

**Министерство Образования Азербайджанской Республики
Азербайджанский Государственный Экономический Университет**

ЦЕНТР МАГИСТРАТУРА

На правах рукописи

Джафаров Фахри Элчин оглы

Магистерская диссертация по теме

«АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ЦЕННЫХ БУМАГ НА ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКЕ»

Шифр и название направления: 060509 «Компьютерные науки»
Специальность: «Информационная система»
Научный руководитель: к.т.н., доц. **Н. М. Байрамов**
Руководитель магистерской
программы: академик **А. М. Аббасов**
Заведующая кафедрой: академик **А. М. Аббасов**

Баку-2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
ГЛАВА I. Временные ряды.....	8
1.1.Основные понятия и определение	8
1.2.Классификация временных рядов.....	16
1.3.Математические модели анализа временных рядов	20
1.3.1.Модель авторегрессии	20
1.3.2.Модель скользящего среднего.....	27
1.3.3.Модель авторегрессии – скользящего среднего	30
1.4.Прогнозирование временного ряда в Excel.....	344
ГЛАВА II. Общая характеристика рынка ценных бумаг.....	39
2.1.История рынка ценных бумаг	39
2.2.Понятие, классификация и цена ценных бумаг	40
2.3.Требования, предъявляемые к ценным бумагам.....	45
ГЛАВА III. Модели авторегрессии и скользящего среднего для прогнозирования курса ценных бумаг	47
3.1.Построение прогнозных моделей курса акций Лукойл методом авторегрессии	48
3.2.Построение прогнозных моделей курса акций Газпрома методом авторегрессии	555
3.3.Построение прогнозных моделей акций Газпрома по методу скользящей средней.....	61
3.4. Построение прогнозных моделей курса акций Роснефть методом авторегрессии	67
Заключения	75
Список использованных источников.....	76

ВВЕДЕНИЕ

Задачи, связанные с прогнозированием поведения динамических систем особенно в экономике является трудно формализуемой. Для прогнозирования таких систем необходимо опираться на выявлении скрытых закономерностей в накопленных данных. Как, известно, с течением времени изменяются цены, экономические условия, режим протекания того или иного производственного процесса. Совокупность измерений подобного рода показателей в течение некоторого периода времени представляет *временной ряд*, с помощью которого можно предсказать будущее на основе знаний прошлого.

Временной ряд, прежде всего последовательность чисел. Анализ временных рядов позволяет изучить показатели во времени и дают ценный статистический материал для прогнозирования и планирования социально экономических явлений. Как известно, разработка любого прогноза или плана, требует всесторонних знаний прошлого и настоящего, а именно такие знания можно получить в результате составления и анализа *временных рядов*.

Актуальность данной работы связано возрастающей сложностью процессов, которые протекают на фондовом рынке. Показатели развития рынка *ценных бумаг* настоящего времени полностью не достигли значений предкризисного периода. Кроме того, негативное влияние нестабильной экономической положений в мире, даже усиливает эти тенденции. В этой связи на фоне развивающихся процессов глобализации национальных фондовых рынков возрастают риски их субъектов, повышается курсов акций компаний и предприятий, курсов валюты, процентных ставок, цен на сырьевые товары и т. д. Рынки ценных бумаг, как следствие, стали более нестабильными, рискованными и слабо регулируемые. Нет сомнений, что в таких условиях классические методы исследования *временных рядов*, для проведения объективного анализа и обоснованного прогнозирования состояния рынка ценных бумаг в хаотической динамике, представляет определенный интерес.

Следует отметить, что временные ряды анализируются с разными целями, в ряде случаев приходится получить описание характерных особенностей ряда, а в ряде других случаев возникает необходимость не только предсказывать будущие значения временного ряда, также и управлять его поведением. Метод анализа временного ряда определяется, с одной стороны, целями анализа, а с другой стороны, вероятностной природой формирования его значений. В настоящее время известно большое количество *математических моделей и методов* для анализа *временных рядов*. Среди них наиболее популярны следующие основные подходы:

1. Технический анализ;
2. Математический анализ;
3. Фундаментальный анализ;
4. Анализ на основе нейронных сетей.

Основным принципом *технического анализа* состоит в изучении процесса ценовых колебаний с помощью специальных технических индикаторов. Здесь главным считается идея о том, что изучив ситуацию в рынке ценных бумаг в прошлом можно предугадать состояния рынка в будущем. Особые значения имеет *математический анализ*, которое представляется следующими методами:

- Метод регрессионного *анализа*, включающий в себя линейную и нелинейную регрессию;
- Метод сглаживания временных рядов, таких как, например, *метод скользящей средней*, экспоненциальное сглаживание и т.д.;
- Методы хаотических временных рядов, которое интенсивно развивается в последнее время;
- Фрактальные методы и др.

Фундаментальный анализ представляет собой направление в анализе *ценных бумаг*, которое с учетом экономических факторов позволяет определить истинную стоимость ценных бумаг. Это концепция базируется на предсказании

последствий поведения цены в результате влияния разнообразных событий в мировой экономике.

Использование нейронных сетей для анализа финансовой информации считается альтернативным для традиционных методов исследования.

Актуальность работы связана нестабильностью, сложностью и слабо регулируванностью рынки ценных бумаг. В таких ситуациях представляет интерес исследования классические методы анализа временных рядов для обоснованного прогнозирования состояния рынка ценных бумаг на хаотическую динамику.

Целью работы является исследования экономико - математических методы анализа временных рядов и реализация модели *авторегрессии* и *скользящего среднего* для прогнозирования курса акций корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефти.

Объектом исследования – временные ряды и ценные бумаги.

Методом исследования – математические модели и методы анализа временных рядов.

Источник исследований. В качестве источников исследований применялось классические методы регрессионного анализа, использовано результатов работы отечественных и зарубежных авторов, занимающихся анализом временных рядов.

Научная новизна состоит в применении классических методов анализа и прогнозирования динамика ценных бумаг, выявления прогнозы цены акций конкретных предприятий.

Практическое значение работы является выявлением прогнозы цены акций российских корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефти на основе вычислений с использованием табличного процессора MS Excel 2010. Необходимые данные при этом взяты из соответствующих сайтов.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введений, трех глав, заключений и список литературы, включающей 20 наименований.

Во введении изложен актуальность исследований и цель работы.

Первая глава работы состоит из 4 параграфов. В первом параграфе этой главы приведены основные понятия и предложения временных рядов. Во втором параграфе дана классификация временных рядов, приведено три примера из жизни нашей Республики. В третьем параграфе первой главы исследованы модели временных рядов. Этот параграф состоит из трех подпараграфов. В первом подпараграфе исследована модель авторегрессии p – го порядка, в частности, установлено, что коэффициенты *авторегрессии* и *автокорреляции* первого порядка совпадают. Получены оценки коэффициентов авторегрессии, найдены условия стационарности временных рядов. Далее, рассмотрены модели *скользящего среднего* и *авторегрессии-скользящего среднего*, получены соответствующие оценки коэффициентов. Наконец, в последнем параграфе этой главы, используя возможности табличного процессора MS Excel, рассмотрен пример, связанной с выявлением прогноза о продаже товаров магазинами.

Во второй главе работы, состоящей из трех параграфов, рассмотрены общие характеристики рынка ценных бумаг, приведены их классификация и перечислены основные требования, предъявляемые к ценным бумагам.

В третьей главе работы, которая состоит из четырех параграфов рассмотрены применение методов авторегрессии и скользящего среднего для выявления прогноза цены акций российских корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефти. При этом, для проведения расчетов необходимые данные выбраны из соответствующих сайтов.

Диссертационная работа состоит из 77 страниц, содержит 3 таблиц и 17 рисунков. Приведены многочисленные копии фрагменты табличного процессора MS Excel, где отражены результаты некоторых расчетов, связанные с выявлением прогноза цены акций корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефти. Во время работы над данной диссертацией использованы различные ресурсы Интернета и результатов работы отечественных и зарубежных авторов, занимающихся исследованиям динамических рядов.

В заключении автор выражает глубокую благодарность доцентам А. М. Байрамову за внимание и поддержку при написании работы, а также доценту К. К. Мамтиеву за многочисленные полезные дискуссии и советы, способствовавшие улучшению содержания работы.

ГЛАВА I. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

1.1. Основные понятия и определение

Для того чтобы характеризовать и анализировать социально-экономические процессы или некоторые явления за определенный период применяют методы, в частности *временные ряды*, характеризующие эти процессы по времени. Временный ряд представляет собой упорядоченных во времени последовательность числовых показателей о значениях каких-либо параметров изучаемого процесса, собранным в *равномерном* или *неравномерном* интервалах времени. Он является способом представления данных в структурированном виде. Визуально они представляют собой линию, изменяющуюся с течением времени.

Особенностью временных рядов состоит в том, что здесь наблюдения происходят непрерывно или дискретно со временем. Например, средняя температура погоды через каждого месяц, ежегодный объем продаж нефти или газа и т.д. Временные, или так называемые динамические ряды в статистике нашем республике пока непривычен. В некоторых книгах, посвященной изучению статистики нередко используются другой термин, например, *динамические ряды*.

Заметим, что под вышеупомянутых рядов в статистике, в обработке сигналов, также и во многих областях понимаются последовательно измеренные данные через определенные промежутки времени. При *анализе временных рядов* объединяются методы изучения временных рядов, где пытаются, и понять природу точек данных, и построить прогноз. К анализу временного ряда, в частности, относятся методы *регрессионного анализа*. Под прогнозированием временных рядов подразумеваются, прежде всего, построения экономико-математические модели, позволяющие высказать прогноз событиях, которые должны происходить в будущем. При этом учитывается известных событий прошлого. Можно привести многочисленные примеры из экономической области, в которых значение на одном наблюдении будет зависеть от

значения в предыдущем. В производстве временные ряды очень важны, потому что они являются наиболее традиционным представлением потока продаваемых или производимых товаров.

Как уже отмечалось выше, временные ряды широко применяются в статистике, эконометрике, экономике, в прогнозе погоды и т.д. Существуют различные варианты записи временных рядов. Например, их можно обозначит в виде $y = \{y_1, y_2, \dots\}$, где индексы i переменных величины y_i меняют как натуральный ряд. Заметим, что в некоторых литературах используются обозначением:

$$y = \{y_t, t \in T\}$$

Если значений y_t образуют некоторые экономические показатели за несколько *последовательных моментов* или *интервалов* времени $t = 1, 2, \dots, T$, то совокупность y_t , называется *экономическим временным рядом*. Временной ряд в первом случае является *моментным*, во втором – *интервальным*. Отдельные значения y_1, y_2, \dots, y_T называются *уровнями* этого ряда, а их число T – *длиной* ряда. Первый член ряда y_1 называют *базисным уровнем*, а последний y_T – *конечным*. Временные ряды, как правило, представляются в виде таблицы или графика (см.[1-5]).

В нижеприведенном графике на основе курсов валют Банка России представлены динамика курса доллара США к Азербайджанскому манату. Как видно из этого графика самый большой курс доллара соблюдалось именно 2016 году.



Рис.1.1

Различают следующие виды временных рядов:

1. непрерывные, дискретные;
2. детерминированные, случайные;
3. стационарные, нестационарные;
4. одномерные, многомерные.

Временные ряды, которые встречаются на практике, может быть *непрерывными* или *дискретными*. В первом случае время измеряется *непрерывно*, а во втором случае время фиксируется *дискретно* (то есть через фиксированный интервал времени). Для непрерывных временных рядов наблюдения можно фиксировать в виде графика. Дискретные ряды, в свою очередь, разделяются на ряды с *равноотстоящими* и *произвольными* моментами наблюдения.

Временные ряды может быть *детерминированными* и *случайными*. Если удастся возможность выразить значения уровней y_t с помощью формулой, то временной ряд называется *детерминированным*. В некоторых случаях уровни ряда приходится описывать именно функциями распределение вероятностей. В последнем случае временные ряды называются *случайными*. Следовательно, уровни временного ряда может быть или детерминированными или слу-

чайными величинами. Следует отметить, что уровни случайного (стохастического) ряда, в свою очередь, принимают значений два типа. Их значениями служат дискретные или непрерывные случайные величины. Например, ряд, описывающей квартальной зарплаты рабочих является случайный временный ряд, уровни которого принимают дискретные значения, а временный ряд, отражающей значения *температуры воздуха* относится к классу ряд, уровни которого принимают непрерывные значения.

Отметить, что временные ряды, позволяющей вычислить вероятность того, что некоторое будущее значение ряда будет лежать в определенном интервале, называется *стохастической*, причем *стохастические модели* может быть *стационарным* и *нестационарным*. Стационарные модели основаны на предположении, что процесс остается в равновесии относительно *постоянного среднего уровня*, а для нестационарных моделей фиксированного среднего не существует. Вероятностные свойства стационарных временных рядов во времени не изменяются, то есть их числовые характеристики не зависят от времени. Если хотя бы одна из вероятностных характеристик непостоянно, временный ряд называется нестационарным. Многие ряды, которые практически встречаются в ряде областей, в том числе и биржевые цены *ценных бумаг*, где прогнозирование имеет особо важное значение, обнаруживают нестационарный характер.

Для описания стационарных процессов, как правило, применяются линейные модели временных рядов. Самое широкое применение модели временных рядов нашли в исследованиях финансовых рынков, в анализе динамики финансовых показателей, прогнозировании цен на различные товары, курсов акций, соотношений курсов валют и т. п.

Временные ряды можно условно подразделить на две класса – различают *одномерные* также и *многомерные* ряды. Для рядов первого типа наблюдается именно изменение значения одного параметра, а в случае многомерного ряда приходится наблюдать изменение в крайнем мере двух пара-

метров. Например, ежегодные данные о численности населения и валовому внутреннему продукту образуют двумерные временные ряды.

Здесь, если не оговорено иначе, будем рассматривать *одномерные, дискретные* с равноотстоящими моментами наблюдений *случайные временные ряды*. Необходимо отметить, что *выбор интервалов* между соседними уровнями ряда имеет особое значение – удобнее иметь дело с равно отстоящими друг от друга уровнями ряда. Выбор слишком *большой интервал* (период) времени может привести существенному отклонению закономерности в динамике показателя, например, по квартальным данным невозможно судить о месячных сезонных колебаниях. В то же время, слишком *малые интервалы* между уровнями ряда увеличивают объем вычислений, безусловно, вопрос о выборе интервала времени между уровнями ряда зависит от целей конкретного исследования.

Если в изменении уровни временной ряду *проявляется длительная закономерность*, то говорят, что имеет место *тренд*. Это означает, что существует зависимость, которая исследуемый процесс описывается достаточно простым уравнением. Это уравнение наилучшим виде аппроксимирует фактически изменению. Заметим, что уравнения, называемой в научной литературе уравнением тенденции динамики, рассмотрено в начале прошлого века – в трудах знаменитого ученого Гукера. Тренды могут быть описаны различными уравнениями, в том числе *линейными, логарифмическими, степенными* и так далее. Фактический тип графика устанавливают на основе графического изображения данных временного ряда, путем осреднения уровней ряда. Как известно, прямая линия является самым элементарным видом линии тренда.

В качестве примера рассмотрим следующий временный ряд. Пусть уровни временного ряда состоит из данных о продаже товаров магазинами. Все магазины находится в одном и том же городе, причем население города не больше чем 50 000 человек.

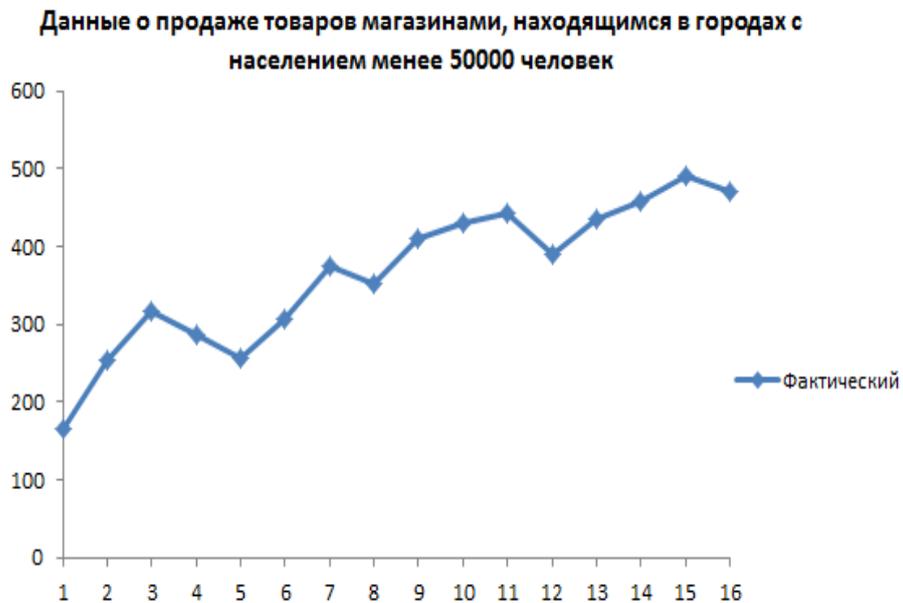


Рис.1.2.

Составим прогноз продаж. На рисунке приведено динамика объема продаж товаров. Используя табличным процессором Excel к этой графике добавим линию тренда. Для этого, как известно, над графиком следует нажимать правой кнопки мыши, и выбирать в контекстном меню пункт «ДОБАВИТЬ ЛИНИЮ ТРЕНДА». Далее, настраивается нужные параметры.

Параметры линии тренда

Построение линии тренда (аппроксимация и сглаживание)

Экспоненциальная
 Линейная
 Логарифмическая
 Полиномиальная Степень:
 Степенная
 Линейная фильтрация Точки:

Название аппроксимирующей (сглаженной) кривой

автоматическое: Полиномиальная (Фактический)
 другое:

Прогноз

вперед на: периодов
 назад на: периодов

пересечение кривой с осью Y в точке:
 показывать уравнение на диаграмме
 поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2)

Чтобы максимум уменьшить ошибку прогнозный модели целесообразно выбирать полиномиальный тренд.



Рис.1.3.

Из диаграммы видно, что величина достоверности аппроксимации получилось равным $R^2 = 0,9567$. Это означает, что полиномиальная линия тренда 95,67% точно описывает динамика рассмотренного процесса. Модель, которая выражается полученным уравнением тренда, является основным средством для проведения необходимых вычислений. Для проведения прогнозов многие ученые предлагают использовать трендом, изображенным именно линейным уравнением.

Для того чтобы на рисунке посмотреть прогноз исследуемого процесса, помимо других параметров нужно указать и количество интересующей нас периодов.

Прогноз

вперед на: периодов

назад на: периодов

После проведения указанных действий получается результат:

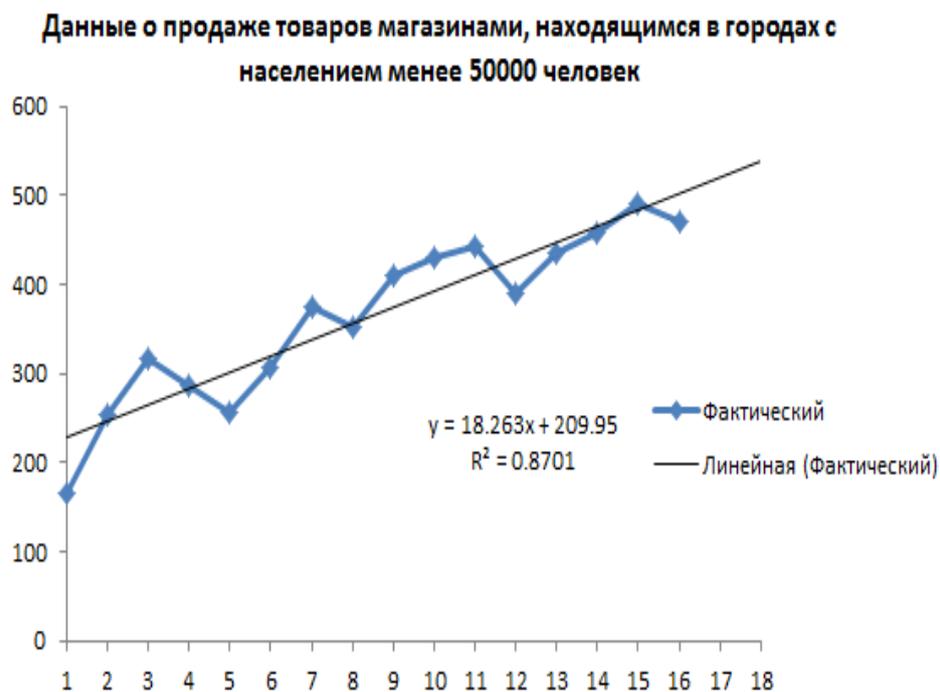


Рис.1.4

Тренд можно представить не только графически, но и с помощью уравнения. Уравнение тренда также изображено на графике:

$$y = 18.263x + 209.95$$

Данное уравнение можно записать и следующим образом:

$$y_t = 209.95 + 18.263t,$$

где t - это условный период времени, то есть $t_1 = 1, t_2 = 2$ и т.д.

Несмотря на свою простоту, данная модель оказывается полезной при решении реальных задач. Практика показывает, что такой характер изменений уровней ряда встречается достаточно часто.

В тех случаях, когда нелинейный характер *тренда* очевиден, можно обратиться к одной из следующих моделей:

1. Полиномиальная: $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_nt^n$, где степен полинома в практических задачах не превышает 6;

2. Логарифмическая: $y_t = \exp(a_0 + a_1t)$; этот модель применяется в случае, когда данных прослеживается тенденция постоянного прироста;

3. Логистическая: $y_t = \frac{a}{1+be^{-ct}}$;

4. Гомера: $\log(y_t) = a - br^t$, где $0 < r < 1$.

Логистическая модель и модель Гомера задают кривые тренда S – образной формы, они соответствуют процессам с постепенно *возрастающими темпами роста* в начальной стадии и *постепенно затухающими темпами роста* в конце.

Основные цели *анализа временных рядов* являются:

1. *Определение природы ряда*, т.е. выделение детерминированной и случайной составляющих, оценка их параметров;

2. Использование полученных оценок для целей *прогнозирование*, т.е. предсказание будущих значений временного ряда по настоящим и прошлым значениям.

Основным этапам анализа временного ряда относятся:

- графическое представление временного ряда;
- выделение и (или) удаление детерминированных составляющих временного ряда (тренд, сезонность, циклические составляющие);
- сглаживание (устранение выбросов временного ряда);
- исследование *случайной составляющей* временного ряда.

1.2.Классификация временных рядов

Все временные ряды можно классифицировать на основе по тем или иным признаком. Как известно, две основные элементы – *конкретное значение уровня* и *время* – являются два обязательных элементов, без которых невозможно исследовать временных рядов. На основе анализа упомянутых рядов удается следить динамика процесса и, следовательно, узнать его

тенденции. Необходимо отметить, что выбор методы и средства, соответствующие для проведения анализа, существенно зависит от двух факторов, во-первых от типа интересующей нас задачи и, во-вторых структурой первоначальных информации. Итак, прежде чем приступить к анализу временных рядов, имеет первостепенное значение их правильная классификация.

В таблице 1.1. представлено классификация временных рядов.

Таблица 1.1. Классификация временных рядов

Признак классификации	Виды временного ряда
1. В зависимости от того, как уровни выражают состояния явлений во времени	1. Моментные ряды 2. Интервальные ряды
2. В зависимости от вида показателя	1. Абсолютных величин 2. Относительных величин 3. Средних величин
2. В зависимости от расстояния между уровнями	1. С равностоящими уровнями по времени 2. С не равностоящими уровнями по времени
4. В зависимости от наличия основной тенденции изучаемого процесса	1. Стационарные ряды 2. Нестационарные ряды

Как видно, временные ряды различаются следующими признаками:

- по времени – *моментные* и *интервальные*.

Уровни в *моментных временных рядах* характеризуют значения показателя по состоянию на отдельные моменты времени. Примерами *моментных временных рядов* могут служить, например, последовательность данных, указывающей о численности населения города Ганджа на начало 2019-го года и многие другие. Данные, указанной в таблице 1.2 является примером моментного ряда, где показаны численность население нашей республики.

Таблица 1.2. Численность населения Азербайджана, тыс. чел.

2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2014
8553,1	8666,1	8779,9	8897,0	8997,6	9111,1	9235,1	9477,0

Исследователи в моментных рядах немало интересуют разность явлений, которая отражает изменение уровня ряда между определёнными моментами времени, так как сумма уровней, при рассмотрении моментных рядов *реального содержания не представляют*. Заметим, что в моментных рядах каждый последующий уровень включает в себя полностью или частично предыдущий показатель.

Таблица 1.3. Объем добычи нефти в Азербайджане в первом половине 2017г., тыс. баррелей

январь	февраль	март	апрель	май	июнь
793,9	776,4	733,3	781,1	785,3	793,7

Интервальный ряд представляют последовательность, которые уровни ряда непосредственно влияют к результату, которые накоплены за определенный интервал времени. Например, ряды, представляющие показатели объема товаров по кварталом года отдельного предприятия, или же данные по месяцам о динамике добычи газа в Азербайджане и многие другие. Все эти представляют собой примером интервального ряда.

Уровни в *интервальных временных рядах* характеризуют значения показателя за определенные интервалы. В качестве примеров такого типа рядов можно указать процесс производства товаров за месяц, квартал или год, фонд заработной платы рабочих предприятия и т.д. Заметим, что в отличие от *моментных временных рядов* при рассмотрении *интервальных рядов*, возможно, суммировать уровни. По данным таблицы 1.3, суммируя уровней, указывающей количество добытого нефти при каждом месяц, можем найти количество добытого за шесть месяцев нефти.

Средний уровень в интервальных временных рядах вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i,$$

а в моментных рядах по формуле:

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{y_1}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i + \frac{y_n}{2} \right),$$

где y_i – уровни ряда, n – число уровней ряда.

Заметим, что для интервальных рядов, в отличие от моментных, сумма уровней ряда представляют собой конкретный показатель, например, за определенные периоды времени общий выпуск изделий. Однако, не имеет смысл сумма уровней моментного ряда.

- по виду представления уровней ряды может быть *абсолютных, относительных и средних величин*. Первоначально заданные ряды считаются рядами *абсолютных* величин, а полученные на основе этих рядов называются производные. Ряды *относительных и средних величин* относится к производные типу. Важно заметить, что ряды первого типа, т.е. ряды абсолютных величин, представляют возможность в достаточно степени исследовать интересующей нас процесса.

Ряды относительных величин предназначены для выявления характер изменения конкретного показателя в зависимости от времени.

Наконец, при рассмотрении временные ряды *средних величин* основная задача заключается уточнения характеристики изменения исследуемого процесса. В качестве примера временного ряда такого типа можно указать таблицы, где помещены величины, характеризующей средней урожайности отдельных сельскохозяйственных продукты, или же в отдельных учреждениях средней зарплаты сотрудников и другие.

- Временные ряды может быть *полным и неполным*. Это зависит расстоянием между интервалами или же расстоянием между датами. Например,

таблице 1.2 служит примером *неполные ряда*, а таблице 1.3 примером *полные ряда*, так как для таблицы 1.2 не соблюдается принцип равных интервалов, а для таблицы 1.3 соблюдается этот принцип.

Следует отметить, что временные ряды может быть *стационарным*, в которых среднее значение и дисперсия постоянны и *нестационарным*, если все его вероятностные характеристики зависят от времени.

1.3. Математические модели анализа временных рядов

При анализе временных рядов используются различные методы. Среди этих методов наиболее распространенными являются модели *авторегрессии*, *скользящего среднего*, *авторегрессии – скользящего среднего* с учетом случайной составляющей временного ряда и *авторегрессии – проинтегрированного скользящего среднего*.

Здесь мы будем рассматривать трое из них – модель авторегрессии, скользящие среднего и авторегрессии – скользящего среднего.

1.3.1. Модель авторегрессии

При использовании авторегрессионных моделей для описания временных рядов предполагается, что его текущее значение можно выразит как линейная комбинация конечное число некоторых предыдущих значений этого ряда и случайной величины, называемой – «белого» шума.

Рассмотрим *модели авторегрессии p – го* порядка. В большинстве литературы это модель сокращенно называется модель $AR(p)$, которая записывается в следующем виде:

$$y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

где $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ – коэффициенты модели, y_{t-i} – лаговые переменные, определяющие зависимость значения y_t временного ряда в текущий момент времени от его значений при $t - 1, t - 2, \dots, t - p$. Лаговые переменные

вступают в роли регрессоров. Ошибки ε_t удовлетворяют условиям Гаусса – Маркова (см., например, [3,4,8]):

$$M(\varepsilon_t) = 0, \quad (2)$$

$$D(\varepsilon_t \varepsilon_{t\pm\tau}) = \begin{cases} \sigma_0^2 & \text{при } \tau = 0, \\ 0 & \text{при } \tau \neq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Поэтому, согласно общей теории статистики, и автокорреляционная функция «белого шума» принимает простую форму:

$$\rho_\tau(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & \text{при } \tau = 0, \\ 0 & \text{при } \tau \neq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь M – математическое ожидание, а D – дисперсия ряда y_t .

Модель (1) представляет возможность изучать процесс в момент времени t в зависимости от его значений в предыдущие моменты.

При построении модели AR(p) требуется рассмотреть решения следующих двух взаимосвязанных задач:

1. Определения *рационального порядка модели* (числа p);
2. Оценки значений коэффициентов $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$.

Для определения *порядка модели* AR(p) прежде всего, приходится исследовать *автокорреляционную функцию*, которая считается одной из его важных характеристик. Чтобы оценить коэффициенты, т.е. значений $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ можно применять *метод наименьших квадратов (МНК)*. Так как лаговые переменные вступают в роли регрессоров, то модель (1) представляется как линейную множественную регрессию. В связи с этим возможно, на основе классического МНК оценить все коэффициенты $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$. С этой целью, для модели (1) запишем следующее уравнение регрессии

$$\tilde{y}_t = b_1 y_{t-1} + b_2 y_{t-2} + \dots + b_p y_{t-p}, \quad t = 1, 2, \dots, n,$$

где коэффициенты являются оценками для $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$.

Чтобы оценить параметров модели рассмотрим общие подходы. Будем предполагать, что математическое ожидание ряда y_t равно нулю, то есть, $M(y_t) = 0$. В случае нарушения этого условия, т.е. когда $M(y_t)$, отлично от нуля, то приходится выбрать

$$\hat{y}_t = y_t - \bar{y}_t, \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

где

$$\bar{y}_t = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n y_t = M(y_t).$$

Из (1) следует, что параметры $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ могут быть выражены через коэффициенты автокорреляции ρ_τ . Чтобы показать этого факта умножим обе части (1) на $y_{t-\tau}$ и возьмём математическое ожидание от получившихся произведений:

$$M(y_t y_{t-\tau}) = \sum_{i=1}^{\tau-1} \beta_i M(y_{t-i} y_{t-\tau}) + \beta_\tau M(y_{t-\tau} y_{t-\tau}) + \sum_{i=\tau+1}^p \beta_i M(y_{t-i} y_{t-\tau}) + M(\varepsilon_t y_{t-\tau}). \quad (6)$$

Так как случайные величины ε_t удовлетворяют условия Гаусса-Маркова, то $M(\varepsilon_t y_{t-\tau}) = 0$. Обозначая ковариационный момент $\mu_\tau = Cov(y_t, y_{t-\tau}) = M(y_t y_{t-\tau})$, с учетом равенство $M(y_{t-i} y_{t-\tau}) = M(y_t y_{t-\tau+i})$, имеем:

$$\mu_\tau = \sum_{i=1}^{\tau-1} \beta_i \mu_{\tau-i} + \beta_\tau \mu_0 + \sum_{i=\tau+1}^p \beta_i \mu_{\tau-i}$$

Величина $\mu_0 = M(y_t y_t)$ есть дисперсия σ_y^2 значений временного ряда и, поэтому поделив обе части последнего равенства на дисперсию $D(y_t) = \sigma_y^2$ получим следующую систему уравнений в терминах коэффициентов автокорреляции (см., [3, стр.129]):

$$\rho_\tau = \sum_{i=1}^{\tau-1} \beta_i \rho_{\tau-i} + \beta_\tau + \sum_{i=\tau+1}^p \beta_i \rho_{\tau-i}, \quad \tau = 1, 2, \dots, p \quad (7)$$

Заметим, что систему уравнений (8) в матричной форме можно записать в виде:

$$r = R \cdot b, \quad (11)$$

где $r = (r_1, r_2, \dots, r_p)^T$ и $b = (b_1, b_2, \dots, b_p)^T$ – p -мерные векторы, которые представляют собой, соответственно, *известных* оценок коэффициентов автокорреляции r_1, r_2, \dots, r_p и *неизвестных* оценок параметров b_1, b_2, \dots, b_p ; Квадратный матриц R – с размерностью p – в правой части равенства (11) содержит элементы из оценок коэффициентов автокорреляции; T – знак транспонирования.

Решая матричного уравнения (11) нетрудно видеть, что неизвестные величины b_1, b_2, \dots, b_p можно определит по формуле

$$b = R^{-1} \cdot r \quad (12)$$

Заметим, что при небольших порядках модели ($p = 1, 2, 3$) оценки Юла-Уокера считается достаточно «хорошими». Эти оценки, в крайнем мере, целесообразно считать первым приближением, которое в определенном смысле близко к «оптимальным» оценкам. Отметим, что путем уточнения оценок Юла-Уокер их можно получит непосредственно и на основе нелинейных методов оценивания.

Авторегрессионная модель первого порядка – или модель AR(1) записывается в следующем виде:

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n. \quad (13)$$

Здесь β_1 – коэффициент модели AR(1), причем в большинстве работах оно нередко называется коэффициентом авторегрессии, а ε_t , в правой части (13), представляет собой последовательность случайных величин, которые образуют «белый шум» с характеристиками (2), (3).

Отметим, что для практических целей обычно используются модели *первого* AR(1), *второго* AR(2), максимум *третьего* AR(3) порядков. Авто регрессионная модель *первого порядка* нередко называется «Марковским процессом». Нетрудно видеть, что система Юла-Уокера, т.е. система уравнений (8), в этом случае состоит всего из одного уравнения

$$b_1 = r_1, \quad (14)$$

определяющего оценку b_1 коэффициента β_1 .

Учитывая, что ε_t и y_t независимы, можем записать

$$D(y_t) = r_1^2 D(y_{t-1}) + D(\varepsilon_t). \quad (15)$$

Так как процесс y_t – стационарный, поэтому $D(y_t) = D(y_{t-1}) = \sigma_y^2$. Следовательно, полагая, что $D(\varepsilon_t) = \sigma_0^2$, из равенства (15) имеем:

$$\sigma_y^2 = r_1^2 \sigma_y^2 + \sigma_0^2 \quad (16)$$

или

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_0^2}{1-r_1^2}, \quad (17)$$

откуда вытекает, что

$$\frac{\sigma_y^2}{\sigma_0^2} = \frac{1}{1-r_1^2} \quad (18)$$

Учитывая в (18) положительность дисперсия получаем условие стационарности: $-1 < r < 1$.

При условии $|r| > 1$ ряд оказывается нестационарным.

Чтобы найти автокорреляционную функцию процесса y_t умножим (13) на y_{t-1} и снова учитывая независимость ε_t и y_t найдем

$$M(y_t y_{t-\tau}) = Cov(y_t, y_{t-\tau}) = r_1 D(y_{t-\tau}) = r_1 \sigma_y^2, \quad (19)$$

откуда коэффициент корреляции

$$\rho(y_t y_{t-1}) = \frac{Cov(y_t, y_{t-1})}{\sqrt{D(y_t) D(y_{t-1})}} = \frac{r_1 \sigma_y^2}{\sigma_y \sigma_y} = r_1, \quad (20)$$

то есть, для модели AR(1) коэффициент корреляции $\rho(y_t y_{t-1})$, между соседними возмущениями y_t и y_{t-1} совпадает коэффициентом авто регрессии r_1 .

