.Вычислить интеграл $J = \int_3^{10} \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x+6}}$

48.Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.

49.Показать сходимость ряда

$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + \dots$ и найти сумму этого ряда.

50. Показать абсолютную сходимость ряда $1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots$