

GİRİŞ

İnsan fəaliyyətinin elə bir sahəsi yoxdur ki, elektrik enerjisindən istifadə edilməsin. Elektrik enerjisinin nisbətən asanlıqla alınması, az itki ilə uzaq məsafələrə göndərilməsi və başqa növ enerji növlərinə (mexaniki, istilik, işıq və s.) çevrilə bilməsi onun bütün dünyada geniş yayılmasına səbəb olmuşdur. Müasir dövrdə elektrik enerjisi ən geniş yayılmış ucuz və təhlükəsiz enerji növüdür.

Elektrik enerjisinin və onunla bağlı bütün elektromaqnit hadisələrin praktikada tətbiqi elektrik texnikası və ya elektrotexnika adlanır.

Elektrotexnikanın inkişaf tarixində nəzəri və praktiki istiqamətlərdə inkişaf etmiş əsas iki mərhələni qeyd etmək olar. Birinci mərhələ sabit cərəyanın tətbiqi ilə xarakter olub, 1800- 1880-ci illəri əhatə edir. Məhz bu dövrdə ilk qalvanik element (A. Volt), ilk elektromaqnit teleqraf (P.L. Şilling), ilk kömür telli elektrik lampası (A.İ.Lodikin) ixtira edilmişdir. Elektrik qövsünün ixtirası (V.V. Petrov) və onun işıqlanma, metal əritmə və qaynaq etmək işində tətbiq olunması bu dövrün mühüm ixtiralarından idi.

Bu dövrün ən mühüm nəzəri kəşfləri ingilis alimi Faradey və alman fizikləri Om və Kirxhofun adı ilə bağlıdır. 1831-ci ildə Faradey elektromaqnit induksiya qanununu, 1845-ci ildə isə Kirxhof budaqlanmış elektrik dövrəsinin əsas qanunlarını kəşf etdilər. Elektrotexnikanın bu əsas qanunları onları kəşf etmiş alimlərin adı ilə bağlıdır.

Cərəyanın istilik təsirini müəyyən edən Coul-Lens qanunu da bu dövrün mühüm nəzəri kəşflərindən sayılır.

Elektrotexnikanın inkişafının ikinci mərhələsi dəyişən cərəyanın tətbiqi ilə əlaqədardır və 1880-1920-ci illəri əhatə edir.

Elektrik enerjisinin istehsalının artması, onun uzaq məsafəyə az itki ilə göndərilməsi məsələsini qarşıya qoydu. Bu problem, P.N.Yabloçkov tərəfindən müvəffəqiyyətlə həll olundu. O, ilk transformatoru ixtira etdi və elektrik enerjisini az itki ilə uzaq məsafəyə göndərmək üçün yüksək gərginlikdən istifadə etməyin vacib olduğunu göstərdi. Rus mühəndisi M.O. Dolivo-Dobrovolski ilk dəyişən cərəyan asinxron mühərrikini yaratdı və dünyada ilk dəfə olaraq üç fazlı dəyişən cərəyanı 175 km məsafəyə göndərdi. Dəyişən cərəyanın tətbiqi ilə əlaqədar olaraq dəyişən cərəyan dövrlərinin nəzəriyyəsi inkişaf etdirildi. Bu sahədə Amerika mühəndisi Ç.P. Şteynmetsin böyük xidmətləri olmuşdur. O, dəyişən cərəyan dövrlərinin əsas hesablama metodu olan kompleks amplitudlar metodunu işləyib hazırlamışdır.

Yeni elektrik maşınlarının və aparatlarının yaradılması, onların maqnit dövrlərini və həmçinin yüksək gərginlik şəraitində izolyasiyasının elektrik sahələrini hesablamaq tələb olunurdu.

Odur ki, dövrlər nəzəriyyəsi ilə bərabər elektromaqnit sahə nəzəriyyəsi və onun hesablanma üsulları inkişaf edirdi. 1873-cü ildə ingilis alimi Maksvell elektromaqnit sahə nəzəriyyəsinin tam tənliklərini verdi. Bu tənliklər Maksvell tənlikləri adlanır. 1895-ci ildə radionun ixtirası (A.S. Popov) dövrlər nəzəriyyəsi və elektromaqnit sahə nəzəriyyəsinin sonrakı inkişafı üçün yeni şərait yaratdı.

Elektrik enerjisinin tətbiq sahəsi ağılsızgəz dərəcədə çox geniş olsa da, müxtəlif elektrotexniki qurğularda baş verən elektromaqnit hadisələrin nəzəri əsasları və hesablanma prinsipləri eynidir.

Elektrotexnikanın nəzəri əsasları kursu müxtəlif elektrotexniki qurğularda baş verən elektromaqnit hadisələri kəmiyyət və keyfiyyətə ümumi prinsiplər əsasında öyrənən elmdir.

Rusiyada və keçmiş Sovetlər İttifaqında bu elmin baniləri akademiklər V.F. Mitkeviç və K.A. Kruq olmuşlar. İlk dərslik 1916-cı ildə K.A. Kruq tərəfindən yaradılmışdır.

Elektrotexnika elminin inkişafında Azərbaycan alimləri də (A.Axundov, Z.Kazım-zadə, İ.Quliyev, F.Hüseynov, A.Əfəndi-zadə və başqaları) özlərinə məxsus yer tuturlar.

«Elektrotexnikanın nəzəri əsasları» kursu iki hissədən; dövrlər nəzəriyyəsindən və elektromaqnit sahə nəzəriyyəsindən ibarətdir. Dövrlər nəzəriyyəsində real qurğunun elektrik sxemi ilə ideal modeli qurulur və bu sxemi hesablamaqla dövrənin müxtəlif hissələrində gərginlik və cərəyan təyin edilir.

Elektromaqnit sahə nəzəriyyəsində isə real qurğunun elektrik və maqnit sahələri hesablanır.

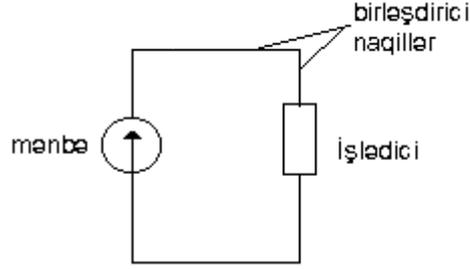
1. ELEKTRİK DÖVRƏLƏRİNİN ELEMENTLƏRİ VƏ ƏSAS QANUNLARI

1.1. ELEKTRİK DÖVRƏSİ

Elektrik dövrəsi dedikdə cərəyanın keçməsinə təmin edən elementlər toplusu nəzərdə tutulur. Elektrik dövrəsi üç hissədən ibarətdir.

1. Enerji mənbəyi (gərginlik və cərəyan mənbələri).
2. İşlədici və ya qəbuledicilər.
3. Mənbə və işlədiciləri birləşdirən naqillər.

Şəkil 1-də sadə elektrik dövrəsi göstərilmişdir:



Şəkil 1.

Enerji mənbələrində müxtəlif növ enerjilər (mexaniki, kimyəvi, istilik və s.) elektrik enerjisinə çevrilir. Mənbələrə misal olaraq generatorları, akkumulyatorları və s. göstərmək olar. İşlədicilərdə isə elektrik enerjisi müxtəlif növ enerjilərə çevrilir. İşlədicilərə misal olaraq elektrik qızdırıcılarını, elektrik mühərriklərini, radioqəbulediciləri və s. göstərmək olar.

Dövrədə mənbələri və işlədiciləri birləşdirən naqillər əsasən alüminium və misdən olur.

Elektrik sxemində dövrə elementi dedikdə, hər hansı fiziki mövcud olan qurğunu deyil, onun ideallaşdırılmış modeli başa düşülür. Bu elementlər aktiv və passiv olmaqla iki yerə bölünür. Aktiv elementlərə misal enerji mənbələrini göstərmək olar.

Dövrənin passiv elementləri isə müqavimət, induktivlik və tutumdur. Passiv elementlər xətti və qeyri-xətti olmaqla da iki cür olur.

Volt-ampere xarakteristikası düz xətt olan element xətti element, əks halda isə qeyri-xətti element adlanır. Volt-ampere xarakteristikası dedikdə, elementin sıxaclarındakı gərginliklə ondan axan cərəyan arasındakı asılılıq və ya əks asılılıq başa düşülür.

1.2. CƏRƏYAN VƏ GƏRGİNLİYİN MÜSBƏT İSTİQAMƏTLƏRİ

Elektrik cərəyanı elektrik yüklərinin istiqamətlənmiş hərəkətindən ibarətdir. Metallarda cərəyan elektronların istiqamətlənmiş hərəkətindən ibarətdir. Elektrolit və qazlarda isə cərəyan müsbət və mənfi yüklü hissəciklərin (ionların) istiqamətlənmiş hərəkətidir.

Göründüyü kimi, cərəyanı həm müsbət, həm də mənfi yüklü hissəciklər yaradır.

Şərti olaraq cərəyanın istiqaməti kimi müsbət yüklü hissəciklərin hərəkət istiqaməti götürülür, başqa sözlə, cərəyanın istiqaməti olaraq elektronların hərəkəti istiqamətinin əksi götürülür. Bilirik ki, cərəyan keçən yükün həmin yükün keçməsi üçün sərf olunan zamana nisbətinin, zaman sifra yaxınlaşdıqda limiti ilə müəyyən olunur.

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

Yə'ni cərəyan yükün zamana görə törəməsi ilə müəyyən olunur. Burada

$$q = q_+ + q_-$$

olub müsbət və mənfi yüklərin cəmidir. Beynəlxalq vahidlər sistemində (BS sistemində) yükün vahidi Kulon, zaman vahidi saniyə, cərəyan vahidi isə Amperdir.

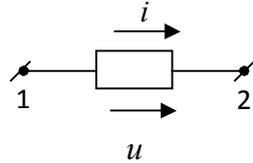
Cərəyanın istiqamətini onun işarəsi müəyyən edir. Başqa sözlə, müsbət və ya mənfi cərəyan anlayışlarının o vaxt mə'nası olur ki, cərəyanının istiqaməti əvvəldən seçilmiş hər hansı

bir istiqamətlə müqayisə edilsin. Əvvəlcədən ixtiyari götürülmüş həmin istiqamət müsbət istiqamət adlanır. Cərəyanın müsbət istiqaməti dedikdə, biz naqildə yüklərin hərəkət istiqaməti deyil, əvvəlcədən götürülmüş ixtiyari istiqaməti başa düşürük. Başqa sözlə, cərəyanların müsbət istiqaməti naqildə cərəyanın əsil istiqaməti deyil.

Dövrənin həllindən sonra cərəyanın qiyməti müsbət alınarsa, bu cərəyanın istiqamətinin götürülmüş istiqamətlə eyni olduğunu, mənfi alınarsa, götürülmüş müsbət istiqamətin əksinə olduğunu göstərir.

Dövrədə cərəyan i hərfi ilə, istiqaməti isə oxla və ya indekslərlə göstərilir.

Gərginlik isə iki nöqtə arasında potensiallar fərqi. Hər hansı ixtiyari 1 və 2 nöqtələri arasındakı potensiallar fərqi, müsbət vahid yükü 1 nöqtəsindən 2 nöqtəsinə gətirmək üçün görülən iş bərabərdir. (şəkil 2)



Şəkil 2

Gərginliyin istiqaməti də oxla və ya indekslərlə göstərilir. Məsələn, $u_{1,2}$ dedikdə istiqaməti 1 nöqtəsindən 2 nöqtəsinə doğru olan gərginlik başa düşülür.

Aydınır ki, $u_{1,2} = -u_{2,1}$ olar. Gərginlik üçün də müsbət istiqamət seçilir. Ümumiyyətlə, gərginliyin müsbət istiqaməti cərəyanın müsbət istiqamətində götürülür.

Əgər 1 nöqtəsinin potensialı 2-nin potensialından böyük olarsa, alınan cərəyanın qiyməti müsbətdir, yəni onun istiqaməti götürdüyümüz müsbət istiqamətlə eynidir.

Əgər 2-nin potensialı 1 nöqtəsinin potensialından böyük olarsa, əksinə olar.

1.3. ANİ GÜC VƏ ENERJİ.

Fərz edək ki, hər hansı dövrə hissəsinə tətbiq edilmiş u gərginliyinin təsiri altında dq yükü keçir. Bu zaman dövrəyə qəbul edilən elementar enerji

$$dw = udq \quad (1) \quad \text{olar.}$$

$$dq = idt$$

olduğundan, bunu (1) ifadəsində nəzərə alsaq

$$dw = uidt \quad (2) \quad \text{olar.}$$

Enerjinin dəyişmə sür'əti və ya onun zamana görə birinci tərtib törəməsi güc olduğundan (2)-dən alırıq:

$$p = \frac{dw}{dt} = ui$$

Yəni ani güc cərəyanın və gərginliyin ani qiymətləri hasilindən ibarətdir.

Əgər dövrədən keçən yük hər hansı t_1 və t_2 vaxtı ərzində olmuşdursa, onda həmin müddətdə dövrəyə daxil olan enerji (2)-dən görüldüyü kimi

$$W = \int_{t_1}^{t_2} uidt = \int_{t_1}^{t_2} pdt$$

1.4. MÜQAVİMƏT

Müqavimət dövrənin elə bir elementidir ki, orada dönməyən proses, elektrik enerjisinin istilik enerjisinə çevrilməsi prosesi gedir.

Müqavimət r hərfi ilə işarə edilir. r -dövredə həm müqaviməti işarə edir, həm də onun qiymətini müəyyən edir. Belə ki,

$$r = \frac{u}{i} \quad (1)$$

(1) ifadəsi Om qanununun ifadəsidir.

Müqavimətin tərsi olan kəmiyyət keçiricilikdir.

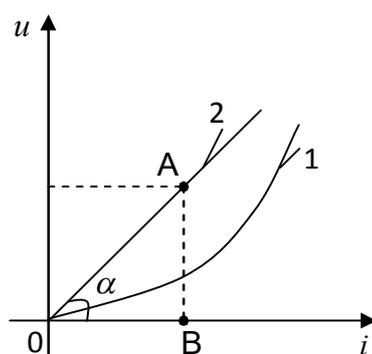
$$g = \frac{1}{r}$$

BS sistemində gərginlik vahidi volt (V) cərəyan vahidi amper (A) olduğundan, müqavimət vahidi Om, keçiricilik vahidi isə Simensdir (Sim).

$$Sim = \frac{1}{Om}$$

Müqavimətlər xətti və qeyri-xətti olmaqla iki cür olurlar.

Şəkil 3-də xətti və qeyri-xətti müqavimətin volt-amper xarakteristikası göstərilmişdir.



Şəkil 3.

Şəkil 3-də 1 əyrisi qeyri-xətti müqavimətə, 2 düz xətti isə xətti müqavimətə aiddir. Müqavimət xətti olduqda onun qiymətini volt-amper xarakteristikasının absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağın tangensi kimi tapmaq olar:

$$r = \frac{m_u AB}{m_i OB} = \frac{m_u}{m_i} \operatorname{tg} \alpha$$

m_u - gərginlik, m_i isə cərəyan miqyasıdır.

Göstərdiyimiz r müqaviməti sabit cərəyan dövrəsində omik müqavimət, dəyişən cərəyan dövrəsində isə aktiv müqavimət adlanır.

Həmişə $r_{om} < r_{akt}$ olur. Buna səbəb səth effekti və digər effektlərdir. Müqavimətdə sərf edilən güc

$$P_r = ui = i^2 r = u^2 g \quad \text{olar.}$$

Hər hansı t müddətində həmin müqavimətə verilən enerji isə

$$W_r = \int_0^t P_r dt = \int_0^t ri^2 dt \quad (2)$$

kimi tapıla bilər. Əgər cərəyan sabit cərəyan olarsa,

$$i = I = \text{const}$$

olduğundan (2)-dən

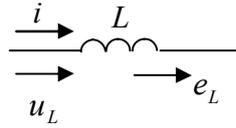
$$W_r = I^2 rt \quad (3) \quad \text{alınır.}$$

(3) bildiyimiz Coul-Lens qanununudur ki, bu da cərəyanın istilik effektini xarakterizə edir, yə'ni naqildən cərəyan axarkən, həmin naqilin r müqavimətində t müddəti ərzində I^2rt qədər istilik enerjisi ayrılır.

1.5. İNDUKTİVLİK

İnduktivlik dövrənin elə ideallaşdırılmış elementidir ki, o xassəcə induktiv sarğaca yaxın olub ondan cərəyan keçdikdə enerjiyə malik olan maqnit sahəsi yaradır və L ilə işarə edilir (şəkil.4.) İnduktivlik elektrik sxemlərində aşağıdakı kimi işarə edilir.

Şəkil 4.



İnduktivlik qiymətcə maqnit ilişmə selinin həmin seli yaradan cərəyana olan nisbətinə bərabərdir.

$$L = \frac{\Psi}{i}$$

Sarğacın bütün sarğılarını kəsən maqnit seli eynidirsə, onda maqnit ilişmə seli Ψ maqnit selinin (Φ), sarğılar sayına (W) olan hasilinə bərabərdir:

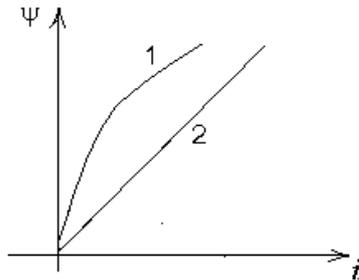
$$\Psi = W\Phi$$

Əgər bütün sarğıları kəsən maqnit seli eyni deyilsə, bu halda maqnit ilişmə seli bütün sarğıları kəsən maqnit sellərinin cəmi kimi təyin edilir.

BS-də maqnit ilişmə selinin vahidi Veberdir (Vb). Onda induktivliyin vahidi

$$[L] = \frac{Vb}{A} = Hn \quad (\text{Henri}) \quad \text{olar.}$$

İnduktivlik də xətti və qeyri-xətti ola bilər. Əgər onda yaranan maqnit ilişmə selinin cərəyandan asılılığı xəttidirsə, belə induktivlik xətti, əks halda isə qeyri-xətti adlanır. Odur ki, induktivlik $\Psi(i)$ (veber-amper) asılılığı ilə xarakterizə olunur (şəkil 5). Şəkildə 1 əyrisi qeyri-xətti, 2 düz xətti isə xətti induktivliyə aiddir.



Şəkil 5.

Maksvel-Faradey qanununa görə bilirik ki, maqnit ilişmə selinin dəyişməsi zamanı induktivlikdə yaranan elektrik hərəkət qüvvəsi (e_L) belə təyin edilir:

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt}$$

Əgər dəyişən maqnit seli həmin seli yaradan cərəyanlı naqili kəsirsə, bu halda həmin naqildə yaranan e_L -si özünə induksiya e_L -si adlanır (e_L).

Lens qanununa görə burada mənfi işarəsi onu göstərir ki, yaranan induksiya e_L -si onu yaradan səbəbə, yə'ni maqnit ilişmə selinin dəyişməsinə əks təsir göstərir.

Bu halda induksiya e.h.q-nin müsbət istiqaməti cərəyanın müsbət istiqaməti ilə eyni götürülmüşdür. $\psi = Li$ olduğunu nəzərə alaraq yaza bilərik ki,

$$e_L = -L \frac{di}{dt}$$

İnduktivliyin sıxaclarındaki gərginlik u_L istiqamətcə onda yaranan e.h.q-nin əksinədir. Yə'ni

$$u_L = -e_L$$

Onda

$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

buradan

$$i = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u_L dt$$

alınar. İnteqralın aşağı sərhəddinin mənfə sonsuzluq götürülməsi onu göstərir ki, induktivlikdə baxılan ana qədər cərəyan ola bilər. Bu cərəyanı $i(0)$ ilə göstərsək,

$$i(0) = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^0 u_L dt$$

Onda alırıq ki,

$$i = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt$$

Əgər $i(0) = 0$ olarsa, induktivlikdən axan cərəyan

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t u_L dt$$

kimi təyin edilir. İnduktivlikdəki güc

$$P_L = u_L i = iL \frac{di}{dt}$$

Hər hansı t anında induktivliyin maqnit sahəsində toplanan enerji isə

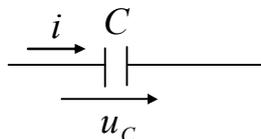
$$W_L = \int_{-\infty}^t P_L dt = \int_0^i L i di = L \frac{i^2}{2} = \frac{\Psi^2}{2L}$$

olar.

1.6. TUTUM

Tutum dövrənin e.lə ideallaşdırılmış elementidir ki, o xassəcə kondensatora yaxın olub ona gərginlik təsir edərkən özündə elektrik sahəsinin enerjisini toplayır. Sxemlərdə C ilə işarə edilir və aşağıdakı kimi göstərilir (şəkil 6).

Şəkil 6.

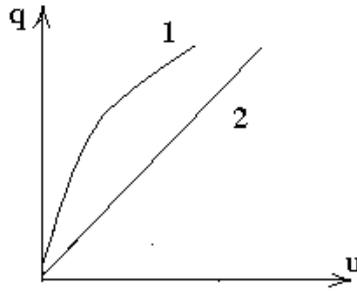


Elektrik tutumu kimi kondensatorlardan istifadə edilir. (Sadə halda kondensator aralarında dielektrik olan 2 lövhədir). Tutumun qiyməti onda yığılan elektrik yükünün ona təsir edən gərginliyə olan nisbəti kimi təyin edilir. Yə'ni

$$C = \frac{q}{u_c} \quad (1)$$

BS sistemində tutumun vahidi Faraddır. ($[C] = \frac{K}{V} = F$). 1 F çox böyük kəmiyyətdir. Odur ki, istehsalatda işlədilən kondensatorların tutumları mkF, nF və pF-larla ($1\text{mkF} = 10^{-6} F$; $1\text{nF} = 10^{-9} F$; $1\text{pF} = 10^{-12} F$) ölçülür. Tutum Kulon-volt asılılığı (elektrik yükünün gərginlikdən asılılığı) ilə xarakterizə olunur.

Ümumi halda yükün gərginlikdən asılılığı qeyri-xəttidir, ona görə tutum da gərginlikdən asılıdır. Bu səbəbdən kondensatorların tutumu xətti və qeyri-xətti olur. Əgər $q(u)$ asılılığı (şəkil 7) xəttidirsə, tutum xətti, əks halda isə qeyri-xəttidir. Şəkilə 1 əyrisi qeyri-xətti, 2 düz xətti isə xətti tutuma aiddir.



Şəkil 7

Tutumdan axan cərəyan bilirik ki,

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \quad (2)$$

kimi təyin edilir, yə'ni cərəyan tutumda gərginliyin zamana görə dəyişmə sür'əti ilə müəyyən olunur.

Hər hansı tutuma müəyyən gərginlik tətbiq edilmişsə onda, potensialı yüksək olan lövhəyə müsbət yüklər, alçaq olan lövhəyə isə mənfi yüklər toplanır. Gərginlik dəyişdikdə hansı lövhənin potensialı artırsa, ora əlavə olaraq müsbət yük, potensialı kiçilən lövhəyə isə bir əl mənfi yük daxil olur. Beləliklə, yüklərin yerdəyişməsi yaranır ki, bu da cərəyan deməkdir. Kondensatorun lövhələri arasındakı dielektrik, dövrənin qapanmasında iştirak edir. Bunu keçiricilik cərəyanının, yerdəyişmə cərəyanı ilə əvəz olunması kimi başa düşmək olar. Yerdəyişmə cərəyanı isə elektrik sahə gərginliyinin dəyişməsi hesabına yaranır. Tutum sabit cərəyanı buraxmır. (çünki, sabit cərəyanda elektrik sahə gərginliyinin zamana görə törəməsi sıfırdır, yəni o dəyişmir). Başqa sözlə tutumun sabit cərəyana qarşı müqaviməti sonsuzluğa bərabərdir.

(2) ifadəsindən alınır ki,

$$u_c = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt \quad (3)$$

İnteqralın aşağı sərhəddinin mənfi sonsuzluq götürülməsi tutuma gərginlik tətbiq edilənə qədər onda gərginlik ola biləcəyini göstərir. Bu gərginlik

$$u_c(0) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 i dt$$

Onda (3-dən) alınır ki, $u_c = u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$

Əgər $u_C(0)=0$ olarsa $u_C = \frac{1}{C} \int_0^t i dt$ alınar.

Tutumda ani güc

$$P_C = u_C i = C u_C \frac{du_C}{dt}$$

olduğundan hər hansı t anında tutumda toplanan elektrik sahəsinin enerjisi

$$W_C = \int_{-\infty}^t P_C dt = \int_0^{u_C} C u_C du_C = C \frac{u_C^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

olar. Burada $u_C(0)=0$ qəbul edilmişdir.

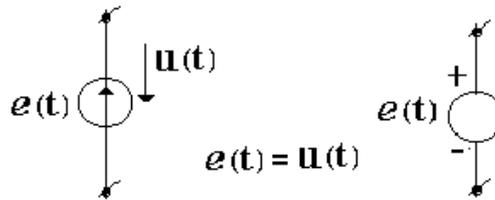
1.7. ENERJİ MƏNBƏLƏRİ

Elektrotexnikada iki növ enerji mənbəyi anlayışından istifadə edilir:

1. Gərginlik mənbəyi
2. Cərəyan mənbəyi

Gərginlik mənbələri elə mənbələrdir ki, onların sıxaclarındakı gərginlik ondan axan cərəyandan asılı deyil. Belə mənbələrin daxili müqaviməti sıfırdır, yeni gərginlik mənbəyinin daxilində passiv elementlər (R,L,C) olmur.

Sxemlərdə gərginlik mənbələri şəkil 8-də verildiyi kimi göstərilir:

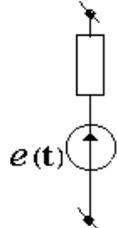


İdeal mənbələr

Şəkil 8

Belə mənbəni qısa qapadıqda ondan axan cərəyan sonsuzluğa bərabər olar. Başqa sözlə, belə mənbə sonsuz gücə malik olan mənbədir. Həyatda sonsuz gücə malik olan mənbə yoxdur, yəni bütün real mənbələri qısa qapadıqda, ondan axan cərəyan sonlu qiymət alır və onun gücü də sonlu olur. Yeni baxılan mənbə ideal mənbədir. Real mənbələr isə sxemdə ideal gərginlik mənbəyi və ona ardıcıl qoşulmuş müqavimət kimi göstərilir (şəkil 9).

Mənbədə müsbət vahid yükü mənfi qütbədən müsbət qütbəyə aparmaq üçün xarici qüvvələrin gördüyü iş mənbəyin e.h.q adlanır.

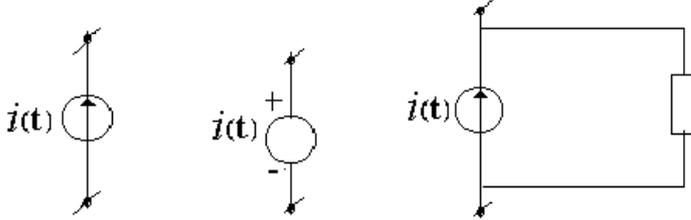


Real mənbə

Şəkil 9

Cərəyan mənbəyi elə aktiv elementdir ki, ondan axan cərəyan onun sıxaclarındakı gərginlikdən asılı deyil. Cərəyan mənbəyinin daxili müqaviməti sonsuzluğa bərabər olur ki, bunun hesabına dövrənin xarici parametrlərinin ondan axan cərəyana təsiri olmur. Dövrələrdə

real cərəyan mənbəyi şəkil 10-da verildiyi kimi göstərilir. Belə mənbəyin sıxaclarına qoşulmuş yükün müqavimətini artırıdca, onun sıxaclarındakı gərginliyin qiyməti artacaq. Yükün müqavimətini sonsuz artırırıqsa, bu mənbəyin sıxaclarındakı gərginlik sonsuzluğa bərabər olar. Beləliklə, bu ideal cərəyan mənbəyi də sonsuz güc mənbəyidir. Real mənbələrin isə gücləri sonludur, çünki real mənbələrdə daxili müqavimət böyük olsa da, sonsuz deyil, ona görə onun sıxaclarındakı gərginlik sonsuz olmur. Bu səbəbdən real mənbələr sonlu güc mənbələridir. Real cərəyan mənbəyi ideal mənbə və ona paralel qoşulmuş müqavimət kimi göstərilir (şəkil 11).

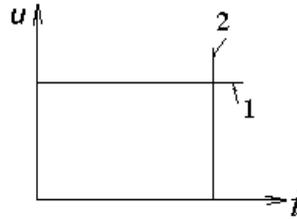


İdeal mənbələr

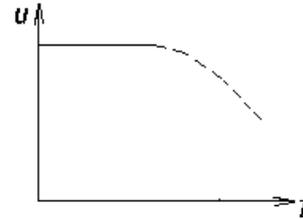
Şəkil 10

Şəkil 11

Cərəyan mənbəyinə misal olaraq böyük qiymətli ardıcıl müqavimət qoşulmuş akkumulyatoru göstərmək olar. İdeal cərəyan və gərginlik mənbələrinin volt-ampere xarakteristikası cərəyan və gərginlik oxuna paralel olan düz xətdir. (şəkil 12).

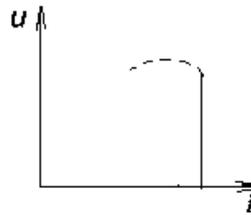


Şəkil 12



Şəkil 13

Şəkil 12-də 1 düz xətti gərginlik mənbəyinə, 2 isə cərəyan mənbəyinə aiddir.



Şəkil 14

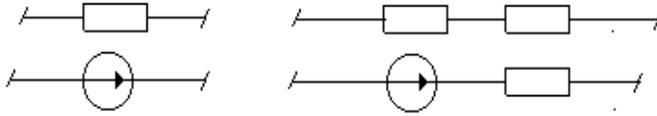
Gərginlik mənbəyi kimi götürülə bilən müstəqil tə'sirlənən və cərəyan mənbəyi kimi ardıcıl tə'sirlənən sabit cərəyan generatorunun volt-ampere xarakteristikaları isə (real mənbələrin volt-ampere xarakteristikası) şəkil 13 və 14-də göstərilmişdir.

Əgər mənbələr sabit olarlarsa, onda e.h.q. mənbəyi $e(t) = E = const$, cərəyan mənbəyi isə $i(t) = I = const$ kimi göstərilir.

1.8. ELEKTRİK SXEMİNİN ELEMENTLƏRİ

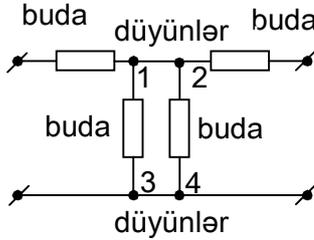
Elektrik sxemi elektrik dövrəsinin qrafiki təsviridir. Elektrik dövrəsinin elementləri olduğu kimi, elektrik sxeminin də özünə məxsus elementləri vardır.

Elektrik sxeminin elementləri budaq (qol), düyün və konturdur. Budaq bir və ya bir neçə elementdən ibarət ardıcıl dövrə hissəsidir. Budaqda bütün elementlərdə cərəyan eynidir. Şəkil 15-də müxtəlif budaqlar göstərilmişdir.

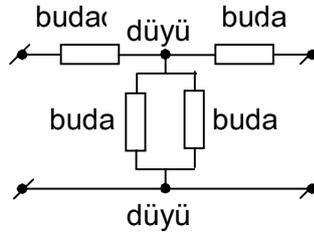


Şəkil 15

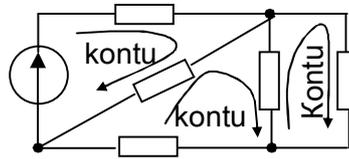
Üç və üçdən artıq budağın birləşdiyi nöqtəyə düyün deyilir.



Şəkil 16



Şəkil 17



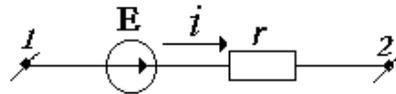
Şəkil 18

Şəkil 16 və 17-də düyünlərin sayı müxtəlif görünə də, əslində onlar arasında fərq yoxdur. Çünki iki düyün arasında element yoxdursa, (şəkil 16-da 1 düyünü ilə 2 düyünü və 3 düyünü ilə 4 düyünü) onda onların potensialları bir-birinə bərabərdir. Eyni potensiallı nöqtələri isə bir-biri ilə birləşdirmək mümkün olduğundan (şəkil 16-da 1 düyünü ilə 2 düyünü və 3 düyünü ilə 4 düyünü birləşdirmək olar ki, bu halda (şəkil 17 alınır) iki düyünü bir düyün kimi təsəvvür etmək olar.

Bir neçə budaqdan ibarət qapalı dövrə kontur adlanır. Şəkil 18-də üç müxtəlif kontur göstərilmişdir.

1.9. E.H.Q.-si DAXİL OLAN DÖVRƏ HİSSƏSİ ÜÇÜN VOLT-AMPER XARAKTERİSTİKASI

Verilmiş dövrə hissəsində (şəkil 19) cərəyanın qiyməti təkəcə dövrədəki mənbəyin qiymətindən asılı olmayıb, (burada mənbə kimi qiyməti E olan sabit mənbə götürülmüşdür), həm də 1 və 2 nöqtələrinə qoşulmuş gərginliyin də qiymətindən asılıdır.



Şəkil 19

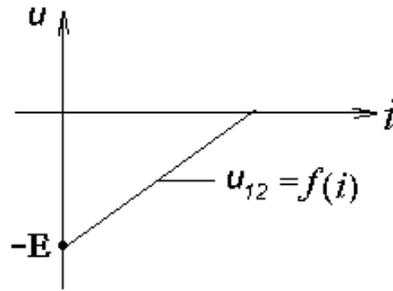
Şəkil 19-da e.h.q. və cərəyanın göstərilmiş istiqamətlərində 1 nöqtəsinin potensialı 2 nöqtəsinin potensialından e.h.q. E çıxılsın r müqavimətindəki gərginlik düşgüsü qədər kiçikdir. Yəni yazı bilərik ki,

$$\varphi_1 = \varphi_2 - E + ir$$

və ya

$$u_{12} = -E + ir$$

Bu ifadəə əsasən şəkil 19-da verilən dövrənin volt-ampere xarakteristikası aşağıdakı kimi olar (şəkil 20).

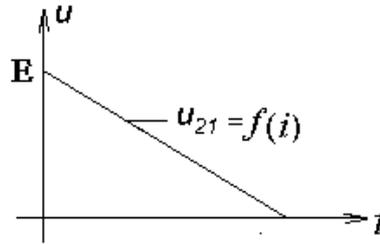


Şəkil 20

Həmin dövredə u_{21} gərginliyi isə $u_{21} = -u_{12}$ olduğundan

$$u_{21} = E - ir \quad \text{olar.}$$

Bu ifadəyə görə volt-ampere xarakteristikası isə şəkil 21-də göstərilmişdir.



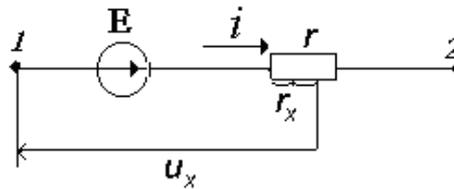
Şəkil 21

1.10. POTENSİALIN DÖVRƏDƏ MÜQAVİMƏTDƏN ASILI OLARAQ PAYLANMASI (potensial diaqramı)

Fərz edək ki, şəkil 22-də verilmiş dövrə hissəsində cərəyan $i = I = const$ verilmişdir (yəni cərəyan sabitdir). r müqavimətinin müəyyən hissəsini r_x və 1 nöqtəsinə nəzərən o hissədəki gərginliyi u_x ilə işarə etsək

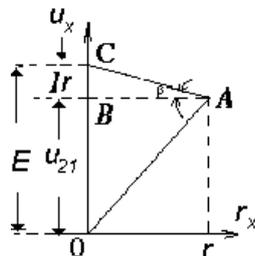
$$u_x = E - Ir_x \quad (1)$$

yaza bilərik.



Şəkil 22

Göründüyü kimi, bu halda gərginliyin qiyməti müqavimətin qiymətindən asılı olacaqdır. (1) ifadəsinə uyğun gərginliyin müqavimətdən asılılığını çəksək, şəkil 23-də göstərilən diaqramı alarıq.



Şəkil 23.

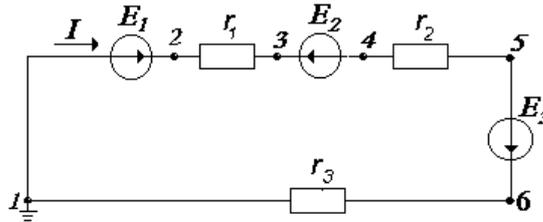
Şəkildən görüldüyü kimi, bu asılılıq düz xəstdir (CA xətti) və bu düz xəttin absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağın tanqensi cərəyanla mütənasibdir.

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{BC}{AB} = \frac{rI}{r} \cdot \frac{m_u}{m_r} = I \frac{m_u}{m_r}$$

Burada m_u və m_r uyğun olaraq gərginlik və müqavimət miqyaslarıdır.

Deməli potensialın (gərginliyin) dəyişdiyi xəttin (CA xətti) müqavimət oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağın tanqensi dövredən axan cərəyanla müəyyən olunur.

Qeyd edək ki, dövredə mənbə istiqamətində hərəkət etdikdə mənbənin sonunun potensialı onun başlanğıcının potensialına nəzərən E qədər artır. (C nöqtəsi). (Mənbənin əksi istiqamətində hərəkət etdikdə isə potensial E qədər azalır). Dövredə bir nöqtədən digərinə keçdikdə (cərəyan istiqamətində hərəkət ediriksə) əgər arada müqavimət varsa bu halda sonrakı nöqtənin potensialı əvvəlkinin potensialından müqavimətdəki gərginlik düşküsü qədər az olur (A nöqtəsi). Əgər müqaviməti mənbənin daxili müqaviməti kimi qəbul edib onu mənbənin daxilində bərabər paylanmış hesab etsək, onda potensialın dəyişmə qrafiki OA xətti üzrə gedər. Yuxarıda dediklərimizə əsaslanaraq şəkil 24-də verilmiş dövrənin potensial diaqramının qurulmasına baxaq.



Şəkil 24.

Potensial diaqramı potensialın dövredə müqavimətdən asılılıq qrafikidir.

Potensial diaqramını qurmaq üçün əvvəlcə sxemin hər hansı nöqtəsi yerlə birləşdirilir, yə'ni potensialı «0» qəbul edilir və digər nöqtələrin potensialları həmin nöqtəyə nəzərən tə'yin edilir.

Şərti olaraq 1 nöqtəsinin potensialını «0» qəbul edək. Yəni $\varphi_1=0$ 1 nöqtəsindən 2 nöqtəsinə keçdikdə arada E_1 mənbəyi var və biz mənbə istiqamətində hərəkət etdiyimizdən 2 nöqtəsinin potensialı 1 nöqtəsininkindən E_1 qədər böyük olar. Yəni $\varphi_2=\varphi_1+E_1=E_1$ (çünki $\varphi_1=0$). 2 nöqtəsindən 3 nöqtəsinə keçdikdə isə arada müqavimət olduğundan və cərəyan istiqamətində hərəkət etdiyimizdən 3 nöqtəsinin potensialı 2 nöqtəsinə nəzərən Ir_1 gərginlik düşküsü qədər azalır, yəni $\varphi_3 = \varphi_2 - Ir_1$ olur. Beləliklə digər nöqtələr üçün də eyni üsulla alarıq ki;

$$\varphi_4 = \varphi_3 - E_2$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 - Ir_2$$

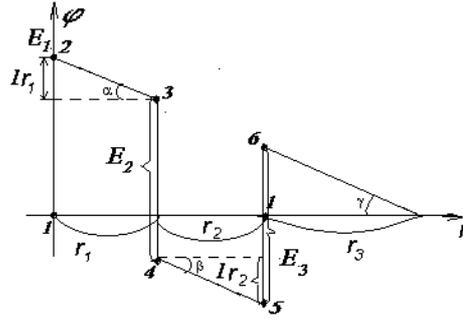
$$\varphi_6 = \varphi_5 + E_3$$

$$\varphi_1 = \varphi_6 - Ir_3 = 0$$

olar.

Göründüyü kimi, 1 nöqtəsindən başlayaraq kontur üzrə dolanaraq yenidən 1 nöqtəsinə qayıdırıq (bu halda 1 nöqtəsinin potensialı 0 alınmalıdır).

Potensialların bu qiymətlərinə əsasən qurulmuş potensial diaqramı şəkil 25-də göstərilmişdir. Göründüyü kimi, iki nöqtə arasında müqavimət varsa, (2 və 3 nöqtələri, 4 və 5 nöqtələri, 6 və 1 nöqtələri) həmin müqavimətlər absis oxu üzərində qeyd olunur.



Şəkil 25

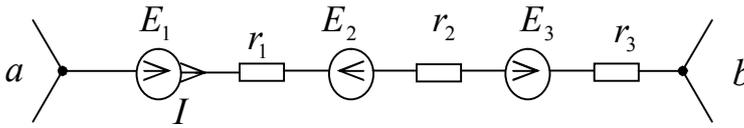
Ardıcıl dövredə cərəyan hər yerdə eyni olduğundan α , β və γ bucaqları bir-birinə bərabərdir, çünki hər üç bucaq eyni cərəyanla müəyyən olunur. Diaqramdan da görüldüyü kimi ardıcıl dövrənin potensial diaqramı bir-birinə paralel düz xətlərdir.

1.11. EHQ İŞTİRAK EDƏN DÖVRƏ HİSSƏSİ ÜÇÜN OM QANUNU

E.h.q. iştirak edən dövrə hissəsi üçün Om qanunu, həmin dövrə hissəsinin sıxaclarındaki potensiallara və e.h.q.-nə görə cərəyanı tapmağa imkan verir.

Fərz edək ki, şəkil 26-da göstərilən dövrə hissəsi veılmışdır.

Şəkil 26



Məlumdur ki, e.h.q. mənbəyinin sonunun (oxun daxil olduğu nöqtə) potensialı əvvəlinin potensialından həmin e.h.q.-nin qiyməti qədər böyükdür. Müqavimətdə isə cərəyan böyük potensiallı nöqtədən kiçik potensiallı nöqtəyə doğru axdığından, onun cərəyanın daxil olduğu sıxacının potensialı çıxdığı sıxacının potensialından həmin müqavimətdəki gərginlik düşgüsü qədər böyük olacaqdır. Bu dediklərimizə əsasən şəkil 26-dan yazı bilərik ki,

$$\varphi_b = \varphi_a + E_1 - Ir_1 - E_2 - Ir_2 + E_3 - Ir_3 \quad (1)$$

(1) ifadəsindən cərəyanı təyin edək.

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b + E_1 - E_2 + E_3}{r_1 + r_2 + r_3} = \frac{u_{ab} + \sum E}{\sum r} \quad (2)$$

(2) ifadəsi e.h.q. iştirak edən dövrə hissəsi üçün Om qanunudur. Bu ifadədə $\sum E$ verilmiş budaqdakı e.h.q.-lərin cəbri cəmidir. Burada cərəyanla eyni istiqamətli e.h.q müsbət, cərəyanın əksinə olan e.h.q. isə mənfə götürülür. $\sum r$ isə budaqdakı müqavimətlərin cəmidir.

$u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b$ olub a və b nöqtələri arasındakı gərginlikdir.

Əgər budaqda e.h.q. iştirak etməzsə ($\sum E = 0$), onda (2) ifadəsindən alarıq ki,

$$I = \frac{\varphi_a - \varphi_b}{\sum r} = \frac{u_{ab}}{\sum r} \quad (3)$$

(3) ifadəsi isə bildiyimiz dövrə hissəsi üçün Om qanununun ifadəsidir.

1.12. KİRXHOF QANUNLARI

Kirxhofun iki qanunu vardır. Bu qanunlar Om qanunu ilə yanaşı elektrik dövrlərinin hesablanması üçün əsas qanunlardır. Elektrik dövrlərində cərəyanların və gərginliklərin paylanması bu qanunlara tabedir.

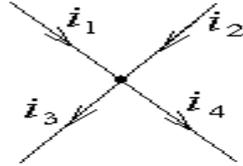
Birinci qanun düyünlərdə yüklərin yığılması və sərf edilməməsi prinsipinə əsaslanır.

Kirxhofun I qanunu: Düyünlərdə cərəyanların cəbri cəmi sıfıra bərabərdir.

Bu qanunu riyazi şəkildə aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad (1)$$

Fərz edək ki, hər hansı düyünə (şəkil 27) müəyyən cərəyanlar gəlir və müəyyən cərəyanlar isə ondan çıxır.



Şəkil 27

Düyünə gələn cərəyana əks işarə ilə düyüнден çıxan cərəyan kimi baxmaq mümkün olduğundan gələn və ya çıxan cərəyanın hansının müsbət götürülməsinin əhəmiyyəti yoxdur. Şərti olaraq düyünə gələn cərəyanlar müsbət, çıxanlar isə mənfi qəbul olunur. Kirxhofun birinci qanununu, yəni (1) ifadəsini şəkil 27-də verilən düyün üçün tətbiq etsək alarıq:

$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0 \quad (2)$$

Burada i_1 və i_2 düyünə gəldikləri üçün müsbət, i_3 və i_4 isə düyüнден çıxdıkları üçün mənfi götürülür.

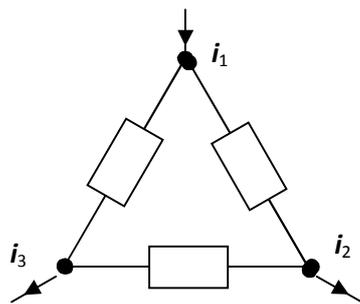
(2) ifadəsini aşağıdakı kimi də yazmaq olar:

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 \quad (3)$$

(3) ifadəsinə əsasən Kirxhofun I qanununu aşağıdakı kimi də demək olar:

Düyünə gələn cərəyanların cəmi düyüнден çıxan cərəyanların cəminə bərabərdir.

Kirxhofun I qanunu təkə düyünə deyil, hər hansı elektrik dövrəsinin müəyyən hissəsini əhatə edən qapalı səthə də tətbiq oluna bilər (şəkil 28).



Şəkil 28

Şəkil 28-də verilmiş qapalı səth üçün $i_1 = i_2 + i_3$ yazıla bilər

Kirxhofun II qanunu: Hər hansı konturda təsir edən elektrik hərəkət qüvvələrinin cəbri cəmi həmin konturdakı gərginlik düşkünlərinin cəbri cəminə bərabərdir. Yəni

$$\sum_{k=1}^n e_k = \sum_{k=1}^n u_k \quad (4)$$

(4) ifadəsi həm sabit, həm də dəyişən cərəyan dövrləri üçün doğrudur.

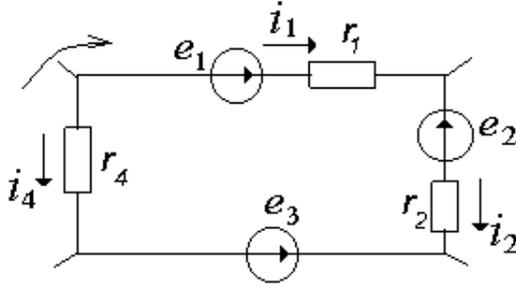
Sabit cərəyan dövrəsi üçün (4) ifadəsi daha sadə

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n I_k r_k \quad (5)$$

şəkilində yazılır və bu halda dövrənin yalnız rezistorlardan ibarət olduğu qəbul olunur. (sabit cərəyan dövrəsində $i = I = const$ və $e = E = const$)

(5) ifadəsindəki $I_k r_k$ hasili müqavimətlərdəki gərginlik düşkünləridir.

Kirxhofun II qanununun şəkil 29-da verilmiş kontur üçün tətbiqinə baxaq:



Şəkil 29

Kirxhofun II qanununu yazmaq üçün ixtiyari dolanma istiqaməti seçilir. Həmin istiqamətlə eyni olan e.h.q-ri və gərginlik düşgülləri müsbət, onun əksinə olanlar isə mənfi götürülür. Verilmiş sxem üçün Kirxhofun II qanununu yazaq: (dolanma istiqaməti saat əqrəbi istiqamətində götürülmüşdür)

$$e_1 - e_2 - e_3 = i_1 r_1 + i_2 r_2 - i_4 r_4 \quad (6)$$

(6) ifadəsində e_1 dolanma istiqaməti ilə eyni olduğundan

müsbət, e_2 və e_3 isə onun əksinə olduğundan mənfi götürülmüşdür. Eynilə $i_1 r_1$ və $i_2 r_2$ gərginlik düşgülləri dolanma istiqaməti ilə eyni olduğundan müsbət, $i_4 r_4$ isə onun əksi olduğundan mənfi götürülmüşdür.

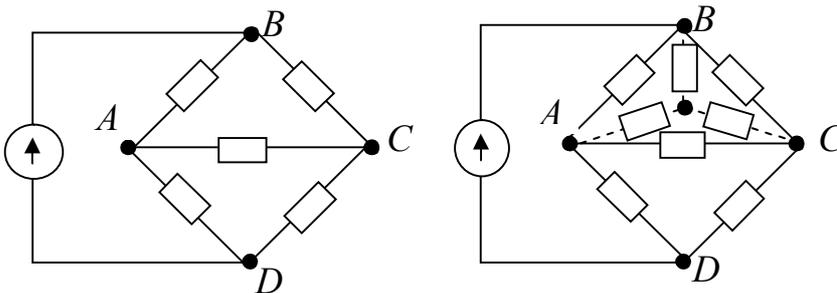
2. ELEKTRİK DÖVRƏLƏRİNİN ÇEVRİLMƏSİ

2.1. ÜÇBUCAQDAN EKVİVALENT ULDUZA KEÇİD

Bəzən dövrələr sadə olsa da, onlar müqavimətlərin ardıcıl, paralel və ya qarışıq toplanması hesabına bir konturlu dövrəyə gətirilə bilmir və bu səbəbdən onların hesablanması sadə dövrələrin həlli kimi aparılması mümkün olmur¹.

Belə dövrələrdə müqavimətlər bir-biri ilə nə ardıcıl, nə də paralel birləşmiş olurlar. Bu hal dövrələrdə ulduz və ya üçbucaq birləşmə olduğda alınır. Bu dövrələri sadələşdirib bir konturlu dövrəyə gətirmək üçün üçbucaqdan ekvivalent ulduza və ya əksinə keçmək üsulundan istifadə etmək olar. Məsələn, şəkil 30-da verilən dövrə sadə olsa da, müqavimətlərin ardıcıl və ya paralel birləşməsi görünmədiyindən o sadələşdirilə bilmir.

Bu dövrədə ABC və ya ACD üçbucağını ulduzla əvəz etdikdə dövrə sadələşərək, bir konturlu dövrəyə çevrilir. ABC üçbucağını ulduzla əvəz etsək, dövrə



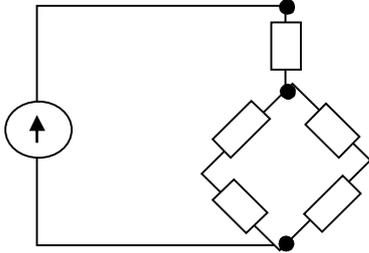
Şəkil 30

Şəkil 31

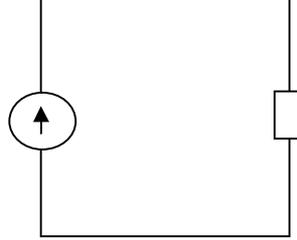
¹Ardıcıl və paralel birləşmə fizika kursunda baxıldığından biz onu öyrənilmiş hesab edəcəyik.

Şəkil 32-də göstərilədiyi kimi ardıcıl və paralel birləşmədən ibarət dövrəyə gətirilir. (ABC üçbucağının ulduzla əvəz edilməsi şəkil 31-də punktir xəttlərlə göstərilmişdir).

Şəkil 32-də göstərilən dövrəni isə asanlıqla şəkil 33-də göstərilən bir konturlu dövrə ilə əvəz etmək olar. (Müqavimətləri ardıcıl və paralel toplamaqla)



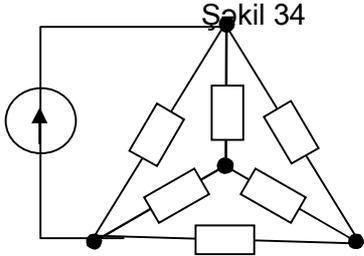
Şəkil 32



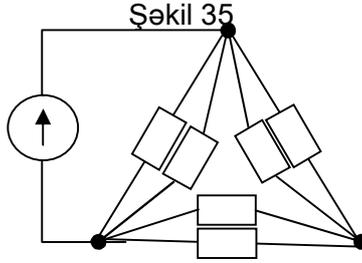
Şəkil 33

Şəkil 34-də verilmiş dövrəni isə ulduzdan üçbucaqa keçməklə sadələşdirib bir konturlu dövrə ilə əvəz etmək olar.

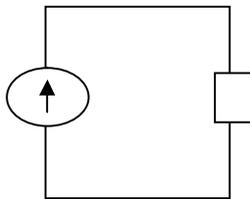
Bu keçid ardıcıl olaraq şəkil 34,35 və 36-da göstərilmişdir.



Şəkil 34



Şəkil 35



Şəkil 36

Yalnız qeyd etmək lazımdır ki, bu keçidlər ekvivalent olmalıdır.

Ekvivalent keçid elə keçiddir ki, bu halda hər iki sxemin eyni düyünləri arasındakı gərginliklər və həmin düyünlərə gələn cərəyanlar bir-birinə bərabərdir, başqa sözlə, hər iki sxemdə güclər bir-birinə bərabərdir.

Üçbucaqdan (şəkil 37) ekvivalent ulduza (şəkil 38) keçdikdə ulduzun müqavimətlərinin necə təyin olacağına baxaq.

Kirxhofun ikinci qanununa görə şəkil 37-dən yaza bilərik:

$$i_{12}r_{12} + i_{23}r_{23} + i_{31}r_{31} = 0 \quad (1)$$

Kirxhofun birinci qanununa görə isə «2» və «1» düyünləri üçün yazmaq olar ki:

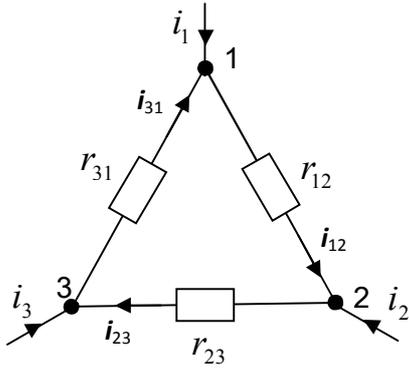
$$i_{23} = i_2 + i_{12} \quad (2)$$

$$i_{31} = i_{12} - i_1 \quad (3)$$

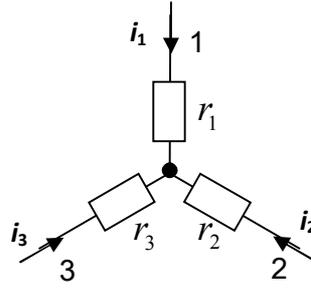
(2) və (3) ifadələrini (1)-də nəzərə alsaq alarıq:

$$i_{12}r_{12} + i_2r_{23} + i_{12}r_{23} + i_{12}r_{31} - i_1r_{31} = 0$$

$$i_{12} = \frac{i_1r_{31} - i_2r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} \quad (4)$$



Şəkil 37



Şəkil 38

(4) nəzərə alınmaqla (1) və (2) düyünləri arasındakı gərginlik Om qanununa görə aşağıdakı kimi təyin edilə bilər.

$$u_{12} = i_{12}r_{12} = \frac{i_1 r_{12} r_{31} - i_2 r_{12} r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} = \frac{r_{12} r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} i_1 - \frac{r_{12} r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} i_2 \quad (5)$$

Eynilə şəkil 38-ə əsasən yazmaq olar ki (1) və (2) düyünləri arasındakı gərginlik

$$u_{12} = i_1 r_1 - i_2 r_2 \quad (6)$$

Ekvivalentlik şərtinə əsasən hər iki sxemdə eyni adlı düyünlər arasındakı gərginliklər bir-birinə bərabər olmalıdır. Onda (5) və (6) ifadələrinin müqayisəsindən alırıq:

$$r_1 = \frac{r_{12} \cdot r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} \quad (7)$$

$$r_2 = \frac{r_{12} r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} \quad (8)$$

r_1 və r_2 -yə analogi olaraq (indeksləri dövrü dəyişməklə)

$$r_3 = \frac{r_{23} \cdot r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}} \quad (9)$$

alınır.

(7), (8) və (9) ifadələri üçbucaqdan ekvivalent ulduza keçid dusturlarıdır.

(4) ifadəsinə uyğun olaraq indekslərin yerini dövrü dəyişməklə i_{23} və i_{31} cərəyanlarını tapmaq olar.

$$i_{23} = \frac{i_2 r_{12} - i_3 r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}$$

$$i_{31} = \frac{i_3 r_{23} - i_1 r_{12}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}$$

(7), (8) və (9) ifadələrinə əsasən demək olar ki, üçbucaqdan ekvivalent ulduza keçdikdə müqavimətlər aşağıdakı kimi tapılır: üçbucaqın hər hansı iki tərəfinin arasındakı ulduzun müqavimətinin qiyməti həmin iki tərəfin müqavimətlərinin hasilinin üçbucaqın bütün tərəflərindəki müqavimətlərinin cəminə nisbətində bərabərdir (ulduzu üçbucaqın daxilində təsvir edərək).

ULDUZDAN ÜÇBUCAQA KEÇİD

Yuxarıda çəkdiyimiz sxemlərdən aydındır ki, bəzən dövrlərdə ulduzun üçbucaqla əvəz edilməsi dövrəni sadələşdirir. Ulduzdan üçbucağa keçid dusturunu almaq üçün (7), (8) və (9) ifadələrini birlikdə r_{12}, r_{23}, r_{31} -ə nəzərən həll edək. Bu halda alırıq:

$$r_{12} = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3} \quad (10)$$

$$r_{23} = r_2 + r_3 + \frac{r_2 r_3}{r_1} \quad (11)$$

$$r_{31} = r_3 + r_1 + \frac{r_3 r_1}{r_2} \quad (12)$$

Beləliklə ulduzdan ekvivalent üçbucağa keçdikdə üçbucağın qollarının müqavimətlərini (10), (11) və (12) dusturlarına əsasən təyin etmək olar.

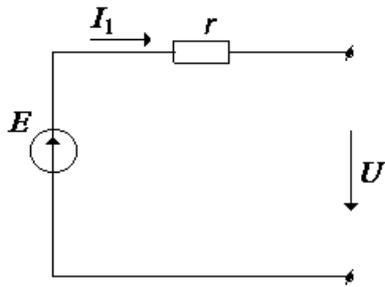
2.2. EKVALENT GƏRGİNLİK VƏ CƏRƏYAN MƏNBƏLƏRİ

Gərginlik və cərəyan mənbələri ekvivalent olaraq bir-biri ilə əvəz edilə bilər¹. Onların ekvivalent olması üçün hər ikisində xarici dövrəyə verilən cərəyan və onların sıxaclarındaki gərginliklər bir-birinə bərabər olmalıdır².

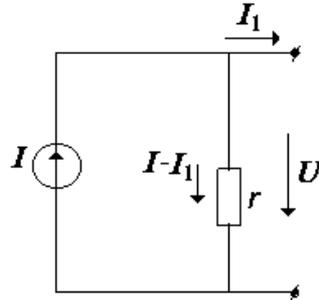
¹Sadəlik üçün mənbələr sabit qəbul edilir.

²Sabit cərəyanda $u = U = const$, $i = I = const$.

Fərz edək ki, şəkil 39-da verilən gərginlik mənbəyi ona ekvivalent olan cərəyan mənbəyi (şəkil 40) ilə əvəz edilir.



Şəkil 39



Şəkil 40

Bu mənbələr ekvivalentdirsə hər ikisində xarici dövrəyə verilən I_1 cərəyanı və onların sıxaclarındaki U gərginlikləri bir-birinə bərabərdir. Bunun üçün

$$E = I_1 r \quad (1) \quad \text{və ya} \quad I = \frac{E}{r} \quad (2)$$

şerti ödənməlidir. Burada E gərginlik mənbəyinin e.h.q., I isə cərəyan mənbəyinin cərəyanıdır.

Hər iki halda cərəyan və gərginlik mənbəyinin daxili müqaviməti eyni olub, r -dir.

(1) və ya (2) şərti ödəndikdə mənbələrin ekvivalent olduğunu sübut edək.

Şəkil 39-dan yazsaq:

$$U = E - I_1 r \quad (3)$$

(1)-i (3)-də nəzərə alsaq,

$$U = I r - I_1 r \quad (4)$$

Şəkil 40-a əsasən isə yazmaq olar ki,

$$U = (I - I_1) r = I r - I_1 r \quad (5)$$

Deməli (1) şərti ödənilsə, hər iki şəkildəki gərginliklər bərabər alınır. Bu isə, yeni (4) və (5)-in bərabərliyi göstərir ki, bu halda mənbələr ekvivalentdir. İfadələrdən görünür ki, xarici dövrəyə verilən cərəyan sıfır ($I_1 = 0$) olarsa, onda hər iki mənbənin sıxaclarındakı gərginlik

$$U = E$$

olar.

Mənbələrin ekvivalentliyi, eyni zamanda xarici dövrəyə verilən güclərin bərabərliyidir. Bu zaman mənbələrin daxilindəki güclər bir-birindən fərqlənə bilər, doğrudan da şəkil 39-dan görünür ki,

$$P = I_1^2 r$$

Şəkil 40-da isə

$$P = (I - I_1)^2 r$$

alınır.

Hər iki mənbə açıq olarsa, yəni $I_1 = 0$ olarsa, bu halda şəkil 39-dakı mənbənin daxilində güc $P = 0$, şəkil 40-dakı mənbənin daxilində isə güc

$$P = I^2 r$$

olur.

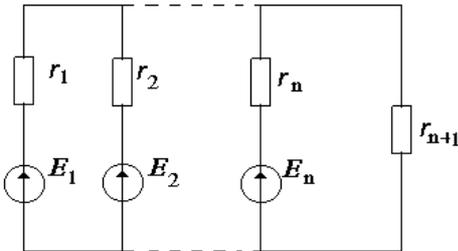
Yəni gərginlik mənbəyində dövrə açıq olduqda güc sərf olunmur, cərəyan mənbəyində isə bu halda $I^2 r$ qədər güc sərf olunur.

Mənbələrin bu cür qarşılıqlı ekvivalent əvəz edilməsi bəzən dövrlərin həllini sadələşdirir.

Əgər gərginlik mənbəyi idealdırsa, yəni onun daxili müqaviməti sıfırdırsa, bu halda birbaşa (1) ifadəsindən istifadə etmək olmaz. Bu zaman mənbə ilə ardıcıl qoşulmuş xarici dövrənin müqavimətini mənbənin daxili müqaviməti hesab etməklə ekvivalent əvəzləmə mümkündür.

2.3. İKİ DÜYÜNƏ MALİK DÖVRƏLƏRİN ÇEVRİLMƏSİ (SADƏLƏŞMƏSİ)

Fərz edək ki, aşağıdakı kimi (şəkil 41) iki düyünə malik dövrə verilmişdir.

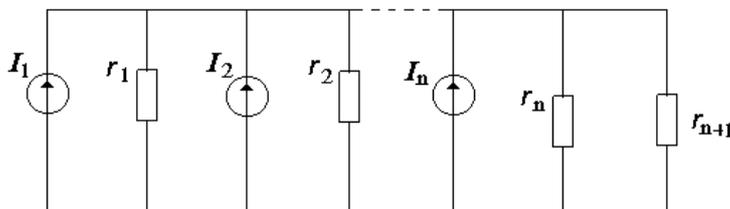


Şəkil 41

Gərginlik mənbəyindən ona ekvivalent olan cərəyan mənbəyinə keçmək bu dövrəni sadələşdirir. Bu zaman ekvivalent cərəyan mənbələrinin cərəyanları göstərdiyimiz kimi

$$I_1 = \frac{E_1}{r_1} \quad (1) \quad I_2 = \frac{E_2}{r_2} \quad (2) \quad \dots \quad I_n = \frac{E_n}{r_n} \quad (n) \text{ ifadələri ilə təyin edilir.}$$

Gərginlik mənbələrini (1), (2) və (n) ifadələri ilə tapılmış cərəyan mənbələri ilə əvəz etdikdə şəkil 42-də verilən sxemi alırıq.



Şəkil 42

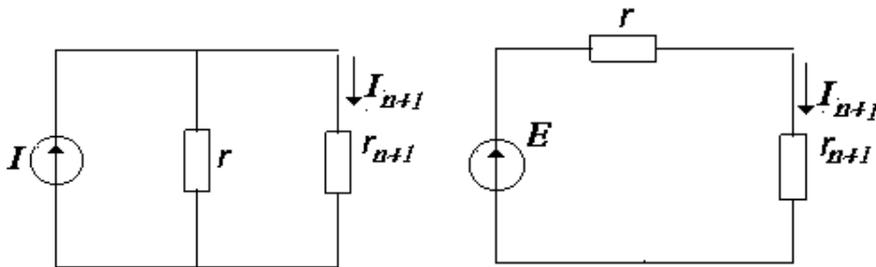
Şəkil 42-də olan cərəyan mənbələrini bir ekvivalent cərəyan mənbəyi ilə əvəz etsək şəkil 43-də verilən sxemi alarıq. Bu zaman ekvivalent cərəyan mənbəyinin cərəyanı aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + \dots + \frac{E_n}{r_n} = \sum_{k=1}^n E_k g_k$$

$$g_k = \sum_{k=1}^n \frac{1}{r_k}$$

Bu ifadələrdən istifadə etməklə, şəkil 43 (a)-da göstərilən dövrdə isə cərəyan mənbəyini gərginlik mənbəyi ilə əvəz etməklə dövrəni şəkil 43 (b)-də göstərildiyi kimi bir konturlu sadə dövrəyə gətirmək olar. Bu zaman gərginlik mənbəyinin e.h.q. isə

$$E = rI = \frac{\sum_{k=1}^n g_k E_k}{\sum_{k=1}^n g_k}$$



kimi təyin edilir.

Şəkil 43, a

Şəkil 43, b

Bu dövrlərdə işlədiciyə verilən cərəyan

$$I_{n+1} = I \frac{r}{r + r_{n+1}} = \frac{E}{r + r_{n+1}}$$

İki düyün arasındakı gərginlik isə

$$U = \frac{\sum_{k=1}^n g_k E_k}{\sum_{k=1}^n g_k}$$

kimi təyin edilir.

Göründüyü kimi mənbələri ekvivalent qarşılıqlı əvəz etməklə dövrə sadələşdirilir.

3. MÜRƏKKƏB DÖVRƏLƏRİN HESABLANMA METODLARI

3.1. KİRXHOF QANUNLARI METODU

Biz indiyə kimi sadə dövrlərə baxırdıq. Yə'ni elə dövrlərə baxırdıq ki, onlar Om qanunu vasitəsilə bir başa həll edilə bilər və ya müxtəlif çevrilmələrdən sonra (müqavimətlərin ardıcıl və paralel toplanması, üçbucaqdan ulduza və əksinə keçid) həll edilməsi mümkündür. Mürəkkəb dövrlər isə Om qanunu vasitəsilə həll edilə bilmir.

Mürəkkəb dövrlər elə dövrlərdir ki, onlarda iki və ikidən artıq mənbə iştirak edir və onlar bir konturlu dövrəyə gətirilə bilmir.

Mürəkkəb dövrlərin həlli üçün bir neçə metod vardır. Bu metodlar aşağıdakılardır:

- 1) Kirxhof qanunları metodu
- 2) Kontur cərəyanları metodu
- 3) Düyün potensialları metodu
- 4) Qondarma metodu
- 5) Ekvivalent generator (mənbə) metodu.

Kirxhof qanunları metodu sadədir, amma bu metoda görə dövrənin həlli zamanı tənliklərin sayı çox alındığından praktiki cəhətdən əlverişli deyil. Fərz edək ki, hər hansı mürəkkəb elektrik dövrəsində düyünlərin sayı q -dür. Kirxhof qanunları metoduna əsasən dövrə həll edilərkən Kirxhofun birinci qanununa əsasən dövrədəki düyünlərin sayından bir əskik tənlik tərtib edilir. Yə'ni birinci qanuna əsasən $q-1$ qədər tənlik tərtib edilməlidir. Dövrədəki budaqların sayı isə p olarsa, bu halda Kirxhofun ikinci qanununa görə tərtib ediləcək tənliklərin sayı

$$p - (q - 1) = p - q + 1$$

qədər olmalıdır.

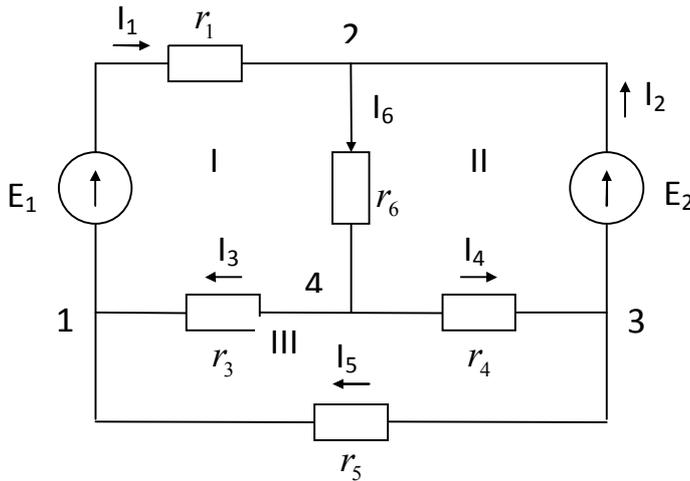
Deməli, dövrəni həll etmək üçün cəmi birinci və ikinci qanuna görə birlikdə tərtib edilmiş tənliklərin cəmi qədər tənlik yazılır, yə'ni

$$q - 1 + p - q + 1 = p$$

qədər tənlik tərtib edilməlidir. Başqa sözlə, Kirxhof qanunları metoduna görə dövrə həll edilərkən tərtib ediləcək tənliklərin sayı budaqların sayı qədər olmalıdır.

Şəkil 44-də verilmiş dövrə üçün birinci və ikinci qanuna əsasən yazılacaq tənliklərin sayını təyin edək.

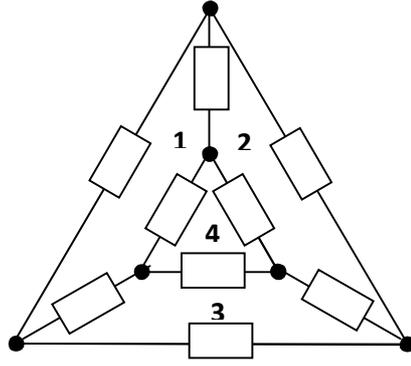
Dövrədə $q=4$ olduğundan birinci qanuna görə $q - 1 = 4 - 1 = 3$ tənlik yazılacaqdır. Budaqların sayı $p = 6$ olduğuna görə isə ikinci qanuna görə $p - (q - 1) = 6 - (4 - 1) = 3$ tənlik yazılmalıdır. Cəmi isə $3 + 3 = 6$ tənlik yazılmalıdır. İkinci qanuna görə tərtib edilmiş tənliklərin sayı sərbəst konturların sayına bərabərdir.



Şəkil 44.

Sərbəst kontur elə konturdur ki, ona özündən əvvəlki konturlara daxil olmayan heç olmazsa bir dənə yeni element daxil olmuş olsun. Bə'zən sərbəst kontura yeni element daxil olmaya da bilər.

Bu hal şəkil 45-də verilmiş dövrədə dördüncü kontura aiddir.

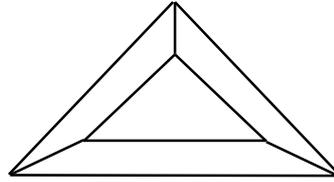


Şəkil 45.

Sərbəst konturlar dövrənin qrafı ilə asanlıqla təyin edilir. Qraf dövrənin düyünləri saxlanılmaqla, budaqları müxtəlif uzunluqlu xətt parçası ilə əvəz edildikdə alınan topoloji struktur sxemdir. Başqa sözlə, qraf elementlərin birləşmə sxeminin strukturunu göstərir. Şəkil 45-də verilən dövrənin qrafı şəkil 46-kı kimi çəkilə bilər. (Qraf istiqamətlənmiş topoloji qraf və istiqamətlənmiş signal qrafı olmaqla iki cür olur. İstiqamətlənmiş topoloji qrafı sadəcə olaraq qraf adlandıracağıq. Əgər topoloji qraf dövrənin strukturunu, elementlərin birləşmə sxemini müəyyən edərsə, istiqamətlənmiş signal qrafı isə dövrə üçün tərtib edilmiş tənliklərin qrafiki təsviridir).

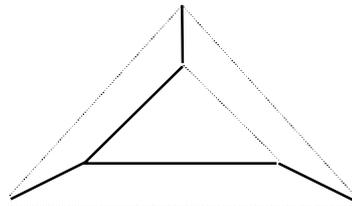
Şəkil 46

Düyünləri birləşdirən xətt qrafın budağı və ya qolu adlanır. Qrafın düyünləri isə eyni zamanda



onun zirvəsi də adlanır. Budaqlardan ibarət qapalı xətt isə qrafın konturu adlanır. Düyünlərin hamısının iştirak etdiyi və bir dənə də qapalı kontura malik olmayan qraf hissəsi qrafın ağacı və ya ağac adlanır.

Şəkil 47-də verilmiş qrafın bir ağacı göstərilmişdir.



Şəkil 47

Ağacı qrafa tamamlayan çatışmayan budaqlar əsas budaqlar və ya vətərlər adlanır. Vətərləri ağaca əlavə etdikdə alınan konturlar sərbəst konturlar olur. Beləliklə, vətərləri ağaca əlavə etməklə tam qraf qurulur. Bu zaman hər bir vətər əlavə edildikdə bir kontur alınır. Bu alınmış konturların sayı sərbəst konturların sayına bərabərdir.

Misal: şəkil 44-də verilmiş sxem üçün Kirxhof qanunları əsasında dövrənin həlli üçün kafi olan tənlikləri tərtib etməli:

Kirxhofun I qanununa görə

$$I_3 + I_5 - I_1 = 0$$

$$\text{II d\u00fcy\u00fcn \u00fc\u00fcn} \quad I_1 - I_6 + I_2 = 0$$

$$\text{III d\u00fcy\u00fcn \u00fc\u00fcn} \quad I_4 - I_5 - I_2 = 0$$

Kirxhofun II qanuna g\u00f6r\u00e9 is\u00e9 uy\u011fun konturlar \u00fc\u00fcn

$$\text{I kontur \u00fc\u00fcn} \quad I_1 r_1 + I_6 r_6 + I_3 r_3 = E_1$$

$$\text{II kontur \u00fc\u00fcn} \quad I_6 r_6 + I_4 r_4 = E_2$$

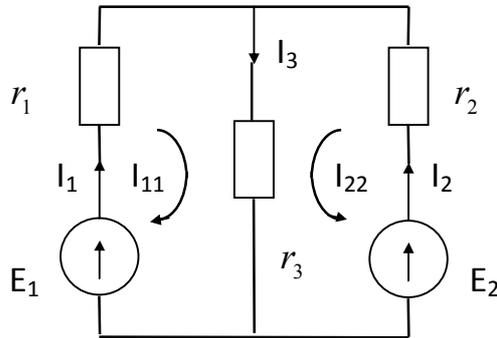
$$\text{III kontur \u00fc\u00fcn} \quad I_5 r_5 - I_3 r_3 + I_4 r_4 = 0 \quad \text{alarıq.}$$

Bu 6 t\u00e9nlik sistemi birlikd\u00e9 h\u00e9ll edil\u00e9r\u00e9k d\u00f6vr\u00e9nin c\u00e9r\u00e9yanları t\u00e9'yin edil\u00e9 bil\u00e9r.

3.2. KONTUR C\u00c9R\u00c9YANLARI METODU.

Bu metod m\u00fcrekk\u00e9b d\u00f6vr\u00e9lərin hesablanması \u00fc\u00fcn \u00e9n \u00e7ox i\u015ledil\u00e9n metodlardan biridir. Bu metoda g\u00f6r\u00e9 t\u00e9rtib edil\u00e9n t\u00e9nliklərin sayı s\u00e9rb\u00e9st konturların sayına b\u00e9rab\u00e9rdir. G\u00f6r\u00fcnd\u00fcy\u00fc kimi bu metoda d\u00f6vr\u00e9ni h\u00e9ll etdikd\u00e9 t\u00e9rtib edil\u00e9c\u00e9k t\u00e9nliklərin sayı azalır. Bu da onun Kirxhof qanunları metoduna n\u00e9z\u00e9r\u00e9n \u00fcst\u00fcnl\u00fcy\u00fcn\u00fc g\u00f6st\u00e9rir. Bu metoda d\u00f6vr\u00e9ni h\u00e9ll etdikd\u00e9 Kirxhofun II qanunu \u00e9sasında yazılacaq t\u00e9nliklər ixtiyari istiqam\u00e9tli g\u00f6t\u00fcr\u00fclm\u00fc\u015f \u015ferti kontur c\u00e9r\u00e9yanları vasit\u00e9sil\u00e9 aparılır. Kontur c\u00e9r\u00e9yanları el\u00e9 c\u00e9r\u00e9yandır ki, o g\u00f6t\u00fcr\u00fclm\u00fc\u015f konturun b\u00fct\u00fcn elementlərindən ke\u00e7ir. \u015fekil 48-d\u00e9 verilmi\u015f d\u00f6vr\u00e9d\u00e9 kontur c\u00e9r\u00e9yanları il\u00e9 t\u00e9nliklərin t\u00e9rtib edilm\u00e9sin\u00e9 baxaq.

\u015fekil 48



Kirxhofun II qanununu g\u00f6t\u00fcr\u00fclm\u00fc\u015f I_{11} v\u00e9 I_{22} kontur c\u00e9r\u00e9yanları il\u00e9 yazaq:

$$I_{11}(r_1 + r_3) + I_{22}r_3 = E_1 \quad (1)$$

$$I_{11}r_3 + I_{22}(r_2 + r_3) = E_2 \quad (2)$$

1-ci konturun r_3 -m\u00f9qavim\u00e9tindən I_{22} -c\u00e9r\u00e9yanı da axdığından o da 1-ci konturda $I_{22}r_3$ g\u00e9rginlik d\u00fc\u015fk\u00fcs\u00fc yaradır. Eyni il\u00e9 d\u00e9 2-ci konturda I_{11} -kontur c\u00e9r\u00e9yanı $I_{11}r_3$ g\u00e9rginlik d\u00fc\u015fg\u00fcs\u00fc yaradır.

(1) v\u00e9 (2)-d\u00e9 $r_1 + r_3 = r_{11}$ il\u00e9 i\u015fare edilir v\u00e9 1-ci konturun m\u00e9xsusi m\u00f9qavim\u00e9ti adlanır ki, o da h\u00e9min konturdakı b\u00fct\u00fcn m\u00f9qavim\u00e9tl\u00e9rin c\u00e9min\u00e9 b\u00e9rab\u00e9rdir. Eyni il\u00e9 $r_2 + r_3 = r_{22}$ il\u00e9 i\u015fare edilir v\u00e9 2-ci konturun m\u00f9qavim\u00e9tl\u00e9rinin c\u00e9midir. $r_3 = r_{12} = r_{21}$ kimi i\u015fare edilir, \u00f6z\u00fc d\u00e9 1-ci konturla 2-ci kontur v\u00e9 ya 2-ci konturla 1-ci kontur arasındakı orta\u011f m\u00f9qavim\u00e9tdir. $E_1 = E_{11}$ v\u00e9 $E_2 = E_{22}$ kimi i\u015fare edib onları uy\u011fun olaraq 1-ci v\u00e9 2-ci konturun elektrik h\u00e9r\u00e9k\u00e9t q\u00fcvv\u00e9lərinin c\u00e9bri c\u00e9mi adlandıraraq. Bunları (1) v\u00e9 (2)-d\u00e9 n\u00e9z\u00e9r\u00e9 alsaq

$$I_{11}r_{11} + I_{22}r_{12} = E_{11} \quad (3)$$

$$I_{11}r_{21} + I_{22}r_{22} = E_{22} \quad (4)$$

ifadələri kimi konturlar üçün ümumi tənlikləri alırıq.

Tənliklər yazılarkən ortaq müqavimətlərdəki gərginlik düşgünlərinin işarəsi onlardan axan kontur cərəyanlarının istiqaməti ilə müəyyən edilir. Əgər ortaq müqavimətlərdə onlardan keçən kontur cərəyanlarının istiqamətləri eynidirsə və bu istiqamət dolanma istiqaməti ilə üst-üstə düşürsə, onlarda yaranan gərginlik düşgüsü müsbət, əks halda mənfi olur. Dolanma istiqaməti bir qayda olaraq kontur cərəyanı istiqamətində götürülür. Əgər dövrə üç konturlu olarsa, aydındır ki, tənliklərin sayı üç dənə olacaqdır. Dövrə n-konturlu olduqda isə n-dənə tənlik tərtib ediləcəkdir.

(3) və (4) tənliklərinin birlikdə həlli ilə I_{11} və I_{22} kontur cərəyanları tapıla bilər ki, onların vasitəsilə qollardan axan cərəyanlar təyin edilir. Belə ki,

$$I_1 = I_{11}; \quad I_2 = I_{22}; \quad I_3 = I_{11} + I_{22}$$

Göründüyü kimi, hansı qoldan bir kontur cərəyanı axırsa, həmin qolun cərəyanı o kontur cərəyanının özünə bərabərdir. Qolun cərəyanı ilə kontur cərəyanının istiqaməti eyni olduqda kontur cərəyanı müsbət işarə ilə, əks olduqda isə mənfi işarə ilə götürülür. İki və daha çox kontur cərəyanı axan qolun cərəyanı isə həmin kontur cərəyanlarının cəbri cəmi kimi tapılır. Bu halda da qolun cərəyanı ilə eyni olan kontur cərəyanı müsbət, əksinə olan isə mənfi götürülür. (3) və (4)-ə analogi olaraq üç konturlu dövrə üçün tənlikləri aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$I_{11}r_{11} + I_{22}r_{12} + I_{33}r_{13} = E_{11}$$

$$I_{11}r_{21} + I_{22}r_{22} + I_{33}r_{23} = E_{22}$$

$$I_{11}r_{31} + I_{22}r_{32} + I_{33}r_{33} = E_{33}$$

burada r_{33} və E_{33} uyğun olaraq 3-cü konturun müqavimətlərinin cəmi və e.h.q-nin cəbri cəmidir.

$r_{13} = r_{31}$, $r_{23} = r_{32}$ uyğun olaraq 1-ci konturla 3-cü kontur və 2-ci konturla 3-cü kontur arasındakı ortaq müqavimətdir. Bu tənliklərin birlikdə həlli I_{11} , I_{22} , I_{33} kontur cərəyanlarını verir. Determinant üsulu ilə yuxarıdakı tənliklərin həllindən cərəyanları tapsaq

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta_r}; \quad I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta_r}; \quad I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta_r}$$

alırıq.

Burada Δ_r -tənliklər sisteminin baş determinantı olub cərəyanların əmsallarından düzəlir.

$$\Delta_r = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix}$$

Burada Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 uyğun olaraq 1-ci, 2-ci və 3-cü sütun tənliklər sisteminin sağ tərəfi ilə əvəz edildikdə alınan determinantlardır.

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_{11} & r_{12} & r_{13} \\ E_{22} & r_{22} & r_{23} \\ E_{33} & r_{32} & r_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} r_{11} & E_{11} & r_{13} \\ r_{21} & E_{22} & r_{23} \\ r_{31} & E_{33} & r_{33} \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & E_{11} \\ r_{21} & r_{22} & E_{22} \\ r_{31} & r_{32} & E_{33} \end{vmatrix}$$

Əgər konturların sayı n dənə olarsa, tənliklər sistemi aşağıdakı kimi yazılır.

$$I_{11}r_{11} + I_{22}r_{12} + \dots + I_{nn}r_{1n} = E_{11}$$

$$I_{11}r_{21} + I_{22}r_{22} + \dots + I_{nn}r_{2n} = E_{22}$$

.....

$$I_{11}r_{n1} + I_{22}r_{n2} + \dots + I_{nn}r_{nn} = E_{nn}$$

bu halda da kontur cərəyanları yuxarıdakı qayda ilə tapılır. Determinantları onların cəbri tamamlayıcıları ilə ifadə etməklə cərəyanları aşağıdakı kimi də tapmaq olar.

$$I_{11} = E_{11} \frac{\Delta_{11}}{\Delta_r} + E_{22} \frac{\Delta_{21}}{\Delta_r} + \dots + E_{nn} \frac{\Delta_{n1}}{\Delta_r}$$

$$I_{22} = E_{11} \frac{\Delta_{12}}{\Delta_r} + E_{22} \frac{\Delta_{22}}{\Delta_r} + \dots + E_{nn} \frac{\Delta_{n2}}{\Delta_r}$$

.....

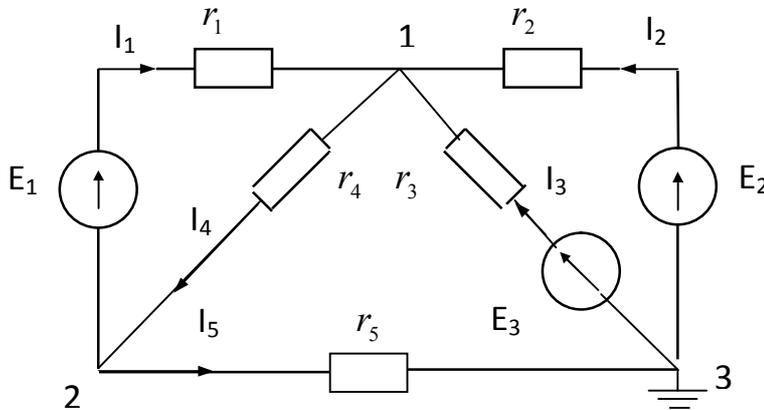
$$I_{nn} = E_{11} \frac{\Delta_{1n}}{\Delta_r} + E_{22} \frac{\Delta_{2n}}{\Delta_r} + \dots + E_{nn} \frac{\Delta_{nn}}{\Delta_r}$$

Burada Δ_{ik} baş determinantda i sətiri və k sütunu silindikdə alınan aşağı tərtibli determinantın (minorun) $(-1)^{i+k}$ -ya hasilindən alınan cəbri tamamlayıcıdır. Qısa olaraq yuxarıdakı tənliklər sistemi aşağıdakı kimi də yazıla bilər.

$$I_{kk} = \frac{1}{\Delta_r} \sum_{i=1}^n E_{ii} \Delta_{ik}$$

3.3. DÜYÜN POTENSİALLARI METODU

Bu metod da mürəkkəb dövrlərin hesablanması üçün ən çox işlədilen metodlardan biridir. Əgər dövrdəki düyünlərin sayı sərbəst konturların sayından az olarsa, bu halda düyün potensialları metodu kontur cərəyanları metoduna nəzərən daha əlverişlidir. Şəkil 49-da verilmiş dövrənin düyün potensialları metodu ilə həllinə baxaq.



Şəkil 49

Bu metodla məsələni həll etdikdə dövrənin düyünlərindən hər hansı biri (şəkilə 3 düyünü) yerlə birləşdirilib və onun potensialı «0» qəbul edilir. Ona görə $\varphi_3=0$. Beləliklə, potensiallardan birinin qiyməti məlum olduğundan düyünlərin sayından bir əskik tənlik tərtib edilir.

Sxemə əsasən Kirxhofun birinci qanununa görə yazıla bilər ki,

$$I_1 + I_2 + I_3 - I_4 = 0 \quad (1)$$

$$I_4 - I_5 - I_1 = 0 \quad (2)$$

Tənlikdə iştirak edən cərəyanları Ohm qanunu ilə ifadə edək:

$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_1}{r_1} = (\varphi_2 - \varphi_1 + E_1)g_1 \quad (3) \quad g_1 = \frac{1}{r_1}$$

$$I_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_2}{r_2} = (E_2 - \varphi_1)g_2 \quad (4) \quad g_2 = \frac{1}{r_2}$$

$$I_3 = \frac{\varphi_3 - \varphi_1 + E_3}{r_3} = (E_3 - \varphi_1)g_3 \quad (5) \quad g_3 = \frac{1}{r_3}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_4} = (\varphi_1 - \varphi_2)g_4 \quad (6) \quad g_4 = \frac{1}{r_4}$$

Burada g_1, g_2, g_3 , və g_4 uyğun keçiriciliklərdir. (3), (4), (5) və (6)-ni (1)-də nəzərə alsaq

$$(\varphi_2 - \varphi_1 + E_1)g_1 + (E_2 - \varphi_1)g_2 + (E_3 - \varphi_1)g_3 - (\varphi_1 - \varphi_2)g_4 = 0$$

Buradan

$$\varphi_1(g_1 + g_2 + g_3 + g_4) - \varphi_2(g_1 + g_4) = E_1g_1 + E_2g_2 + E_3g_3 \quad (7)$$

eyni ilə digər cərəyanların qiymətini də tapıb (2)-də nəzərə alsaq,

$$-\varphi_1(g_1 + g_4) + \varphi_2(g_1 + g_4 + g_5) = -E_1g_1 \quad (8)$$

alarıq.

(7) və (8)-də aşağıdakı kimi əvəzləmə edək:

$$g_1 + g_2 + g_3 + g_4 = g_{11}$$

$$g_1 + g_4 = g_{12} = g_{21}$$

$$g_1 + g_4 + g_5 = g_{22}$$

$$E_1g_1 + E_2g_2 + E_3g_3 = \sum_1 Eg$$

$$-E_1g_1 = \sum_2 Eg$$

Bunları (7) və (8)-də nəzərə alsaq

$$\varphi_1g_{11} - \varphi_2g_{12} = \sum_1 Eg \quad (9)$$

$$-\varphi_1g_{21} + \varphi_2g_{22} = \sum_2 Eg \quad (10) \quad \text{alarıq.}$$

Burada g_{11} və g_{22} uyğun olaraq (1) və (2) düyünlərinə qoşulmuş qolların keçiriciliklərinin cəmi, g_{12} və g_{21} isə (1) və (2) düyünü arasındakı qolun keçiriciliyidir.

Uyğun olaraq $\sum_1 Eg$ və $\sum_2 Eg$ isə (1) və (2) düyünlərinə qoşulmuş qolların e.h.q-lərinin

keçiriciliklərinə hasillərinin cəbri cəmidir. Əgər e.h.q-si düyünə gəlsə, bu halda həmin hasil «+», çıxdıqda isə «-» götürülür. Əgər dövredə cərəyan mənbələri də iştirak edərsə, onda (9) və (10)-nun sağ tərəfinə uyğun olaraq $\sum_1 J$ və $\sum_2 J$ əlavə edilir. $\sum_1 J$ və $\sum_2 J$ uyğun olaraq 1 və 2

düyünlərinə qoşulmuş qollardakı cərəyan mənbələridir. Bu halda da əgər cərəyan mənbəyi düyünə yönəlibsə o, «+», düyündən çıxdıqda isə «-» götürülür. (9) və (10) iki məchul potensiallı dövrə üçün ümumi şəkildə tənliklərdir. (9) və (10) tənliyinin birlikdə həllindən φ_1 və φ_2 potensialları tapılır ki, bunları da bilərək (3), (4), (5) və (6)-ya əsasən cərəyanları təyin edirik. Əgər dövredə (3) məchul potensial olarsa, o halda tənliklər aşağıdakı kimi yazılır:

$$\varphi_1g_{11} - \varphi_2g_{12} - \varphi_3g_{13} = \sum_1 Eg + \sum_1 J$$

$$-\varphi_1 g_{21} + \varphi_2 g_{22} - \varphi_3 g_{23} = \sum_2 E g + \sum_2 J$$

$$-\varphi_1 g_{31} - \varphi_2 g_{32} + \varphi_3 g_{33} = \sum_3 E g + \sum_3 J$$

Bu tənliklər dövredəki cərəyanların istiqamətindən asılı olmayaraq göstərilən kimi alınır. Yəni birinci tənlikdə birinci hədd müsbət, qalanları mənfi, ikinci tənlikdə ikinci hədd müsbət, qalanları mənfi və.s. alınır

Tənlikləri birlikdə həll etməklə məchul φ_1 , φ_2 və φ_3 tapılır. Onların birlikdə determinant üsulu ilə həllindən alarıq:

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta_g}; \quad \varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta_g}; \quad \varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta_g}$$

$$\Delta_g = \begin{vmatrix} g_{11} & -g_{12} & -g_{13} \\ -g_{21} & g_{22} & -g_{23} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{33} \end{vmatrix}$$

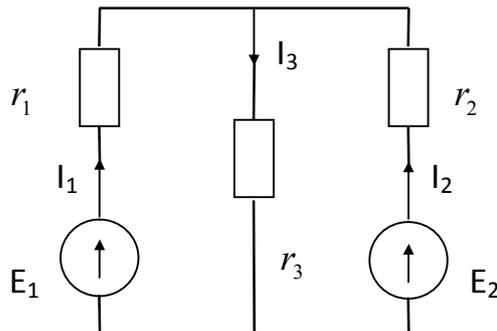
Burada Δ_1 , Δ_2 , Δ_3 isə bu determinatda uyğun olaraq 1-ci, 2-ci və 3-cü sütun tənliklər sisteminin sağ tərəfi ilə əvəz edildikdə alınan determinantlardır. Əgər dövredə n sayda məchül potensial olarsa, tənliklərin də sayı n olar.

3.4. QONDARMA METODU.

Xətti dövrelərdə hər hansı konturun (budaqın) cərəyanı konturlardakı e.h.q-lərindən asılı xətti funksiyalardır. Ona görə hər hansı K-konturunun (budağının) cərəyanı məlum olduğu kimi, riyazi olaraq aşağıdakı kimi təyin edilə bilər.

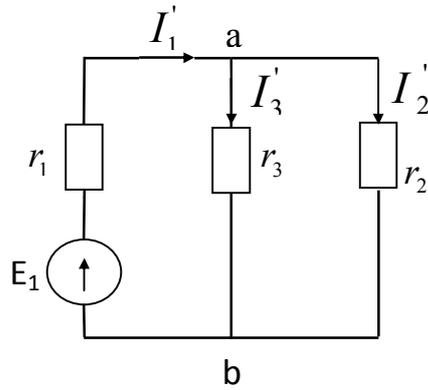
$$I_{kk} = \frac{1}{\Delta} \sum_{i=1}^n E_{ii} \Delta_{ik} \quad (1)$$

(1) ifadəsinə əsasən deyə bilərik ki, hər hansı konturun cərəyanı dövredəki bütün e.h.q-rinin həmin konturda (budaqda) ayrı-ayrılıqda yaratdıqları cərəyanların cəbri cəminə bərabərdir. Mənbələrin ayrı-ayrılıqda təsiri ilə cərəyanların tapılmasına əsaslanan metod qondarma metodu adlanır. Göründüyü kimi bu metodla cərəyanlar tapıldıqda dövredə neçə mənbə varsa hər birinin təsirinə ayrılıqda baxılır. Yəni ardıcıl olaraq əvvəlcə 1-ci saxlanılıb digərləri «0» qəbul edilməklə cərəyanlar təyin edilir. Sonra 2-ci mənbə saxlanılıb digərləri «0» qəbul edilməklə cərəyanlar təyin edilir. Beləliklə bütün mənbələrin təsirindən alınan cərəyanları uyğun qollarda cəbri cəmləyərək əsil cərəyanlar təyin edilir. Bu zaman qiymətləri «0» götürülən e.h.q-nin və cərəyan mənbələrinin daxili müqavimətləri saxlanılır. Şəkil 50-də verilmiş dövreni qondarma metodu ilə həll edək:



Şəkil 50.

Əvvəlcə ikinci mənbəni qısa qapayaraq onu sıfır qəbul edək. Yə'ni $E_2=0$ götürək. (şəkil 51).



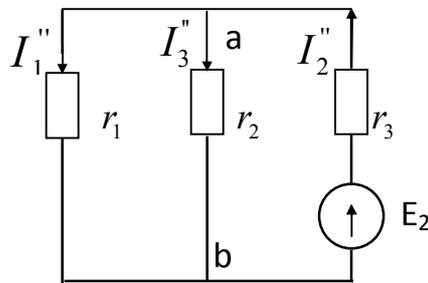
Şəkil 51

Bu halda E_1 -in tə'sirilə yaranan cərəyanlar aşağıdakı ifadələrlə tə'yin edilər.

$$I_1' = \frac{E_1}{r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}} \quad I_2' = \frac{U_{ab}}{r_2} = I_1' \frac{r_3}{r_2 + r_3}$$

$$U_{ab} = I_1' \cdot \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3} \quad I_3' = \frac{U_{ab}}{r_3} = I_1' \frac{r_2}{r_2 + r_3}$$

İndi isə E_1 mənbəyini qısa qapayaraq onun qiymətini 0 götürək. Yə'ni $E_1=0$ (şəkil 52). Bu halda E_2 -nin tə'sirilə yaranan cərəyanlar isə aşağıda göstərilən kimi tə'yin edilər.



Şəkil 52

$$I_2'' = \frac{E_2}{r_2 + \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}} \quad U_{ab} = I_2'' \cdot \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_3}$$

$$I_1'' = \frac{U_{ab}}{r_1} = I_2'' \frac{r_3}{r_1 + r_3} \quad I_3'' = \frac{U_{ab}}{r_3} = I_2'' \frac{r_1}{r_1 + r_3}$$

Mənbələrin ayrı-ayrılıqda yaratdığı cərəyanları bilərək hər iki mənbə təsir etdiyi zaman qollardan axan cərəyanları aşağıdakı kimi taparıq.

$$I_1 = I_1' - I_1''$$

$$I_2 = I_2'' - I_2'$$

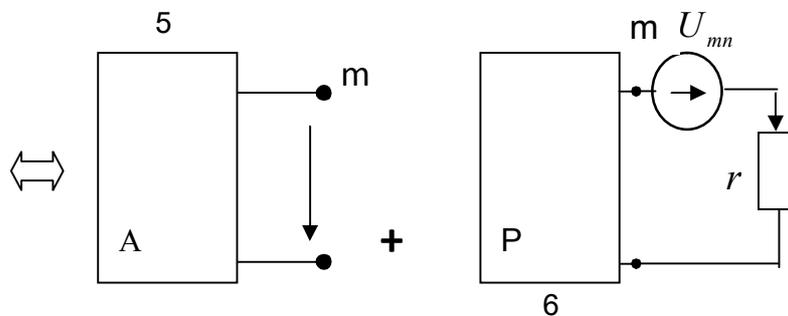
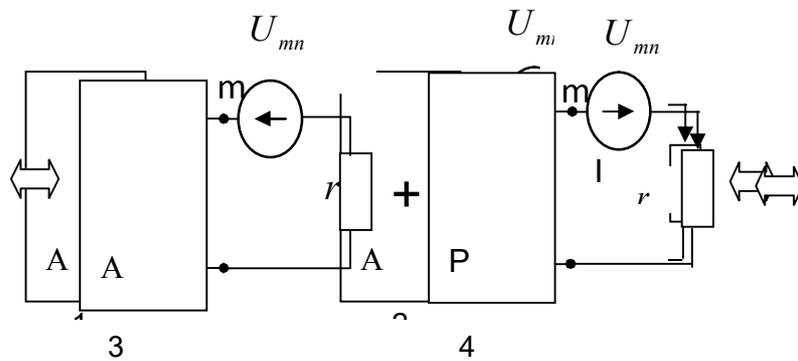
$$I_3 = I_3' + I_3''$$

Göründüyü kimi, bu ifadələrlə dövrənin cərəyanlarını tapdıqda hansı mənbəyin yaratdığı cərəyan dövrənin cərəyanı ilə (yəni şəkil 50-də verilən cərəyanların istiqamətilə) üst-üstə düşsə, «+», əksinə olan isə «-» götürülür.