Авторегрессионная модель второго порядка – или модель AR(2) записывается в следующем виде:

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} + \beta_2 y_{t-2} + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n. \quad (21)$$

Модель авторегрессии *второго порядка* называется «процессом Юла». Для модели AR(2) выше рассмотренная система уравнений (8) состоит из двух уравнений и содержит две неизвестные величины, т.е. система (8) имеют вид:

$$\begin{aligned} r_1 &= b_1 + b_2 r_1, \\ r_2 &= b_1 r_1 + b_2 \end{aligned} \quad (22)$$

Решая систему (22) относительно b_1 и b_2 получим

$$b_1 = \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2}, \quad b_2 = \frac{r_2-r_1^2}{1-r_1^2}. \quad (23)$$

Систему (22) можно решать и также относительно r_1 и r_2

$$r_1 = \frac{b_1}{1-b_2}, \quad r_2 = b_2 + \frac{b_1^2}{1-b_2}. \quad (24)$$

Умножим обе части равенства (21) на y_t , и от каждого слагаемого возьмем математическое ожидание. Далее, в полученном для $M(y_t \varepsilon_t)$ выражения за место y_t запишем правую часть равенства (21), то есть, сам модель (21), и, учитывая, что $M(y_t \varepsilon_{t-\tau}) = Cov(y_t, \varepsilon_{t-\tau}) = r_\tau D(y_{t-\tau}) = r_\tau \sigma_y^2$, получим:

$$\sigma_y^2 = b_1 r_1 \sigma_y^2 + b_2 r_2 \sigma_y^2 + \sigma_0^2 \quad (25)$$

Из (25) нетрудно получить соотношение между *ошибкой модели* ε_t и *дисперсиями* исходного процесса:

$$\frac{\sigma_y^2}{\sigma_0^2} = \frac{1}{1 - b_1 r_1 - b_2 r_2}. \quad (26)$$

Учитывая в равенства (26) положительность дисперсия получаем необходимые и достаточные условия стационарности:

$$\begin{cases} -1 < \frac{b_1}{1-b_2} < 1, \\ -1 < b_2 + \frac{b_1^2}{1-b_2} < 1 \end{cases} \quad (27)$$

или отсюда

$$|b_1| < 2, \quad b_2 < 1 - |b_1|. \quad (28)$$

1.3.2. Модель скользящего среднего

В моделях *скользящего среднего* q – го порядка (или модель MA(q)) текущее значение стационарного случайного процесса y_t , представляется в виде

$$y_t = - \sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

т.е. в виде линейной комбинации текущей и прошедших значений ошибки $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-q}$ со свойствами, соответствующей «белому шуму».

Здесь $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_q$ – параметры модели. Ошибка ε_t характеризуется свойствами (см. например, [3,8]):

$$M(\varepsilon_t) = 0, \quad (2)$$

$$D(\varepsilon_t \varepsilon_{t-\tau}) = \begin{cases} \sigma_0^2 & \text{при } \tau = 0, \\ 0 & \text{при } \tau \neq 0, \end{cases} \quad (3)$$

$$\rho_\tau(\varepsilon) = \begin{cases} 1, & \text{при } \tau = 0, \\ 0 & \text{при } \tau \neq 0. \end{cases} \quad (4)$$

С учетом этих свойств ε_t , построим автокорреляционную функцию модели (1). Как известно, коэффициент ковариации q -ого порядка модели (1) определяется следующим образом:

$$y_\tau = M(y_t y_{t-\tau}) = M \left\{ \left(-\sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \right) \times \left(-\sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-\tau-i} + \varepsilon_{t-\tau} \right) \right\}$$

Это выражение при $\tau = 0$ представляет собой дисперсию процесса y_t , которая в силу соотношений (2) и (3) выражается через коэффициенты модели $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_q$ и через σ_0^2 , представляющей собой дисперсию ошибки, по формуле:

$$\sigma_y^2 = (1 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_q^2) \sigma_0^2. \quad (5)$$

Из (5) следует, что для произвольного τ коэффициент ковариации $Cov(y_t, y_{t-\tau})$ определяется выражением

$$Cov(y_t, y_{t-\tau}) = \begin{cases} (1 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_q^2) \sigma_0^2 & \text{при } \tau = 0, \\ (-\gamma_\tau + \gamma_1 \gamma_{\tau+1} + \dots + \gamma_q \gamma_{\tau-q}) \sigma_0^2 & \text{при } \tau = 1, \dots, q, \\ 0 & \text{при } \tau > q. \end{cases} \quad (6)$$

Следовательно, автокорреляционная функция модели получается непосредственно, в виде:

$$\rho_\tau = \begin{cases} \frac{-\gamma_\tau + \gamma_1 \gamma_{\tau+1} + \dots + \gamma_q \gamma_{\tau-q}}{1 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \dots + \gamma_q^2} & \text{при } \tau = 1, \dots, q, \\ 0 & \text{при } \tau > q. \end{cases} \quad (7)$$

Выше рассмотренная система (8), состоящей в данном случае из q уравнений, дает оснований, чтобы получить оценок g_1, g_2, \dots, g_q неизвестных параметров $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_q$. Согласно общему подходу, чтобы получить необходимые оценки в каждое уравнение системы (8) вместо значений коэффициентов ρ_τ рассматриваемого процесса y_t нужно подставить их рассчитанные оценки r_τ .

Однако, нетрудно заметить, что в отличие от системы уравнений (8), рассмотренном в предыдущих параграфах, эта система будет нелинейным. Для

её решение можно использовать из различных приближенных методов, в частности, методом итераций за исключением модель первого порядка.

Рассмотрим модель первого порядка (или модель $MA(1)$):

$$y_t = -\gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (8)$$

Из этого выражения следует, что дисперсия σ_y^2 и ошибки модели σ_0^2 связаны соотношением:

$$\sigma_y^2 = (1 + \gamma_1^2) \sigma_0^2 \quad (9)$$

Отсюда видно, что коэффициент автокорреляции можно выразит через коэффициент модели в следующем виде:

$$\rho_1 = \frac{-\gamma_1}{1 + \gamma_1^2}, \quad (10)$$

Величина ρ_1 , определяемой по формулам (10), представляет собой единственный первый коэффициент автокорреляции, отличного от нуля.

Из (10) несложно получить квадратное уравнение относительно оценки g_1 неизвестного параметра γ_1 .

$$g_1^2 + \frac{g_1}{r_1} + 1 = 0, \quad (11)$$

где $r_1 = \rho_1$. Пусть g_{11} , g_{12} — являются корнями уравнений (11). Из (11) хорошо видно, что корни g_{11} , g_{12} этого квадратного уравнения связаны между собой соотношением:

$$g_{11} \cdot g_{12} = 1, \quad g_{11} = \frac{1}{g_{12}}. \quad (12)$$

Нетрудно видеть, что только первое решение g_{11} уравнения (11), определяемой по формулам

$$g_{11} = \frac{-\frac{1}{r_1} + \sqrt{\frac{1}{r_1^2} - 4}}{2}, \quad (13)$$

меньшее единицы по абсолютной величине при условии, что

$$-\frac{1}{2} < r_1 < \frac{1}{2}. \quad (14)$$

Условию (14) является условиям стационарности процесса и она подсказывает, что модель скользящего среднего первого порядка можно применять только в том случае, когда коэффициент автокорреляции, также и автокорреляционная функция по абсолютной величине меньше 0.5.

Рассмотрим теперь модель второго порядка (или модель МА(2)):

$$y_t = -\gamma_1 \varepsilon_{t-1} - \gamma_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t \quad (15)$$

Из выражения (15) следует, что дисперсия σ_y^2 и ошибки модели σ_0^2 связаны соотношением:

$$\sigma_y^2 = (1 + \gamma_1^2 + \gamma_2^2) \sigma_0^2. \quad (16)$$

Отсюда, определяются значения коэффициентов автокорреляции, которые связаны с параметрами модели в силу соотношений:

$$\rho_1 = \frac{-\gamma_1(1-\gamma_1)}{1+\gamma_1^2+\gamma_2^2}, \rho_2 = \frac{-\gamma_2}{1+\gamma_1^2+\gamma_2^2}, \rho_\tau = 0, \tau \geq 3. \quad (17)$$

Используя этих соотношений и зная известные оценки коэффициентов r_1, r_2 можно найти оценки коэффициентов g_1, g_2 модели МА(2), как это сделано в предыдущих параграфах.

1.3.3. Модель авторегрессии – скользящего среднего

Этот модель в некотором смысле является обобщением две ранее рассмотренные простые модели, т.е. *автрегрессионной модели* и *модель скользящего среднего*. В общей форме упомянутой модель, которая нередко называются модель ARMA(p,q) определяется уравнением:

$$y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} - \sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_q$ – коэффициенты модели; p – порядок авторегрессии; q – порядок скользящего среднего; возмущения ε_t удовлетворяют, как правило, условиям Гаусса–Маркова [7,8].

Отметим, что модель авторегрессии – скользящего среднего может быть преобразована в модель авторегрессии

$$y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} + \zeta_t . \quad (2)$$

Здесь ошибка ζ_t , которая удовлетворяет определенным свойствам, имеет вид

$$\zeta_t = -\sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t ,$$

и с учетом этого выражения значение y_t , определяемой формулой (2), можно представить в следующем виде:

$$y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i \left\{ -\sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-1-i} + \varepsilon_{t-1} \right\} - \sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \quad (3)$$

Рассмотрим для данной модификации модели ARMA(p,q), свойства функций автокорреляции и, помимо этого, возможные способы получения оценки параметров этой модели. Можно показать, что в выполнении определенных условий (см., [8,11]) коэффициенты автоковариации модели (1), определяемой выражением (1), не зависят от ε_t .

Рассмотрим выражению

$$\begin{aligned} & M(y_t y_{t-\tau}) = \\ & = M \left[\left(\sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} - \sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t \right) \times \left(\sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-\tau-i} - \sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-\tau-i} + \varepsilon_t \right) \right] \end{aligned}$$

Отсюда, если $\tau > q$, с учетом свойств «белого шума» имеем [11]:

$$M(\varepsilon_{t-j} \varepsilon_{t-\tau-j}) = 0, \tau = q + 1, q + 2, \dots; j = 1, 2, \dots, q.$$

$$y_t = \beta_1 y_{t-1} - \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (7)$$

Для определения дисперсии модели (7) под знаком математического ожидания умножим обе части равенства (7) на y_t . В результате имеем:

$$\begin{aligned} M(y_t y_t) &= \beta_1 M(y_{t-1} y_t) - \gamma_1 M(\varepsilon_{t-1} y_t) + M(\varepsilon_t y_t) = \\ &= \beta_1 Cov(y_{t-1}, y_t) - \gamma_1 M(\varepsilon_{t-1} y_t) + \sigma_0^2 \end{aligned} \quad (8)$$

При выводе выражения (8) учтено, что $M(y_t \varepsilon_t) = M(\beta_1 y_{t-1} - \gamma_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t) = \sigma_0^2$ с учетом свойств процесса «белого шума» ε_t .

Далее, под знаком математического ожидания умножая обе части равенства (7) на ε_{t-1} , как это мы сделали при получении (8), получим:

$$M(y_t \varepsilon_{t-1}) = \beta_1 M(y_{t-1} \varepsilon_{t-1}) - \gamma_1 \sigma_0^2 = (\beta_1 - \gamma_1) \sigma_0^2, \quad (9)$$

поскольку $M(y_{t-1} \varepsilon_{t-1}) = M((\beta_1 y_{t-2} - \gamma_1 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) \varepsilon_{t-1}) = \sigma_0^2$.

Аналогичным образом, получим первый коэффициент автоковариации процесса y_t . Для этого под знаком математического ожидания умножим обе части равенства (7) на y_{t-1} . Учтывая, что $y_{t-1} = \beta_1 y_{t-2} - \gamma_1 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$ и свойств «белого шума» ε_t получим

$$M(y_t y_{t-1}) = \beta_1 M(y_{t-1} y_{t-1}) - \gamma_1 \sigma_0^2 \quad (10)$$

Непосредственно из выражений (8) – (10) следует, что дисперсия σ_y^2 процесса y_t , описываемого моделью (7), дисперсия σ_0^2 ошибки ε_t и коэффициент, называемый коэффициентом автоковариаций, оказываются связанными следующими соотношениями:

$$Cov(y_{t-1}, y_{t-1}) = \sigma_y^2 = \frac{1 + \beta_1^2 - 2\beta_1\gamma_1}{1 - \beta_1^2} \sigma_0^2,$$

$$Cov(y_{t-1}, y_t) = \frac{(1 - \beta_1\gamma_1)(\beta_1 - \gamma_1)}{1 - \beta_1^2} \sigma_0^2, \quad (11)$$

причем соотношениями вида

$$Cov(y_t, y_{t-\tau}) = \beta_1 Cov(y_{t-\tau}, y_{t-\tau}), \quad \tau \geq 2. \quad (12)$$

связаны коэффициенты автоковариации с высокими порядками.

Нетрудно видеть, что выражения, полученные из соотношений (9), позволяет определить значение первого коэффициента ρ_1 процесса (7):

$$\rho_1 = \frac{Cov(y_t, y_{t-1})}{Cov(y_t, y_t)} = \frac{(1-\beta_1\gamma_1)(\beta_1-\gamma_1)}{1+\gamma_1^2-2\beta_1\gamma_1} \quad (13)$$

Соотношениями $\rho_\tau = \beta_1 \rho_{\tau-1}$, $\tau \geq 2$, связаны значения коэффициенты автокорреляции более высоких порядков. Можно показать, что эти коэффициенты модели (7) подчиняется экспоненциальному закону

$$\rho_\tau = \delta \cdot \beta_1^{\tau-1}, \quad (14)$$

где

$$\delta = \frac{(1-\beta_1\gamma_1)(\beta_1-\gamma_1)}{1+\gamma_1^2-2\beta_1\gamma_1}$$

1.4. Прогнозирование временного ряда в Excel

Временный ряд, как уже сказано выше, представляют собой числовые значения экономического или же статистического показателя. Значение этих показателей можно расположить в хронологическом порядке. Анализ временных рядов позволяет изучить показатели во времени. В самых разных областях человеческой деятельности распространены подобные данные. Например, цены акций компаний, которая может менять ежедневно. Можно привести и другие примеры. Если через определенные промежутки времени удастся отмечать значения какого-то процесса, то можем получить уровни динамического ряда. Изменчивость членов ряда пытаются разделить на *закономерную*, называемые, как правило, предсказуемые и *случайную* составляющие.

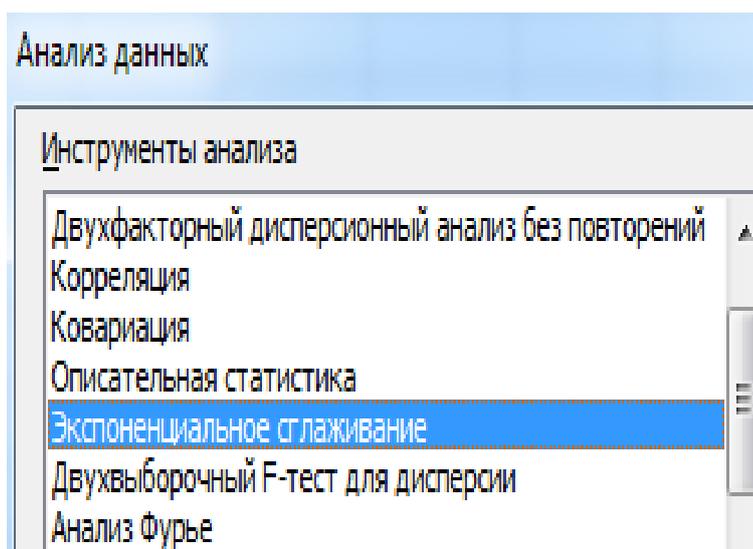
Рассмотрим анализ ряда, используя возможностями табличным процессором Excel. Возьмем выше рассмотренную задачу о продажах товаров магазинами. Пусть уровни временного ряда состоит из данных о продаже товаров магазинами. Все магазины находится в одном и том же городе, с населением не больше чем 50 000 человек.

Предположим, что в 2012-2015 г. руководители торговая сети намерены, определит закономерность развития, на основе анализа данных о продажах товаров магазинами.

Данные, о реализации продаже внесем в таблицу Excel:

	А	В	С
1	Год	Квартал	Продажи, млн.руб.
2	2012	1	165
3		2	253
4		3	316
5		4	287
6	2013	1	257
7		2	308
8		3	376
9		4	351
10	2014	1	410
11		2	431
12		3	443
13		4	389
14	2015	1	436
15		2	459
16		3	492
17		4	470

Чтобы определить основную тенденцию развития используем надстройками Excel, которая представляет возможности найти решения задачи специального типа, например, задачи линейного программирования. Выделим **Пакет анализа**, не останавливаясь о хорошо известном способе включения надстройки табличного процессора Excel. Далее, из списка инструментов, выбираем пункт **Экспоненциальное сглаживание** для проведения статистического анализа. Если значения динамического ряда колеблются сильно, то вполне целесообразно применение этим методом выравнивания.



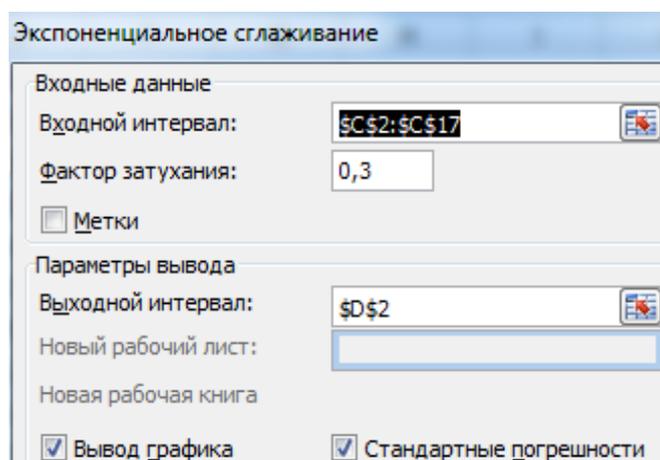
Используя из выше приведенных табличных данных, заполним следующие участки в диалоговом окне *Экспоненциальное сглаживание*:

«Входной интервал»,

«Фактор затухания»,

«Выходной интервал».

Ставим галочки на *Вывод графика* и *Стандартные погрешности*.



После выполнения необходимых действий закрываем окно.

