(Хәтти сәбр вә рiyazi analiz) rus bölməsi kollokvium sualları

1. Показать, что вектора $\bar{a} = (2;3;1)$ $\bar{b} = (5;7;0)$
 $\bar{c} = (3;-2;4)$ образуют базис вектора и разложить вектор
 $\bar{d} = (4;12;-3)$ на них.
2. Для векторов $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ расположенные на плоскости имеем
 $|\bar{a}| = 2, |\bar{b}| = 3, |\bar{c}| = 5, (\bar{a}; \bar{b}) = 60^\circ, (\bar{a}; \bar{c}) = 60^\circ, (\bar{b}; \bar{c}) = 60^\circ$.
Найти длину вектора $\bar{d} = \bar{a} + \bar{b} - \bar{c}$.
3. Если $|\bar{a}| = 11, |\bar{b}| = 23, |\bar{a} - \bar{b}| = 30$. Найти $|\bar{a} + \bar{b}| = ?$
4. Показать, что вектора $\bar{a} = (2;-2)$ вә $\bar{b} = (2;-1)$ образуют базис
вектора. Если $\bar{c} = (2;4)$, то написать разложение $p = 2\bar{a} - \bar{b} + \bar{c}$
на вектора $\bar{a}$ вә $\bar{b}$.
5. Написать и доказать теорему о линейной зависимости векторов в R^n
6. Проверить закон группировки $((AB)C = A(BC))$ на матрицах
 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
7. Определители и правила их вычисления. Минор и алгебраическое
дополнение. Основные свойства определителей.
8. Если $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, найти многочлен $f(A)$
соответствующий $f(x) = x^2 - 3x + 2$.
9. Если $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ найти многочлен $f(A)$ соответствующий
 $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x - 2$.

10. Напишите соответствующее свойство детерминанта $\begin{vmatrix} a & a^2+1 & (a+1)^2 \\ b & b^2+1 & (b+1)^2 \\ c & c^2+1 & (c+1)^2 \end{vmatrix}$ и

решите его с помощью этого свойства.

11. Напишите соответствующее свойство детерминанта и используя это свойство докажите равенство

$$\begin{vmatrix} a+bx & ax+b & c \\ d+ex & dx+e & f \\ k+px & kx+p & m \end{vmatrix} = (1-x^2) \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ k & p & m \end{vmatrix}. \quad 12.$$

12. Определить ранг матрицы и написать один базис минор

$$\text{матрицы } A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

13. Ранг матрицы и его вычисления.

14. Найти обратную матрицу с помощью элементарных преобразований и

$$\text{проверить } A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E \text{ для матрицы } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

15. Для матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -6 & -6 & 5 \\ 9 & 3 & 3 \\ 3 & 8 & 3 \end{pmatrix}$ проверить $A^{-1}B^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.

16. При $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, найти A^{-2} и проверить $A^2 \cdot A^{-2} = A^{-2} \cdot A^2 = E$.

17. Проверить совместность системы линейных уравнений (с помощью

$$\text{Теоремы Кронекера Капелли) } \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = -5 \end{cases} \text{ Найти общее и частное}$$

решение этой системы.

18. Система уравнений, состоящая из m линейных уравнений и n неизвестных. Теорема Кронекера-Капелли..

19. Решить систему уравнений методом Гаусса
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -13 \\ -x_1 + x_3 + 2x_4 = -1 \\ 3x_1 + 4x_2 + 5x_3 = 11 \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 19 \end{cases}.$$

20. При каком значении a система
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 + 7x_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$
 имеет бесконечное

количество решений? Найти это решение..

21. Найти матрицу и сумму собственных чисел линейного преобразования $Ax = (x_1 + x_2 + 8x_3; 2x_2; x_1 - x_3)$.

22. Для преобразований
$$\begin{cases} x' = x + 3y \\ y' = 2y - z \\ z' = z - x \end{cases} \quad (\text{A}) \quad \forall \quad \begin{cases} x' = y - z \\ y' = 2x + z \\ z' = -x - y \end{cases} \quad (\text{B})$$
 найти

преобразование $AB - BA$.

23. Найти собственные числа и собственные вектора

матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

24. Найти отношение собственных чисел и собственные вектора матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

25. Матрица линейного преобразования. Собственное число и собственный вектор линейного преобразования.