3.5. EKVALENT MƏNBƏ (GENERATOR) METODU

Bu metod ekvivalent mənbə teoreminə əsaslanır. Bu teoremə əsasən aktiv dövrənin hər hansı mn qoluna nəzərən qalan hissəsini bir ekvivalent mənbə ilə əvəz etsək (belə ki, həmin mənbəyin e.h.q-si, mn qolu açıq olduqda həmin sıxaclar arasındakı gərginliyə, daxili müqaviməti isə mn sıxaclarına nəzərən qalan passiv dövrənin ekvivalent müqavimətinə bərabər olsun) mn qolundakı cərəyan dəyişməz. Bu prinsipə əsasən də cərəyan tapılacaq. Dediklərimizi aşağıdakı sxemlər üzərində sübut edək. Fərz edək ki, hər hansı aktiv ikiqütblü verilir (şəkil 53). (İki sıxacı nəzərən baxıla bilən dövrə ikiqütblüdür. Əgər dövrənin daxilində mənbələr varsa o, aktiv, yoxdursa, passiv hesab edilir).

Bu verilmiş ikiqütblünü aşağıdakı kimi ekvivalent sxemlərin cəmi ilə əvəz edək. Əvvəlcə mn qoluna qiymətçə bərabər, istiqamətçə əks olan iki E_{mn} mənbəyi daxil edək. Qeyd edək ki, bu mənbənin e.h.q-si mn qolu açıq olduqda mn sıxacları arasındakı gərginliyə bərabərdir. ($E_{mn}=U_{mn}$)

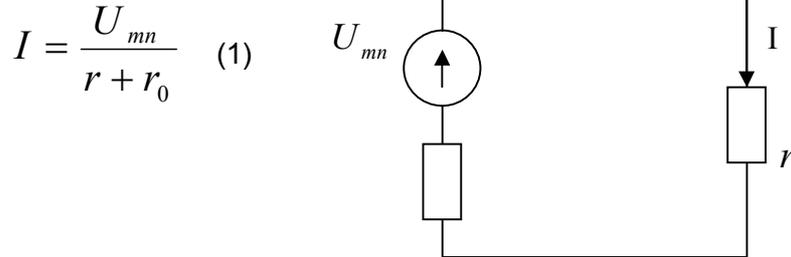


Qondarma metodunu əsas tutaraq 2-ci sxemi Şəkil 53

3-cü və 4-cü sxemlərin

cəmi ilə əvəz edək. 3-cü sxemdəki E_{mn} mənbəyi tamamilə mn sıxaclarındakı gərginlik U_{mn} -i kompensasiya etdiyindən mn qolundakı cərəyan sifira bərabər olar. Yəni o qoldan cərəyan

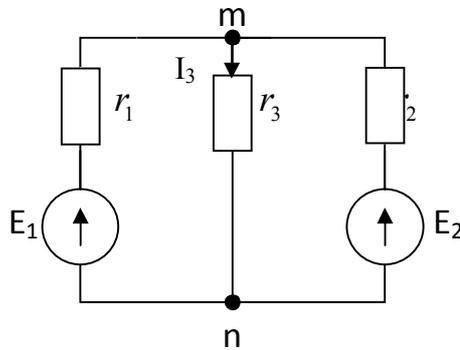
axmaz. Ona görə o qolu qırmaq hesab etmək olar. Bu səbəbdən də 5-ci sxemdə mn qolu açıq çəkilmişdir. Beləliklə verilən aktiv ikiqütblü 5 və 6-cı sxemlərin cəmi kimi təsəvvür edilə bilər. 5-ci sxemdə cərəyan «0» olduğundan 1-ci sxemdə verilən dövrənin mn qolundan axan cərəyan eynilə 6-cı sxemdəki dövrənin mn qolundan axan cərəyana bərabər olacaqdır. Bu sxemdə isə passiv dövrənin müqavimətini r_0 ilə işarə etsək, onda həmin sxemdən mn qolunun cərəyanı üçün alarıq:



Şəkil 54

Yə'ni 6-cı sxem şəkil 54-də göstərilən kimi təsəvvür edilir. Beləliklə ekvivalent mənbə metodu ilə hər hansı qolun cərəyanı (1) ifadəsi ilə tə'yin edilir. Burada U_{mn} ekvivalent mənbənin e.h.q-si r_0 onun daxili müqaviməti, r isə cərəyanı axtarılan qolun müqavimətidir. Ekvivalent mənbənin daxili müqaviməti mn sıxaclarına nəzərən passiv dövrənin (mn açıq olduqda) ekvivalent müqaviməti kimi tə'yin edilir.

Misal: şəkil 55-də verilən dövrənin r_3 qolundan axan cərəyanını ekvivalent mənbə metodu ilə



tə'yin etməli.

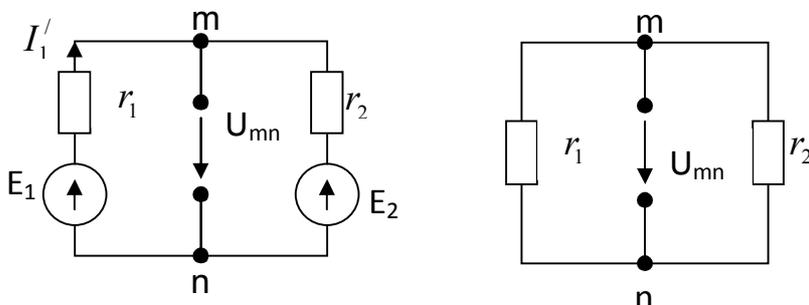
Şəkil 55.

(1) ifadəsinə əsasən r_3 qolundan axan cərəyan

$$I_3 = \frac{U_{mn}}{r_3 + r_{ekv.}}$$

Burada r_3 cərəyanı axtarılan qolun müqaviməti, r_{ekv} isə mn sıxaclarına nəzərən (mn qolu açıq olduqda) passiv dövrənin ($E_1=0$ və $E_2=0$ olan halda) ekvivalent müqavimətidir (şəkil 57). U_{mn} isə mn qolu açıq olduqda həmin sıxaclar arasındakı gərginlikdir. (şəkil 56)

Dövrənin həlli aşağıdakı ardıcılıqla aparılır. Əvvəlcə mn qolu (r_3 müqaviməti olan qol) qırılır



(şəkil 56) və qırılmış halda mn sıxacları arasındakı gərginlik tə'yin edilir.

Şəkil 56.

Şəkil 57.

Şəkil 56-dan yazıla bilər:

$$I_1' = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2}$$

I_1' cərəyanını bilərək Kirxhofun II qanununa görə isə mn sıxacları arasındakı gərginlik

$$U_{mn} = E - I_1' r_1 \quad \text{və ya} \quad U_{mn} = E_2 + I_1' r_2$$

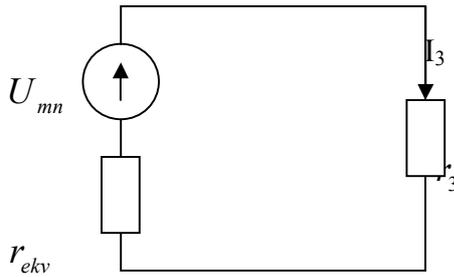
ifadələri ilə tə'yin edilir. (Tə'yin edilən $U_{mn}=E_{mn}$).

İndi mn sıxaclarına görə dövrənin ekvivalent müqaviməti r_{ekv} -i tə'yin edək. Bunun üçün şəkil 57-dən istifadə edək.

r_1 və r_2 mn sıxaclarına nəzərən paralel birləşdiklərindən

$$r_{ekv} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}$$

alınar. (Şəkil 58-də dövrənin mn (r_3) qoluna nəzərən qalan hissəsinin bir ekvivalent mənbə ilə əvəz edilməsi göstərilmişdir).



Şəkil 58

U_{mn} və r_{ekv} -i bilərək r_3 qolundan axan cərəyan

$$I_3 = \frac{U_{mn}}{r_3 + r_{ekv}}$$

kimi tə'yin edilir.

Cərəyanı axtarılan qolda (mn qolunda) e.h.q. mənbəyi də olarsa, (1) ifadəsində həmin mənbə nəzərə alınmalıdır. Əgər mənbə həmin qoldakı cərəyanla eyni istiqamətlidirsə, (1) ifadəsində həmin mənbə ifadənin surətinə müsbət işarə ilə, cərəyanın əksinə olduqda isə mənfi işarə ilə əlavə olunur.

4. SİQNAL-QRAF METODU

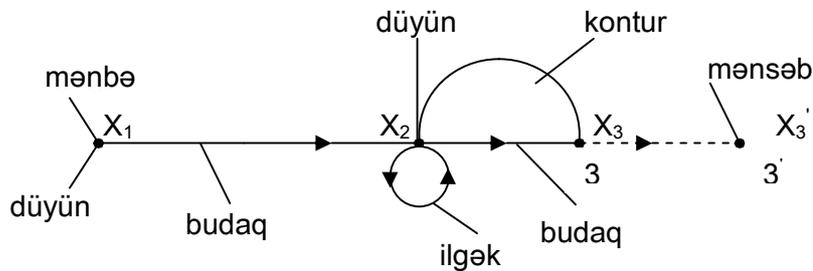
Biz Kirxhof qanunları metodunu öyrəndikdə qraf haqqında anlayışla tanış olduq. Göstərdik ki, dövrənin qrafının köməyi ilə sərbəst konturlar necə seçilir. Amma qraf təkəcə konturların seçilməsi üçün deyil, həm də dövrənin həlli üçün, daha doğrusu, dövrə üçün tərtib edilmiş tənliklər sisteminin həlli üçün tətbiq edilir. Bunun üçün siqnal qrafı və ya istiqamətlənmiş qraftan istifadə edilir. Siqnal qrafı tənliklər sisteminin qrafiki təsviridir. Siqnal qrafı metodunun tətbiqi üçün bəzi anlayışlarla tanış olaq.

Siqnal qrafında düyünlər və budaqlar anlayışı vardır. Düyün qrafda bir neçə budağın birləşdiyi nöqtədir. Budaq isə iki düyünü birləşdirən istiqamətlənmiş xətt parçasıdır. Əgər düyündən yalnız budaqlar çıxırsa, belə düyün mənbə, düyünə yalnız budaqlar gəldikdə isə o mənsəb adlanır. Düyünə budaqlar həm gəlir, həm də çıxırsa, belə düyünlər qarışıq düyünlər adlanır.

Qrafın düyünlərində tənliklər sistemində daxil olan məchullar (gərginlik, cərəyan və s.) və tənliklər sisteminin sağ tərəfindəki kəmiyyətlər (e.h.q. və cərəyan mənbəyi və s.) dayanır. Qrafın düyünlərində dayanmış kəmiyyətlər müəyyən siqnala malikdir. Bu siqnallar düyünlərdən çıxan budaqlar vasitəsilə ötürülür. Budaq özü müəyyən ötürmə əmsalına malik olduğundan budağın gəldiyi düyündə siqnal budağın ötürmə əmsalı dəfə böyüyür.

Qrafda mənbədən mənsəbə qədər eyni istiqamətli budaqlar ardıcılığı yol adlanır. Mənbə ilə mənsəb arasında bir neçə yol ola bilər. Qrafın konturu dedikdə isə bir neçə budaqdan ibarət eyni istiqamətlənmiş qapalı xətt başa düşülür. Konturlar bir neçə düyündən keçir. Konturun xüsusi halı ilgəkdir. Ilgək bir düyündə başlayıb həmin düyündə də qurtarır.

Aşağıdakı şəkildə hər hansı bir qraf təsvir edilmiş və orada qrafa aid anlayışlar göstərilmişdir.



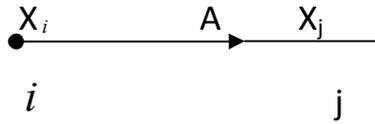
Şəkil 59

Qraf metodu ilə məsələni həll etdikdə iki yol vardır. Birinci qrafın sadələşdirilməsi ilə həll, ikinci isə Mezon düsturundan istifadə etməklə həll. Qrafın sadələşdirilməsi o deməkdir ki, mənbə ilə mənsəb arasında yalnız bir budaq qalır. Daha doğrusu, bundan sonra sadələşmə mümkün

deyil. Məsələn: Əgər hər hansı i düyünündə X_i siqnalı varsa, onda j düyünündə X_j -siqnalı aşağıdakı kimi təyin edilir.

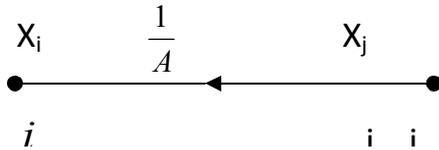
$$X_j = AX_i \quad (1)$$

(1) ifadəsinə uyğun qraf şəkil 60-da göstərilmişdir.



Şəkil 60.

Burada A , i və j düyünü arasındakı budağın ötürmə əmsəlidir. Eyni güclü tənliklərə müxtəlif cür qraflar çəkilə bilər. Məsələn, (1) ifadəsilə verilmiş tənliyə uyğun qrafı, şəkil 61-də göstərilən kimi də çəkmək olar.



Şəkil 61

$$X_i = \frac{1}{A} X_j$$

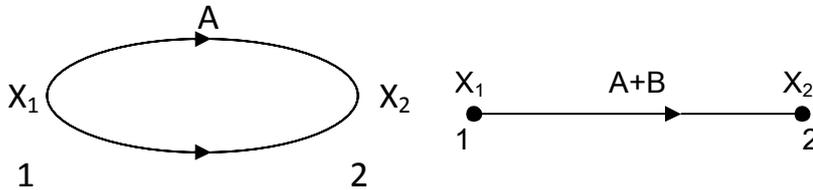
Qrafı sadələşdirmək üçün aşağıdakı qaydaları bilmək lazımdır:

1) İki paralel budağın bir budaqla əvəz edilməsi.

İki düyün arasına qoşulmuş budaqlar paralel budaqlar sayılır (şəkil 62). Paralel budağın ötürmə əmsalı onları təşkil edən budaqların ötürmə əmsallarının cəminə bərabərdir. Doğrudan da şəkil 62-dən yazıla bilər ki,

$$X_2 = AX_1 + BX_1 = X_1(A+B) \quad (2)$$

Yəni ötürmə əmsalları A və B olan iki paralel budağı, ötürmə əmsalı $A+B$ olan bir budaqla əvəz etmək olar.



Şəkil 63

(2) ifadəsinə uyğun isə sadələşmiş qrafı şəkil 63-də verilən kimi çəkmək olar.

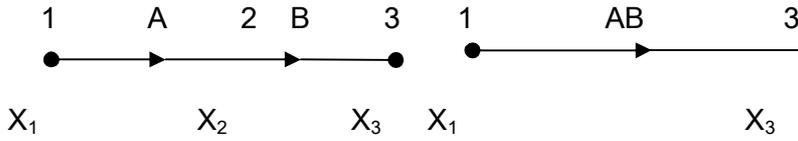
2) İki ardıcıl budağın bir budaqla əvəz edilməsi.

Ardıcıl budaqlar eyni istiqamətli budaqlar ardıcılığıdır. Ardıcıl budaqların ötürmə əmsalı onları təşkil edən budaqların ötürmə əmsallarının hasilinə bərabərdir. Şəkil 64-dən yazıla bilər ki,

$$X_2 = AX_1 \quad X_3 = BX_2 = ABX_1 \quad (3)$$

Yə'ni ötürmə əmsalları A və B olan iki ardıcıl budağı ötürmə əmsalı AB olan bir budaqla əvəz etmək olar.

(3) ifadəsinə uyğun isə sadələşmiş qrafı şəkil 65-də verilən kimi çəkmək olar.



Şəkil 64

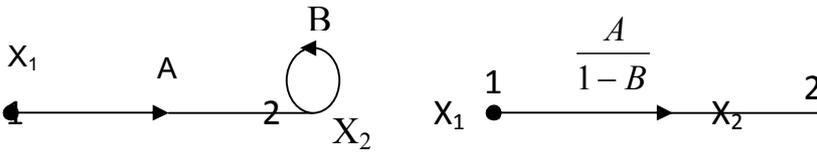
Şəkil 65

2) İlgəyin yox edilməsi (şəkil 66).
Şəkil 66-dan yazı bilərik ki,

$$X_2 = AX_1 + BX_2$$

$$X_2 = \frac{A}{1-B} \cdot X_1 \quad (4)$$

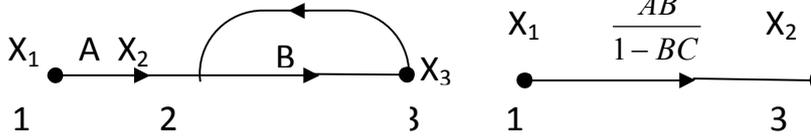
(4) ifadəsinə uyğun isə şəkil 67-də verilən sadələşmiş qraf çəkilə bilər.



Şəkil 66

Şəkil 67

4) Konturun yox edilməsi (şəkil 68).



Şəkil 68

Şəkil 69

Eyni qayda ilə şəkil 68-də verilən qraf üçün yazı bilərik ki,

$$X_2 = AX_1 + SX_3 \quad (5)$$

$$X_3 = BX_2 \quad (6)$$

6-dan alırıq ki,

$$X_2 = \frac{X_3}{B} \quad (7)$$

(7) ifadəsini (5)-də nəzərə alsaq,

$$\frac{X_3}{B} = AX_1 + CX_3$$

$$AX_1 = \frac{1}{B}X_3 - CX_3 = \left(\frac{1}{B} - C\right)X_3$$

$$X_3 = \frac{AX_1}{\frac{1}{B} - C} = \frac{AX_1}{\frac{1 - BC}{B}} = \frac{AB}{1 - BC}X_1 \quad (8)$$

(8) ifadəsinə əsasən isə şəkil 68-də verilmiş qrafa uyğun sadələşmiş qraf şəkil 69-da göstərilmişdir.

Göstərilən qaydalara uyğun olaraq müxtəlif şəkildə verilən qrafları sadələşdirib, bir budaqdan ibarət qrafa yə'ni bir mənbə və bir mənsəbdən ibarət qrafa gətirmək olar.

Mənbə ilə mənsəb arasında ötürmə əmsalını bilməklə dövrlərdə lazım olan cərəyan, gərginlik və s. tapıla bilər. Qraf üzərində edilən hər bir dəyişiklik tənliklər sistemində aparılan müəyyən bir əməliyyata uyğun gəlir. Tənliklər sistemi verildikdə qrafı qurmaq üçün həmin tənliklər sisteminin hər bir tənliyi hər hansı bir məchula görə həll edilir və alınmış ifadələrə görə qraf qurulur.

Fərz edək ki, aşağıdakı tənliklər sistemi verilib:

$$I_{11}r_{11} + I_{22}r_{12} + I_{33}r_{13} = E_{11}$$

$$I_{11}r_{21} + I_{22}r_{22} + I_{33}r_{23} = E_{22}$$

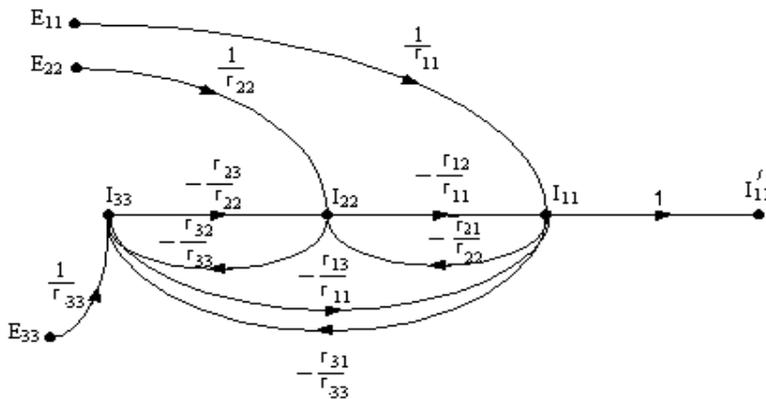
$$I_{11}r_{31} + I_{22}r_{32} + I_{33}r_{33} = E_{33}$$

Birinci tənliyi I_{11} -ə, ikincini I_{22} -yə, üçüncünü isə I_{33} -ə görə həll edək.

$$I_{11} = \frac{1}{R_{11}}E_{11} - \frac{R_{12}}{R_{11}}I_{22} - \frac{R_{13}}{R_{11}}I_{33}; \quad I_{22} = \frac{1}{R_{22}}E_{22} - \frac{R_{21}}{R_{22}}I_{11} - \frac{R_{23}}{R_{22}}I_{33}$$

$$I_{33} = \frac{1}{R_{33}}E_{33} - \frac{R_{31}}{R_{33}}I_{11} - \frac{R_{32}}{R_{33}}I_{22}$$

Alınmış ifadələrə uyğun qraf şəkil 70-də göstərilmişdir. E_{11} , E_{22} , E_{33} , I_{11} , I_{22} və I_{33} -ə uyğun düyünləri istənilən yerlərdə götürmək olar. ($I'_{11} = 1 \cdot I_{11} = I_{11}$)



Alınmış qrafı Şəkil 70

sadələşdirib bir mənbə və mənsəbdən ibarət qrafa gətirmək olar ki, bu qraftan da mənbə ilə mənsəb arasında ötürmə əmsalını bilməklə mənsəbin siqnalı mə'lum olduqda mənsəbin siqnalı tə'yin edilə bilər. Qrafın sadələşdirilməsi çox vaxt apardığından və mürəkkəb olduğundan Mezon düsturundan istifadə etməklə ilk qrafa əsasən mənbə ilə mənsəb arasındakı ötürmə əmsalını tapmaq olar ki, buna əsasən də mənsəbin siqnalı tə'yin edilə bilər. Mezon düsturu aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$A_{ji} = \frac{\sum_{\kappa} P_{ij}^{(\kappa)} \Delta_{\kappa}}{\Delta} \quad (9)$$

burada A_{ji} , i mənbəyi ilə j -mənsəbi arasındakı ötürmə əmsalı, $P_{ij}^{(\kappa)}$, i -mənbəyi ilə j mənsəbi arasındakı hər hansı k -cı yolun ötürmə əmsalındır; Δ - qrafın determinantı olub verilmiş tənliklər sisteminin determinantına bərabərdir. Δ_{κ} -isə Δ -nın cəbri tamamlayıcısıdır.

(9) ifadəsində surətdəki cəm bütün mümkün yollarla götürülür.

(9) ifadəsində

$$\Delta = 1 - \sum_i L_i + \sum_{ij} L_i L_j - \sum_{ijk} L_i L_j L_k + \dots \quad (10)$$

Burada $\sum_i L_i$ -qraftakı bütün konturların ötürmə əmsallarının cəmidir. Konturun ötürülmə əmsalı

isə onu təşkil edən budaqların ötürmə əmsallarının hasilinə bərabərdir. $\sum_{ij} L_i L_j$ -qraftakı bir-biri

ilə toxunmayan (yə'ni eyni düyünə malik olmayan) iki müxtəlif konturların ötürmə əmsallarının hasilərinin cəmidir.

$\sum_{ijk} L_i L_j L_k$ -qraftakı bir-biri ilə toxunmayan üç müxtəlif konturların ötürmə əmsallarının

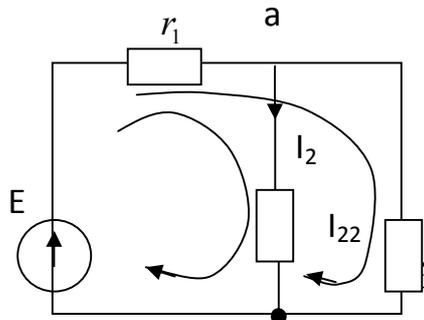
hasilərinin cəmidir.

Eyni ilə Δ_{κ} -da (2) ifadəsi ilə hesablanır. Yalnız burada o konturlar götürülür ki, onlar hər hansı k -cı yolla toxunmasın.

Beləliklə, hər hansı dövrə verilsə onu qraf metodu ilə həll etmək üçün əvvəlcə verilmiş dövrə üçün bildiyimiz metodlardan birinə əsasən tənliklər tərtib edilir (kontur cərəyanlar metodu, düyün potensiallar metodu və s.) və həmin tənliklərin hər biri hər hansı məchula nəzərən həll edilir. Alınmış ifadələrə əsasən qraf qurulur və Mezon düsturu bu qrafa tətbiq edilir.

Misal:

Şəkil 71-də verilmiş dövrənin I_2 cərəyanını Mezon düsturunu tətbiq etməklə tə'yin etməli.



Verilir:

Şəkil 71

$E=100 \text{ V}$; $r_1=8 \text{ Om}$; $r_2=20 \text{ Om}$; $r_3=30 \text{ Om}$

Kirxhofun ikinci qanununa əsasən yazı bilərik.

$$\begin{cases} I_{11}(r_1 + r_2) + I_{22}r_1 = E \\ I_{11}r_1 + I_{22}(r_1 + r_3) = E \end{cases}$$

Birinci tənliyi I_{11} -ə, ikinci tənliyi isə I_{22} -yə görə həll etsək alırıq:

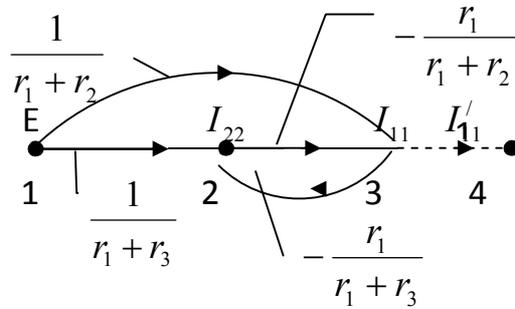
$$I_{11} = \frac{1}{r_1 + r_2} E - \frac{r_1}{r_1 + r_2} I_{22}$$

$$I_{22} = \frac{1}{r_1 + r_3} E - \frac{r_1}{r_1 + r_3} I_{11}$$

Bu ifadələrə əsasən qurulmuş qraf şəkil 72-də göstərilmişdir. 1 (E) mənbəyi ilə 4 (I_{11})

mənsəbi arasındakı ötürmə əmsalı $A_{41} = \frac{I_{11}}{E}$ olduğundan

$$I_{11} = A_{41}E \quad I'_{11} = I_{11}$$



Şəkil 72

A_{41} əmsalını tapmaq üçün (1) ifadəs ilə verilmiş Mezon düsturunu tətbiq edək.

1 və 4 düyünləri arasında iki yol olduğundan¹ (bunlardan biri ötürmə əmsalı $\frac{1}{r_1 + r_2}$ olan

budaqdan ibarət yol, ikincisi isə ötürmə əmsalları $\frac{1}{r_1 + r_3}$ və $-\frac{r_1}{r_1 + r_2}$ olan budaqlardan

ibarət yoldur) bu halda Mezon düsturunun (1) ilə verilmiş ifadəsindən alırıq ki,

$$A_{41} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta}$$

P_1 və P_2 mənbə və mənsəb arasındakı yolların ötürmə əmsallarıdır.

$$P_1 = \frac{1}{r_1 + r_2} = \frac{1}{28} ;$$

$$P_2 = \frac{1}{r_1 + r_3} \cdot \left(-\frac{r_1}{r_1 + r_2}\right) = \frac{1}{38} \cdot \left(-\frac{8}{28}\right) = -\frac{8}{1064}$$

¹ Əgər iki düyün arasındakı budağın ötürmə əmsalı vahiddirsə onda bu iki düyün bir düyün hesab edilə bilər. Yəni 4 düyünü elə 3 düyünü deməkdir.

Qrafda bir kontur olduğundan

$$\Delta = 1 - \sum_i L_i = 1 - \left(\frac{-r_1}{r_1 + r_3} \right) \left(-\frac{r_1}{r_1 + r_2} \right) = 1 - \frac{64}{1064}$$

Qrafdan görüldüyü kimi, orada cəmi bir kontur vardır ki, o da həm birinci, həm də ikinci yolla toxunur. Ona görə

$$\Delta_1 = 1 ; \quad \Delta_2 = 1$$

Beləliklə

$$A_{41} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{\frac{1}{28} \cdot 1 - \frac{8}{1064} \cdot 1}{1 - \frac{64}{1064}} = \frac{\frac{30}{1064}}{\frac{1000}{1064}} = \frac{3}{100}$$

$$I_{11} = A_{41} E = \frac{3}{100} \cdot 100 = 3 ; \quad I_2 = I_{11} = 3A$$

5. SİNUSOİDAL DƏYİŞƏN CƏRƏYAN DÖVRƏLƏRİ

5.1. SİNUSOİDAL ELEKTRİK KƏMİYYƏTLƏRİ

Gərginlik və cərəyanının ani qiymətləri müəyyən zaman fasilələrindən sonra təkrarlanan elektromaqnit proses periodik proses adlanır. Hər hansı ani qiymətin təkrarlanması üçün keçən ən kiçik vaxt periodik prosesin periodu adlanır və T ilə işarə edilir. Vahidi saniyədir. Hər hansı periodik funksiya üçün

$$f(t) = f(t \pm T)$$

şərti ödənilir. Periodun tərsi olan kəmiyyət tezlik adlanır və f ilə işarə edilir.

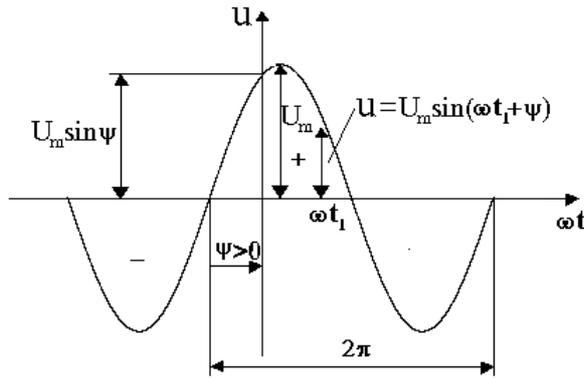
$$f = \frac{1}{T}$$

Tezlik vahidi hersdir. Periodu 1 san olan siqnalın tezliyi 1 Hersdir. Ən sadə periodik funksiya sinusoidal funksiya olduğundan əvvəlcə periodik cərəyan dövrəsi kimi sinusoidal dəyişən cərəyan dövrəsini öyrənəcəyik. Bilirik ki, hər hansı periodik funksiya Furye sırası ilə çoxlu sayda (əslində sonsuz sayda) müxtəlif tezlikli sinusoidal funksiyalar cəminə ayrılı bilər. Digər tərəfdən sinusoidal funksiyanın həm törəməsi, həm də inteqralı sinusoidal funksiya verdiyindən (kosinusoidal funksiya 90° sürüşdürülmüş sinusoidal funksiya kimi baxmaq olar) dövrənin bütün qollarındakı cərəyanlar və gərginliklər sinusoidal olur ki, bu da dövrənin həllini sadələşdirir. Fərz edək ki, aşağıdakı kimi

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi) \quad (1)$$

sinusoidal gərginliyi verilmişdir (şəkil 73).

Burada U_m -gərginliyin maksimal (amplitud) qiyməti, u -isə ani qiymətidir. $\omega = 2\pi f$ olub bucaq tezliyi adlanır. ψ -gərginliyin başlanğıc fazasıdır. Başlanğıc faza sinusoidanın mənfi

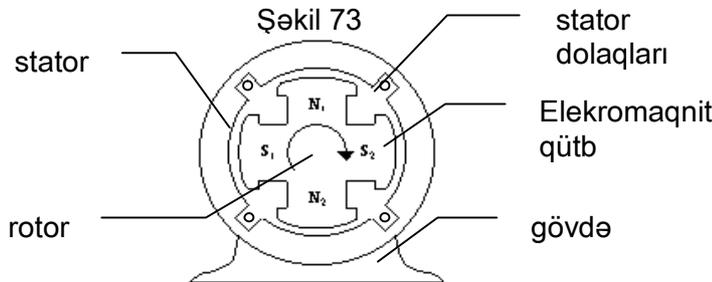


yarımdalğasının müsbət yarımdalğaya keçdiyi anda absis oxundan ayırdığı parçadır. Əgər bu parça ordinat oxundan soldadırsa, başlanğıc faza müsbət, sağda olduqda isə mənfi qəbul edilir. Başlanğıc faza müsbət olduqda onun işarəsini müəyyən edən oxun istiqaməti soldan sağa, mənfi olduqda isə sağdan sola götürülür.

$(\omega t + \psi)$ isə gərginliyin fazası adlanır. Bu faza zamandan asılı olub, 0-la 2π arasında dəyişir.