Результаты анализа приведено в нижеуказанном фрагменте:

E6 fx =КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(C3:C5,D3:D5)/3)					
	A	B	C	D	E
1	Год	Квартал	Продажи, млн.руб.	Сглаженные уровни	Стандартные погрешности
2	2012	1	165	#Н/Д	#Н/Д
3		2	253	165	#Н/Д
4		3	316	226.6	#Н/Д
5		4	287	289.18	#Н/Д
6	2013	1	257	287.654	72.43643742
7		2	308	266.1962	54.57954475
8		3	376	295.45886	29.95539913
9		4	351	351.837658	55.29948958
10	2014	1	410	351.2512974	52.39317576
11		2	431	392.3753892	57.55862797
12		3	443	419.4126168	40.59545248
13		4	389	435.923785	42.81602217
14	2015	1	436	403.0771355	37.63892846
15		2	459	426.1231407	35.78696809
16		3	492	449.1369422	38.15164692
17		4	470	479.1410827	36.52416831

**Данные о продаже товаров магазинами, находящимся в
городах с населением менее 50000 человек**

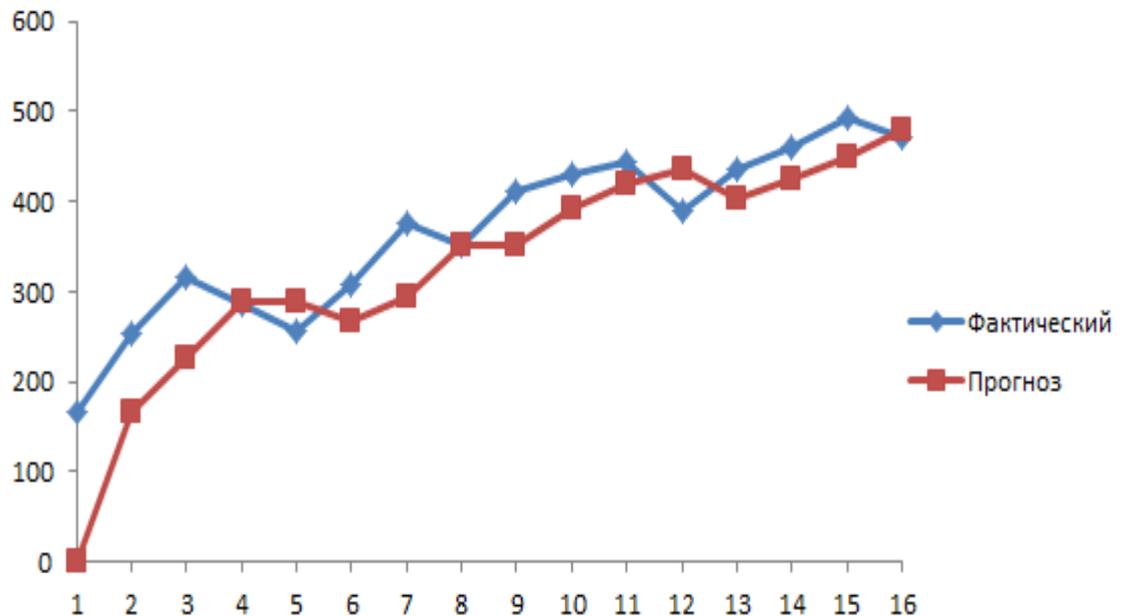


Рис.1.5

Для расчета стандартных погрешностей в табличном процессоре MS Excel используется специальная формулой. В рассмотренный нами примера она имеет вид:

$$= \text{КОРЕНЬ} (\text{СУММКВРАЗН} (\text{C3} : \text{C5}; \text{D3}: \text{D5}) / 3).$$

Функция СУММКВРАЗН, входящей в этой формуле, предназначен для вычисления сумму квадратов разности соответствующих значений двух массивов.

Следует отметить, что при составлении прогнозов использовать только одним методом нецелесообразно, так как так вероятность больших отклонений и неточностей может быть велика.

ГЛАВА II. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РЫНКА ЦЕННЫХ БУМАГ

2.1. История рынка ценных бумаг

В XVII веке впервые организованный *фондовый рынок* появился в Голландии, а в 1673 г. образовались в Англии *фондовые биржи*. С указанием текущих котировок ценных бумаг в 1698 г. началось издание биржевых бюллетеней. Далее, первая фондовая биржа по указу Наполеона Бонапарта была образована во Франции в 1801 г. и для фондовых биржи тогда же было построено даже специальное здание.

Первые акционерные общества в России появились только в XVII столетие. Их основными объектами купли – продажи, начиная с 1827 г., была *акции*. Следует отметить, что в отличие от *товарного рынка*, в территории России *фондовые рынки*, развивалось медленно. Отметим, что множество ограничений, влияющей на деятельности *акционерных обществ*, после февральской революции, сняла Временное правительство. В бывшем союзе в период новой экономической политики (НЭП) возобновили свою деятельность примерно 100 дореволюционных бирж. Тогдашнее советское правительство регулярно увеличивал контроль во время НЭП над рынка финансовых активов.

Заметим, что развития рынка ценных бумаг практически началось в конце прошлого столетия, т.е. после постановления правительства РСФСР. Для акционерных обществ утверждены ряд необходимые нормативные документы и установлены основные порядки обращения ценных бумаг. Понятие фондового рынка в сознании людей ассоциировалось с огромными биржевыми операционными залами, где происходит *купля* и *продажа* ценных бумаги и иностранные валюты, как финансовых инструментов. Сегодня все шире распространенные системы электронных торгов позволяют участниками фондового рынка обращаться друг с другом непосредственно с помощью своих компьютеров, подключенных к глобальным компьютерным сетям.

2.2. Понятие, классификация и цена ценных бумаг

Как известно, основным предметом торговли на фондовом рынке являются *ценные бумаги*, экономическая природа которых связаны с деньгами. Современную экономику трудно представить без ценных бумаг. Отметим, что совершение разных финансовых операций с ценными бумагами имеет давнюю историю. Ценные бумаги, как правило, принято называть фиктивным капиталом, потому что они практически не имеют внутренней стоимости, а их ценность заключается лишь в способности *приносить доход* и удостоверить право собственности.

Денежные документы, удостоверяющие право владения определяют взаимоотношения между продавцом (эмитентом) и их владельцем. Однако, не каждый денежный документ является ценной бумагой, а только те из них, которые являются объектом *сделки* и источником получения *дохода*. Поэтому в отличие от *акций, векселя, облигаций, сертификаты* и т.д. ценным бумагам не относятся долговые расписки, завещания, лотерейные билеты, страховые полисы.

Ценные бумаги можно разделить на следующие группы:

1. *Паевые* – (акции);
2. *Долговые* – (облигации, сберегательные сертификаты, депозитные сертификаты, векселя);
3. *Производные* – это особые фондовые ценности, которые фиксируют промежуточные права партнеров в процессе заключения сделки (опционы, фьючерсы и т.п.). Они принадлежат к фиктивного капитала *второго* и *третьего* порядков, не дают ни права собственности, ни права на получение дохода, но подтверждают право на покупку или продажу ценных бумаг различных видов.

Рассмотрим *паевых* и *долговых* ценных бумаг, которые формируют группу фиктивного капитала *первого* порядка. К этой группе относятся: *акции, облигации, государственные казначейские обязательства, векселя*.

Акция – это *ценная бумага*, которая выпускается акционерными обществами с целью увеличения собственного капитала. Акционеры, т.е. владельцы акций – имеют право для участия при управлении акционерным обществом и на получение части прибыли в виде *дивидендов*. Акции можно продать в любой момент, получив за неё деньги. Денежная форма стоимости акции называется *ценой акции*.

Различают в основном следующие виды стоимости акций:

- **Номинальная стоимость.** Это произвольная стоимость, которая не связано с реальной стоимостью. Номинал устанавливается при эмиссии и отражает в акционерном сертификате.

- **Балансовая стоимость.**

- **Рыночная стоимость.** Это текущая стоимость акции *на бирже*. Наиболее важным видом стоимости акций считается именно рыночная стоимость акций. Важно заметить, что акционерное общество по текущей рыночной цене может выкупить собственные акции из владельцев. Акции такого вида, которое не дают *право голоса* или получения *дивидендов*, называется иногда *казначейскими*.

Облигация – это *ценная бумага*, которая предоставляет право ее держателя, чтобы в заранее предусмотренном сроке получит номинальной стоимости облигации от лица, выпустившего облигацию. В отличие от акции, облигации является правом на займы. В развитых странах *рынок облигаций* доминирует над *рынком акций*. Рыночная цена (курс) облигаций очень подвижна и зависеть от колебаний экономической активности и процентных ставок.

Отметим, что облигации могут выпускаться и государством, также и, с целью привлечения заемного капитала, частными компаниями. Они выпускаются, как правило, под залог определенного имущества. Как и акции, облигации тоже имеют *рыночную* и *номинальную цену*. Облигации можно продавать *с надбавкой*, или *с премией*, или даже *ниже* номинала – *со скидкой*.

Нет сомнений, что как финансового средства, одной из важных характеристик облигации, является, ее *доходность*.

Заметим, что Московская межбанковская валютная биржа (ММВБ) является основной торговой площадкой для *российских облигаций*.

Сберегательная книжка на предъявителя – это *ценная бумага*, которая удостоверяет заключение договора банковского вклада с гражданином, чтобы внести денежных средств на счет банка. Банк, принявший поступившую от вкладчика сумму, обязан вернуть сумму лицу, предъявившему сберегательную книжку.

Сберегательный сертификат – это *ценная бумага*, которая удостоверяет внесенного в банк сумму вклада. По истечении установленного срока вкладчик имеет право получения суммы вклада, также и процентов банка, выдавшем сертификат. На практике сберегательные сертификаты широко распространены среди граждан.

Вексель – это специфическая *ценная бумага – свидетельство*, в котором воплощено право на определенный денежный доход. По установленной законом форме вексель письменно составленное долговое обязательство, которая через определенный срок позволяет, выплатит денег предъявителю векселя или лицу, указанному в нем.

Вексель – первая классическая ценная бумага, положившая начало возникновению и развитию фондового рынка. Впервые она появилась в Италии еще в XII веке. Первые образцы векселей относятся к 1157 году. Именно с помощью векселей оформлялись сделки размена монет (валют) с переводом денег в другое географическое место.

Чек – ценная бумага, которая в течение срока ее действия утверждает письменное поручение банку, чтобы уплатить владельцу чека указанную в этом чеке сумму денег.

Коносамент – это *ценная бумага*, позволяющей заключить договора перевозки груза;

Складское свидетельство – это *ценная бумага*, удостоверяющая заключение договора складского хранения.

Двойное складское свидетельство – это *ценная бумага*, которая состоит из двух частей – *складского свидетельства* и *залогового свидетельства*. Их можно отделить друг от друга. В отдельности каждое из них представляет собой именную ценную бумагу.

И другие.

В ниже изображенной схеме указаны некоторые виды *ценных бумаг*:



Рис.2.1.

С экономической точки зрения *ценная бумага* представляет собой форму существования капитала. Оно отличается от его товарной, производительной и денежной формы. Любая ценная бумага включает *временные* и *пространственные* характеристики.

Временные характеристики:

- срок существования ценной бумаги – когда выпущен в обращение. какие периоды охватывает и т.д.

Характеристики по пространству:

- форма существования – бумажная (документарная) или электронная (бездокументарная);
- национальная принадлежность – отечественная или иностранная.

Бумажная форма, которая ценная бумага представлена в виде документа, считается классической формой существования *ценной бумаги*. В отличие от простого товара, который имеет только одну стоимость – стоимость самого товара, ценная бумага имеет *нарицательная, рыночная и эмиссионная* стоимости.

Нарицательная стоимость ценной бумаги – это величина стоимости действительного капитала, которую она представляет.

Рыночная стоимость ценной бумаги возникает в результате процесса превращения актива в капитал.

Эмиссионная стоимость – это цена, по которой акции продаются на первичном рынке.

Следует отметить, что цена образования на фондовом рынке является наиболее важным фактором, которое существенно зависит от соотношения *спроса и предложения*. Развития рынка ценных бумаг тесно связано двумя факторами. Во-первых, необходимо наличие предложения различных ценных бумаг и с другой стороны реального спроса на них. Владелец ценных бумаг постоянно должен анализировать их движение на фондовом рынке. По результатам анализа можно принимать решение о возможной продаже какой-либо ценной бумаги. Ценная бумага продается в следующих случаях:

1. Она не принесет ожидаемый доход, и нет надежды на его рост в будущем;
2. Она выполнила уже возложенную на нее функцию;

3. Появились более эффективные пути использования капитала, чем вложение его в данную ценную бумагу.

Достаточно точные прогнозирование динамику котировки ценных бумаг в будущем, составляет и основы заработка деньги на рынке ценных бумаг. Обычно, ценные бумаги покупаются по одной цене, а продаются по другой. Разница между этими ценами составляет прибыль, ошибка может составить убыток. Таким образом, прогнозирование цены играет важную роль в обращении ценных бумаг.

2.3. Требования, предъявляемые к ценным бумагам

Отметим, что только те принимаются в качестве ценных бумаг, которые удовлетворяет определенные требования. В большинстве научных литературах, посвященных финансовым задач, в основном упоминают ниже перечисленные требования:

1. требования доступность ;
2. требования обращаемость;
3. требования документальность;
4. требования управляемость и признание государством;
5. требования стандартность и серийность;
6. требования ликвидность;
7. требования доходность;
8. и другие требования.

В кратком виде изложим содержимое этих требований.

Доступность. Это требование является способность покупаться и продаваться ценной бумаги.

Обращаемость. Это требования показывает способность покупаться и продаваться на рынке ценной бумаги. Кроме этого, требования обращаемость означает, что ценная бумага в большинстве случаев выступает в качестве самостоятельного платежного средства.

Документальность. Это требование означает, что ценная бумага представляет собой всегда определенный документ, которая содержит все предусмотренные законодательством реквизиты.

Управляемость и признание государством. Данное требование имеет особое значение и показывает, что документы, которые претендует на статус ценных бумаг, должны быть признаны государством. Важно заметить, что бумаги, не признанные и плохо управляемые государством, не может претендовать на статус ценных бумаг.

Ликвидность. Это требование показывает превращение ценной бумаги в денежные средства в результате ее продажа.

Доходность. Это – требование на получение дохода владельцем ценной бумаги.

Отметим, что ценная бумага выполняет и ряд другие функций, имеющих общественно значимые.

- между отраслями и сферами экономики, населениям и государством и т.д. перераспределяет денежные средства;
- помимо права на капитал предоставляет определенные дополнительные права ее владельцам. Право на участие в управлении является одной из них;

ГЛАВА III. МОДЕЛИ АВТОРЕГРЕССИИ И СКОЛЬЗЯЩЕГО СРЕДНЕГО ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ КУРСА ЦЕННЫХ БУМАГ

Как уже отмечалось в первом главе, временные ряды являются основной формой представления статистической информации.

Модель, позволяющая вычислить вероятность того, что некоторое будущее значение будет лежать в определенном интервале, называется *вероятностной* или *стохастической*. Существует два класса стохастические моделей – *стационарной* и *нестационарной* модели.

Стационарные модели основаны на предположении, что процесс остается в равновесии относительно постоянного среднего уровня, а *нестационарные модели* не имеют фиксированного среднего, тем не менее, их свойства могут быть в некотором смысле однородными.

Стохастические процессы называются строго стационарным, если распределение вероятностей s наблюдений $y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_s}$, сделанные в любые моменты времени t_1, t_2, \dots, t_s , такое же, что и для s наблюдений $y_{t_1+k}, y_{t_2+k}, \dots, y_{t_s+k}$, сделанных в соответствующие моменты времени $t_1 + k, t_2 + k, \dots, t_s + k$. Поэтому для дискретных стационарных процессах распределение любой совокупности наблюдений не изменяется при сдвиге всех времен наблюдений вперед или назад на любое целое s .

Если временной ряд стационарный, то он может быть представлен широким классом линейных моделей, называемых моделями авторегрессии-скользящего среднего (см., например, [1-5]):

$$y_t = \sum_{i=1}^p \beta_i y_{t-i} - \sum_{i=1}^q \gamma_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

где $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_q$ – коэффициенты модели; p – порядок авторегрессии; q – порядок скользящего среднего; ε_t – процес белого шума.

Чтобы начать прогнозировать значения временного ряда (в нашем случае – это прогнозирование курса ценной бумаги), необходимо сначала подобрать модель, подходящую для описания наблюдаемого ряда. Ясно, что после выбора модели, описывающей наблюдаемый временной ряд, прогнозирование значений ряда не составляет больших проблем. Целью этапа прогнозирования является нахождение оптимального прогноза для будущего значения процесса.

Отметим, что статистическая методика, позволяющая определить число параметров авторегрессии, скользящего среднего, оценивать параметры модели и проверить адекватности выбранного модели получила название метода Бокса-Дженкинса по имени авторов. Модели Бокса-Дженкинса являются наиболее мощным инструментом прогнозирования.

При практическом применении методов прогнозирования главное значение имеют вопросы выбора адекватной модели (идентификации) и, как правило, оценивания параметров модели.

Применяя модели авторегрессии и скользящего среднего первого порядка в этой главе данной работы, исследуются прогнозные цены акций корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефть. При этом для выявления прогнозы использован пункт «ПАКЕТ АНАЛИЗА» надстройки табличного процессора MS Excel, который является лучший в мире универсальный аналитический инструмент. Полученные результаты представлены в виде графиков и многочисленных копии фрагмента Excel.

3.1. Построение прогнозных моделей курса акций Лукойл методом авторегрессии

В качестве примера разберем прогнозирование *курса акций* российская нефтяная компания Лукойла с помощью методом авторегрессии, которая используется при исследовании многих задач, в том числе и финансовых задач, где возникает необходимость прогнозирование различные данных.

Рассмотрим авторегрессию первого порядка:

$$y_t = \alpha + \beta \cdot y_{t-1} + \varepsilon.$$

Здесь α , β – коэффициенты авторегрессии; ε – независимая случайная величина; y_{t-1} – предыдущее значения временного ряда; y_t – значения временного ряда в текущее время.

Воспользуемся программой MS Excel 2010, чтобы сделать прогноз на основе модели авторегрессию первого порядка.

Используя возможностями табличного процессора, посмотрим, как будет менять на несколько *периодов вперед стоимость акций* Российского нефтяного компания Лукойла (ЛКОН). Данные, отражающей дневные котировки акции, взяты один месяц – с 04 декабря 2018 г. по 29 декабря 2018 г. В качестве *ценной бумаги принята акций*, торгуемая на бирже Московская межбанковская валютная биржа (ММВБ).

На основе нижеприведенного графика экспортируем котировки за выбранный период (см.[17]).

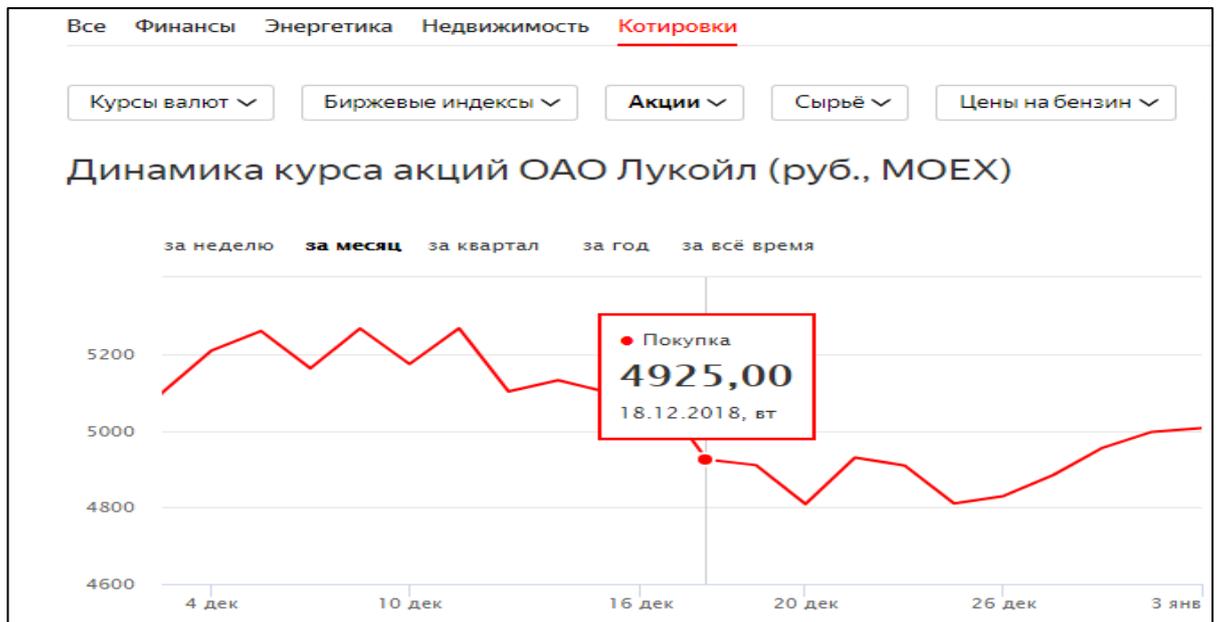


Рис.3.1.

Отмечалось всего 21 значение котировки. Данные, которые мы должны поместит в рабочем листе MS Excel, приведены в нижеуказанном фрагменте:

	А	В	С
1	Название	Дата	Close
2	LKOH	03.12.2018	5098.5
3	LKOH	04.12.2018	5209
4	LKOH	05.12.2018	5260
5	LKOH	06.12.2018	5162
6	LKOH	07.12.2018	5266.5
7	LKOH	10.12.2018	5173.5
8	LKOH	11.12.2018	5267
9	LKOH	12.12.2018	5102
10	LKOH	13.12.2018	5131.5
11	LKOH	14.12.2018	5100
12	LKOH	17.12.2018	5100
13	LKOH	18.12.2018	4925
14	LKOH	19.12.2018	4910

График ценной бумаги, составленной на основе табличных данных, представляет собой *линейный тренд*.

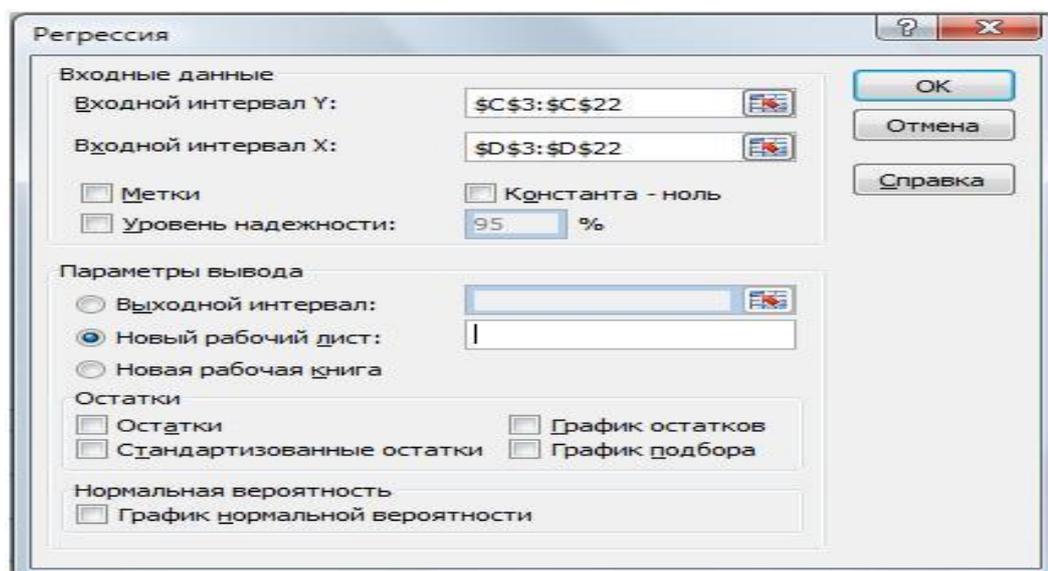


Рис.3.2

На следующие 3 дня вперед сделаем прогноз этой *ценной бумаги*. С этой целью, нужно найти авторегрессии интересующей нас *ценового ряда*. Со сдвигом в одну ячейку вниз скопируем временной ряд и поместим его элементы в столбец D:

	A	B	C	D
1	Название	Дата	Close	
2	LКОН	03.12.2018	5098.5	
3	LКОН	04.12.2018	5209	5098.5
4	LКОН	05.12.2018	5260	5209
5	LКОН	06.12.2018	5162	5260
6	LКОН	07.12.2018	5266.5	5162
7	LКОН	10.12.2018	5173.5	5266.5
8	LКОН	11.12.2018	5267	5173.5

Для *ценового ряда* Лукойла вычислим коэффициенты авторегрессии α и β . Чтобы вычислить этих коэффициентов следует воспользоваться пунктом «Регрессия» в надстройке «Анализ Данных». Не останавливаясь на известном способе включения надстройка «Анализ Данных», в окно «Регрессия» в участке «входной интервал Y» запишем значения котировок из столбца C, а в участке «входной интервал X» запишем значения тех же котировок из столбца C, сдвинутых на один интервал. Естественно, что выделенный диапазон не охватывает последнее и первое элементы сдвинутого диапазона, т.е. ячейки C23 и C2.



Сразу после нажатия ОК выйдет в отдельном листе MS Excel отчет по регрессии, состоящей из двух частей – *регрессионная статистика* и *дисперсионный анализ*. В отчете появятся различные цифры, причем важную роль среди этих цифры играет в основном две параметры. В первую очередь нужно обратит внимание на параметр R – *квадрат* и *коэффициенты*, расположенные в нижней части отчета. Величина R – *квадрат*, характеризующей качество полученной прямой регрессии, называется *мерой определенности*. Чем выше это значение, тем лучше. Говорят, что созданная модель объясняет практически все изменение соответствующих переменных, если значение R – *квадрата* близко к единице. В рассмотренном примере значение R – *квадрат* получилось 0.696283. Это говорит, что регрессионная прямая хорошо подгоняет исходные данные. Степень зависимости *независимых* переменных и *зависимой* переменной выражается коэффициентом *множественный R* . Оно вычисляется, как квадратный корень значение R – *квадрат*. В донном примере ее значение равно 0.834436. P –*Значение* меньше 22%, значит коэффициенты авторегрессии, можно считать значимым. *Значимость F* , как видно из части *дисперсионный анализ* отчета, практически равно нулю, что показывает о хорошем качестве уравнений регрессия. В нижних строках отчета представлены числовые значения коэффициентов α и β , подобранные для регрессионной модели тренда.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Вывод итогов								
2									
3	<i>Регрессионная статистика</i>								
4	Множественный R	0.834436124							
5	R-квадрат	0.696283645							
6	Нормированный R-квадрат	0.679410514							
7	Стандартная ошибка	89.54235519							
8	Наблюдения	20							
9									
10	<i>Дисперсионный анализ</i>								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
12	Регрессия	1	330862.4993	330862.4993	41.26582381	4.78683E-06			
13	Остаток	18	144321.0007	8017.833373					
14	Итого	19	475183.5						
15									
16		<i>Кoeffициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95.0%</i>	<i>Верхние 95.0%</i>
17	Y-пересечение	837.4349212	653.9747579	1.280530955	0.216613957	-536.5150613	2211.384904	-536.5150613	2211.384904
18	Переменная X 1	0.832887556	0.129655551	6.423848053	4.78683E-06	0.560491352	1.105283759	0.560491352	1.105283759

Таким образом, модель динамики ценной бумаги представляется следующим уравнением:

$$y_t = 837.43492 + 0.832887 \cdot y_{t-1}$$

По этой модели построим сам прогноз. С этой целью в ячейку E3 введем формулу авторегрессии:

$$=837.43492+0.832887*D3.$$

Разумеется, авторегрессия будет строиться для тех строк, пока в этих строках есть значения курса акций Лукойла. Прогнозирование далее производится уже от предыдущего прогноза. Для этого в ячейке D24 вводится формула, значение которого вычисляется на основе значений предыдущего прогноза. Схематически, этот процесс можно представить в виде: «D24» = E23, «D25» = E24, «D26» = E26. Далее, для ячеек E24 – E26, после полученных значений, считаем нашей прогнозной модели (см.[16]).

E3 fx =837.439+0.8328*D3

	A	B	C	D	E
1	Название	Дата	Close	Исх.ряд	Прогноз
2	LKOH	03.12.2018	5098.5		
3	LKOH	04.12.2018	5209	5098.5	5083.47
4	LKOH	05.12.2018	5260	5209	5175.49
5	LKOH	06.12.2018	5162	5260	5217.97
6	LKOH	07.12.2018	5266.5	5162	5136.35
7	LKOH	10.12.2018	5173.5	5266.5	5223.38
8	LKOH	11.12.2018	5267	5173.5	5145.93
9	LKOH	12.12.2018	5102	5267	5223.8
10	LKOH	13.12.2018	5131.5	5102	5086.38
11	LKOH	14.12.2018	5100	5131.5	5110.95
12	LKOH	17.12.2018	5100	5100	5084.72
13	LKOH	18.12.2018	4925	5100	5084.72
14	LKOH	19.12.2018	4910	4925	4938.98
15	LKOH	20.12.2018	4808.5	4910	4926.49
16	LKOH	21.12.2018	4930	4808.5	4841.96
17	LKOH	24.12.2018	4909	4930	4943.14
18	LKOH	25.12.2018	4810	4909	4925.65
19	LKOH	26.12.2018	4829.5	4810	4843.21
20	LKOH	27.12.2018	4884	4829.5	4859.45
21	LKOH	28.12.2018	4955.5	4884	4904.83
22	LKOH	29.12.2018	4997	4955.5	4964.38
23				4997	4998.94
24				4998.941	5000.56
25				5000.557	5001.9
26				5001.903	5003.02
27				5003.024	

На основе авторегрессии построим значения *исходного ряда* и *прогнозные значения*. В ниже приведенном рисунке с красным цветом изображено прогнозных значений (см. Рис.3.3).

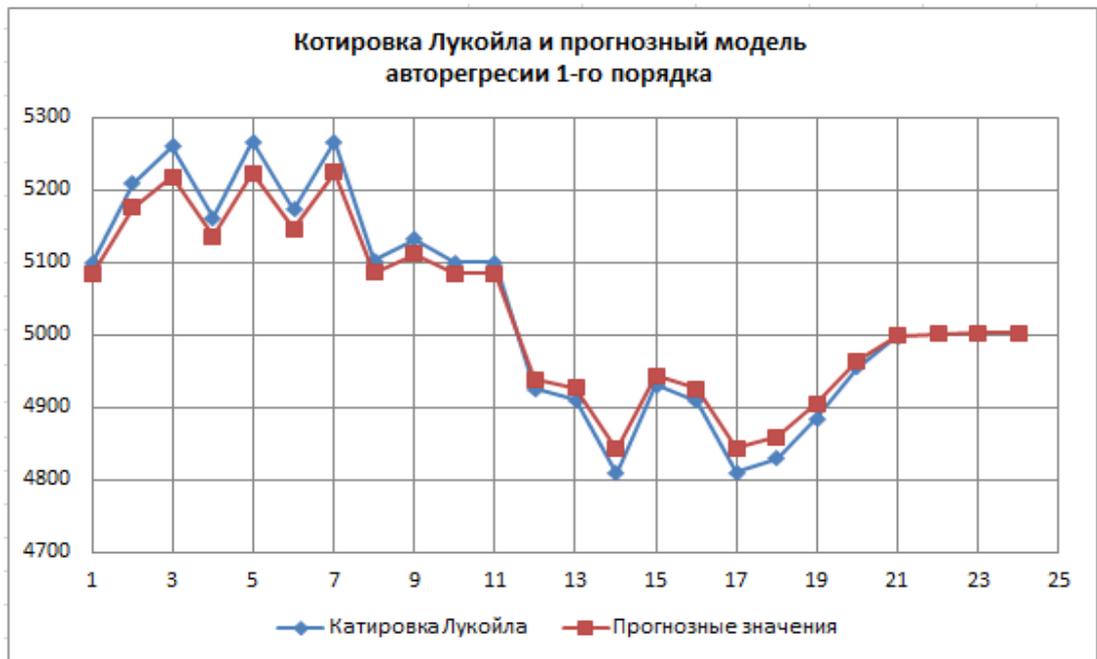


Рис.3.3.

Заметим, что *использование регрессионных моделей* позволяет построить достаточно четкие прогнозные модели. Для описания линейных трендов в модели авторегрессии использовалась только *линейная регрессия*. Можно описывать так же *логарифмическими, полиномиальными* или *экспоненциальными* трендами движения ценных бумаг.

3.2. Построение прогнозных моделей курса акций Газпрома методом авторегрессии

Здесь мы будем прогнозировать курса акций компаний Газпрома, являющейся одной из крупнейших энергетических компаний в мире.

Рассмотрим авторегрессию первого порядка:

$$y_t = \alpha + \beta \cdot y_{t-1} + \varepsilon.$$

Здесь α и β – коэффициенты авторегрессии, ε – независимая случайная величина, y_{t-1} – предыдущее значения временного ряда, а y_t – значения временного ряда в текущее время.

Чтобы на основе этой модели сделать прогноз, воспользуемся программой MS Excel 2010. Рассмотрим прогнозирования *стоимость акций*

копаний Газпрома (GAZP) на несколько *периодов вперед*. Данные, отражающей дневные котировки акции, взяты за 11 месяц – с 28 января 2018г. по 31 ноября 2018г.

На основе нижеприведенного графика экспортируем котировки за выбранный период (см.[18]). Заметим, что *котировка* – это курс товара, который покупатель и продавец согласны заключить сделки с этим курсом.

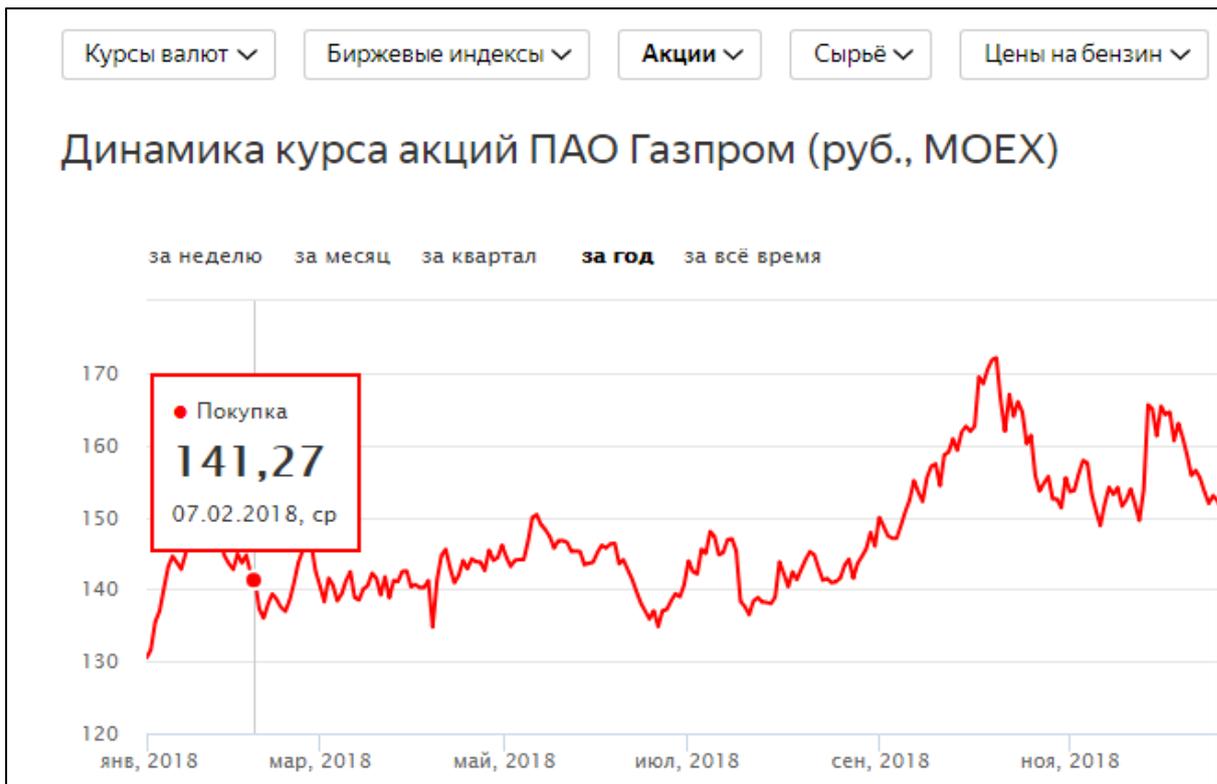


Рис.3.4.