5.2. SİNUSOİDAL CƏRƏYANIN ALINMASI

Sənayedə sinusoidal dəyişən e.h.q-si (gərginlik) əsasən sinxron generatorlar (şəkil 74) vasitəsilə alınır. Bu generatorlar istilik, qaz, hidravlik və s. mühərriklərlə hərəkətə gətirilir. Generator sadə halda stator və rotordan ibarətdir. Rotorda əsasən elektromaqnit qütblər, (bunlar sabit cərəyanla qidalanır), statorda isə e.h.q-si induksiyanacaq dolaqlar yerləşdirilir. Generatorun işləmə prinsipi elektromaqnit induksiya hadisəsinə əsaslanır. Belə ki, rotorda



şəkil 74 yaranan dəyişən maqnit sahəsi stator dolaqlarını kəsərək (rotor fırlandığından dolaqları kəsən maqnit sahəsi dəyişən olacaqdır) onlarda induksiya e.h.q-si yaradır. Faradey qanununa görə hər bir naqildə yaranan e.h.q-si

$$e = Blv$$

ifadəsi ilə təyin olunur. Burada B-maqnit sahəsinin induksiyası, l -naqilin uzunluğu, v - maqnit sahəsinin fırlanma sürətidir. Burada l və v sabit olduğundan alınan e.h.q-nin forması, statorla rotor arasındakı hava aralığında maqnit sahəsinin induksiyasının paylanma qanunauyğunluğundan asılı olacaqdır. Əgər bu induksiya sinusoidaldirsə, alınan e.h.q-si də sinusoidal olacaqdır. İnduksiyanın sinusoidal olması üçün qütb başlıqlarına xüsusi formalar verilir. Alınan e.h.q-nin tezliyi

$$f = \frac{pn}{60}$$

ifadəsi ilə təyin edilir. p -generatorun cüt qütblərinin sayı, n -isə rotorun bir dəqiqədəki dövrlərinin sayıdır. Müstəqil dövlətlər birliyində və Avropa ölkələrində alınan sinusoidal cərəyanın tezliyi, yə'ni sənaye tezliyi 50 Hs-dir. ABŞ-da isə sənaye tezliyi 60 Hs-dir. Yuxarıdakı ifadədən

göründüyü kimi tezliyi artırmaq üçün ya dövrlər sayı, ya da cüt qütblərin sayı artırılmalıdır. (Aydındır ki, bunlar sonsuz artırıla bilməz) Ona görə böyük tezliklər almaq üçün elektron generatorlardan istifadə edilir.

5.3. SİNUSOİDAL CƏRƏYANIN ORTA VƏ TƏ'SİREDİCİ QIYMƏTİ

Riyaziyyatdan bilirik ki, hər hansı periodik $f(t)$ funksiyanın bir perioddakı orta qiyməti:

$$F_{or} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (1)$$

Sinusoidal funksiyanın bir perioddakı orta qiyməti «0»-a bərabər olduğundan sinusoidal cərəyanın orta qiymətini tapmaq üçün ya (1) düsturu ilə onu hesablayarkən $f(t)$ funksiyası mütləq qiymətcə götürülür, ya da yarım perioddakı orta qiymət müəyyən edilir. Yə'ni

$$F_{or} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) dt \quad (2)$$

$f(t)$ funksiyası kimi

$$i(t) = I_m \sin \omega t \quad (3)$$

sinusoidal cərəyanı götürsək və bunu (2) ifadəsində nəzərə alsaq

$$I_{or} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t dt = \frac{2}{T} \cdot \frac{1}{\omega} I_m (-\cos \omega t) \Big|_0^{T/2} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m \quad (4)$$

(4)-dən göründüyü kimi sinusoidal cərəyanın orta qiyməti onun amplitud qiymətinin iki mislindən π -dəfə kiçikdir. (4)-ə uyğun olaraq gərginlik və e.h.q-si üçün yazıla bilər ki,

$$U_{or} = \frac{2}{\pi} U_m; \quad E_{or} = \frac{2}{\pi} E_m$$

Maqnitoelektrik sistemi cihazlar cərəyanın orta qiymətini ölçür.

Bilirik ki, dəyişən cərəyanın istilik və mexaniki tə'siri onun orta qiyməti ilə əlaqədar olmayıb onun effektiv, yə'ni tə'siredici qiyməti ilə əlaqədardır. Riyaziyyatdan bilirik ki, hər hansı $f(t)$ funksiyanın orta kvadratik qiyməti

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt} \quad (5)$$

$f(t)$ funksiyası kimi cərəyan götürsək,

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (6) \quad \text{alınq.}$$

(6) ifadəsinin hər tərəfini kvadrata yüksəldib rT -yə vursaq:

$$I^2 rT = \int_0^T r i^2 dt \quad (7) \quad \text{alınar.}$$

(7)-dən görünür ki, sinusoidal cərəyanın tə'siredici qiyməti elə bir sabit cərəyanla bərabərdir ki, onun r -müqavimətində T -müddəti ərzində ayırdığı istilik miqdarı həmin müddətdə r -müqavimətində dəyişən cərəyanın ayırdığı istiliyə bərabərdir. (3) ifadəsini (6)-da yerinə yazsaq:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2 \omega t dt} = \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \int_0^T \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} dt} = \sqrt{\frac{1}{T} I_m^2 \cdot \frac{1}{2} T} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0,707 I_m \quad (8)$$

(8)-dən görüldüyü kimi sinusoidal cərəyanın tə'siredici qiyməti onun amplitud qiymətindən $\sqrt{2}$ dəfə kiçikdir. Eyni ilə yazıla bilər ki,

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

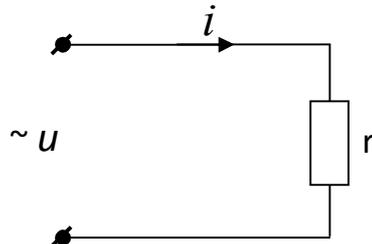
Elektromaqnit, elektrodinamik sistemli cihazlar cərəyanın tə'siredici qiymətini ölçür.

5.4. AKTİV MÜQAVİMƏT SİNUSOIDAL CƏRƏYAN DÖVRƏSİNDƏ

Tutaq ki, hər hansı r müqaviməti

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi) \quad (1)$$

sinusoidal gərginliyinə qoşulmuşdur (şəkil 75).



Şəkil 75

Om qanununa görə bu müqavimətdən axan cərəyan

$$\begin{aligned} i &= \frac{u}{r} = \frac{U_m \sin(\omega t + \psi)}{r} = \frac{U_m}{r} \sin(\omega t + \psi) = \\ &= I_m \sin(\omega t + \psi) \end{aligned} \quad (2)$$

Burada

$$I_m = \frac{U_m}{r} \quad (3)$$

olub cərəyanın maksimal qiymətidir.

(3)-ün hər tərəfini $\sqrt{2}$ -yə bölsək

$$I = \frac{U}{r} \quad (4) \quad \text{alınar.}$$

$\frac{1}{r} = g$ olduğundan (3) və (4) aşağıdakı kimi də yazıla bilər.

$$I_m = gU_m \quad (5)$$

$$I = gU \quad (6)$$

(3),(4),(5) və (6) aktiv müqavimətdə maksimal və tə'siredici qiymətlər üçün Om qanununun ifadələridir. Yə'ni aktiv müqavimətdə Om qanunu, həm ani qiymətlər üçün, həm də maksimal və tə'siredici qiymətlər üçün ödənilir.

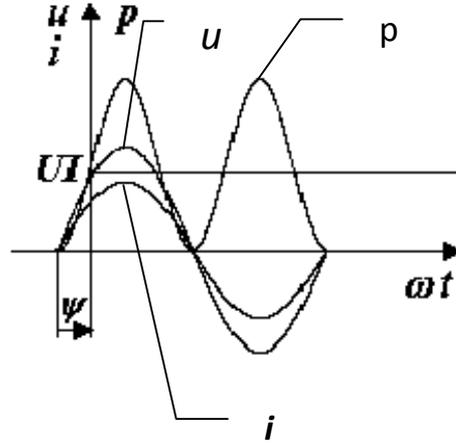
Gərginliyin başlanğıc fazası ilə cərəyanın başlanğıc fazasının fərqi faza sürüşmə bucağı və ya fazalar fərqi adlanır, φ ilə işarə olunur.

(1) və (2)-nin müqayisəsindən alınır ki,

$$\psi = \psi_u - \psi_i = \psi - \psi = 0 \quad (7)$$

Burada ψ_u gərginliyin, ψ_i isə cərəyanın başlanğıc fazasıdır. (7)-dən görünür ki, müqavimətdə faza sürüşmə bucağı sıfırdır. Bu o deməkdir ki, müqavimətdə gərginlik, cərəyanla eyni fazalıdır. Yəni gərginlik maksimal qiymət aldığıda cərəyan maksimal qiymət alır. Eynilə gərginlik sıfır olduqda cərəyan da sıfır olur.

Şəkil 76-da (1) və (2)-yə əsasən gərginlik və cərəyanın zamandan asılılıq qrafikləri çəkilmişdir.



Şəkil 76

Gərginlik və cərəyan mə'lum olarsa, müqavimətə daxil olan güc (1) və (2) nəzərə alınmaqla aşağıdakı kimi tə'yin edilir.

$$P = ui = U_m I_m \sin^2(\omega t + \psi) = \frac{U_m I_m}{2} [1 - \cos 2(\omega t + \psi)] = UI [1 - \cos 2(\omega t + \psi)] \quad (8)$$

(8)-dən görünür ki, müqavimətdə ani güc iki hissədən, sabit zamandan asılı olmayan UI -dən və ikiqat tezliklə kosinusoidal qanunla dəyişən hissədən ibarətdir. Şəkil 76-da (8)-ə əsasən gücün qrafiki də çəkilmişdir. Bu gücün bir perioddakı orta qiyməti olan aktiv güc

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI (1 - \cos 2(\omega t + \psi)) dt = UI \quad (9)$$

(9)-dan görünür ki, müqavimətdə aktiv güc gərginlik və cərəyanın tə'siredici qiymətləri hasilinə bərabərdir. (4) və (6)-nı (9)-da nəzərə alsaq uyğun olaraq,

$$P = UI = I^2 r \quad (10)$$

$$P = UI = U^2 g \quad (11)$$

ifadələrini alırıq.

(10)-dan görüldüyü kimi aktiv müqavimət

$$r = \frac{P}{I^2} \quad (12)$$

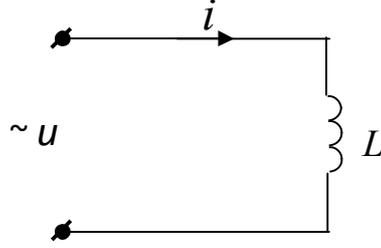
(12)-dən görüldüyü kimi, aktiv müqavimət aktiv gücün cərəyanın kvadratına nisbəti kimi də tə'yin edilə bilər.

5.5. İNDUKTİVLİK SİNUSOİDAL CƏRƏYAN DÖVRƏSİNDƏ

Fərz edək ki, hər hansı L induktivliyindən

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) \quad (1)$$

sinusoidal dəyişən cərəyan keçir. (şəkil 77)



Şəkil 77

Bilirik ki, induktivlikdə yaranan özünə induksiya e.h.q.

$$e_L = -L \frac{di}{dt} \quad (2)$$

kimi təyin edilir.

(1)-i (2)-də nəzərə alsaq

$$e_L = -L \frac{d[I_m \sin(\omega t + \psi)]}{dt} = -\omega L I_m \cos(\omega t + \psi)$$

alınar.

Digər tərəfdən $u_L = -e_L$ olduğundan

$$\begin{aligned} u_L = -e_L &= \omega L I_m \cos(\omega t + \psi) = \\ &= U_m \sin(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad (3) \quad \text{alarıq.}$$

$$\text{Burada } U_m = \omega L I_m \quad \text{və ya} \quad I_m = \frac{U_m}{\omega L} = \frac{U_m}{X_L} \quad (4)$$

(4)-ün hər tərəfini $\sqrt{2}$ -yə bölsək

$$I = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{X_L} \quad (5) \quad \text{alarıq.}$$

X_L -induktiv müqavimət adlanır və vahidi Omdur.

$$X_L = \omega L$$

kimi təyin olunur.

İnduktiv müqavimət hesabi kəmiyyət olub özünə induksiyanı nəzərə alır. İnduktiv müqavimətin tərsi olan kəmiyyət b_L ilə işarə edilir və induktiv keçiricilik adlanır.

$$b_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L} \quad (6)$$

(6) nəzərə alınmaqla, (4) və (5) ifadələri aşağıdakı kimi də yazıla bilər.

$$I_m = b_L U_m \quad (7)$$

$$I = b_L U \quad (8)$$

(4), (5), (7) və (8) induktivlikdə maksimal və təsiredici qiymətlərə görə Om qanununun ifadələridir. Göründüyü kimi induktivlikdə Om qanunu ani qiymətlər üçün ödənməyib yalnız maksimal və təsiredici qiymətlər üçün ödənilir.

(1) və (3)-ün müqayisəsindən görürük ki, induktivlikdə faza sürüşmə bucağı

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \psi + \frac{\pi}{2} - \psi = \frac{\pi}{2} \quad (9)$$

(ψ_u - gərginliyin başlanğıc fazası olub, $\psi + \frac{\pi}{2}$ -yə, ψ_i isə cərəyanın başlanğıc fazası olub, ψ -dir

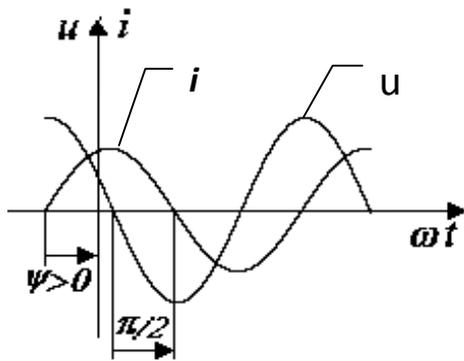
). (9)-dan görünür ki, induktivlikdə fazalar fərqi (faza sürüşmə bucağı) $\frac{\pi}{2}$ -dir. Bu o deməkdir ki,

induktivlikdə gərginlik cərəyandan 90° irəli gedir və ya cərəyan gərginlikdən 90° geri qalır. Bu səbəbdən cərəyan maksimal qiymət aldığıda induktivlikdə gərginlik «0» olur və əksinə, cərəyan sıfır olduqda gərginlik maksimal qiymət alır. Buna səbəb induktivlikdə

gərginliyin cərəyanın törəməsi ilə müəyyən olunmasıdır. ($U_L = L \frac{di}{dt}$). Yəni cərəyan maksimal

qiymət alan anda cərəyanın zamandan asılılıq qrafikinə çəkilən toxunanın absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucaq sıfırdır. (Törəmənin həndəsi mənasından isə bilirik ki, o, əyriyə çəkilən toxunanın absis oxu ilə əmələ gətirdiyi bucağın tangensi ilə müəyyən olunur).

Şəkil 78-də (1) və (3)-ə əsasən cərəyan və gərginliyin zamandan asılılıq qrafikləri çəkilmişdir.



Şəkil 78

Gərginlik və cərəyan mə'lum olarsa. induktivliyə daxil olan güc (1) və (3) nəzərə alınmaqla aşağıdakı kimi tə'yin edilir.

$$P = ui = U_m I_m \sin(\omega t + \psi) \sin(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}) =$$

$$\frac{U_m I_m}{2} \sin 2(\omega t + \psi) = UI \sin 2(\omega t + \psi) \quad (10)$$

(10)- dan görünür ki, induktivlikdə ani güc ikiqat tezliklə sinusoidal qanunla dəyişir. Bu gücün bir perioddakı orta qiyməti olan aktiv güc

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2(\omega t + \psi) dt = 0$$

Yə'ni induktivlikdə aktiv güc «0»-dir. (İnduktivlik reaktiv element olduğundan aktiv güc tələb etmir). Digər tərəfdən ani güc induktivliyin maqnit sahəsinə toplanmış enerjinin dəyişmə sür'əti ilə tə'yin edilir. Bu enerji

$$W_L = L \frac{i^2}{2} = L \frac{I_m^2}{2} \sin^2(\omega t + \psi) =$$

$$L \frac{I^2}{2} [1 - \cos 2(\omega t + \psi)] \quad (11)$$

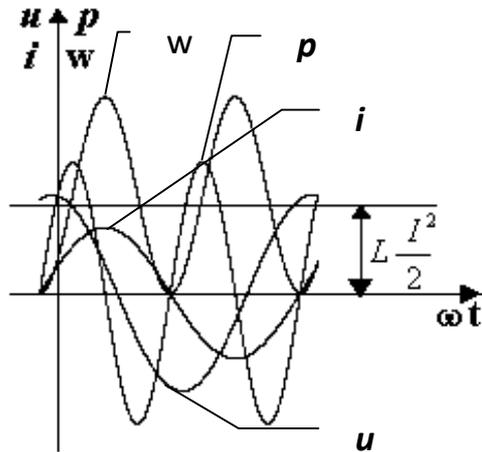
(11)-dən göründüyü kimi bu enerji iki hissədən sabit, zamandan asılı olmayan $\frac{LI^2}{2}$ -dən və ikiqat tezliklə kosinusoidal qanunla dəyişən hissədən ibarətdir.

Mənbədən verilən enerji müvəqqəti olaraq induktivliyin maqnit sahəsinə toplanır, sonra isə cərəyan sıfıra düşdükdə yenidən mənbəyə qaytarılır. Cərəyan maksimal qiymət aldığıda bu enerji də maksimal olur. Beləliklə, mənbə ilə induktivlik arasında enerji mübadiləsi gedir.

Şəkil 79-da (10) və (11)-ə əsasən gücün və enerjinin qrafikləri çəkilmişdir.

(11)-dən aydın görünür ki, enerjinin ən böyük qiyməti LI^2 -na bərabər olar.

Yə'ni
$$W_{L\max} = LI^2 \quad (12)$$



Şəkil 79

Enerjinin maksimal qiymətinə əsasən isə induktiv müqavimət təyin edilə bilər. Belə ki, (12)-in hər tərəfini ω -yə vursaq və $X_L = \omega L$ olduğunu qəbul etsək

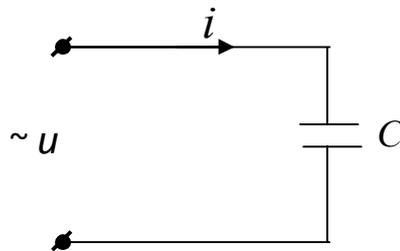
$$X_L = \frac{\omega W_{L\max}}{I^2} \quad \text{alırıq.}$$

5.6. TUTUM SİNUSOİDAL CƏRƏYAN DÖVRƏSİNDƏ

Fərz edək ki, hər hansı C tutumuna

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi) \quad (1)$$

sinusoidal dəyişən gərginlik tətbiq edilmişdir. (şəkil 80)



Şəkil 80

Bilirik ki, tutumdan axan cərəyan

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (2) \quad \text{kimi təyin edilir.}$$

(1)-i (2) də nəzərə alsaq

$$i = C \frac{d[U_m \sin(\omega t + \psi)]}{dt} = \omega C U_m \cos(\omega t + \psi) =$$
$$= I_m \sin(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}) \quad (3) \quad \text{alırıq.}$$

Burada $I_m = \omega C U_m$ və ya

$$I_m = \frac{U_m}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U_m}{X_C} \quad (4) \quad \text{alırıq.}$$

(4)-ün hər tərəfini $\sqrt{2}$ -yə bölsək

$$I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U}{X_C} \quad (5) \quad \text{alınar.}$$

X_C tutum müqaviməti adlanır (vahidi Omdur) və $X_C = \frac{1}{\omega C}$ kimi təyin edilir.

Tutum müqavimətinin tərsi olan kəmiyyət b_C ilə işarə edilir və tutum keçiriciliyi adlanır.

$$b_C = \frac{1}{X_C} = \omega C \quad (6)$$

(6) nəzərə alınmaqla (4) və (5) ifadələri aşağıdakı kimi yazıla bilər.

$$I_m = b_C U_m \quad (7) \quad I = b_C U \quad (8)$$

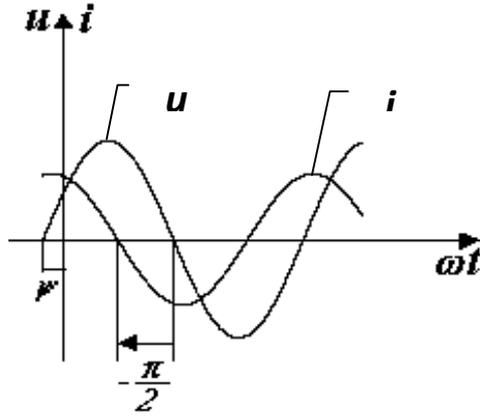
(4), (5), (7) və (8) tutumda maksimal və tə'siredici qiymətlərə görə Om qanununun ifadələridir. Göründüyü kimi, tutumda Om qanunu ani qiymətlər üçün ödənməyib, yalnız maksimal və tə'siredici qiymətlər üçün ödənilir. (1) və (3)-ün müqayisəsindən görürük ki, tutumda faza sürüşmə bucağı

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \psi - (\psi + \frac{\pi}{2}) = -\frac{\pi}{2} \quad (9)$$

(9)-dan görünür ki, tutumda faza sürüşmə bucağı $-\frac{\pi}{2}$ -yə bərabərdir. Bu o deməkdir ki, tutumda

gərginlik cərəyandan 90° geri qalır və ya cərəyan gərginlikdən 90° irəli gedir. Bu səbəbdən gərginlik maksimal qiymət aldığıda cərəyan «0» olur və əksinə gərginlik «0» olduqda cərəyan maksimal qiymət alır. Buna səbəb tutumda cərəyanın, gərginliyin törəməsi ilə müəyyən olunmasıdır. Şəkil 81-də (1) və (3)-ə əsasən gərginlik və cərəyanın zamandan asılılıq qrafikləri çəkilmişdir.

Gərginlik və cərəyan mə'lum olarsa tutuma daxil olan güc ((1) və (3) nəzərə alınmaqla) aşağıdakı kimi təyin edilir.



Şəkil 81

$$P = ui = U_m I_m \sin(\omega t + \psi) \sin(\omega t + \psi + \frac{\pi}{2}) =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2} \sin 2(\omega t + \psi) = UI \sin 2(\omega t + \psi) \quad (10)$$

(10)-dan görünür ki, tutuma daxil olan güc ikiqat tezliklə sinusoidal qanunla dəyişir. Bu gücün bir perioddakı orta qiyməti olan aktiv güc

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T UI \sin 2(\omega t + \psi) dt = 0$$

Yə'ni tutumda aktiv güc sıfırdır. (Tutum da reaktiv element olduğundan aktiv güc tələb etmir). Digər tərəfdən ani güc tutumun elektrik sahəsinə toplanmış enerjinin dəyişmə sür'əti ilə (zamana görə törəməsi ilə) təyin edilir. Bu enerji

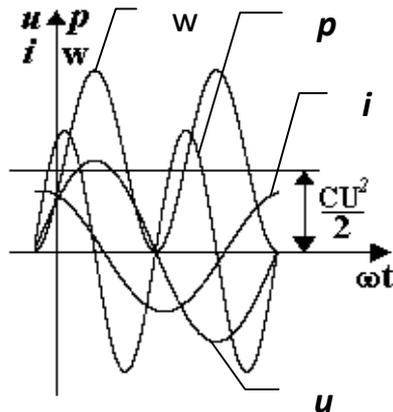
$$W_c = c \frac{u^2}{2} = c \frac{U_m^2}{2} \sin^2(\omega t + \psi) =$$

$$c \frac{U^2}{2} [1 - \cos 2(\omega t + \psi)] \quad (11)$$

(11)-dən görüldüyü kimi, bu enerji iki hissədən sabit, zamandan asılı olmayan $C \frac{U^2}{2}$ -dən və ikiqat tezliklə kosinusoidal qanunla dəyişən hissədən ibarətdir.

Mənbədən verilən enerji müvəqqəti olaraq tutumun elektrik sahəsinə toplanır, sonra isə gərginlik sıfır olduqda yenidən mənbəyə qaytarılır. Gərginlik maksimal qiymət aldıqda bu enerji də maksimal olur. Beləliklə mənbə ilə induktivlik arasında enerji mübadiləsi gedir.

Şəkil 82-də (10) və (11)-ə əsasən gücün və enerjinin də qrafikləri çəkilmişdir.



Şəkil 82

(11)-dən görünür ki, enerjinin ən böyük qiyməti (maksimal qiyməti) CU^2 –na bərabər olur. Enerjinin maksimal qiymətinə əsasən isə tutum müqaviməti təyin edilə bilər. Belə ki, (11)-in hər tərəfini ω –ya vursaq və $X_c = \frac{1}{\omega c}$ olduğunu qəbul etsək

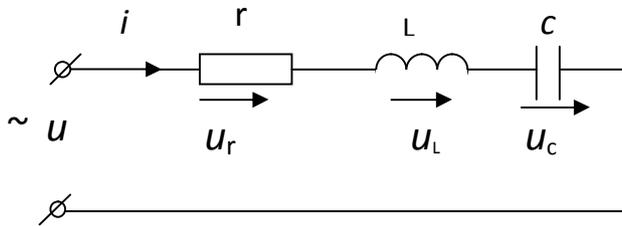
$$X_c = \frac{\omega W_{c \max}}{I^2} \quad \text{alırıq.}$$

5.7. r,L,C-nin ARDICIL BİRLƏŞMƏSİ

Fərz edək ki, r, L, C-dən ibarət ardıcıl dövrədən (şəkil 83)

$$i = I_m \sin \omega t \quad (1)$$

olan sinusoidal dəyişən cərəyan keçir.



Şəkil 83

Bu halda dövrənin sıxaclarındakı gərginlik də sinusoidal olacaqdır. Yeni

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

U_m və φ -ni təyin edək.

Kirxhofun II qanununa görə yazmaq olar ki,

$$u = u_r + u_L + u_c \quad (3)$$

(1) nəzərə alındıqda

$$u_r = ir = I_m r \sin \omega t \quad (4)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t \quad (5)$$

$$u_c = \frac{1}{c} \int i dt = \frac{1}{c} \int I_m \sin \omega t dt = -\frac{1}{\omega c} I_m \cos \omega t \quad (6)$$

alınar.

(4), (5) və (6)-ı (3)-də nəzərə alsaq

$$u = I_m r \sin \omega t + \omega L I_m \cos \omega t - \frac{1}{\omega c} I_m \cos \omega t$$

Buradan

$$u = I_m \left[r \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c} \right) \cos \omega t \right] \quad (7)$$

alınır.

(7) ifadəsinə daxil olan

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad (8)$$

reaktiv müqavimət adlanır və $X > 0$ olduqda induktiv, $X < 0$ olduqda isə tutum xarakterli olur. (8)-i (7)-də nəzərə alsaq

$$u = I_m (r \sin \omega t + x \cos \omega t) \quad (9)$$

Mə'lum triqonometrik çevrilmədən istifadə etməklə (9)-u aşağıdakı kimi çevirək :

$$u = I_m \sqrt{r^2 + x^2} \sin(\omega t + \varphi) \quad (10)$$

Burada $\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{r}$ (11) və ya $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{x}{r}$

(9) ifadəsində $z = \sqrt{r^2 + x^2}$ (12) kəmiyyəti tam müqavimət adlanır. (vahidi Omdur) (12)-i (10)-da nəzərə alsaq

$$u = I_m z \sin(\omega t + \varphi) \quad (13)$$

(2) və (13)-ün müqayisəsindən alınır ki,

$$U_m = I_m z \quad (14) \quad \text{və ya} \quad I_m = \frac{U_m}{z} \quad (15)$$

(Beləliklə (14) və (11)-ə əsasən U_m və φ təyin edilmiş olur). (15)-in hər tərəfini $\sqrt{2}$ -yə bölsək

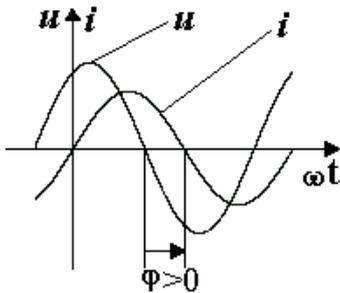
$$I = \frac{U}{z} \quad (16) \quad \text{alınar.}$$

(15) və (16) maksimal və tə'siredici qiymətlərə görə dəyişən cərəyan dövrəsi üçün Om qanununun ifadələridir. Ümumi halda dövredə

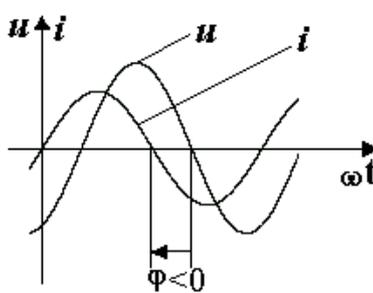
$$|\varphi| \leq \frac{\pi}{2} \quad \text{olur.}$$

Əgər dövrə induktiv xarakterlidirsə ($x > 0$) φ bucağı müsbətdir, yə'ni cərəyan gərginlikdən geri qalır. (şəkil 84)

Dövrə tutum xarakterli olduqda isə ($x < 0$) φ bucağı mənfidir, yə'ni cərəyan gərginlikdən irəli gedir. (şəkil 85)



Şəkil 84



Şəkil 85

Əgər $X = X_L - X_C = 0$ olarsa, yə'ni dövrənin induktiv müqaviməti tutum müqavimətinə bərabər olarsa, onda cərəyanla gərginlik eyni fazalı olur. ($\varphi = 0$) Yə'ni dövrə aktiv xarakterli olur. r, L, C-dən ibarət ardıcıl elektrik dövrəsinin bu rejimi gərginliklər rezonansı adlanır. (11) və (12)-ə əsasən yaza bilərik ki,

$$r = z \cos \varphi \quad (17) \quad \text{və} \quad X = z \sin \varphi \quad (18)$$

(17) və (18)-nin hər tərəfini cərəyana vursaq gərginliyin aktiv və reaktiv hissələri alınar.

$$U_a = I r = I z \cos \varphi = U \cos \varphi \quad (19)$$

$$U_r = I x = I z \sin \varphi = U \sin \varphi \quad (20)$$

(Burada $U = I z$)

(19) və (20)-un hər tərəfini kvadrata yüksəldib, tərəf-tərəfə toplasaq,

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_r^2} \quad (21)$$

(21)-dən görünür ki, dəyişən cərəyan dövrəsində gərginlik özünün aktiv və reaktiv hissələrinin kök altında kvadratları cəminə bərabərdir.

Ardıcıl birləşmiş aktiv və induktiv müqavimət kimi təsəvvür edilən sarğacları onların yaxşılığı (keyfiyyət əmsalı) adlanan kəmiyyətlə xarakterizə etmək olar.

Sarğacın yaxşılığı (keyfiyyətliliyi)

$$Q_L = \frac{X_L}{r} = \frac{\omega L}{r} \quad (22)$$

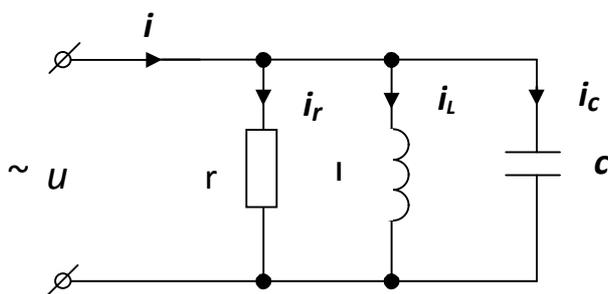
(22)-dən görünür ki, sarğacın yaxşılığı onun reaktiv müqavimətinin aktiv müqavimətinə nisbətidir. Göründüyü kimi sarğacın aktiv müqaviməti nə qədər kiçik olarsa, onun yaxşılığı da bir elə böyük olar.

5.8. r,L,C-nin PARALEL BİRLƏŞMƏSİ

Fərz edək ki, r, L,C-dən ibarət paralel birləşmiş dövrə

$$u = U_m \sin \omega t \quad (1)$$

sinusoidal dəyişən gərginliyə qoşulmuşdur. (şəkil 86)



Şəkil 86

Bu halda dövredən axan cərəyan da sinusoidal olacaqdır. Yə'ni

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

I_m və φ -ni təyin edək.

Kirxofun I qanununa görə yazmaq olar ki,

$$i = i_r + i_L + i_c \quad (3)$$

(1) nəzərə alındıqda

$$i_r = \frac{u}{r} = \frac{U_m}{r} \sin \omega t \quad (4)$$

$$i_L = \frac{1}{L} \int u dt = -\frac{1}{\omega L} \frac{U_m}{m} \cos \omega t \quad (5)$$

$$i_c = C \frac{du}{dt} = \omega C U_m \cos \omega t \quad (6) \quad \text{olar.}$$

(4), (5) və (6)-nı (3)-də nəzərə alsaq

$$i = \frac{U_m}{r} \sin \omega t - \frac{1}{\omega L} U_m \cos \omega t + \omega C U_m \cos \omega t$$

Buradan

$$i = U_m \left[\frac{1}{r} \sin \omega t - \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \cos \omega t \right] \quad (7) \text{ alınır.}$$

$$\frac{1}{r} = g$$

olub, aktiv keçiricilikdir.

(7) ifadəsinə daxil olan

$$b = b_L - b_C = \frac{1}{\omega L} - \omega C \quad (8)$$

reaktiv keçiricilik adlanır və $b > 0$ olduqda induktiv, $b < 0$ olduqda isə tutum xarakterli olur.