Всего получилось 11 значение котировки. Данные, которые мы должны поместит в рабочем листе MS Excel, приведены в нижеуказанном фрагменте:

	А	В	С
1	Название	Дата	Close
2	QAZP	Январь	144.27
3	QAZP	Февраль	141.26
4	QAZP	Март	140.52
5	QAZP	Апрель	142.53
6	QAZP	Май	145.88
7	QAZP	Июнь	140.72
8	QAZP	Июль	142.27
9	QAZP	Август	143.42
10	QAZP	Сентябрь	154.47
11	QAZP	Октябрь	161.72
12	QAZP	Ноябрь	153.2

График ценной бумаги, составленной на основе табличных данных, представляет собой *линейный тренд*.



Рис.3.5.

Сделаем прогноз *ценной бумаги* на 5 месяц вперед.

С этой целью важно найти авторегрессию *ценового ряда*, т.е. найти зависимости между соседними членами ряда. Со сдвигом в одну ячейку вниз скопируем временной ряд и поместим его элементы в столбец D, как это мы сделали в предыдущем параграфе.

	A	B	C	D
1	Название	Дата	Close	Исх.ряд
2	QAZP	Январь	144.27	
3	QAZP	Февраль	141.26	144.27
4	QAZP	Март	140.52	141.26
5	QAZP	Апрель	142.53	140.52
6	QAZP	Май	145.88	142.53
7	QAZP	Июнь	140.72	145.88
8	QAZP	Июль	142.27	140.72
9	QAZP	Август	143.42	142.27
10	QAZP	Сентябрь	154.47	143.42

Для *ценового ряда* Газпрома находим коэффициенты авторегрессии α и β . Для нахождения этих коэффициентов следует воспользоваться пунктом «Регрессия» в надстройке «Анализ Данных». В участке «входной интервал Y» запишем значения котировок из столбца C, а в участке «входной интервал X» запишем значения тех же котировок из столбца C, сдвинутых на один интервал. Естественно, что диапазон выделения не содержит последнее и первое ячейки сдвинутого диапазона, т.е. ячейки C13 и C2.

Сразу после нажатия ОК выйдет в отдельном листе MS Excel отчет по регрессии. Величина R – *квадрат*, характеризующей качество полученной регрессионной прямой, называется *мерой определенности*. Значения этого параметра всегда находится в отрезке $[0,1]$. R – *Значение* меньше 32%, значит коэффициенты авторегрессии, считаются значимыми.

Значимость F равна 0.0309 – это говорит о хорошем качестве всего уравнения. О качестве подгонки оценки построенной регрессии можно судить по показателям R -квадрат и нормированный R -квадрат, а об адекватности регрессии – по значению F и по Значимость F .

Коэффициенты это коэффициенты α и β подобранные для нашей регрессионной модели тренда.

Как видно, с помощью MS Excel довольно просто составить таблицу регрессионного анализа, но, работать с полученными на выходе данными, и понимать их суть, сможет только подготовленный пользователь.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	<i>Регрессионная статистика</i>								
4	Множественный	0.678688115							
5	R-квадрат	0.460617558							
6	Нормированный R-квадрат	0.393194753							
7	Стандартная ошибка	5.689509419							
8	Наблюдения	10							
9									
10	<i>Дисперсионный анализ</i>								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
12	Регрессия	1	221.1481506	221.1481506	6.831776819	0.030948666			
13	Остаток	8	258.9641394	32.37051743					
14	Итого	9	480.11229						
15									
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95.0%</i>	<i>Верхние 95.0%</i>
17	Y-пересечение	42.58787091	39.83422896	1.069127532	0.316206887	-49.2700258	134.4457676	-49.2700258	134.4457676
18	Переменная X1	0.713842457	0.273108703	2.613766787	0.030948666	0.084052659	1.343632256	0.084052659	1.343632256

Таким образом, модель динамики ценной бумаги имеет вид:

$$y_t = 42.58787091 + 0.713842457 \cdot y_{t-1}$$

На основе этой модели построим сам прогноз. С этой цели в столбе E запишем формулу авторегрессии

$$= 42.58787091 + 0.713842457 * D3$$

Разумеется, авторегрессия будет строиться для тех строк, пока в этих строках есть значения курса акций Газпрома. Прогнозирование далее производится уже от предыдущего прогноза. Для этого в ячейке D14 вводится формула, значение которого вычисляется на основе значений предыдущего прогноза. Схематически, этот процесс можно представить в виде: «D14» = E13, «D15» = E14, «D16» = E16, «D17» = E17, «D18» = E18.

Далее, для ячеек E14 – E18, после полученных значений, считаем значение интересующей нас прогнозной модели (см.[16]).

E3		fx		=42.5878+0.713842*D3	
	A	B	C	D	E
1	Название	Дата	Close	Исх.ряд	Прогноз
2	QAZP	Январь	144.27		
3	QAZP	Февраль	141.26	144.27	145.5738
4	QAZP	Март	140.52	141.26	143.4251
5	QAZP	Апрель	142.53	140.52	142.8969
6	QAZP	Май	145.88	142.53	144.3317
7	QAZP	Июнь	140.72	145.88	146.7231
8	QAZP	Июль	142.27	140.72	143.0396
9	QAZP	Август	143.42	142.27	144.1461
10	QAZP	Сентябрь	154.47	143.42	144.967
11	QAZP	Октябрь	161.72	154.47	152.855
12	QAZP	Ноябрь	153.2	161.72	158.0303
13				153.2	151.9484
14				151.9484	151.0549
15				151.0549	150.4171
16				150.4171	149.9618
17				149.9618	149.6368
18				149.6368	149.4048

Построим значения *исходного ряда* и *прогнозные значения* на основе авторегрессии. Получится следующий график прогнозных значений (см. Рис.3.6., красный график).

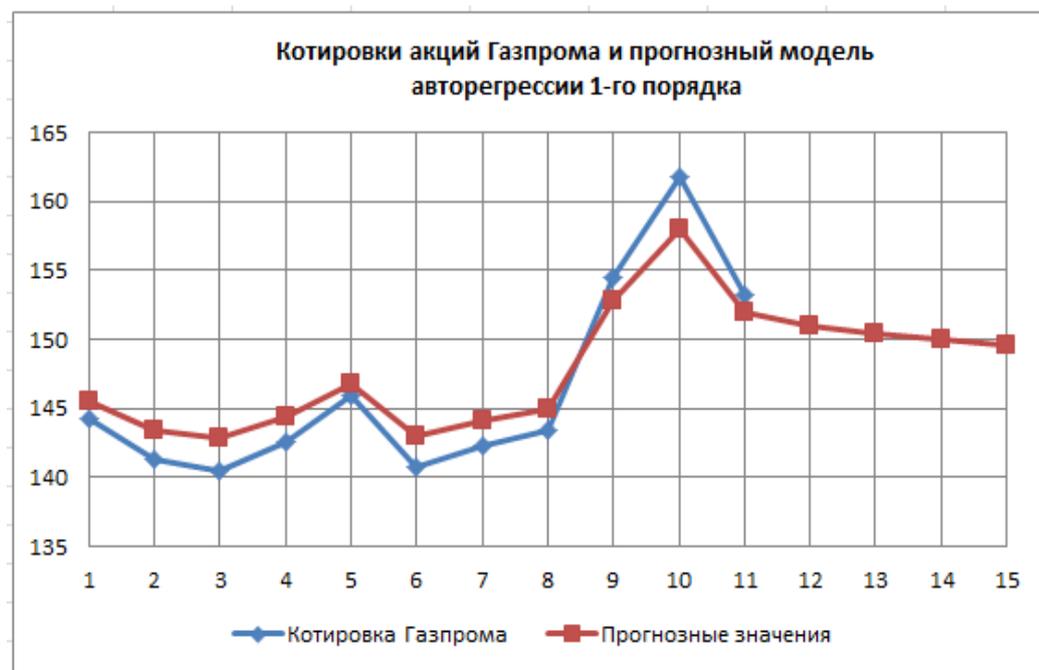


Рис.3.6.

Таким образом, *использование регрессионных моделей* позволяет построить достаточно четкие прогнозные модели.

3.3. Построение прогнозных моделей акций Газпрома по методу скользящей средней

Как уже отмечалось, одной из эмпирических *методов сглаживания и прогнозирования* временных рядов является метод скользящей средней. Суть метода состоит в том, что в определенных интервалах абсолютные значения ряда динамики меняется на средние арифметические значения. Выделение интервалов здесь осуществляется способом скольжение, т. е. постепенно убираются первые уровни, включаются последующие. Таким образом, получается новый, так называемый, сглаженный динамический ряд значений, который позволяет проследить тенденцию изменений интересующей нас параметра.

Можно выявить характер изменений уровни временной ряда во времени, непосредственно с помощью метода скользящего среднего и спрогнозировать ее в будущем.

Например, пусть требуется проанализировать цена акций Газпрома за 11 месяц 2018 г. и составить прогноз за месяц декабрь.

	А	В
1	Меяц	Цена акций
2	Январь	144.27
3	Февраль	141.26
4	Март	140.52
5	Апрель	142.53
6	Май	145.88
7	Июнь	140.72
8	Июль	142.27
9	Август	143.42
10	Сентябрь	154.47
11	Октябрь	161.72
12	Ноябрь	153.2
13	Декабрь	

Методом скользящего среднего построим сглаженный временный ряд. При этом воспользуемся данными две предыдущего месяца. Пользуясь функцией СРЗНАЧ, построим ряд двух месячного, трех месячного и четырех месячного скользящего среднего.

C5 f_x =СРЗНАЧ(В3:В4)

	А	В	С	Д	Е
1	Скользящего среднего				
2	Месяц	Цена акций	по 2 месяц	по 3 месяц	по 4 месяц
3	Январь	144.27			
4	Февраль	141.26			
5	Март	140.52	142.765		
6	Апрель	142.53	140.89	142.0166667	
7	Май	145.88	141.525	141.4366667	142.145
8	Июнь	140.72	144.205	142.9766667	142.5475
9	Июль	142.27	143.3	143.0433333	142.4125
10	Август	143.42	141.495	142.9566667	142.85
11	Сентябрь	154.47	142.845	142.1366667	143.0725
12	Октябрь	161.72	148.945	146.72	145.22
13	Ноябрь	153.2	158.095	153.2033333	150.47
14	Декабрь		157.46	156.4633333	153.2025

По данному методу построим график заданного временного ряда ценных бумаг, одновременно и рассчитанные относительно его значений прогнозы. Из построенных графиков нетрудно видеть, что относительно линии исходного ряда, сдвинуты линии тренда скользящего среднего. Это связано с тем, что по сравнению с соответствующими значениями исходного ряда, опаздывают рассчитанные значения сглаженных временных рядов. Так как в расчетах воспользовались данными, которые получены из предыдущего наблюдения.

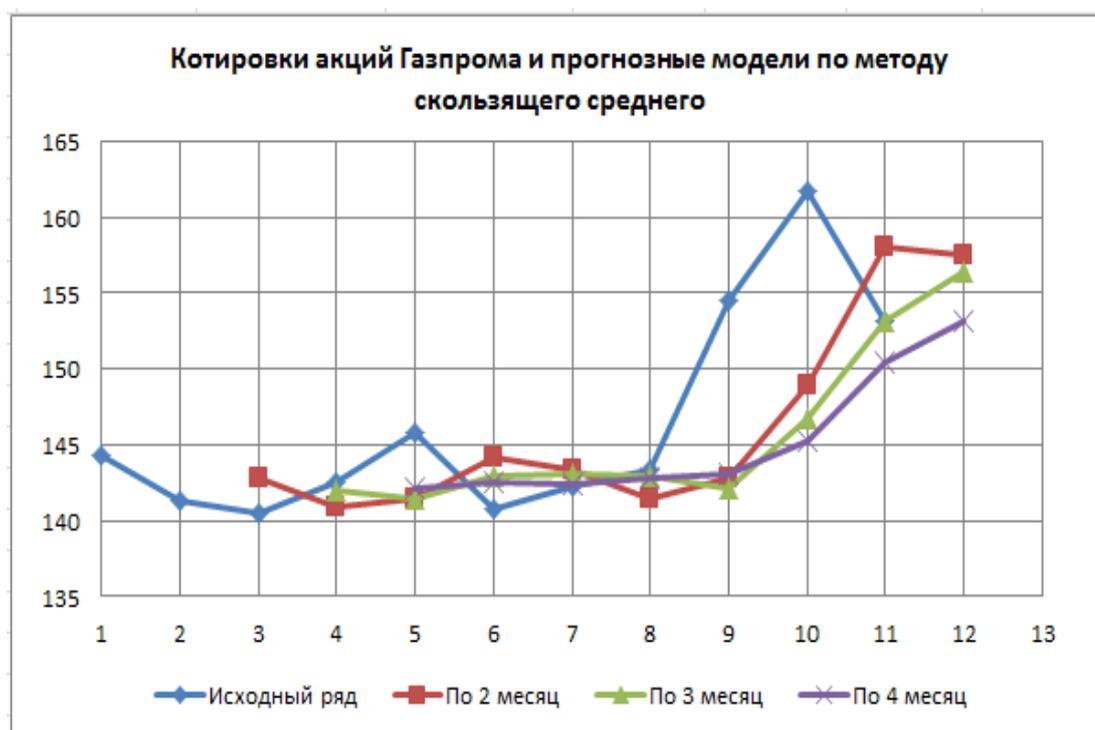


Рис.3.7.

Вычислим, на основе сглаженных временных рядов, абсолютные, относительные и средние квадратичные отклонения.

F7 fx =ABS(B7-C7)								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Скользящего среднего							
2	Месяц	Цена акций	по 2 месяц	по 3 месяц	по 4 месяц	по 2 месяц	по 3 месяц	по 4 месяц
3	Январь	144.27						
4	Февраль	141.26						ABS(B7-E7)
5	Март	140.52	142.765				ABS(B7-D7)	
6	Апрель	142.53	140.89	142.0166667		ABS(B7-C7)		
7	Май	145.88	141.525	141.4366667	142.145	4.355	4.443333333	3.735
8	Июнь	140.72	144.205	142.9766667	142.5475	3.485	2.256666667	1.8275
9	Июль	142.27	143.3	143.0433333	142.4125	1.03	0.773333333	0.1425
10	Август	143.42	141.495	142.9566667	142.85	1.925	0.463333333	0.57
11	Сентябрь	154.47	142.845	142.1366667	143.0725	11.625	12.33333333	11.3975
12	Октябрь	161.72	148.945	146.72	145.22	12.775	15	16.5
13	Ноябрь	153.2	158.095	153.2033333	150.47	4.895	0.003333333	2.73
14	Декабрь		157.46	156.4633333	153.2025	5.727142857	5.039047619	5.271785714
15						срзнач(F7:F13)	срзнач(G7:G13)	срзнач(H7:H13)

В нижеуказанном фрагменте приведены *относительные* отклонения:

fx =ABS((B7-C7)/B7)			
	I	J	K
	Относительное отклонение		
	по 2 месяц	по 3 месяц	по 4 месяц
	2.99%	3.05%	2.56%
	2.48%	1.60%	1.30%
	0.72%	0.54%	0.10%
	1.34%	0.32%	0.40%
	7.53%	7.98%	7.38%
	7.90%	9.28%	10.20%
	3.20%	0.00%	1.78%
	5.72%	5.03%	5.27%

В следующем фрагменте представлены *средние квадратичные* отклонения:

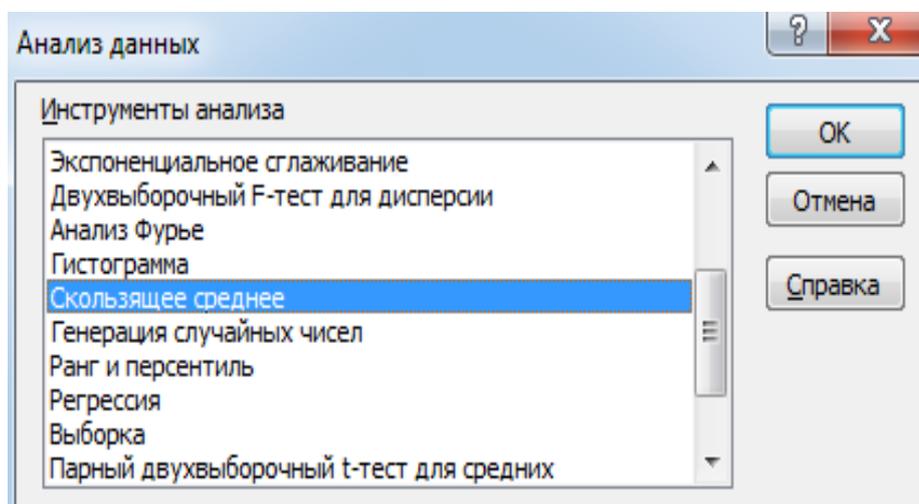
f_x =КОРЕНЬ(СУММКВРАЗН(В7:В13,С7:С13)/СЧЁТ(С7:С13))					
I	J	K	L	M	N
Относительное отклонение			Среднее квадратичное отклонение		
по 2 месяц	по 3 месяц	по 4 месяц	по 2 месяц	по 3 месяц	по 4 месяц
			7.1532216	7.58532041	7.812454286

Для проведения сравнительного анализа погрешностей при расчете отклонений бралось одинаковое число наблюдений. Из сопоставления таблиц с отклонениями стало ясно, что модель двухмесячного скользящего среднего имеет преимущества при составлении прогноза по методу скользящей средней в Excel о тенденции изменения цена акций Газпрома.

Прогнозные значения цена акций на месяц декабря – 157.46 рубль.

Теперь применим надстройки «ПАКЕТ АНАЛИЗА».

Возьмем ту же задачу, которая мы рассмотрели в этом параграфе. Находим команду «АНАЛИЗ ДАННЫХ» на вкладке «ДАННЫЕ». Далее, в открывшемся диалоговом окне выбираем «СКОЛЬЗЯЩЕЕ СРЕДНЕЕ»:



В поле *входной интервал* вводим исходные значения временного ряда. В поле *интервал* вводим число месяц, которое мы включали в подсчет скользящего среднего, а в поле *выходной интервал*, для введения полученных результатов, вводим диапазон ячеек:

Скользящее среднее

Входные данные

Входной интервал:

Метки в первой строке

Интервал:

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

Вывод графика Стандартные погрешности

OK
Отмена
Справка

Установив в поле *стандартные погрешности* флажок. Добавляем автоматически в таблицу столбец со статистической оценкой погрешности. Заметим, что здесь мы по данным *двух* предыдущих месяцев построили сглаженный временный ряд. Точно таким же образом можем найти скользящее среднее и по *три* месяцам – меняется только *интервал* и *выходной интервал*.