(8)-i (7)-də nəzərə alsaq

$$i = U_m (g \sin \omega t - b \cos \omega t) \quad (9) \text{ alınır.}$$

Məlum triqonometrik çevrilmədən istifadə etməklə (9)-u aşağıdakı kimi çevirək :

$$i = U_m \sqrt{g^2 + b^2} \sin(\omega t - \varphi) \quad (10)$$

$$\text{Burada } \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g} \quad (11) \text{ və ya } \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{g}$$

(9) ifadəsində $y = \sqrt{g^2 + b^2}$ (12) kəmiyyəti tam keçiricilik adlanır. (12)-ni (10)-da nəzərə alsaq

$$i = U_m y \sin(\omega t - \varphi) \quad (13) \text{ alınır.}$$

(2) və (13)-ün müqayisəsindən alınır ki,

$$I_m = U_m y \quad (14)$$

(Beləliklə (14) və (11)-ə əsasən I_m və φ təyin edilmiş olur). (14)-in hər tərəfini $\sqrt{2}$ -yə bölsək

$$I = U y \quad (15) \text{ alınır.}$$

(14) və (15) maksimal və təsiredici qiymətlərə görə dəyişən cərəyan dövrəsi üçün keçiriciliklə ifadə olunmuş Ohm qanununun ifadələridir. Ümumi halda dövredə

$$|\varphi| \leq \frac{\pi}{2}$$

olur.

Əgər dövrə induktiv xarakterlidirsə ($b > 0$), φ bucağı müsbətdir, yəni cərəyan gərginlikdən geri qalır.

Dövrə tutum xarakterli olduqda isə ($b < 0$), φ bucağı mənfidir, yəni cərəyan gərginlikdən irəli gedir.

Əgər $b = b_L - b_C = \frac{1}{\omega L} - \omega C = 0$ olarsa, yəni dövrənin induktiv keçiriciliyi tutum

keçiriciliyinə bərabər olarsa, onda cərəyanla gərginlik eyni fazalı olur. ($\varphi = 0$) Yəni dövrə aktiv xarakterli olur. r, L, C -dən ibarət paralel elektrik dövrəsinin bu rejimi cərəyanlar rezonansı adlanır.

(11) və (12)-ə əsasən yazıla bilər ki,

$$g = y \cos \varphi \quad (16) \quad \text{və} \quad b = y \sin \varphi \quad (17)$$

(16) və (17)-nin hər tərəfini gərginliyə vursaq, cərəyanın aktiv və reaktiv hissələri alınır.

$$I_a = U g = U y \cos \varphi = I \cos \varphi \quad (18)$$

$$I_r = U b = U y \sin \varphi = I \sin \varphi \quad (19)$$

(Burada $I = U y$)

(18) və (19)-un hər tərəfini kvadrata yüksəldib, tərəf-tərəfə toplasaq,

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2} \quad (20) \text{ alınır.}$$

(20)-dən görünür ki, dəyişən cərəyan dövrəsində cərəyan özünün aktiv və reaktiv hissələrinin cəminə bərabər olmayıb, onların kök altında kvadratları cəminə bərabərdir.

Paralel birləşmiş aktiv və reaktiv keçiricilikdən ibarət təsəvvür edilən kondensatorları onların yaxşılığı (keyfiyyət əmsalı) adlanan kəmiyyətlə xarakterizə etmək olar.

Kondensatorun keyfiyyət əmsalı

$$Q_c = \frac{b_c}{g} = \frac{\omega c}{\frac{1}{r}} = \omega c r$$

Keyfiyyət əmsalının tərsi olan kəmiyyət

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{Q_c} = \frac{1}{\omega c r}$$

dielektrik itki bucağının tangesi adlanır. Dielektrik itki bucağı δ , faza sürüşmə bucağı φ -ni 90° -yə tamamlayan bucaqdır.

İfadədən görüldüyü kimi r müqaviməti böyük olduqca kondensatorun yaxşılığı da böyük olur.

5.9. SİNUSOİDAL DƏYİŞƏN CƏRƏYANIN GÜCÜ

Biz ayrılıqda müqavimətdə, induktivlikdə və tutumda dəyişən cərəyanın gücünün təyinine baxdıq. İndi ümumi halda, yə'ni dövredə bu elementlərin hamısı iştirak etdikdə (istənilən sayda) dövrənin gücünü təyin edək.

Fərz edək ki, r, L, c -dən ibarət dövrə

$$u = U_m \sin \omega t \quad (1)$$

olan sinusoidal dəyişən gərginliyə qoşulmuşdur.

Bu zaman dövredən axan cərəyan da sinusoidal olmaqla qəbul edək ki,

$$i = I_m \sin (\omega t - \varphi) \quad (2)$$

ifadəsi ilə təyin edilir. (qəbul edilir ki, dövrə induktiv xarakterlidir).

Mə'lumdur ki, ani güc

$$P = ui \quad (3)$$

(1)və (2)-ni (3)-də nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} P &= ui = U_m I_m \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) = \\ &= \frac{1}{2} U_m I_m [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)] = \\ &= UI [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)] \end{aligned} \quad (4) \text{ alınar}$$

(4)-dən görünür ki, dəyişən cərəyanın gücü iki hissədən, sabit zamandan asılı olmayan $UI \cos \varphi$ -dən və ikiqat tezliklə dəyişən kosinusoidal hissədən ibarətdir. Bilirik ki, ani gücün bir perioddakı orta qiyməti aktiv gücdür.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T U I [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)] dt = \quad (5)$$

$$= UI \cos \varphi$$

$\cos \varphi$ -güc əmsalı adlanır. Aktiv gücün vahidi Vattdır (Vt).

Deməli, aktiv güc gərginliklə cərəyanın tə'siredici qiymətləri ilə güc əmsalının hasilinə bərabərdir. Aydınır ki, φ nə qədər kiçik olarsa ($\cos \varphi$ nə qədər böyük olarsa) eyni gərginlikdə hər hansı P gücünü bir elə daha az cərəyanla mənbədən işlədiciyə ötürmək olar.

Güc əmsalı $\cos \varphi$ texniki-iqtisadi göstərici olub enerjinin qənaəti ilə bağlı kəmiyyətdir. Yə'ni $\cos \varphi$ -nin artırılması (φ -nin kiçildilməsi) enerjiyə qənaət edilməsi deməkdir.

$\cos \varphi$ -ni artırmaqla eyni gücü daha az cərəyanla vermək olar ki, bu da enerji itkisinin azalması deməkdir. Zavod və fabriklərdə $\cos \varphi$ -ni artırmaq üçün onlarda dövrəyə paralel olaraq kondensatorlar da qoşurlar. (Çünki onların yükü əsasən induktiv xarakterli olur).

Mə'lum ifadələrdən istifadə etməklə aktiv gücün aşağıdakı ifadələrini də almaq olar:

$$P = U I \cos \varphi = I z I \cos \varphi = I^2 z \cos \varphi = r I^2$$

$$P = U I \cos \varphi = U U y \cos \varphi = U^2 y \cos \varphi = g U^2$$

Digər tərəfdən

$$U \cos \varphi = U_a$$

və

$$I \cos \varphi = I_a$$

olduğundan

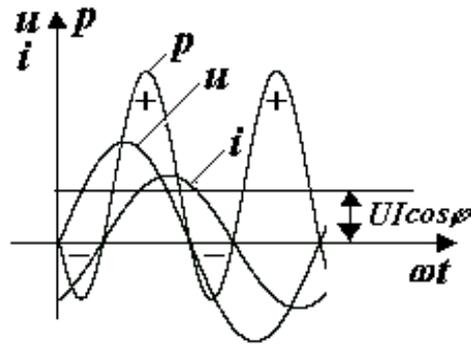
$$P = U_a I$$

və ya

$$P = U I_a$$

Yə'ni aktiv güc gərginlik və cərəyanın aktiv hissələri ilə də tə'yin edilə bilər. Alınmış (5) ifadəsi daha ümumidir. Bu ifadədə $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ və $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ götürməklə uyğun olaraq müqavimətdə, induktivlikdə və tutumdakı aktiv gücün ifadələrini almaq olar.

(1), (2) və (4) ifadələrinə əsasən gərginlik, cərəyan və gücün qrafiklərini çəmək (şəkil 87).



Şəkil 87

Şəkildən görüldüyü kimi gərginlik və cərəyan eyni işarəli olan vaxt anı güc müsbətdir və bu zaman enerji mənbədən qəbul ediciyə ötürülərək müqavimətdə istiliyə çevrilir və induktivliyin maqnit sahəsinə toplanır.

Gərginlik və cərəyan müxtəlif işarəli olduqda isə anı güc mənfidir və bu zaman enerjinin bir hissəsi mənbəyə qaytarılır. Lakin periodun çox hissəsində anı güc müsbətdir. Yə'ni aktiv güc həmişə müsbətdir. ($P > 0$)

Əgər dövrəni tutum xarakterli qəbul etsək, yenə eyni vəziyyət alınır.

Sabit cərəyandan fərqli olaraq dəyişən cərəyan dövrəsində tam güc və reaktiv güc anlayışları da vardır.

Gərginlik və cərəyanın tə'siredici qiymətləri hasilini tam güc adlanır və S hərfi ilə işarə edilir.

$$S = UI \quad (6)$$

Tam gücün vahidi Voltamperdir (VA).

(4)-dən görüldüyü kimi, ani gücün maksimal qiyməti tam gücə bərabərdir.

(5) və (6)-ya əsasən yazmaq olar ki,

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

Yə'ni güc əmsalı aktiv gücün tam gücə nisbətində bərabərdir.

Gərginliklə cərəyanın tə'siredici qiymətləri ilə onlar arasındakı bucağın sinusunu hasili reaktiv güc adlanır və Q ilə işarə edilir.

$$Q = U I \sin \varphi \quad (7)$$

Reaktiv güc reaktiv Voltamperlə ölçülür (VAR).

(5) və (7)-ni kvadrata yüksəldib tərəf-tərəfə toplasaq

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad \text{və ya} \quad S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad \text{alınar.}$$

(7)-dən yazmaq olar ki,

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S}$$

(7)-ni (5)-ə bölməklə isə almaq olar ki,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}$$

Yə'ni faza sürüşmə bucağının tangensi reaktiv gücün tam gücə nisbətidir.

Mə'lum ifadələrdən istifadə etməklə reaktiv gücün də aşağıdakı ifadələrini almaq olar.

$$Q = U I \sin \varphi = I z I \sin \varphi = I^2 z \sin \varphi = I^2 x$$

$$Q = U I \sin \varphi = U U y \sin \varphi = U^2 y \sin \varphi = U^2 b$$

Digər tərəfdən $U \sin \varphi = U_r$ və ya $I \sin \varphi = I_r$ olduğundan

$$Q = I U_r \quad \text{və ya} \quad Q = I_r U$$

Yə'ni reaktiv güc gərginlik və cərəyanın reaktiv hissələri ilə də təyin edilə bilər. Aydındır ki, dövrə induktiv xarakterli olduqda reaktiv güc müsbət, tutum xarakterli olduqda isə mənfi olacaqdır.

İnduktivlikdəki və tutumdakı reaktiv güc uyğun olaraq onların maqnit və elektrik sahəsinə toplanmış enerjilərlə də ifadə edilə bilər. Belə ki, induktivlikdə

$$Q_L = U I \sin \varphi = U I \sin \frac{\pi}{2} = U I = \omega L I^2 =$$

$$= \omega \frac{L I_m^2}{2} = \omega W_{L \max}$$

tutumda isə

$$Q_C = U I \sin \varphi = U I \sin \left(-\frac{\pi}{2}\right) = -U I = -\omega C U^2 =$$

$$= -\omega \frac{C U^2}{2} = -\omega W_{C \max}$$

$W_{L \max}$ və $W_{C \max}$ uyğun olaraq induktivliyin maqnit sahəsinə və tutumun elektrik sahəsinə toplanmış enerjilərin maksimal qiymətləridir.

Əgər dövredə həm induktivlik, həm də tutum iştirak edərsə reaktiv güc onlardakı reaktiv güclərin fərqi kimi təyin edilir.

$$Q = Q_L - Q_C = \omega (W_{L \max} - W_{C \max})$$

Yə'ni reaktiv güc induktivliyin maqnit sahəsinə və tutumun elektrik sahəsinə toplanmış enerjilərin fərqiə mütənasibdir.

6. KOMPLEKS ƏDƏDLƏRİN ELEKTRİK DÖVRƏLƏRİNİN HƏLLİNƏ TƏDBİQİ. (Kompleks amplitudlar metodu)

6.1. SİNUSOİDAL FUNKSİYALARIN KOMPLEKS MÜSTƏVİDƏ TƏSVİRİ.

Sinusoidal dəyişən cərəyan dövrəsində cərəyan, gərginlik və e.h.q. sinusoidal qanunla dəyişdiyinə görə dövrənin həlli üçün Kirxhof qanunları əsasında yazılan tənliklər də triqonometrik tənliklər olur. Məsələn, r,L,C-dən ibarət ardıcıl dövrə üçün Kirxhofun II qanununa görə tənlik yazsaq

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{c} \int idt = e(t) \quad \text{alınar.}$$

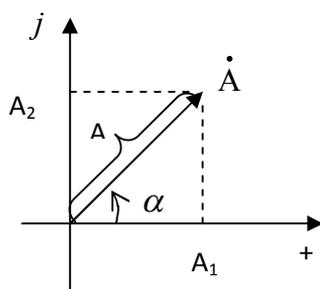
Əgər $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ və $e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ olduğunu qəbul edib, yuxarıdakı tənlikdə nəzərə alsaq, triqonometrik tənlik alınır. Yə'ni sinusoidal dəyişən cərəyan dövrəsinin həlli triqonometrik tənliklərin həlli deməkdir. Triqonometrik tənliklərin həlli isə cəbri tənliklərin (sabit cərəyan dövrəsinin həlli cəbri tənliklərlə aparılır.) həllindən qat-qat çətindir.

Dövrələr mürəkkəbləşdikcə, onlardakı konturların və mənbələrin sayı artdıqca və onlarda qarşılıqlı induktivlik olduğu halda dəyişən cərəyan dövrələrinin həlli daha da çətinləşir. Odur ki, dəyişən cərəyan dövrələrinin həllini asanlaşdırmaq üçün elə etmək lazımdır ki, onların da həlli sabit cərəyan dövrələrində olduğu kimi cəbri tənliklərin həllinə gətirilsin. Bunun üçün sinusoidal funksiyaları kompleks müstəvidə fırlanan vektorlar kimi təsvir edirlər.

Sinusoidal funksiyaların kompleks müstəvidə fırlanan vektor kimi təsvirinə əsaslanan metod, kompleks amplitudlar metodu (kompleks metod) adlanır. Bu metodla dəyişən cərəyan dövrəsinin həlli aparıldıqda triqonometrik tənliklərin həlli cəbri tənliklərin həllinə çevrilir. Bu metod elektrotexnika məsələlərinin həllinə ilk dəfə A.E. Kanelli və P.Ç. Şteynmets tərəfindən tətbiq edilmişdir.

Bu metodun mahiyyətini aydınlaşdıraraq. Bilirik ki, hər hansı kompleks kəmiyyətə kompleks müstəvidə (Həqiqi və xəyali ədədlər oxunun əmələ gətirdiyi müstəvi kompleks müstəvi adlanır) bir vektor uyğundur. Bu vektorun başlanğıcı koordinat başlanğıcında, sonu isə həmin kəmiyyətə uyğun nöqtədə olur. (Şəkil 88)

Şəkil 88



Məsələn kompleks kəmiyyət olan \dot{A} aşağıdakı kimi verilmişdir.

$$\dot{A} = A_1 \pm j A_2 = A e^{\pm j\alpha} \quad (1)$$

Burada $\dot{A} = A_1 + j A_2$ kompleks kəmiyyətin cəbri forması, $\dot{A} = A e^{\pm j\alpha}$ isə üstlü şəkildə yazılış formasıdır. ($j = \sqrt{-1}$ olub xəyali ədəddir).

A - kompleks kəmiyyətin modulu, α -isə onun arqumenti və ya fazasıdır.

(1) ifadəsinə Eylər düsturunu tətbiq etsək

$$\dot{A} = A \cos \alpha + j A \sin \alpha \quad (2) \quad \text{alınar.}$$

(2) kompleks kəmiyyətin triqonometrik formasıdır.

(1) və (2)-nin müqayisəsindən görünür ki,

$$A_1 = A \cos \alpha \quad (3)$$

$$A_2 = A \sin \alpha \quad (4)$$

A_1 -kompleks kəmiyyətin həqiqi hissəsi, A_2 -isə onun xəyal hissəsidir.

(3) və (4)-ə əsasən (eyni zamanda şəkilə əsasən) yazmaq olar ki,

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad (5) \quad \text{və} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{A_2}{A_1} \quad \text{və ya} \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{A_2}{A_1}$$

$\alpha > 0$ olduqda arqument, saat əqrəbinin əksi istiqamətində, $\alpha < 0$ olduqda isə saat əqrəbi istiqamətində göstərilir.

Göründüyü kimi kompleks kəmiyyət müxtəlif formalarda göstərilə bilər, onların bir formasından digər formasına keçmək olar. Müsbət istiqamətdə, yəni saat əqrəbinin əksi istiqamətində ω sür'əti ilə fırlanan vektor

$$A e^{j(\omega t + \alpha)} = \dot{A} e^{j\omega t} \quad (6)$$

şəklində göstərilə bilər.

Burada $\dot{A} = A e^{j\alpha}$ kompleks amplituda adlanır və vektorun $t = 0$ anındakı vəziyyətini

müəyyən edir. Yəni bu kompleks kəmiyyət (\dot{A}) zamandan asılı olmayıb, onun modulu (A) və arqumenti (α) uyğun olaraq verilən sinusoidal funksiyanın amplitud (maksimal) qiymətinə və başlanğıc fazasına bərabərdir.

$e^{j\omega t}$ -isə fırlanma operatoru adlanır.

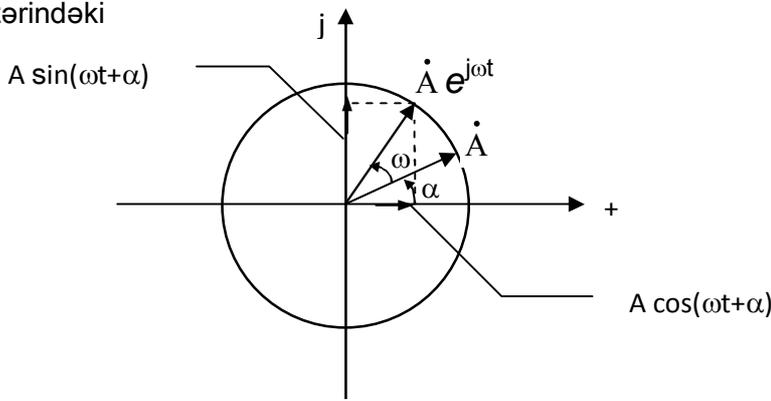
Hər hansı vektorun $e^{j\omega t}$ -yə vurulması onun saat əqrəbinin əksi istiqamətində ωt bucağı qədər dönməsi deməkdir.

(6) ifadəsinə Eylər düsturunu tətbiq etsək alınır:

$$A e^{j(\omega t + \alpha)} = A \cos(\omega t + \alpha) + j A \sin(\omega t + \alpha) \quad (7)$$

(7)-dən görünür ki, $A \cos(\omega t + \alpha)$ kompleks funksiyanın (kompleks müstəvidə fırlanan vektorun) həqiqi hissəsi kimi, $A \sin(\omega t + \alpha)$ isə onun xəyali hissəsi kimi baxıla bilər.

Başqa sözlə, $A \cos(\omega t + \alpha)$ -ya fırlanan vektorun həqiqi ox üzərindəki, $A \sin(\omega t + \alpha)$ -ya isə xəyali ox üzərindəki



proyeksiyası kimi baxa bilərik. (şəkil 89)

Şəkil 89

Deməli sinusoidal funksiya kompleks müstəvidə fırlanan vektor kimi baxmaq olar. Uyğun olaraq kompleks funksiyanın həqiqi və xəyali hissələri simvolik olaraq Re və Im simvolları ilə göstərilir.¹ Yə'ni şərti olaraq yazı bilərik ki,

$$A \cos(\omega t + \alpha) = \text{Re}(\dot{A} e^{j\omega t}) = \text{Re}[A e^{j(\omega t + \alpha)}] \quad (8)$$

$$A \sin(\omega t + \alpha) = \text{Im}(\dot{A} e^{j\omega t}) = \text{Im}[A e^{j(\omega t + \alpha)}] \quad (9)$$

(8) və (9) ifadələrinin qarşısında Re və Im simvollarının olması həmin ifadələrin uyğun olaraq həqiqi və xəyali hissələrinin götürülməsi deməkdir.

Re simvolu həqiqi və ya real mə'nasını verən latın dilindəki Realis sözünün baş hərfləridir.
 Im simvolu isə xəyal mə'nasını verən latın dilindəki Imaginarius sözünün baş hərfləridir.

Məsələn, əgər funksiya kimi sinusoidal

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

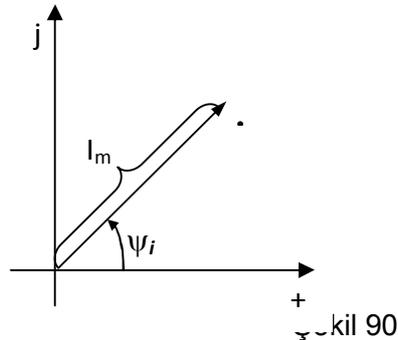
cərəyanı götürsək və $A = I_m$, $\alpha = \psi_i$ olduğunu qəbul etsək:

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i) = \text{Im} \left[I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} \right] = \\ &= \text{Im} (I_m e^{j\psi_i} e^{j\omega t}) = \text{Im} (\dot{I}_m e^{j\omega t}) \end{aligned} \quad (10)$$

alınar.

Burada $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ (11) cərəyanın kompleks amplitud qiymətidir. (10) göstərir ki,

sinusoidal cərəyan kompleks müstəvidə ω sür'əti ilə fırlanan \dot{I}_m vektoru ilə təsvir edilə bilər. (şəkil 90)



(10)-dan görünür ki, sinusoidal dəyişən cərəyanın ani qiymətini almaq üçün onun kompleks amplitud qiymətini $e^{j\omega t}$ -ya (fırlanma operatoruna) vurub, onun xəyali hissəsini götürmək lazımdır. Yə'ni $i = \text{Im}(\dot{I}_m e^{j\omega t})$.

Misal: Əgər cərəyanın kompleks amplitudu $\dot{I}_m = 5e^{-j60^\circ}$ olarsa, onun ani qiymətini tapmalı:

$$i = \text{Im} \left[\dot{I}_m e^{j\omega t} \right] = \text{Im} (5 e^{-j60^\circ} e^{j\omega t}) = \text{Im} \left[5 e^{j(\omega t - 60^\circ)} \right] = \\ = \text{Im} [5 \cos(\omega t - 60^\circ) + j 5 \sin(\omega t - 60^\circ)] = 5 \sin(\omega t - 60^\circ)$$

Misal: Əgər gərginliyin kompleks amplitudu $\dot{U} = 30 + j 40$ olarsa, onun ani qiymətini təyin etməli.

$$\dot{U} = 30 + j 40 = \sqrt{30^2 + 40^2} e^{j \arctg \frac{40}{30}} = 50 e^{j \arctg 1,33} = 50 e^{j 53^\circ} \\ \dot{U}_m = \sqrt{2} \dot{U} = \sqrt{2} 50 e^{j 53^\circ}$$

$$u = \text{Im}(\dot{U}_m e^{j\omega t}) = \text{Im}(50\sqrt{2} e^{j 53^\circ} e^{j\omega t}) = \text{Im} [50\sqrt{2} e^{j(\omega t + 53^\circ)}] = \\ = \text{Im} [50\sqrt{2} \cos(\omega t + 53^\circ) + j 50\sqrt{2} \sin(\omega t + 53^\circ)] = 50\sqrt{2} \sin(\omega t + 53^\circ)$$

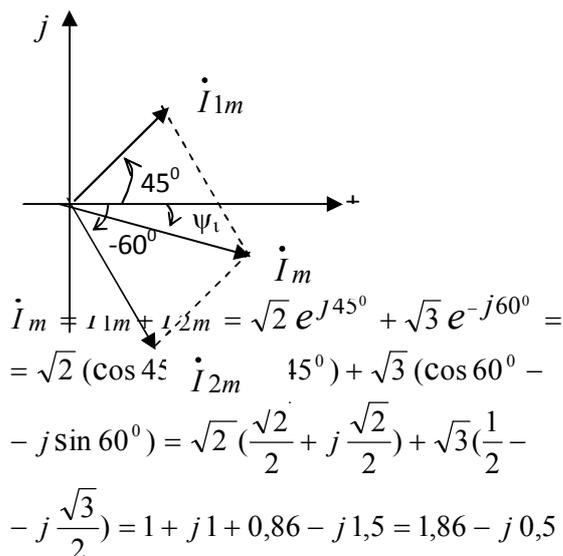
Misal: Ani qiymətləri $i_1 = \sqrt{2} \sin(\omega t + 45^\circ)$ və $i_2 = \sqrt{3} \sin(\omega t - 60^\circ)$ olan iki cərəyanın cəmini təyin edin.

edin.

Əvvəlcə cərəyanların kompleks amplitudlarını yazaq:

$$\dot{I}_{1m} = \sqrt{2} e^{j 45^\circ}$$

$$\dot{I}_{2m} = \sqrt{3} e^{-j 60^\circ}$$



$$I_m = \sqrt{1,86^2 + 0,5^2} \approx 2$$

$$\psi_i = \arctg \frac{-0,5}{1,86} \approx -20^\circ$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) = 2 \sin(\omega t - 20^\circ)$$

6.2. OM QANUNU KOMPLEKS FORMADA. KOMPLEKS MÜQAVİMƏT

Fərz edək ki, hər hansı ardıcıl r, L, c dövrəsinə

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi) \quad (1)$$

sinusoidal gərginliyi qoşulub. Dövrə xətti olduğundan oradan axan cərəyan da sinusoidal olacaqdır.

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) \quad (2)$$

(1) və (2)-yə əsasən cərəyanın və gərginliyin kompleksi aşağıdakı kimi olar:

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi} \quad (3)$$

$$\dot{I}_m = I_m e^{j(\psi-\varphi)} \quad (4)$$

Kirxhofun II qanununa görə isə verilən ardıcıl r,L,c dövrəsi üçün yazmaq olar ki,

$$u = ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (5)$$

(5) ifadəsində cərəyanın və gərginliyin ani qiymətlərini onların kompleksləri ilə ifadə edək:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \left[\dot{U}_m e^{j\omega t} \right] &= r \operatorname{Im} (\dot{I}_m e^{j\omega t}) + \\ &+ L \frac{d \operatorname{Im} (\dot{I}_m e^{j\omega t})}{dt} + \frac{1}{C} \int \operatorname{Im} (\dot{I}_m e^{j\omega t}) dt \end{aligned}$$

Burada funksiyaların xəyali hissələri üzərindəki əməliyyatları onların özləri üzərində aparıb, sonra xəyali hissələrini götürmək mümkün olduğundan

$$\operatorname{Im} \left[\dot{U}_m e^{j\omega t} \right] = \operatorname{Im} \left[r \dot{I}_m e^{j\omega t} + j\omega L \dot{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_m e^{j\omega t} \right]$$

Bu ifadə zamanın hər anı üçün ödəndiyindən xəyali hissələri götürülən kompleks ifadələr bir-birinə bərabər olar.

$$\text{Yə'ni} \quad \dot{U}_m e^{j\omega t} = r \dot{I}_m e^{j\omega t} + j\omega L \dot{I}_m e^{j\omega t} + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

Bu ifadənin hər tərəfini $e^{j\omega t}$ -yə bölsək

$$\dot{U}_m = r \dot{I}_m + j\omega L \dot{I}_m + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_m \quad (6) \quad \text{alınar.}$$

$$\text{Buradan} \quad \dot{U}_m = \dot{I}_m \left(r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} \right) = \dot{I}_m \left[r + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] \quad (7)$$

(7) ifadəsində

$$\underline{Z} = r + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = r + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \quad (8)$$

kimi işarə edilir və kompleks müqavimət adlanır.

$$x = \omega L - \frac{1}{\omega C} \quad \text{olduğundan}$$

kompleks müqavimət $\underline{Z} = r + jx$ kimi də yazıla bilər.

(8)-i (7)-də nəzərə alsaq

$$\dot{U}_m = \dot{I}_m \underline{Z}$$

Bu ifadənin hər tərəfini $\sqrt{2}$ -yə bölsək

$$\dot{U} = \dot{I} \underline{Z} \quad (9) \quad \text{və ya} \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} \quad (10) \quad \text{alınar.}$$

(9) və ya (10) kompleks formada Om qanununun ifadələridir.

$$\text{Göründüyü kimi} \quad \underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad (11)$$

kimi ifadə olunur.

(11)-ə əsasən demək olar ki, kompleks müqavimət gərginliyin kompleksinin cərəyanın kompleksinə olan nisbətidir.

Kompleks müqaviməti üstlü şəkildə də göstərmək olar.

$$\underline{Z} = r + jx = \sqrt{r^2 + x^2} e^{j \arctg \frac{x}{r}} = z e^{j\varphi} \quad (12)$$

Burada

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctg \left(\frac{x}{r}\right) \quad \left(\operatorname{tg} \varphi = \frac{x}{r}\right)$$

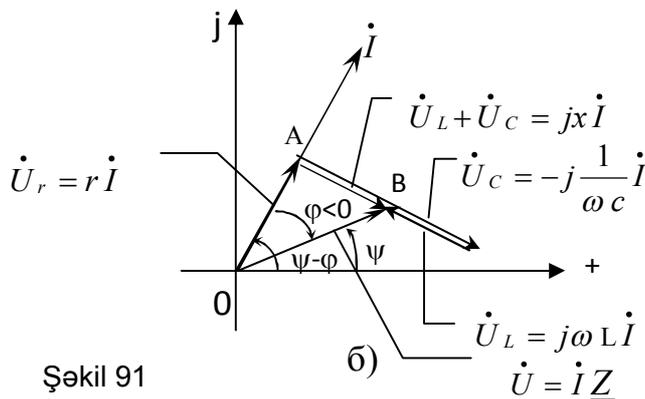
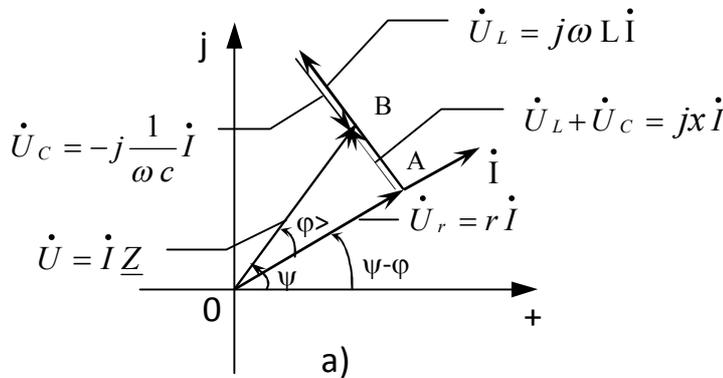
Göründüyü kimi tam müqavimət (z) kompleks müqavimətin (\underline{Z}) modulu, faza sürüşmə bucağı φ isə onun argumentidir.

(12)-yə Eyler formulunu tətbiq etsək, kompleks müqavimətin aşağıdakı ifadəsini də almaq olar.

$$\underline{Z} = z e^{j\varphi} = z \cos \varphi + j z \sin \varphi = r + jx \quad (13)$$

(13)-dən görünür ki, kompleks müqavimətin həqiqi hissəsi aktiv müqavimətə, xəyali hissəsi isə reaktiv müqavimətə bərabərdir.

Şəkil 91-də ardıcıl r, L, C dövrəsinin vektor diaqramı göstərilmişdir.



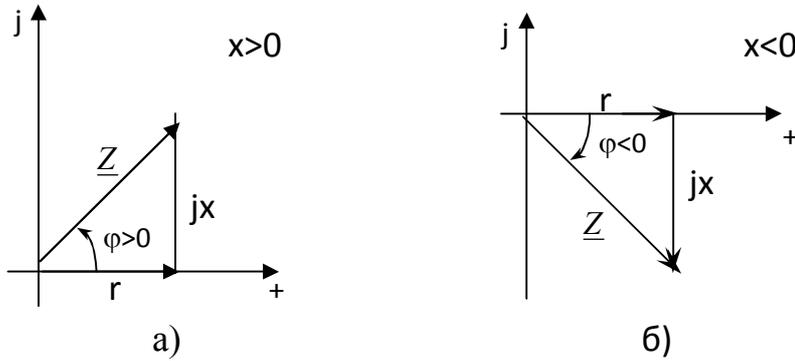
Şəkil 91

Şəkil 91-də a) induktiv müqavimətin tutum müqavimətindən böyük ($X_L > X_C$) olduğu hala, b) isə induktiv müqavimətin tutum müqavimətindən kiçik ($X_L < X_C$) olduğu hala aiddir. $X_L > X_C$ olduqda cərəyan gərginlikdən geri qalır ($\varphi > 0$), $X_L < X_C$ olduqda isə cərəyan gərginlikdən irəli gedir ($\varphi < 0$).

Vektor diaqramlarını çəkmək üçün əvvəlcə $\psi - \varphi$ bucağı altında cərəyan vektoru \dot{I} qeyd edilir. Sonra onunla eyni fazalı olan aktiv müqavimətdəki gərginlik düşküsü \dot{U}_r vektoru,

cərəyandan 90^0 irəli gedən induktivlikdəki gərginlik düşküsi \dot{U}_L vektoru və cərəyandan 90^0 geri qalan tutumdakı gərginlik düşküsi \dot{U}_C vektoru çəkilir. Bu vektorların cəmi isə Kirxhofun ikinci qanununa görə ümumi gərginlik U -ya bərabərdir. Yə'ni bu vektorların qapayıcısı ümumi gərginliyə (\dot{U} vektoruna) bərabərdir.

Şəkildəki OAB üçbucaqları gərginliklər üçbucağı adlanır. Bu üçbucaqların hər tərəfini cərəyana bölüb, $\psi - \varphi$ bucağı qədər saat əqrəbi istiqamətində döndərsək, şəkil 92-də göstəriləyi kimi, müqavimətlər üçbucağı alınır.



Şəkil 92

Şəkildə a) halı dövrənin induktiv xarakterli, b) halı isə tutum xarakterli olduğunu göstərir.

Göstərilən üçbucaqları müqavimətlərin modullarını göstərməklə aşağıdakı kimi çəkmək olar.



Göründüyü kimi müqavimətlər öz aralarında bir düzbucaqlı üçbucaq təşkil edirlər. Bu üçbucaqda bitişik katet aktiv müqavimətə, qarşıdakı katet reaktiv müqavimətə, hipetonuz isə tam müqavimətə bərabərdir. Müqavimətlər arasındakı bütün əlaqələr bu üçbucaqlardan alınır.

Məsələn: $z = \sqrt{r^2 + x^2}$, $tg \varphi = \frac{x}{r}$, $r = z \cos \varphi$, $x = z \sin \varphi$

6.3. KİRXHOFUN BİRİNCİ QANUNU KOMPLEKS FORMADA. KOMPLEKS KEÇİRİCİLİK

Kirxhofun birinci qanununa əsasən yazmaq olar ki,

$$i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_n = \sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad (1)$$

(1) ifadəsində cərəyanların ani qiymətlərini onların kompleks amplitudları ilə ifadə edək. Bu zaman cərəyanın ani qiyməti onun kompleks amplitudunun həqiqi və ya xəyali hissəsi ilə müəyyən olunur. Yə'ni

$$i = \operatorname{Re}(\dot{I}_m e^{j\omega t}) \quad (2) \quad \text{və ya} \quad i = \operatorname{Im}(\dot{I}_m e^{j\omega t}) \quad (3)$$

(2) və (3) nəzərə alınmaqla (1) ifadəsindən yazıla bilər ki,

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re}(\dot{I}_{1m} e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\dot{I}_{2m} e^{j\omega t}) + \operatorname{Re}(\dot{I}_{3m} e^{j\omega t}) + \dots \\ & + \operatorname{Re}(\dot{I}_{nm} e^{j\omega t}) = \sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(\dot{I}_{km} e^{j\omega t}) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

və ya

$$\begin{aligned} & \operatorname{Im}(\dot{I}_{1m} e^{j\omega t}) + \operatorname{Im}(\dot{I}_{2m} e^{j\omega t}) + \operatorname{Im}(\dot{I}_{3m} e^{j\omega t}) + \dots \\ & + \operatorname{Im}(\dot{I}_{nm} e^{j\omega t}) = \sum_{k=1}^n \operatorname{Im}(\dot{I}_{km} e^{j\omega t}) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

Kirxhofun birinci qanununda ($\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0$) cərəyanların ani qiymətlərinin yerinə kompleks

kəmiyyət olan $\dot{I}_{km} e^{j\omega t}$ ifadəsinin həqiqi və ya xəyali hissəsini qoyduqda ödəndiyi kimi, ani

qiymətlərin yerinə $\dot{I}_{km} e^{j\omega t}$ kompleks ifadəsini yazdıqda da ödənilir.

Doğrudan da (5) ifadəsinin hər tərəfini j -ya vurub, (4) və (5) ifadələrini tərəf-tərəfə toplasaq

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(\dot{I}_{km} e^{j\omega t}) + \sum_{k=1}^n j \operatorname{Im}(\dot{I}_{km} e^{j\omega t}) = 0 \quad \text{alınır.}$$

Buradan
$$\sum_{k=1}^n \left[\operatorname{Re}(\dot{I}_{km} e^{j\omega t}) + j \operatorname{Im}(\dot{I}_{km} e^{j\omega t}) \right] = \sum_{k=1}^n \dot{I}_{km} e^{j\omega t} = 0$$

Beləliklə görünür ki, (1) ifadəsində cərəyanların ani qiymətlərinin yerinə $\dot{I}_{km} e^{j\omega t}$ kompleks ifadəsini də yazsaq, o yenə ödənəcəkdir. Bunu (1)-də nəzərə alsaq yazmaq olar ki,

$$\begin{aligned} & \dot{I}_{1m} e^{j\omega t} + \dot{I}_{2m} e^{j\omega t} + \dot{I}_{3m} e^{j\omega t} + \dots + \dot{I}_{nm} e^{j\omega t} = \\ & = \sum_{k=1}^n \dot{I}_{km} e^{j\omega t} = 0 \end{aligned}$$

Bu ifadənin hər tərəfini $e^{j\omega t}$ -yə bölsək

$$\dot{I}_{1m} + \dot{I}_{2m} + \dot{I}_{3m} + \dots + \dot{I}_{nm} = \sum_{k=1}^n \dot{I}_{km} = 0 \quad (6)$$

(6) amplitud qiymətlərə görə kompleks formada Kirxhofun birinci qanununun ifadəsidir.

Bu ifadənin hər tərəfini $\sqrt{2}$ -yə bölsək, Kirxhofun birinci qanununun tə'siredici qiymətlərə görə kompleks formada ifadəsi alınar.

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 + \dots + \dot{I}_n = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0 \quad (7)$$

(7)-ə əsasən Kirxhofun birinci qanunu kompleks formada aşağıdakı kimi deyilir.

Hər hansı düyündə cərəyanların komplekslərinin cəbri cəmi sifıra bərabərdir ($\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0$).

Əgər Kirxhofun kompleks formada birinci qanununu paralel r, L, c dövrəsinə tətbiq etsək yazmaq olar ki,

$$\dot{I} = \dot{I}_r + \dot{I}_L + \dot{I}_c \quad (8)$$

Burada \dot{I}_r, \dot{I}_L və \dot{I}_c uyğun olaraq r -dən, L -dən və C -dən axan cərəyanlar, \dot{I} isə ümumi cərəyandır.

(8) ifadəsindəki cərəyanları Om qanunu ilə ifadə edək:

$$\dot{I}_r = g \dot{U} \quad (9)$$

$$\dot{I}_L = \frac{1}{j\omega L} \dot{U} = -j \frac{1}{\omega L} \dot{U} \quad (10)$$

$$\dot{I}_c = j\omega c \dot{U} \quad (11)$$

(9) , (10) və (11)-i (8)-də nəzərə alaraq:

$$\dot{I} = g \dot{U} - j \frac{1}{\omega L} \dot{U} + j\omega c \dot{U}$$

Buradan

$$\dot{I} = \dot{U} \left[g - j \left(\frac{1}{\omega L} - \omega c \right) \right] \quad (12) \quad \text{alınar.}$$

(12) ifadəsində $\underline{Y} = g - j \left(\frac{1}{\omega L} - \omega c \right)$ (13) kimi ifadə edilir və kompleks keçiricilik adlanır.

$$\frac{1}{\omega L} - \omega c = b \quad \text{olduğundan}$$

kompleks keçiricilik $\underline{Y} = g - jb$ (14) şəklində də yazıla bilər.

(14)-ni (12)-da nəzərə alsaq

$$\dot{I} = \dot{U} \underline{Y} \quad (15) \quad \text{alınır.}$$

(15) ifadəsi də keçiriciliklə kompleks şəklində Om qanununun ifadəsidir.

(15)-ə əsasən yazmaq olar ki,

$$\underline{Y} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} \quad (16)$$

(16)-dan görünür ki, kompleks keçiricilik, cərəyanın kompleksinin gərginliyin kompleksinə olan nisbətidir.

Kompleks keçiricilik üstlü şəkildə də yazıla bilər.

$$\underline{Y} = g - jb = \sqrt{g^2 + b^2} e^{-j \arctg \frac{b}{g}} = y e^{-j\varphi} \quad (17)$$

Burada

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega c \right)^2}$$

$$\varphi = \arctg \left(\frac{b}{g} \right) \quad \left(\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g} \right)$$

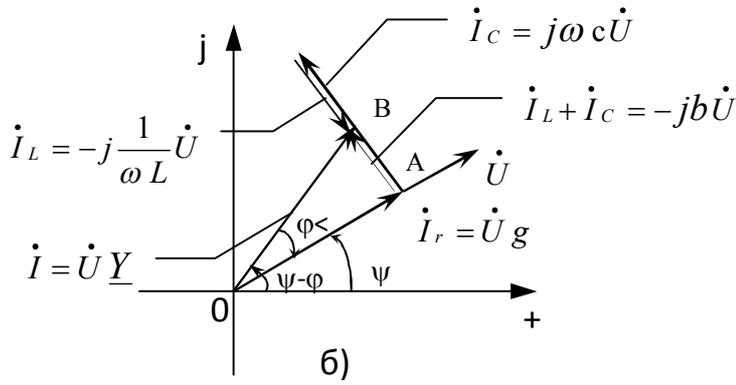
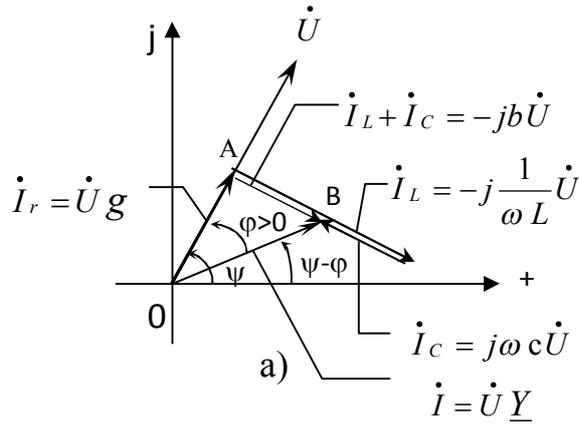
Göründüyü kimi tam keçiricilik (y) kompleks keçiriciliyin (Y) modulu, faza sürüşmə bucağının mənfə qiyməti isə onun arqumentidir.

(17)-ə Eyley formulunu tətbiq etsək, kompleks keçiriciliyin aşağıdakı ifadəsini almaq olar.

$$\underline{Y} = y e^{-j\varphi} = y \cos \varphi - jy \sin \varphi = g - jb \quad (18)$$

(18)-dən görünür ki, kompleks keçiriciliyin həqiqi hissəsi aktiv keçiriciliyə, xəyali hissəsi isə reaktiv keçiriciliyə bərabərdir.

Şəkil 93-də paralel r,L,c dövrəsinin vektor diaqramı göstərilmişdir.



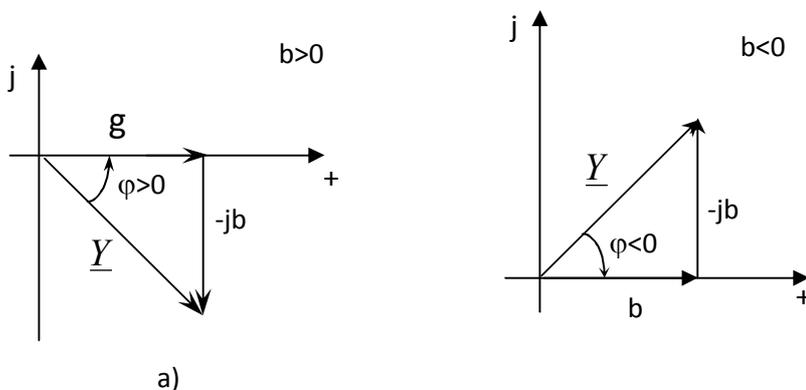
Şəkil 93

Şəkil 93-də a) İnduktiv keçiriciliyin tutum keçiriciliyin-dən böyük ($b_L > b_C$) olduğu hala, b) isə induktiv keçiriciliyin tutum keçiricilikdən kiçik ($b_L < b_C$) olduğu hala aiddir. $b_L > b_C$ olduqda cərəyan gərginlikdən geri qalır, ($\varphi > 0$) $b_L < b_C$ olduqda isə cərəyan gərginlikdən irəli gedir. ($\varphi < 0$)

Vektor diaqramını çəkmək üçün əvvəlcə ψ bucağı altında gərginlik vektoru \dot{U} qeyd edilir.

Sonra onunla eyni fazalı olan aktiv müqavimətdən axan cərəyan \dot{I}_r vektoru, gərginlikdən 90° geri qalan induktivlikdəki cərəyan \dot{I}_L vektoru və gərginlikdən 90° irəli gedən tutumdakı cərəyan \dot{I}_C vektoru çəkilir. Bu vektorların cəmi isə Kirxhofun birinci qanununa görə ümumi cərəyan \dot{I} -yə bərabərdir. Yə'ni bu vektorların qapayıcısı ümumi cərəyan (\dot{I})-yə bərabərdir.

Şəkildeki OAB üçbucaqları cərəyanlar üçbucağı adlanır. Bu üçbucaqların hər tərəfini gərginliyə bölüb, ψ bucağı qədər saat əqrəbi istiqamətində döndərsək, şəkil 94-də göstərilədiyi kimi keçiriciliklər üçbucağı alınır.



6)

Şəkil 94

Şəkilə a) halı dövrənin induktiv xarakterli, b) halı isə tutum xarakterli olduğunu göstərir. Göstərilən üçbucaqları keçiriciliklərin modullarını göstərməklə aşağıdakı kimi çəkmək olar.



Göründüyü kimi, keçiriciliklər öz aralarında bir düzbucaqlı üçbucaq təşkil edirlər. Bu üçbucaqda bitişik katet aktiv keçiriciliyə, qarşıdakı katet reaktiv keçiriciliyə, hipotenuz isə tam keçiriciliyə bərabərdir.

Keçiriciliklər arasında bütün əlaqələr bu üçbucaqlardan alınır.

(məsələn: $y = \sqrt{g^2 + b^2}$, $tg\varphi = \frac{b}{g}$, $g = y \cos \varphi$, $b = y \sin \varphi$ və s.)

6.4. KİRXHOFUN İKİNCİ QANUNU KOMPLEKS FORMADA

Əgər dövredə (konturda) iştirak edən budaqların və mənbələrin sayı n dənə olarsa, onda ani qiymətlər üçün Kirxhofun ikinci qanununa görə yazmaq olar ki,

$$\sum_{k=1}^n i_k r_k + \sum_{k=1}^n L_k \frac{di_k}{dt} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{c_k} \int i_k dt = \sum_{k=1}^n e_k \quad (1)$$

Burada k qapalı konturları yaradan budaqların nömrəsidir.

Əgər e.h.q.-ri sinusoidaldirsə, onda cərəyanların və e.h.q.-nin ani qiymətlərini onların kompleks amplitudlarının həqiqi və ya xəyali hissələri kimi götürmək olar. Yəni ani qiymətlərin yerinə

$\dot{I}_{km} e^{j\omega t}$ və $\dot{E}_{km} e^{j\omega t}$ ifadələrinin həqiqi və ya xəyali hissələrini yazmaq olar.

Kirxhofun birinci qanununu çıxardıqda sübut etdik ki, həqiqi və ya xəyali hissələrin yerinə həmin

kompleks ifadələrin ($\dot{I}_{km} e^{j\omega t}$ və $\dot{E}_{km} e^{j\omega t}$) özləri də yazıla bilər. Onda bunları (1) ifadəsində nəzərə alsaq

$$\sum_{k=1}^n r_k \dot{I}_{km} e^{j\omega t} + \sum_{k=1}^n L_k j\omega \dot{I}_{km} e^{j\omega t} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{j\omega c_k} \dot{I}_{km} e^{j\omega t} = \sum_{k=1}^n \dot{E}_{km} e^{j\omega t} \quad \text{alınar.}$$

İfadənin hər tərəfini fırlanma operatoru $e^{j\omega t}$ -yə bölsək, alarıq ki,

$$\sum_{k=1}^n \left(r_k \dot{I}_{km} + \dot{I}_{km} j\omega L_k + \dot{I}_{km} \frac{1}{j\omega c_k} \right) = \sum_{k=1}^n \dot{E}_{km}$$

\dot{I}_{km} -i mö'tərizə kənarına çıxarsaq

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_{km} \left(r_k + j\omega L_k + \frac{1}{j\omega C_k} \right) = \sum_{k=1}^n \dot{E}_{km} \quad (2)$$

alınır.

$$\text{Burada} \quad \underline{Z}_k = r_k + j\omega L_k + \frac{1}{j\omega C_k} \quad (3)$$

kimi işarə edək.

$\underline{Z}_k - k$ nömrəli budaqlardan ibarət konturun kompleks müqavimətidir.

(3)-ü (2)-də nəzərə alsaq

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_{km} \underline{Z}_k = \sum_{k=1}^n \dot{E}_{km} \quad (4) \quad \text{alırıq.}$$

Bu ifadənin hər tərəfini $\sqrt{2}$ -yə bölsək

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k \underline{Z}_k = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k \quad (5)$$

alınar.

(4) və (5) amplitud və təsiredici qiymətlərə görə kompleks formada Kirxhofun ikinci qanunudur.

(5) ifadəsinə görə Kirxhofun ikinci qanunu kompleks formada aşağıdakı kimi deyilir:

Hər hansı konturda e.h.q.-nin komplekslərinin cəbri cəmi həmin konturdakı gərginlik düşkünlərinin komplekslərinin cəbri cəminə bərabərdir.

Qeyd edək ki, elementlər ardıcıl birləşdikdə onların müqavimətləri, paralel birləşdikdə isə onların keçiricilikləri kompleks formada cəbri toplana bilərlər. Yəni kompleks formada əməliyyatlar eyni ilə sabit cərəyan cövrəsində olduğu kimi aparılır.

6.5. DÖVRƏ HİSSƏSİNİN MÜQAVİMƏTİ VƏ KEÇİRİCİLİYİ ARASINDA ASILILIQ

Əgər hər hansı dövrə hissəsinin kompleks müqaviməti

$$\underline{Z} = r + jx \quad (1)$$

şəklində verilmişsə, həmin dövrə hissəsinin kompleks keçiriciliyi üçün yazmaq olar ki,

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{r + jx} = \frac{r - jx}{(r + jx)(r - jx)} = \frac{r - jx}{r^2 + x^2} = \\ &= \frac{r}{r^2 + x^2} - j \frac{x}{r^2 + x^2} = \frac{r}{z^2} - j \frac{x}{z^2} \quad (2) \end{aligned}$$

burada $r^2 + x^2 = z^2$ (z - tam müqavimətdir)

Əgər verilən dövrə hissəsinin kompleks keçiriciliyi

$$\underline{Y} = g - jb \quad (3)$$

olarsa, onda həmin hissənin kompleks müqaviməti

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{g - jb} = \frac{g + jb}{(g - jb)(g + jb)} = \frac{g + jb}{g^2 + b^2} = \\ &= \frac{g}{g^2 + b^2} + j \frac{b}{g^2 + b^2} = \frac{g}{y^2} + j \frac{b}{y^2} \quad (4) \end{aligned}$$

burada $g^2 + b^2 = y^2$ (y - tam keçiricilikdir)

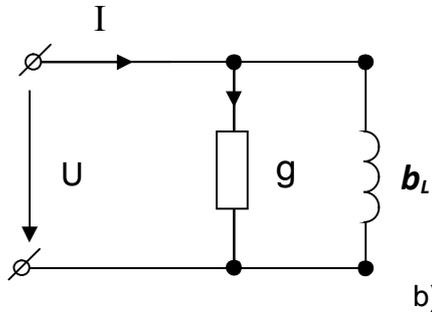
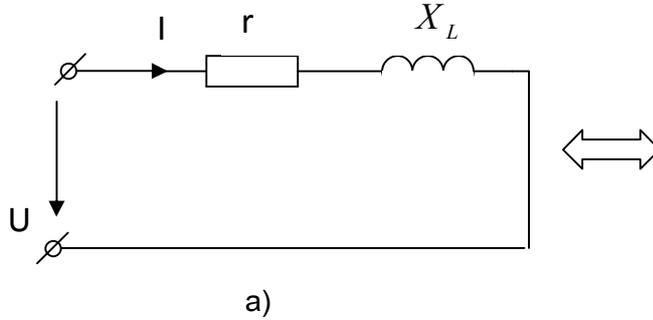
(2) və (3)-ün müqayisəsindən alırıq ki,

$$g = \frac{r}{z^2} = \frac{r}{r^2 + x^2} \quad (5)$$

$$b = \frac{x}{z^2} = \frac{x}{r^2 + x^2} \quad (6)$$

(5) və (6) göstərir ki, dövrə hissəsinin aktiv və reaktiv keçiricilikləri eyni zamanda həm aktiv, həm də reaktiv müqavimətlərdən asılıdır.

(5) və (6) ifadələrinə əsasən r və x -dan ibarət ardıcıl dövrə hissəsinə (95-ci şəkil (a)) g və b -dən ibarət paralel dövrə hissəsi (95-ci şəkil (b)) ilə əvəz etmək olar. Bu, şəkil 95-də göstərilmişdir.



Şəkil 95

(1) və (4)-ün müqayisəsindən yazmaq olar ki,

$$r = \frac{g}{y^2} = \frac{g}{g^2 + b^2} \quad (7)$$

$$x = \frac{b}{y^2} = \frac{b}{g^2 + b^2} \quad (8)$$

(7) və (8) isə göstərir ki, dövrə hissəsinin aktiv və reaktiv müqavimətləri eyni zamanda həm aktiv, həm də reaktiv keçiriciliklərdən asılıdır.

(7) və (8) ifadələrinə əsasən g və b -dən ibarət paralel dövrə hissəsi (şəkil 95 (b)) r və x -dən ibarət ardıcıl dövrə hissəsinə (şəkil 95 (a)) ilə əvəz edilə bilər. Bu əvəzləmələr bəzən dövrənin həllini sadələşdirir.

$g = \frac{1}{r}$ və $b = \frac{1}{x}$ ifadələri xüsusi halda, yəni r, L və C elementləri dövrədə yalnız tək iştirak etdiyi halda düzgündür.

Bu halda

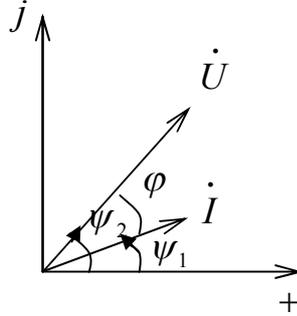
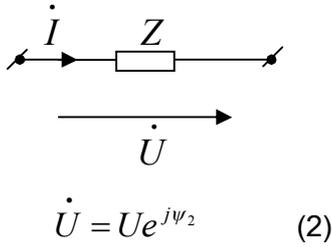
$$b_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L} \quad \text{və} \quad b_C = \frac{1}{X_C} = \omega C$$

kimi təyin edilə bilər.

6.6.KOMPLEKS GÜC

Fərz edək ki, hər hansı elektrik dövrəsindən sinusoidal dəyişən cərəyan keçir. Qəbul edək ki, dövredən keçən cərəyanın və onun sıxaclarındakı gərginliyin müsbət istiqamətləri eyni olub (şəkil 96) aşağıda verilmiş şəkildədir.

$$\dot{I} = Ie^{j\psi_1} \quad (1)$$



Şəkil 96

Gərginliyin kompleksinin (\dot{U}) cərəyanın kompleks qoşmasına (\dot{I})^{*} hasilı kompleks güc adlanır və \tilde{S} ilə işarə olunur.

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* \quad (3)$$

Cərəyanın kompleks qoşmasını onun kompleksindən (\dot{I})^{*} fərqləndirmək üçün onu \dot{I} kimi işarə edirlər.

(1) və (2) ifadələrini nəzərə almaqla (3)-dən yazıla bilər:

$$\tilde{S} = Ue^{j\psi_2} Ie^{-j\psi_1} = UIe^{j(\psi_2 - \psi_1)} = UIe^{j\varphi} \quad (4)$$

Burada $\psi_2 - \psi_1 = \varphi$ olub fazlar fərqi. Eyni düsturu (4) ifadəsinə tətbiq etsək, alırıq:

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ \quad (5)$$

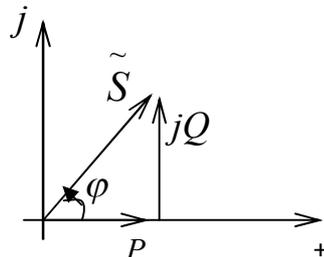
(5) ifadəsindən görünür ki, kompleks gücün həqiqi hissəsi aktiv gücə, xəyali hissəsi isə reaktiv gücə bərabərdir.

$\tilde{S} = UI$ olduğundan (4) ifadəsi aşağıdakı kimi də yazıla bilər

$$\tilde{S} = S e^{j\varphi} \quad (6)$$

(6) ifadəsi göstərir ki, kompleks gücün modulu tam gücə, argumenti isə fazlar fərqinə bərabərdir.

Aktiv, reaktiv və kompleks gücü kompleks müstəvidə aşağıdakı kimi göstərmək olar (şəkil 97).



Şəkil 97

Şəkil 97-dən görüldüyü kimi güclər kompleks müstəvidə bir düzbucaqlı üçbucaq təşkil edirlər. Bu üçbucaqda hipetonuz kompleks gücü, qarşıdakı katet reaktiv gücü, bitişik katet isə aktiv gücü göstərir. Görüldüyü kimi bu üçbucaq eyni ilə müqavimətlər üçbucağına uyğundur.

Şəkil 97-dən yazmaq olar ki,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{Q}{P} = \frac{I^2 x}{I^2 r} = \frac{x}{r}$$

Kompleks gücü taparkən gərginliyin kompleksini cərəyanın kompleks qoşmasına vurduq. Əgər cərəyanın kompleksini gərginliyin kompleks qoşmasına vursaq alarıq ki,

$$\begin{aligned} \dot{U} \dot{I}^* &= U e^{-j\psi_2} I e^{j\psi_1} = UI e^{j(\psi_1 - \psi_2)} = UI e^{-j(\psi_2 - \psi_1)} = UI e^{-j\varphi} = \\ &= UI \cos\varphi - jUI \sin\varphi = P - jQ \end{aligned} \quad (7)$$

(5) və (7) ifadələrini tərəf-tərəfə toplayıb və çıxsaq, alarıq:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} (\dot{U} \dot{I}^* + \dot{U}^* \dot{I}) \\ Q &= \frac{1}{2j} (\dot{U} \dot{I}^* - \dot{U}^* \dot{I}) \end{aligned}$$

Yeni aktiv və reaktiv güclər gərginliyin və cərəyanın kompleks və kompleks qoşma qiymətlərinə əsasən də təyin edilə bilər. Kompleks güc məlum olarsa, kompleks müqavimət təyin edilə bilər.

Belə ki, $\dot{U} = Z \dot{I}^*$ olduğunu nəzərə alaraq yazı bilərik ki,

$$\tilde{S} = \dot{U} \dot{I}^* = Z \dot{I} \dot{I}^* = Z I^2$$

Buradan

$$Z = \frac{\tilde{S}}{I^2} = \frac{P}{I^2} + j \frac{Q}{I^2}$$

Reaktiv gücü enerjinin maksimal qiyməti ilə ifadə etməklə, kompleks müqaviməti enerji ilə də ifadə etmək olar.

$$Z = \frac{P}{I^2} + j \frac{\omega}{I^2} (W_{L \max} - W_{C \max}) \quad (8)$$

(8) ifadəsi müqavimətlərin birləşmə sxemindən asılı olmayaraq həmişə ödənilir.

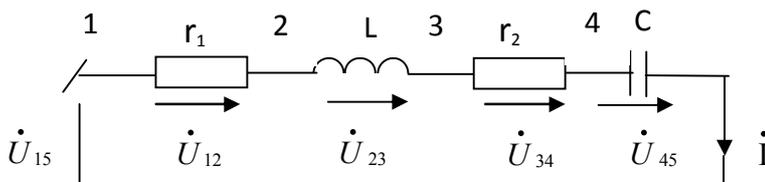
6.7. TOPOQRAFİK DİAQRAM

Sabit cərəyan dövrəsində potensial diaqramı qurulduğu kimi dəyişən cərəyan dövrəsində də buna uyğun başqa bir qrafik potensial və ya topoqrafik adlanan diaqram qurulur.

Topoqrafik diaqram əslində vektor diaqramıdır. Lakin burada dövrənin müxtəlif nöqtələrinin kompleks potensialları hər hansı bir nöqtənin potensialına görə (bu nöqtənin potensialı sıfır götürülür) qeyd olunur və bu topoqrafik diaqramda göstərilir. Bu halda vektorların biri ardıcıl olaraq digərinin sonuna köçürülmüş olur.

Beləliklə diaqramda gərginlik düşgülləri vektorlarının yerləşmə ardıcılığı eynilə sxemdəki elementlərin yerləşmə ardıcılığına uyğun olur. Ona görə hər sonrakı elementdəki gərginlik düşgüsü vektorunun sonu, ondan əvvəlki elementdəki gərginlik düşgüsü vektorunun başlanğıcına birləşir.

Şəkil 98-də verilən dövrənin topoqrafik diaqramını quraq.



Şəkil 98

Diaqramı qurmaq üçün dövrənin elementləri arasında nöqtələr götürüb, onları ardıcıl olaraq 1,2,3,4 və 5 adlandıraraq.

Əvvəlcə 5 nöqtəsinin potensialını sıfır qəbul edib, digər nöqtələrin potensiallarını həmin nöqtəyə nəzərən təyin edirik. Bu zaman 5 nöqtəsindən başlayaraq dövredə cərəyanın axma istiqamətinin (cərəyanın istiqaməti ixtiyari seçilir)əksinə hərəkət edərək ardıcıl olaraq 4,3,2 və 1 nöqtələrinin potensiallarını təyin edirik. Om qanununa əsasən yazıb bilərik ki,

$$\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_5 = \dot{U}_{45} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} \quad \dot{\varphi}_5 = 0 \text{ olduğundan} \quad \dot{\varphi}_4 = \dot{U}_{45} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$$

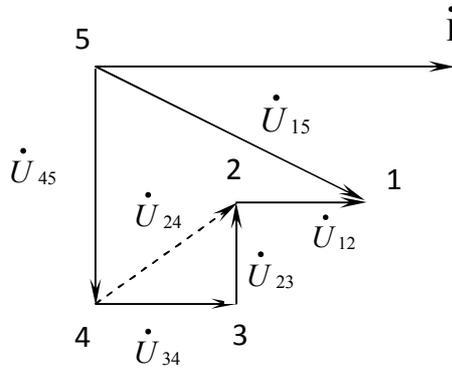
$$\dot{\varphi}_3 - \dot{\varphi}_4 = \dot{U}_{34} = r_2 \dot{I} \quad \text{buradan} \quad \dot{\varphi}_3 = \dot{\varphi}_4 + \dot{U}_{34} = \dot{\varphi}_4 + r_2 \dot{I}$$

$$\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3 = \dot{U}_{23} = j\omega L \dot{I} \text{ olduğundan} \quad \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 + \dot{U}_{23} = \dot{\varphi}_3 + j\omega L \dot{I}$$

$$\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2 = \dot{U}_{12} = r_1 \dot{I} \quad \text{buradan isə} \quad \dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 + \dot{U}_{12} = \dot{\varphi}_2 + r_1 \dot{I}$$

ifadələri alınır.

Təyinin edilmiş bu potensialların qeyd olunduğu topoqrafik diaqram şəkil 99-da göstərilmişdir.



Şəkil 99

Şəkilə 5 nöqtəsinə 1 nöqtəsi ilə birləşdirən vektor isə ümumi gərginlik \dot{U}_{15} -i verir.

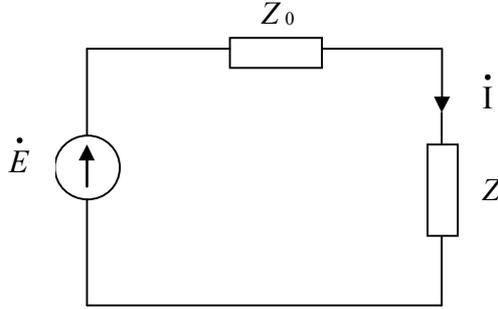
Dövredəki elementlər ardıcılığı eynilə diaqramdakı vektorlar ardıcılığı ilə eyni olduğundan dövrənin istənilən nöqtələri arasındakı gərginliyi tapmaq üçün, həmin nöqtələri birləşdirən vektoru götürmək lazımdır.

Məsələn sxemdəki 2 və 4 nöqtələri arasındakı gərginlik, diaqramda həmin nöqtələri birləşdirən \dot{U}_{24} vektoru (şəkilə bu vektor punktir xətlə göstərilmişdir) ilə müəyyən olunur.

6.8. MƏNBƏDƏN İŞLƏDİCİYƏ MAKSİMUM GÜCÜN VERİLMƏ ŞƏRTİ.

Aydındır ki, mənbədən işlədiciyə ötürülən gücün hamısı işlədiciyə çatdır. Onun müəyyən hissəsi mənbənin və xəttin müqavimətində istiliyə çevrilərək itir. Mənbənin müqaviməti kiçik olduğundan onu xəttin müqavimətinin içərisində hesab etmək olar (və ya əksinə). Yalnız müəyyən şərt ödəndikdə mənbədən işlədiciyə verilən güc maksimum ola bilər.