	A	B	C	D	E	F
1						
2	Месяц	Цена акции	по 2 месяца	Стандартная погрешность	по 3 месяца	Стандартная погрешность
3	Январь	144.27	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
4	Февраль	141.26	142.765	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
5	Март	140.52	140.89	1.095884346	142.016667	#Н/Д
6	Апрель	142.53	141.525	0.757273068	141.436667	#Н/Д
7	Май	145.88	144.205	1.381240385	142.976667	1.988695832
8	Июнь	140.72	143.3	2.175089079	143.043333	2.237751848
9	Июль	142.27	141.495	1.904865481	142.956667	2.183173022
10	Август	143.42	142.845	0.682367203	142.136667	1.582859578
11	Сентябрь	154.47	148.945	3.927865196	146.72	4.552689885
12	Октябрь	161.72	158.095	4.672592963	153.203333	6.689371061
13	Ноябрь	153.2	157.46	3.955263898	156.463333	6.910027872
14	Декабрь					

Сравнивая стандартные погрешности, можем утверждать, что модель двухмесячного скользящего среднего больше подходит для сглаживания и прогнозирования. Прогнозные значения цена акций Газпрома за месяц декабря – 157.46 рубль.

3.4. Построение прогнозных моделей курса акций Роснефть методом авторегрессии

Спрогнозируем *стоимость акций* Роснефть на 4-ех месяц вперед. Котировки акции взяты с 3 января 2018г. по 2 ноября 2018г. на основе нижеприведенного диаграмма (см.[19]):

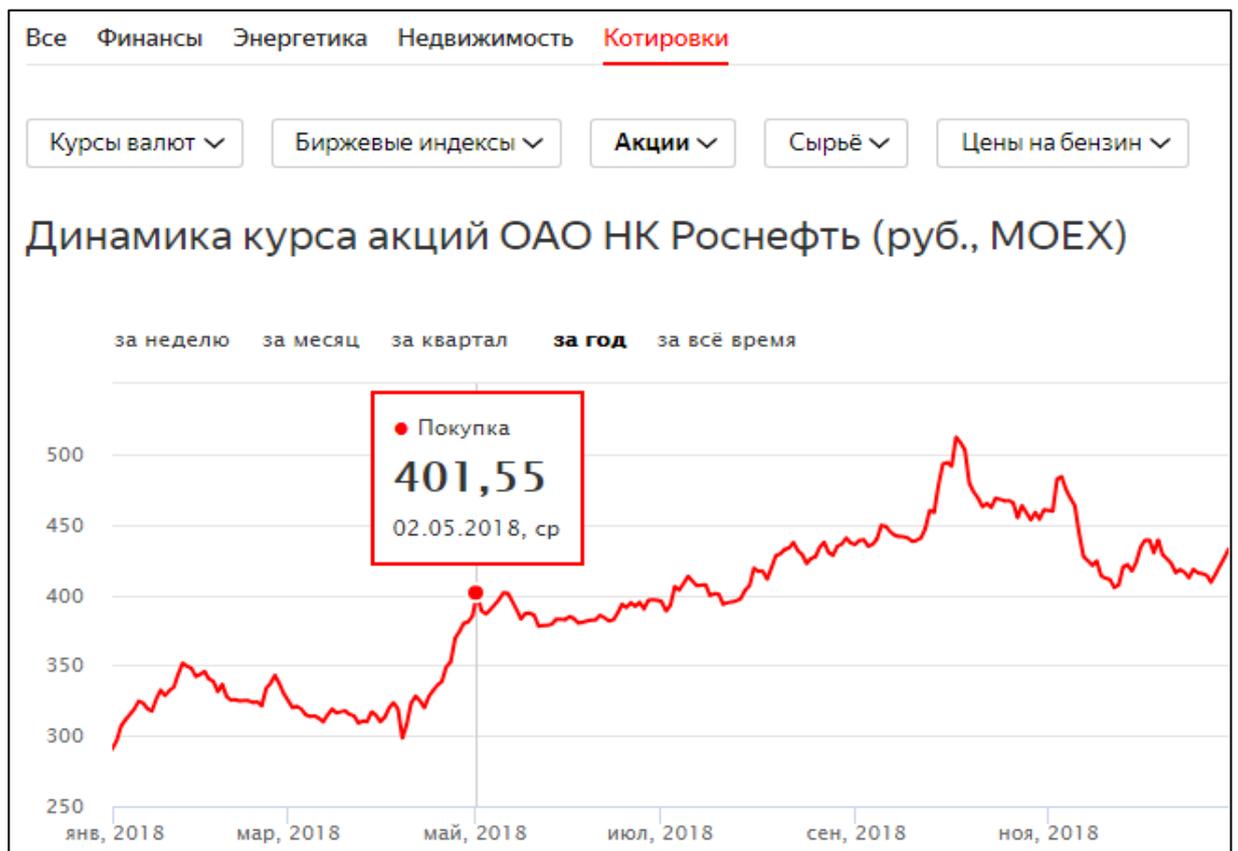


Рис. 3.8

Экспортируем котировки за выбранный период.

	A	B	C
1	Название	Дата	Cloze
2	РОСНЕФТЬ	03.01.2018	296.55
3	РОСНЕФТЬ	02.02.2018	340.15
4	РОСНЕФТЬ	01.03.2018	324.85
5	РОСНЕФТЬ	02.04.2018	310
6	РОСНЕФТЬ	02.05.2018	401.55
7	РОСНЕФТЬ	01.06.2018	384.65
8	РОСНЕФТЬ	02.07.2018	395.2
9	РОСНЕФТЬ	01.08.2018	416.2
10	РОСНЕФТЬ	03.09.2018	438.75
11	РОСНЕФТЬ	02.10.2018	491.4
12	РОСНЕФТЬ	02.11.2018	459.6

Сделаем прогноз *цена акций* на 4 месяца вперед. Для этого необходимо найти авторегрессию ценового ряда, т.е. связи между соседними членами ряда. Скопируем временной ряд со сдвигом в одну ячейку вниз и запишем его элементы в столбец D:

	A	B	C	D
1	Название	Дата	Cloze	Исх.ряд
2	РОСНЕФТЬ	03.01.2018	296.55	
3	РОСНЕФТЬ	02.02.2018	340.15	296.55
4	РОСНЕФТЬ	01.03.2018	324.85	340.15
5	РОСНЕФТЬ	02.04.2018	310	324.85
6	РОСНЕФТЬ	02.05.2018	401.55	310
7	РОСНЕФТЬ	01.06.2018	384.65	401.55
8	РОСНЕФТЬ	02.07.2018	395.2	384.65
9	РОСНЕФТЬ	01.08.2018	416.2	395.2
10	РОСНЕФТЬ	03.09.2018	438.75	416.2
11	РОСНЕФТЬ	02.10.2018	491.4	438.75
12	РОСНЕФТЬ	02.11.2018	459.6	491.4

Для расчетов коэффициентов авторегрессии, сделаем те действия, которое сделано в предыдущих параграфах данной главы. В участке «*входной интервал Y*» запишем значения котировок из столбца C, а в участке «*входной интервал X*» запишем значения тех же котировок из столбца C, сдвинутых на один интервал. Естественно, что диапазон выделение не содержит последнее и первое значения сдвинутого интервала, т.е. значения C13 и C2.

Отчет по регрессии выйдет в отдельном листе MS Excel 2010 после нажатия ОК. Качество модели показывает Коэффициент R – квадрат. Из рассмотрения отчета видно, что R – Значение меньше 21%, значит, коэффициенты авторегрессии можем считать значимым. Значимость F равна 0.005523 – это говорит о хорошем качестве уравнений регрессии. Коэффициенты это коэффициенты α и β подобранные для регрессионной модели тренда.

Результаты расчетов «ПАКЕТ АНАЛИЗА» появится на новом листе MS Excel, где первостепенные по важности ячейки специально выделено желтым цветом:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	Регрессионная статистика								
4	Множественный R	0.799346327							
5	R-квадрат	0.63895455							
6	Нормированный R-квадрат	0.593823869							
7	Стандартная ошибка	37.47560244							
8	Наблюдения	10							
9									
10	Дисперсионный анализ								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
12	Регрессия	1	19883.61403	19883.61403	14.15787515	0.005523005			
13	Остаток	8	11235.36622	1404.420778					
14	Итого	9	31118.98025						
15									
16		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95.0%</i>	<i>Верхние 95.0%</i>
17	Y-пересечение	107.3114175	77.69545464	1.381180122	0.204573819	-71.85462219	286.4774572	-71.85462219	286.4774572
18	Переменная X 1	0.760465303	0.202106539	3.762695197	0.005523005	0.294406789	1.226523817	0.294406789	1.226523817

Таким образом, модель динамики акций Роснефть можем представить уравнением:

$$y_t = 107.3114 + 0.7604 \cdot y_{t-1}$$

На основе этой модели построим сам прогноз. С этой цели в столбе E запишем формулу авторегрессии

$$=107.3114 + 0.7604*D3$$

Ясно что, авторегрессия будет строиться только до 11 строчки, пока в этих строках есть значения курса Роснефть. Прогнозирование далее производится уже от предыдущего прогноза. Для этого в ячейке D14 вводится формула, значение которого вычисляется на основе значений предыдущего прогноза. Схематически, этот процесс можно представить в виде: «D14» = E13, «D15» = E14, «D16» = E15 и «D17» = E16. После полученных значений считаем значение интересующей нас прогнозной модели для ячеек E14 – E17, то есть 4 месяц вперед.

E3		fx =107.3114+0.7604*D3			
	A	B	C	D	E
1	Название	Дата	Cloze	Исх.ряд	Прогноз
2	РОСНЕФТЬ	03.01.2018	296.55		
3	РОСНЕФТЬ	02.02.2018	340.15	296.55	332.808
4	РОСНЕФТЬ	01.03.2018	324.85	340.15	365.9615
5	РОСНЕФТЬ	02.04.2018	310	324.85	354.3273
6	РОСНЕФТЬ	02.05.2018	401.55	310	343.0354
7	РОСНЕФТЬ	01.06.2018	384.65	401.55	412.65
8	РОСНЕФТЬ	02.07.2018	395.2	384.65	399.7993
9	РОСНЕФТЬ	01.08.2018	416.2	395.2	407.8215
10	РОСНЕФТЬ	03.09.2018	438.75	416.2	423.7899
11	РОСНЕФТЬ	02.10.2018	491.4	438.75	440.9369
12	РОСНЕФТЬ	02.11.2018	459.6	491.4	480.972
13				459.6	456.7912
14				456.7912	454.6554
15				454.6554	453.0314
16				453.0314	451.7965
17				451.7965	450.8575

На основе авторегрессии построим значения *исходного ряда* и *прогнозные значения*. Получится следующий график прогнозных значений (см. Рис.3.9, красный график).

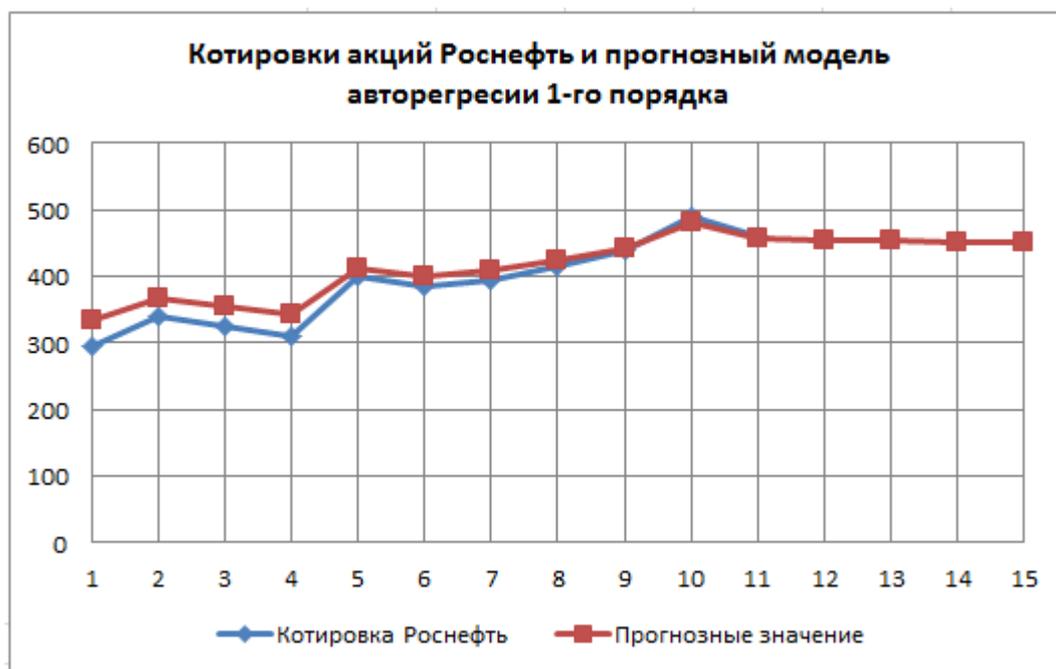


Рис.3.9

Таким образом, *модель авторегрессии первого порядка* позволяет построить достаточно четкие прогнозные модели.

Теперь для решения этой задачи воспользуемся авторегрессии *второго порядка*. Все расчеты проводится аналогично описанию в авторегрессии первого порядка, причем приходится рассматривать два столбца с влияющими факторами. Важно обратить внимание на то, что на этот раз диапазон временного ряда исходных данных, используемых для построения модели, сократится не на один период, а уже на два.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ВЫВОД ИТОГОВ								
2									
3	<i>Регрессионная статистика</i>								
4	Множественный R	0.820040819							
5	R-квадрат	0.672466945							
6	Нормированный R-квадрат	0.56328926							
7	Стандартная ошибка	38.83245364							
8	Наблюдения	9							
9									
10	<i>Дисперсионный анализ</i>								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
12	Регрессия	2	18576.19327	9288.096633	6.159380877	0.035137059			
13	Остаток	6	9047.756733	1507.959456					
14	Итого	8	27623.95						
15									
16		<i>Кoeffициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95.0%</i>	<i>Верхние 95.0%</i>
17	Y-пересечение	45.07674847	103.1114854	0.437165154	0.677287195	-207.2279673	297.3814642	-207.2279673	297.3814642
18	Переменная X 1	0.433670063	0.381062549	1.138054799	0.298491371	-0.498756405	1.366096531	-0.498756405	1.366096531
19	Переменная X 2	0.513156822	0.433735315	1.183110536	0.281514696	-0.548155262	1.574468905	-0.548155262	1.574468905

Из рассчитанных коэффициентов видно, что прогнозный модель имеет вид:

$$y_t = 45.076 + 0.4336 \cdot y_{t-1} + 0.5131 \cdot y_{t-2} .$$

Показатель детерминации R^2 в данном случае получилось равным 0.672. Сравнение реальные данные прогнозными можно сделать с помощью приведенных на рис. 3.9.графиков:

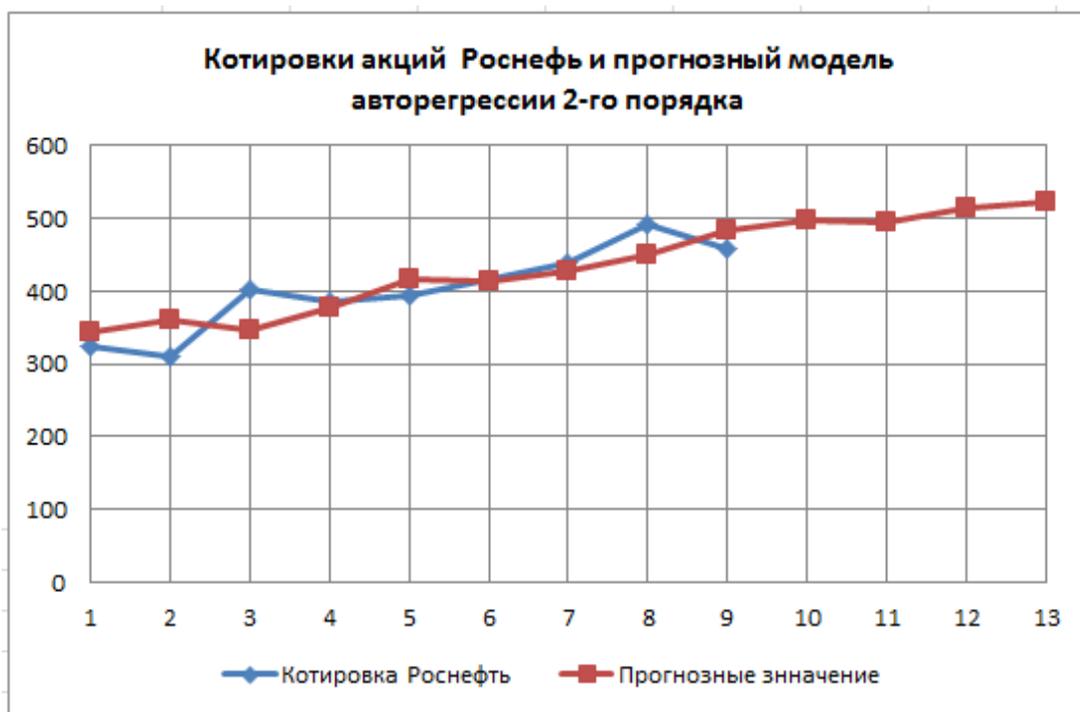


Рис.3.10

При рассмотрении модель авторегрессии *3-его порядка* диапазон исходных данных, как это видно из нижеприведенных результатов расчета «ПАКЕТ АНАЛИЗА», сокращается на три периода.

G5 fx =22.538+0.184*D5+0.166*E5+0.708*F5

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	Название	Дата	Cloze	Исх.ряд	Исх.ряд	Исх.ряд	Прогноз	Отклонение							
2	РОСНЕФТЬ	03.01.2018	296.55												
3	РОСНЕФТЬ	02.02.2018	340.15	296.55											
4	РОСНЕФТЬ	01.03.2018	324.85	340.15	296.55										
5	РОСНЕФТЬ	02.04.2018	310	324.85	340.15	296.55	348.7327	38.7327							
6	РОСНЕФТЬ	02.05.2018	401.55	310	324.85	340.15	374.3293	27.2207							
7	РОСНЕФТЬ	01.06.2018	384.65	401.55	310	324.85	377.877	6.773							
8	РОСНЕФТЬ	02.07.2018	395.2	384.65	401.55	310	379.4509	15.7491							
9	РОСНЕФТЬ	01.08.2018	416.2	395.2	384.65	401.55	443.4041	27.2041							
10	РОСНЕФТЬ	03.09.2018	438.75	416.2	395.2	384.65	437.0542	1.6958							
11	РОСНЕФТЬ	02.10.2018	491.4	438.75	416.2	395.2	452.1588	39.2412							
12	РОСНЕФТЬ	02.11.2018	459.6	491.4	438.75	416.2	480.4577	20.8577							
13				459.6	491.4	438.75	499.3118	177.4743							
14				499.3118	459.6	491.4	538.6162	22.1842875							
15				538.6162	499.3118	459.6	529.9259								
16				529.9259	538.6162	499.3118	562.9674								

Регрессия

Входные данные

Входной интервал Y: \$C\$5:\$C\$12

Входной интервал X: \$D\$5:\$F\$12

Метки Константа - ноль

Уровень надежности: 95 %

Параметры вывода

Выходной интервал:

Новый рабочий лист:

Новая рабочая книга

Остатки

Остатки График остатков

Стандартизованные остатки График подбора

Нормальная вероятность

График нормальной вероятности

В этом случае получена следующая прогнозная модель

$$y_t = 22.538 + 0.184 \cdot y_{t-1} + 0.166 \cdot y_{t-2} + 0.708 \cdot y_{t-3} ,$$

показатель детерминации R^2 которого равно 0.7481. Среднее отклонение меньше, чем в моделях 1-го и 2-го порядка. Это означает, что в данном случае модель третьего порядка более точна.

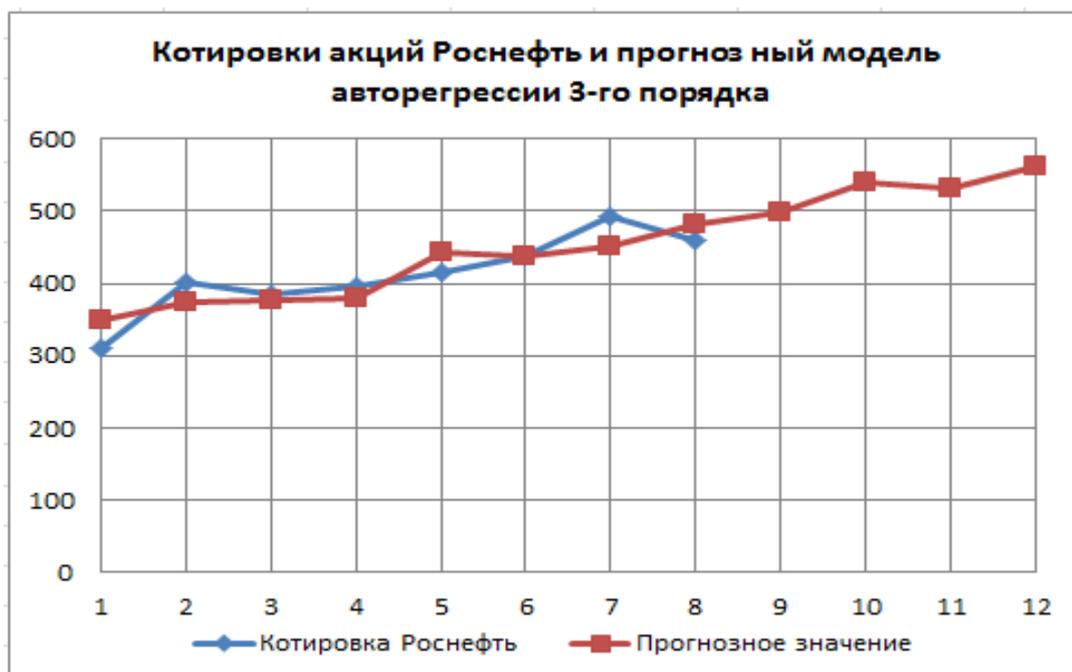


Рис. 3.11

Следует отметить, что в регрессионном анализе наиболее важными результатами являются следующие:

- *коэффициент детерминации R* , которая характеризует точность модели авторегрессии, составленной на основе имеющихся исходных данных;
- *коэффициенты при переменных и Y -пересечение*, являющиеся искомыми параметрами модели;
- *t -статистика* – величины, которые характеризуют степень значимости отдельных коэффициентов модели.

ЗАКЛЮЧЕНИЯ

В работе получены следующие результаты:

1. Доказано, что для модели *авторегрессии* p – го порядка оценки неизвестные коэффициенты можно выразить в виде решение матричного уравнения.
2. Показано, что для модели авторегрессии *первого* порядка коэффициенты *авторегрессии* и *автокорреляции* совпадают и найдено условие стационарности временного ряда.
3. Для модели авторегрессии *второго* порядка получены необходимые и достаточные условие стационарности.
4. Для модели *скользящего среднего* q – го порядка найдено выражения автокорреляционной функций.
5. Для модели *авторегрессии – скользящего среднего* показано, что неизвестные значения коэффициентов модели может быть оценены из модификации системы уравнений Юла-Уокера.
6. Используя возможностями процессора MS Excel, для задачи о продажах товаров магазинами, найдено прогнозного модель.
7. Рассмотрены общие характеристики рынка ценных бумаг, приведены их классификация и перечислены требования, предъявляемые к ценным бумагам.
8. Применением метод авторегрессии первого порядка выявлено прогноз цена акций Лукойла.
9. Применением метод авторегрессии и скользящего среднего первого порядка выявлено прогноз цена акций Газпрома.
10. Применением метод авторегрессии первого, второго и третьего порядка выявлено прогноз цена акций Роснефть, оказалось, что модель третьего порядка более точно.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Афанасьев В. Н., Юзбашев М. М. Анализ временных рядов и прогнозирование: Учебник. – М.: Финансы и статистика, 2001.–228 с.: ил.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г.М. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. - М.: Мир, 1974
3. Воскобойников Ю.Е. Эконометрика в Excel : учеб, пособие. Ч. 2. Анализ временных рядов / Ю. Е. Воскобойников ; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т.– Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2008. –152 с.
4. Воскобойников Ю. Е. Устойчивые методы и алгоритмы параметрической идентификации : монография / Ю. Е. Воскобойников; Новосиб. гос. архитектур.-строит. ун-т.–Новосибирск : НГАСУ (Сибстрин), 2006. –180 с. (электр. версия: <http://www.sibstrin.ru/prikl/monogr07.html>).
5. Гражданский кодекс Российской Федерации. Часть первая, вторая и третья.- М.: Омега-Л, 2006.-442с.
6. Галанов В.А. Финансы, денежное обращение и кредит: Учебник.- М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2006.- 416с.
7. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2005. 479 с.
8. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для вузов / В. Е. Гмурман. – М. : Высшая школа, 1998.
9. Тевелева Е. А. Анализ временных рядов и прогнозирование. Учебно-методическое пособие – М.: Издательство РУДН. 2013. – 138 с.
10. Кандел М. Временные ряды. - М.: "Финансы и статистика", 1981.
11. Рунова Л. П. Модель авторегрессии и скользящего среднего (ARMA). – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2013. – 59 с.
12. Макарова Н. В. Статистика в Excel: учебное пособие / Н. В. Макарова, В. Я. Трафимец. – М.: Финансы и статистика, 2002.
13. Малюгин В. И. Рынок ценных бумаг: количественные методы анализа: учебное пособие. - Мн.: БГУ, 2001. - 318 с: ил.

14. Рынок ценных бумаг: Учебник / под ред. В.А. Галанова, А.И. Басова.- 2-е изд. - М.: Финансы и статистика, 2002. – 448с.: ил.
15. Ценные бумаги: Учебник / под ред. В.И. Колесникова, В.С. Торкановского, - 2-е изд.,– М.: Финансы и статистика, 2002-448с.
16. <http://www.economic-s.ru/index.php/practice/ryinok-tsennyih-bumag/prognozirovanie-kursa-aktsiy-s-pomoshhyu-metoda-avtoregressii-ar/>
17. <https://news.yandex.ru/quotes/54.html>
18. <https://news.yandex.ru/quotes/29.html>
19. <https://news.yandex.ru/quotes/282.html>
20. Тевелева Е.А. Анализ временных рядов и прогнозирование. Учебно методическое пособие – М.: Издательство РУДН. 2013. – 138 с.

XÜLASƏ

Disertasiya işi girişdən, üç fəsildən, xülasədən və 20 adlı ədəbiyyat siyahısından ibarətdir.

Girişdə tədqiqat işinin aktuallığı və işin məqsədi izah olunmuşdur.

İşin birinci fəslə 4 paragrafdan ibarətdir. Bu fəslin birinci paragrafında *zaman sıraları* ilə bağlı əsas anlayışlar və təkliflər verilmişdir. İkinci paragrafda zaman sıralarının təsnifatı verilmiş, respublikanın həyatından üç nümunə gətirilmişdir. Birinci fəslin üçüncü paragrafında zaman sıralarının modelləri araşdırılmışdır. Bu paragraf üç alt paragrafdan ibarətdir. Birinci alt paragrafda *p-tərtibli* avtoregressiya modeli tədqiq olunmuş, xüsusi halda, müəyyən olunmuşdur ki, birinci tərtib avtoregressiya modelində *avtoregressiya* və *avto-korrelyasiya* əmsalları üst-üstə düşür. Avtoregressiya əmsallarının qiymətləndirilməsi alınmış, zaman sıralarının stasionarlıq şərti tapılmışdır. Sonra, *şürüşkən orta* və *avtoregressiya - şürüşkən orta* modellərinə baxılmış, əmsalların uyğun qiymətləndirilmələri alınmışdır. Nəhayət, bu fəslin sonuncu paragrafında MS Excel cədvəl prosessorunun imkanlarından istifadə edərək mağazalarda mal satışının proqnozunun aydınlaşdırılması ilə bağlı nümunəyə baxılmışdır.

Üç paragrafdan ibarət olan *ikinci fəsildə* qiymətli kağızlar bazarının ümumi xarakteristikasına baxılmış, onların təsnifatı verilmiş və qiymətli kağızların ödəməli olduğu əsas tələblər sadalanmışdır.

İşin dörd paragrafdan ibarət olan *üçüncü fəsildə* Lukoyl, Qazprom və Rosneft kimi nəhəng Rusiya şirkətlərinin səhmlərinin qiymətlərinin proqnozunun aşkar olunması üçün avtoregressiya və sürüşkən avtoregressiya metodlarının tətbiqinə baxılmışdır. Hesablamaların aparılması üçün zəruri olan verilənlər uyğun saytlardan götürülmüşdür.

Disertasiya işi 77 səhifədən ibarətdir və özündə 3 cədvəl və 17 şəkil yerləşdirir. İşdə Lukoyl, Qazprom və Rosneft şirkətlərinin səhmlərinin qiymətlərinin proqnozunun müəyyənləşdirilməsi ilə bağlı MS Excel cədvəl prosessorunun hesablamaları əks etdirən çoxsaylı fraqmentlərinin surəti verilmişdir. Disertasiya işi üzərində işlə-

y rk n m xt lif İnternet resuslarından v  dinamik sıraların arařdırılması il  m řđul olan v t n v  xarici alimlerin iřlerindən istifad  olunmuřdur.

İřin sonunda x las  v  alınan n tic l r verilmiřdir.

SUMMARY

Dedication consists of introduction, three chapters, summary and 20 titles of literature. At the entrance, the relevance of the research work and the purpose of the case are explained.

The first chapter of the study consists of four paragraphs. In the first paragraph of this chapter, key concepts and suggestions regarding time series are given. In the second paragraph the classification of time series was given, three examples of life in the republic were taken. In the third chapter of the first chapter, models of time series have been explored. This paragraph consists of three subparagraphs. In the first subparagraph, the p-compressed autoregression model has been studied, and in particular it is clear that the autoregression and auto-correlation coefficients in the first computed autoregression model coincide. Estimation of autoregression coefficients was obtained, stratification conditions of time series were found. Then, the shaved medium and autoregression - shrink medium models were examined and the valuation estimates of the coefficients were obtained. Finally, the last part of this chapter is an example of how to clarify the sales forecast of stores using the capabilities of the MS Excel table processor.

The second chapter, which consists of three paragraphs, examines the general characteristics of the securities market, whose classification is given and the basic requirements for valuation of securities are listed.

In the third chapter of the four paragraphs, the autocracy and slippery autoregression methods were used to identify the predictions of stock prices for major Russian companies, such as Lukoil, Gazprom and Rosneft. The data required to conduct the calculations are taken from sites that are relevant to them.

The détente is 77 pages long and contains 3 tables and 17 pictures. Here is a copy of numerous fragments of MS Excel spreadsheet calculations, which describe the calculation of the stock price forecast for Lukoil, Gazprom and Rosneft. While working on the deregulation case, it was used indefinitely in the study of the Internet and researches of the Internet.

At the end of the study summarized and summarized the results.

**Министерство Образования Азербайджанской Республики
Азербайджанский Государственный Экономический Университет**

ЦЕНТР МАГИСТРАТУРА

На правах рукописи

Джафаров Фахри Элчин оглы

РЕФЕРАТ

магистерской диссертации по теме
**«АНАЛИЗ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ЦЕННЫХ БУМАГ
НА ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИКЕ»**

Шифр и название направления: 060509 «Компьютерные науки»
Специальность: «Информационная система»
Научный руководитель: к.т.н., доц. **Н. М. Байрамов**
Руководитель магистерской программы: академик **А. М. Аббасов**
Заведующая кафедрой: академик **А. М. Аббасов**

Баку-2019

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы связана нестабильностью, сложностью и слабо регулируемой рынком ценных бумаг. В таких ситуациях представляет интерес исследования методы анализа временных рядов для обоснованного прогнозирования состояния рынка ценных бумаг на хаотическую динамику.

Целью работы является исследования экономико-математических методы анализа временных рядов и реализация модели *авторегрессии* и *скользящего среднего* для прогнозирования курса акций российских корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефти.

Объектом исследования – временные ряды и ценные бумаги.

Методом исследования – математические модели и методы анализа временных рядов.

Источник исследований. В качестве источников исследований применялось классические методы регрессионного анализа, использовано результатов работы отечественных и зарубежных авторов, занимающихся анализом временных рядов.

Научная новизна состоит в применении классических методов анализа и прогнозирования динамика ценных бумаг, выявления прогнозы цены акций конкретных предприятий.

Практическое значение работы является выявлением прогнозы цены акций российских корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефти на основе вычислений с использованием табличного процессора MS Excel 2010. Необходимые данные при этом взяты из соответствующих сайтов.

Объем и структура работы. Диссертационная работа состоит из введений, трех глав, заключений и список литературы, включающей 20 наименований.

Во введении изложен актуальность исследований и цель работы.

Первая глава работы состоит из 4 параграфов. В первом параграфе этой главы приведены основные понятия и предложения временной рядов. Во втором параграфе дано классификация временных рядов, приведено три примера из жизни нашей Республики. В третьем параграфе первой главы исследованы модели временных рядов. Этот параграф состоит из трех под параграфов. В первом под параграфе исследовано модель авторегрессии p – го порядка, в частности, установлено, что, коэффициенты *авторегрессии* и *автокорреляции* первого порядка совпадают. Получены оценки коэффициентов авторегрессии, найдены условия стационарности временных рядов. Далее, рассмотрены модели *скользящего среднего* и *авторегрессии-скользящего среднего*, получены соответствующие оценки

коэффициентов. Наконец, в последнем параграфе этой главы, используя возможностями табличного процессора MS Excel, рассмотрен пример, связанной с выявлением прогноза о продаже товаров магазинами.

Во втором главе работы, состоящей из трех параграфов, рассмотрены общие характеристики рынка ценных бумаг, приведены их классификация и перечислены требования, предъявляемые к ценным бумагам.

В третьей главе работы, которая состоит из четырех параграфов рассмотрены применение методов авторегрессии и скользящего среднего для выявления прогноза цены акций российских корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефти. При этом, для проведение расчетов необходимые данные выбраны из соответствующих сайтов.

Диссертационная работа состоит из 77 страниц, содержит 3 таблиц и 17 рисунок. Приведены многочисленные копии фрагменты табличного процессора MS Excel, где отражены результаты некоторых расчетов, связанные выявлением прогноза цены акций корпораций Лукойла, Газпрома и Роснефти. Во время работы над данной диссертации использованы различных ресурсов Интернета и результатов работы отечественных и зарубежных авторов, занимающихся исследованиям динамических рядов.

В результате исследований стало известно, что решение задач статистики, заключающейся в исследовании процессов изменения и развития социально-экономических явлений во времени, невозможно без построения временных рядов.

В работе получены следующие:

1. Доказано, что для модели *авторегрессии* p – го порядка оценки неизвестные коэффициенты можно выразить в виде решение матричного уравнения.
2. Показано, что для модели авторегрессии *первого* порядка коэффициенты *авторегрессии* и *автокорреляции* совпадают и найдено условие стационарности временного ряда.
3. Для модели авторегрессии *второго* порядка получены необходимые и достаточные условие стационарности.
4. Для модели *скользящего среднего* q – ого порядка найдено выражения автокорреляционной функций.
5. Для модели *авторегрессии – скользящего среднего* показано, что неизвестные значения коэффициентов модели может быть оценены из модификации системы уравнений Юла-Уокера.
6. Используя возможностями процессора MS Excel, для задачи о продажах товаров магазинами, найдено прогнозного модель.
7. Рассмотрены общие характеристики рынка ценных бумаг, приведены их классификация и перечислены требования, предъявляемые к ценным бумагам.

8. Применением метод авторегрессии первого порядка выявлено прогноз цена акций Лукойла.

9. Применением метод авторегрессии и скользящего среднего первого порядка выявлено прогноз цена акций Газпрома.

10. Применением метод авторегрессии первого, второго и третьего порядка выявлено прогноз цена акций Роснефть, оказалось, что модель третьего порядка более точно.

Магистрант _____ */подпись/*

Научный руководитель _____ */подпись, дата/*