Fərz edək ki, şəkil 100-də göstəriləyi kimi enerji müqaviməti $Z_0 = r_0 + jx_0$ olan mənbədən, (Z_0 eyni zamanda mənbənin daxili müqaviməti və xəttin müqavimətini nəzərə alaraq) müqaviməti $Z = r + jx$ olan işlədiciyə ötürülür.



Şəkil 100

Ötürülən enerjinin hansı şərtdə maksimum olacağını təyin edək. Müqaviməti Z olan işlədicinin tələb etdiyi güc

$$P = I^2 r \quad (1) \quad \text{olar.}$$

Dövrədən axan cərəyan

$$I = \frac{E}{\sqrt{(r_0 + r)^2 + (x_0 + x)^2}} \quad (2) \quad \text{olduğundan}$$

(2)-ni (1)-də nəzərə alsaq

$$P = \frac{E^2 r}{(r_0 + r)^2 + (x_0 + x)^2} \quad (3)$$

alınır.

(3)-dən görünür ki, x -dən asılı olaraq P -nin maksimum qiyməti

$$x = -x_0 \quad (4)$$

olduqda alınır.

Bu halda, yə'ni (4)-ü nəzərə aldıqda (3)-dən alınır ki,

$$P = \frac{E^2 r}{(r_0 + r)^2} \quad (5)$$

r -dən asılı olaraq gücün maksimum olmasını tapmaq üçün (5) ifadəsinin r -ə nəzərən törəməsini alıb sifirə bərabər etmək lazımdır. (Yə'ni maksimum güc $\frac{dP}{dr} = 0$ şərtindən tapılmalıdır).

$$\frac{dP}{dr} = \frac{E^2 (r_0 + r)^2 - 2(r_0 + r)rE^2}{(r_0 + r)^4} = 0 \quad (6)$$

(6)-dan alınır ki,

$$(r_0 + r)^2 - 2r(r_0 + r) = 0$$

Buradan isə

$$r = r_0 \quad (7)$$

Beləliklə mənbədən işlədiciyə verilən gücün maksimum olması üçün (4) və (7) şərtləri ödənməlidir.

Yə'ni ötürülən gücün maksimum olması üçün işlədicinin reaktiv müqaviməti (x), mənbənin reaktiv müqavimətinə (x_0) qiymətə bərabər olub, xaraktercə əks olmalıdır. Belə ki, mənbənin müqaviməti induktiv xarakterlidirsə işlədicinininki tutum xarakterli olmalıdır.

Eyni zamanda işlədicinin aktiv müqaviməti (r) mənbənin aktiv müqavimətinə (r_0) bərabər olmalıdır. Başqa sözlə (4) və (7) şərtləri ödənilsə, bu o deməkdir ki,

$$Z = Z_0^* \quad (8)$$

(Burada Z_0^* mənbənin kompleks müqavimətinin qoşmasıdır).

(8)-ə görə mənbədən işlədiciyə verilən gücün maksimum olması üçün işlədicinin kompleks müqaviməti mənbənin kompleks müqavimətinin qoşmasına bərabər olmalıdır.

Bu şərt ödəndikdə (5)-dən alınır ki, maksimum güc

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4r_0} \quad (9)$$

(9) mənbədən işlədiciyə ötürülən maksimum gücün ifadəsidir.

Maksimum güc ötürülən halda xəttin faydalı iş əmsalı 0,5, yə'ni 50% olur.

Faydalı iş əmsalı işlədicinin tələb etdiyi gücün, mənbənin verdiyi gücə nisbətidir.

6.9. GÜCLƏR BALANSI

Enerjinin saxlanması və itməməsi qanununa görə hər bir elektrik dövrəsində güclər balansı ödənməlidir. Belə ki, mənbələrin verdiyi aktiv güclər, dövrənin işlədicilərinin tələb etdiyi aktiv güclərə bərabər olmalıdır.

Eynilə mənbələrin verdiyi reaktiv güclərin cəmi, işlədicilərin tələb etdiyi reaktiv güclərin cəminə bərabərdir.

Yə'ni

$$\sum P_{\text{mənbə}} = \sum P_{\text{işlədici}} \quad (1)$$

$$\text{və} \quad \sum Q_{\text{mənbə}} = \sum Q_{\text{işlədici}} \quad (2)$$

(1) və (2) ifadələrinin sol tərəfində uyğun olaraq mənbələrin verdiyi aktiv və reaktiv güclər, sağ tərəfində isə işlədicilərin aktiv və reaktiv gücləri durur.

Kompleks gücün ifadəsindən istifadə etməklə yazıla bilər ki,

$$\sum_{k=1}^n \tilde{S}_k^{\text{mənbə}} = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k I_k^* + \sum_{k=1}^n \dot{U}_k J_k^* = \sum_{k=1}^n P_k^{\text{mənbə}} + \quad (3)$$

$$+ j \sum_{k=1}^n Q_k^{\text{mənbə}}$$

(Burada $\sum_{k=1}^n \dot{E}_k I_k^*$ gərginlik mənbələrinin, $\sum_{k=1}^n \dot{U}_k J_k^*$ - isə cərəyan mənbələrinin kompleks

güclərinin cəbri cəmidir).

İşlədicilərin tələb etdiyi aktiv və reaktiv güclər üçün isə yazmaq olar ki,

$$\sum_{k=1}^n P_k^{\text{işlədici}} = I_1^2 r_1 + I_2^2 r_2 + \dots + I_n^2 r_n = \sum_{k=1}^n I_k^2 r_k \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^n Q_k^{\text{işlədici}} = I_1^2 x_1 + I_2^2 x_2 + \dots + I_n^2 x_n = \sum_{k=1}^n I_k^2 x_k \quad (5)$$

Əgər doğrudan da güclər balansı ödənirsə, onda (3) ifadəsinin sağ tərəfindəki $\sum_{k=1}^n P_k$ mənbə və $\sum_{k=1}^n Q_k$ mənbə-nin qiymətləri uyğun olaraq (4) və (5) ifadələrinin sağ tərəfindəki $\sum_{k=1}^n I_k^2 r_k$ və $\sum_{k=1}^n I_k^2 x_k$ ifadələrinin qiymətlərinə bərabər olmalıdır .

Qeyd etmək lazımdır ki, işlədiciyə reaktiv gücləri təyin edilərkən, reaktiv element kimi verilən induktivlikdirsə, onda x müqaviməti müsbət, tutumdursa mənfi götürülür. Buna uyğun olaraq induktivlikdə reaktiv güc ($I^2 x_L$) müsbət, tutumda isə ($I^2 x_C$) mənfi götürülür.

Dövrə sabit cərəyan dövrəsidirsə, bu halda mənbələrin verdiyi güclər işlədiciyə müqavimətlərinin tələb etdiyi güclərə bərabər olur.

(Sabit cərəyan dövrəsinin yalnız rezistorlardan ibarət olduğunu qəbul edəcəyik). Yə'ni

$$\sum_{k=1}^n E_k I_k + \sum_{k=1}^n J_k U_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 r_k \quad (6)$$

(6)-da $\sum_{k=1}^n E_k I_k$ hasilini e.h.q. mənbələrinin, $\sum_{k=1}^n J_k U_k$ isə cərəyan mənbələrinin verdiyi güclərdir.

Burada E_k k -cı mənbənin e.h.q., I_k isə həmin mənbədən axan cərəyandır. Əgər E_k mənbənin istiqaməti ondan axan cərəyanın (I_k) istiqaməti ilə eynidirsə $E_k I_k$

(yə'ni həmin mənbənin verdiyi güc) hasilini müsbət, əksdirsə $E_k I_k$ hasilini mənfi götürülür. Mənbənin verdiyi gücün mənfi alınması isə onu göstərir ki, artıq bu mənbə özünü mənbə kimi deyil işlədici kimi aparır.

(6) ifadəsində J_k k -cı cərəyan mənbəsinin cərəyanı U_k isə onun sığaclarındakı gərginlikdir. (Gərginliyin istiqaməti bu mənbənin müsbət qütbündən mənfi qütbünə doğru qəbul edilir).

Bu halda $J_k U_k$ hasilini müsbət götürülür. $\sum_{k=1}^n I_k^2 r_k$ - isə müqavimətlərdəki güclərin cəbri cəmidir. Bu həmişə müsbətdir.

7. İNDUKTİV RABİTƏLİ DÖVRƏLƏR

7.1. QARŞILIQLI İNDUKTİVLİK ANLAYIŞI

Mə'lumdur ki, dəyişən maqnit sahəsi hər hansı naqili kəsərsə, elektromaqnit induksiya qanununa görə orada induksiya e.h.q.- si yaranır. İnduksiya e.h.q.- nin yaranması onu yaradan maqnit sahəsinin harada və necə yaranmasından asılı olmayıb, yalnız onun dəyişmə sürətindən asılıdır. Biz indiyə kimi özünə induksiya anlayışı ilə tanış olmuşduq. Belə ki, hər hansı naqili həmin naqildən axan cərəyanın özünün yaratdığı maqnit sahəsi kəsərsə, onda e.h.q. yaranır ki, bu yaranan e.h.q.- si özünə induksiya e.h.q., onu yaradan sel (maqnit seli) isə özünə induksiya seli adlanır. Özünə induksiya e.h.q.-si e_L ilə işarə edilir.

Mə'lumdur ki, özünə induksiya e.h.q.-si induktivlik adlanan L ilə xarakterizə olunur. İnduktivlik özünə induksiya maqnit ilişmə selinin həmin seli yaradan cərəyanına nisbətində bərabərdir.

$$L = \frac{\psi}{i}$$

Əgər götürülən naqil deyil, hər hansı dolaq olarsa və dolağın bütün sarğılarını kəsən sel eynidirsə, bu halda maqnit ilişmə seli

$$\psi = w\phi$$

olar ki, onda
$$L = \frac{w\phi}{i}$$

kimi təyin edilir. (Əgər dolağın sarğılarını kəsən sellər müxtəlifdirsə o halda maqnit ilişmə seli (ψ) bütün maqnit sellərinin cəmi kimi təyin edilir).

Burada w -sarğılar sayı, ϕ isə maqnit selidir.

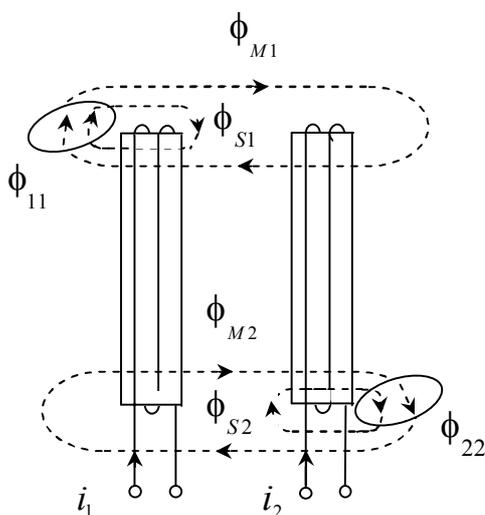
İndi isə qarşılıqlı induktivlik anlayışı ilə tanış olaq.

Əgər hər hansı bir naqildən (dolaqdan) axan cərəyanın yaratdığı maqnit seli başqa bir naqili (dolağı) kəsərsə, orada da elektromaqnit induksiya qanununa əsasən induksiya e.h.q.-si yaranacaqdır. Bu induksiya e.h.q.-si qarşılıqlı induksiya e.h.q.-si adlanır. Onu yaradan sel isə qarşılıqlı induksiya maqnit seli adlanır. Bu e.h.q. e_M ilə işarə edilir.

Özünə induksiya e.h.q.-si induktivlik L ilə xarakterizə edilirdisə, qarşılıqlı induksiya e.h.q.-si isə qarşılıqlı induktivlik - M ilə xarakterizə edilir.

Qarşılıqlı induksiya e.h.q.-si yaranan dövrlər induktiv rabitəli dövrlər adlanır.

Fərz edək ki, induktiv rabitədə olan iki dolaq vardır (şəkil 99).



Şəkil 99

Uyğun olaraq onlardan axan cərəyanlar i_1 və i_2 , sarğılar sayı isə w_1 və w_2 -dir. Onda birinci

dolaqda ikinci cərəyanla yaranan maqnit ilişmə seli $w_1 \phi_{M2}$, ikinci dolaqda birinci cərəyanla

yaranan maqnit ilişmə seli isə $w_2 \phi_{M1}$ olar. ϕ_{M1} və ϕ_{M2} uyğun olaraq birinci və ikinci cərəyanın

yaratdığı qarşılıqlı maqnit selləridir. Bu maqnit selləri hər iki sarğacı kəsir.

Şəkildə ϕ_{11} və ϕ_{22} sarğacların özünə induksiya maqnit selləridir. ϕ_{S1} və ϕ_{S2} isə özünə

induksiya maqnit sellərinin bir hissəsi olub, yalnız həmin sarğacların özünü kəsir və səpələnən maqnit selləri adlanır.

Aydındır ki,

$$\phi_{11} = \phi_{S1} + \phi_{M1}$$

$$\phi_{22} = \phi_{S2} + \phi_{M2}$$

Özünə induksiya hadisəsində əgər özünə induksiya maqnit ilişmə selinin həmin seli yaradan cərəyanla nisbəti induktivlik verirdisə, burada da uyğun qarşılıqlı maqnit ilişmə sellərinin həmin selləri yaradan cərəyanlara nisbəti qarşılıqlı induktivlik verir.

$$M_{12} = \frac{w_1 \phi_{M2}}{i_2} \quad (1)$$

$$M_{21} = \frac{w_2 \phi_{M1}}{i_1} \quad (2)$$

M_{12} və M_{21} qarşılıqlı induktivliklərdir.
Xətti dövrlərdə

$$M_{12} = M_{21}$$

M_{12} və M_{21} -in bərabərliyini aşağıdakı kimi sübut etmək olar.

Bunun üçün (1) və (2) ifadələrində ϕ_{M1} və ϕ_{M2} -ni maqnit hərəkət qüvvələri ilə ifadə edək:

$$\phi_{M1} = i_1 w_1 \Delta_M \quad (3) \quad \phi_{M2} = i_2 w_2 \Delta_M \quad (4)$$

Δ_M -maqnin selinin yolunun maqnit keçiriciliyidir.

$$\Delta_M = \sum \frac{\mu S a}{\ell}$$

Cəm işarəsi onu göstərir ki, əgər maqnit selinin yolu müxtəlif maqnit nüfuzluğuna, en kəsiyə və uzunluğa malik hissələrdən mühitlərdən ibarət olarsa, onda hər bir hissənin maqnit keçiriciliyi ayrılıqda tapılaraq toplanır.

(3) və (4)-ü (1) və (2)-də nəzərə alaq:

$$M_{12} = \frac{w_1 i_2 w_2}{i_2} \Delta_M = w_1 w_2 \Delta_M$$

$$M_{21} = \frac{w_2 i_1 w_1}{i_1} \Delta_M = w_1 w_2 \Delta_M$$

Buradan görünür ki, qarşılıqlı induktivlik dolaqların sarğılar sayının hasili ilə düz mütənasibdir.

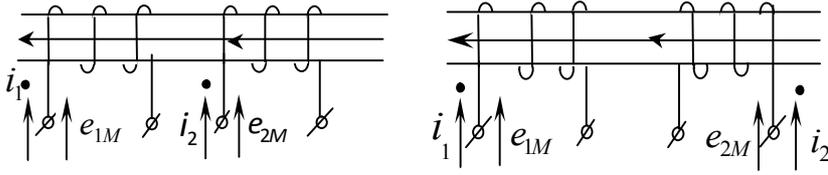
7.2. İNDUKTİV ƏLAQƏLİ SARĞAQLARIN POLYARLIĞI. QARŞILIQLI İNDUKSİYA EHQ-si

Mə'lumdur ki, cərəyanın və özünə induksiya e.h.q.-nin müsbət istiqaməti eyni götürülür və bu e.h.q. ilə onu yaradan maqnit ilişmə selinin istiqaməti burğu qaydası ilə müəyyən edilir.

Əgər induktiv əlaqəli sarğaclarda onlardan axan i_1 və i_2 cərəyanlarının verilmiş istiqamətlərində onların yaratdıqları özünə induksiya və qarşılıqlı induksiya maqnit ilişmə sellərinin müsbət istiqamətləri eynidirsə, onda cərəyanların malik olduqları bu istiqamət uyğun adlandırılır.

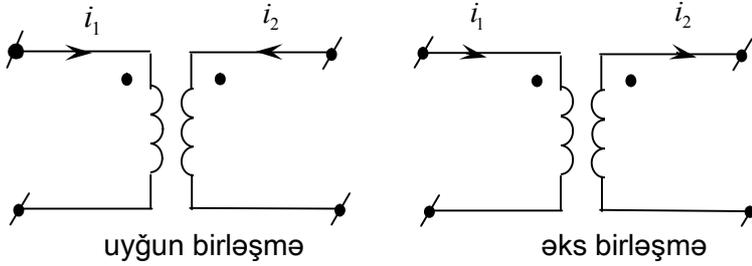
Bu halda həmin induktiv əlaqəli sarğaclarda da uyğun birləşmiş hesab edilir. Uyğun birləşmə halında cərəyanların gəldiyi sıxaclar eyni adlı sıxaclar və ya eyni polyarlı sıxaclar adlanır. Deməli, eyni adlı sıxaclar elə sıxaclardır ki, cərəyanlar həmin nöqtəyə doğru yönəldikdə onların yaratdıqları özünə induksiya və qarşılıqlı induksiya maqnit selləri eyni istiqamətlidir, yə'ni toplanır. Əgər özünə induksiya və qarşılıqlı induksiya maqnit selləri əks istiqamətli olarsa, yə'ni onlar bir-birindən çıxılırlarsa, bu hal əks birləşmə adlandırılacaqdır.

Şəkil 100 -də induktiv əlaqədə olan iki sarğac göstərilmişdir. Bu sarğaclarda eyni nüvə üzərində sarınmışdır. Dolaqların sarınma istiqaməti və cərəyanların istiqaməti elə götürülmüşdür ki, hər iki şəkildə özünə induksiya və qarşılıqlı induksiya selləri toplanır. Yə'ni hər iki şəkildə uyğun birləşmə halı göstərilmişdir.



Şəkil 100

Şəkildə eyni adlı saraqclar qara nöqtələrlə göstərilmişdir. Qara nöqtə ilə işarə edilməyən saraqclar da öz aralarında eyni adlı (eyni polyarlı) saraqclardır. Şəkildən görüldüyü kimi, sarğacların hər hansı birində cərəyanın istiqamətini (və ya dolağın dolanma istiqamətini) dəyişsək, özünə induksiya və qarşılıqlı induksiya selləri bir-birindən çıxılır (əks istiqamətli olur), yə'ni induktiv rabitəli dövrlər uyğun yox, əks birləşmiş olur. Eyni adlı saraqclar anlayışı mə'lum olduğdan sonra induktiv rabitəli dövrləri çəkmək üçün, o dolaqların sarındığı nüvəni və nüvəyə sarınmış dolağın dolanma istiqamətini vermədən də göstərmək olar. (şəkil 101)



Şəkil 101

Yuxarıda qeyd etdik ki, cərəyanın müsbət istiqaməti ilə özünə induksiya e.h.q.-nin müsbət istiqaməti eyni götürülür. Buna uyğun olaraq, maqnit selinin müsbət istiqaməti ilə onun yaratdığı qarşılıqlı induksiya e.h.q.-nin də istiqaməti burğu qaydası ilə müəyyən olunur. Yə'ni birinci sarğacda i_2 cərəyanı ilə yaranan e_{1M} qarşılıqlı induksiya e.h.q.-nin müsbət istiqaməti i_1 cərəyanı ilə, ikinci sarğacda i_1 cərəyanı ilə yaranan e_{2M} qarşılıqlı induksiya e.h.q.-nin müsbət istiqaməti isə i_2 cərəyanı ilə eyni istiqamətli götürülür. Ona görə uyğun birləşmə halında qarşılıqlı induksiya e.h.q.-nin də ifadəsində özünə induksiya e.h.q.-nin ifadəsində olduğu kimi mənfi işarəsi olur.

Beləliklə, qarşılıqlı induksiya e.h.q.-də qarşılıqlı maqnit seli ilə aşağıdakı kimi ifadə olunur:

$$e_{M1} = -W_1 \frac{d\varphi_{M2}}{dt} = -M \frac{di_2}{dt}$$

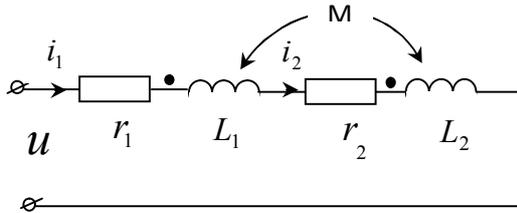
$$e_{M2} = -W_2 \frac{d\varphi_{M1}}{dt} = -M \frac{di_1}{dt}$$

Yazılmış ifadələr induktiv əlaqəli sarğacların uyğun birləşmə halına aiddir. Əks birləşmə halında ifadələrdəki mənfi işarəsi olmur, yə'ni

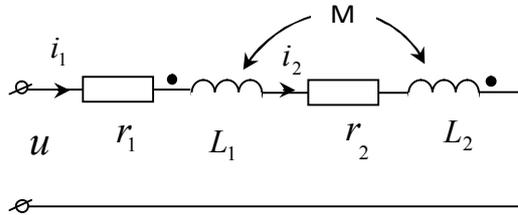
$$e_{M1} = W_1 \frac{d\phi_{M2}}{dt} = M \frac{di_2}{dt}$$

$$e_{M2} = W_2 \frac{d\phi_{M1}}{dt} = M \frac{di_1}{dt}$$

Qarşılıqlı induksiyadan yaranan gərginlik düşküüsü (u_M) elektrik hərəkət qüvvəsinin əksinə olduğundan ($u_M = -e_M$) uyğun birləşmə halında müsbət, əks birləşmədə isə mənfi götürülür. İndi induktiv əlaqəli ardıcıl birləşmiş sarğaclara uyğun və əks birləşmə hallarında baxaq (şəkil 102).



uyğun birləşmə



əks birləşmə

Şəkil 102

Kirxhofun ikinci qanununa görə uyğun birləşmə halında

$$u_{\text{uyğun}} = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Əks birləşmə halında isə

$$u_{\text{əks}} = r_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt}$$

Dövrə ardıcıl olduğundan

$$i_1 = i_2 = i$$

Bu halda

$$u_{\text{uyğun}} = (r_1 + r_2)i + (L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt} \quad (1)$$

$$u_{\text{əks}} = (r_1 + r_2)i + (L_1 + L_2 - 2M) \frac{di}{dt} \quad (2)$$

(1) və (2)-dən görünür ki, uyğun birləşmədə ardıcıl birləşmiş induktiv əlaqəli sarğaclara müqaviməti $r_1 + r_2$, induktivliyi isə $L_1 + L_2 + 2M$, əks birləşmə halında isə müqaviməti $r_1 + r_2$, induktivliyi isə $L_1 + L_2 - 2M$ olan bir sarğac kimi baxmaq olar.

Buradan görünür ki, sarğacları arasında induktiv əlaqə olduqda və onlar uyğun birləşdikdə dövrənin ümumi induktivliyi $2M$ qədər artır, əks birləşdikdə isə $2M$ qədər azalır.

7.3. İNDUKTİV ƏLAQƏLİ DÖVRƏLƏRİN KOMPLEKS ÜSULLA HƏLLİ

Cərəyanı kompleks şəkildə təsvir etməklə, uyğun birləşmə halında qarşılıqlı induksiya e.h.q.-nin ifadəsi üçün alırıq:

$$-M \frac{d(\dot{I}_m e^{j\omega t})}{dt} = -j\omega M \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

Buradan görünür ki,

$$\dot{E}_m = -j\omega M \dot{I}_m$$

Qarşılıqlı induksiya e.h.q.-nin tə'siredici qiymətinin kompleksi

$$\dot{E}_M = -j\omega M \dot{I}$$

Qarşılıqlı induksiya gərginlik düşgüsü isə

$$\dot{U} = j\omega M \dot{I} \quad \text{olar.}$$

Burada $j\omega M$ qarşılıqlı induksiya müqavimətinin kompleks qiymətidir. Buna radiotexnikada rabitə müqaviməti də deyilir.

(ωM -qarşılıqlı induksiya müqavimətinin moduludur.)

Yuxarıda baxdığımız uyğun və əks halda ardıcıl birləşmiş induktiv əlaqəli sarğacları üçün yazılmış (1) və (2) tənliklərini kompleks şəkildə yazaq:

$$\dot{U}_{\text{uyğun}} = [(r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)] \dot{I}$$

$$\dot{U}_{\text{əks}} = [(r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)] \dot{I}$$

Əgər bu ifadələrdə müqavimətin xəyali hissəsini uyğun olaraq $X_{\text{uyğun}}$ və $X_{\text{əks}}$ kimi baxsaq, yəni

$$X_{\text{uyğun}} = \omega(L_1 + L_2 + 2M) \quad (1)$$

$$X_{\text{əks}} = \omega(L_1 + L_2 - 2M) \quad (2)$$

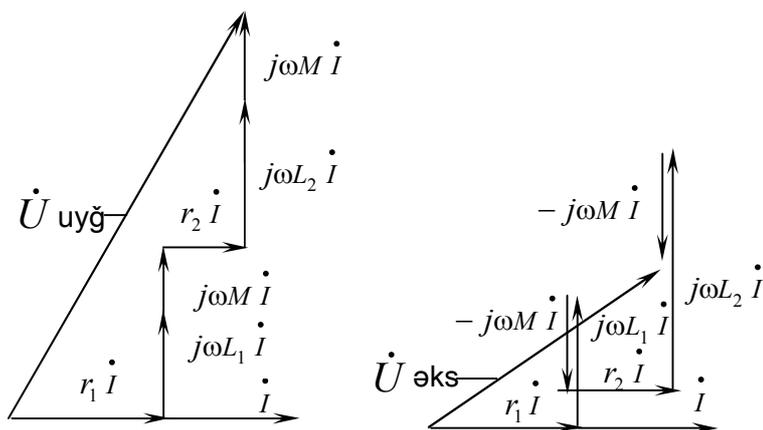
olduğunu bilərək, asanlıqla qarşılıqlı induktivlik M -i təyin etmək olar ($X_{\text{uyğun}}$ - dövrənin uyğun birləşmədə, $X_{\text{əks}}$ isə əks birləşmədə induktiv müqavimətləridir).

Belə ki, (1) və (2) ifadələrini tərəf-tərəfə çıxsaq alırıq;

$$M = \frac{X_{\text{uyğun}} - X_{\text{əks}}}{4\omega} = \frac{L_{\text{uyğun}} - L_{\text{əks}}}{4}$$

(1) və (2) ifadələrindən görünür ki, uyğun birləşmədə dövrənin reaktiv müqaviməti induktiv əlaqə hesabına artır, əks birləşmədə isə azalır.

Dövrənin uyğun və əks halda vektor diaqramlarını quraq (şəkil103).



(a)

(b)

Şəkil 103

Şəkil 103-də (a) uyğun birləşməyə, (b) isə əks birləşməyə aiddir. Diaqram qurularkən $L_1 > M$ və $L_2 > M$ qəbul edilmişdir.

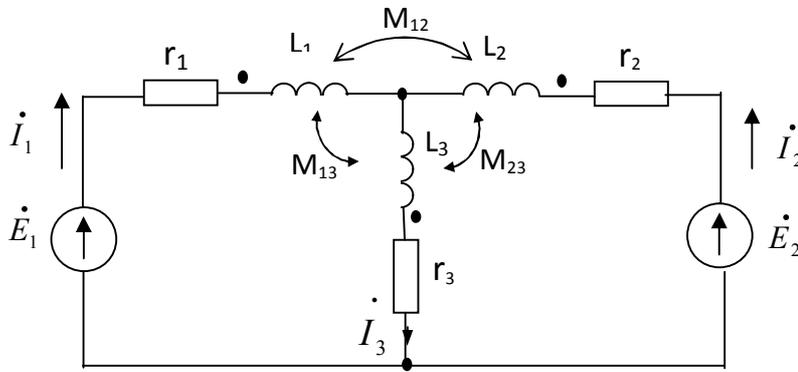
Hər iki halda cərəyan gərginlikdən geri qalır, yə'ni dövrə induktiv xarakterlidir. Xüsusi halda L_1 və L_2 -dən hər hansı biri M -dən kiçik ola bilər, lakin hər ikisi eyni vaxtda M -dən kiçik ola bilməz. Çünki,

$$L_1 + L_2 - 2M > 0$$

Ona görə dövrə həmişə induktiv xarakterlidir. Yə'ni belə dövrlərdə cərəyan həmişə gərginlikdən geri qalır.

İnduktiv əlaqəli mürəkkəb dövrlərin həlli də asanlıqla Kirxhof qanunları əsasında aparıla bilər.

Fərz edək ki, aşağıdakı kimi (şəkil 104) induktiv əlaqəli dövrə verilmişdir.



Şəkil 104

Göründüyü kimi L_1, L_2 və L_3 induktivlikləri arasında induktiv əlaqə vardır. Bunları nəzərə alaraq Kirxhof qanunları əsasında yazmaq olar ki,

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= (r_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M_{12} \dot{I}_2 - j\omega M_{13} \dot{I}_3 + \\ &+ (r_3 + j\omega L_3) \dot{I}_3 - j\omega M_{13} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_2 &= (r_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + j\omega M_{21} \dot{I}_1 - j\omega M_{32} \dot{I}_3 + \\ &+ (r_3 + j\omega L_3) \dot{I}_3 - j\omega M_{31} \dot{I}_1 - j\omega M_{32} \dot{I}_2 \end{aligned}$$

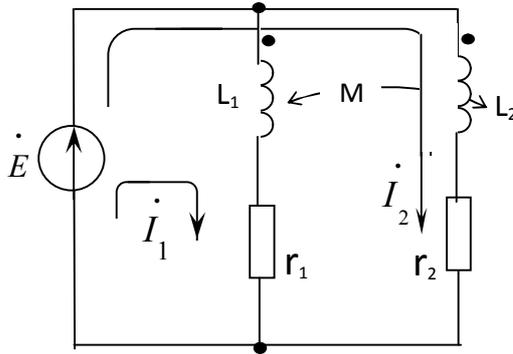
$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \dot{I}_3$$

$$(M_{12} = M_{21}, M_{13} = M_{31} \quad \text{və} \quad M_{23} = M_{32})$$

Bu tənliklərin birlikdə həllindən məchul I_1, I_2 və I_3 cərəyanları tə'yin edilir.

7.4. İNDUKTİV ƏLAQƏLİ SARĞAQLARIN PARALEL BİRLƏŞMƏSİ.

Fərz edək ki, induktiv əlaqəli iki sarğac paralel birləşmişdir (şəkil105). Onlardakı induktiv əlaqənin uyğun birləşmə olduğunu qəbul edərək, bu paralel birləşmiş sarğaclaın ekvivalent müqavimətini təyin edək.



Şəkil 105

Şəkilə verilmiş kontur cərəyanları ilə Kirxhofun ikinci qanununa görə tənliklər yazsaq,

$$\dot{E} = (r_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 \quad (1)$$

$$\dot{E} = (r_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1 \quad (2)$$

alırıq. Burada $r_1 + j\omega L_1 = Z_1$ və $r_2 + j\omega L_2 = Z_2$ olub, uyğun olaraq birinci və ikinci sarğacın kompleks müqavimətləri, $j\omega M = Z_M$ isə qarşılıqlı induksiya müqavimətidir.

Bu əvəzləmələri nəzərə alaraq (1) və (2) –dən alırıq ki,

$$\dot{E} = Z_1 \dot{I}_1 + Z_M \dot{I}_2$$

$$\dot{E} = Z_M \dot{I}_1 + Z_2 \dot{I}_2$$

Bu tənliklərin həllindən

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} \dot{E} & Z_M \\ \dot{E} & Z_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 & Z_M \\ Z_M & Z_2 \end{vmatrix}} = \frac{E(Z_2 - Z_M)}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} Z_1 & \dot{E} \\ Z_M & \dot{E} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_1 & Z_M \\ Z_M & Z_2 \end{vmatrix}} = \frac{E(Z_1 - Z_M)}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}$$

alınır.

Kirxhofun birinci qanununa görə isə

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \frac{E(Z_2 - Z_M)}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} + \frac{E(Z_1 - Z_M)}{Z_1 Z_2 - Z_M^2} = \frac{E(Z_1 + Z_2 - 2Z_M)}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}$$

Mənbənin sıxaclarına nəzərən dövrənin ekvivalent müqaviməti Om qanuna görə təyin edilə bilər. Belə ki,

$$Z = \frac{\dot{E}}{\dot{I}} = \frac{\dot{E}}{\frac{E(Z_1 Z_2 - 2Z_M)}{Z_1 Z_2 - Z_M^2}} = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 - 2Z_M} \quad (3)$$

Əgər sarğacla əks birləşmiş olarlarsa, bu halda (3) ifadəsində Z_M -i mənfi götürmək lazımdır ki, bu halda da ifadənin məxrəcindəki $2Z_M$ -in işarəsi müsbət olur, yəni

$$Z = \frac{Z_1 Z_2 - Z_M^2}{Z_1 + Z_2 + 2Z_M} \quad \text{olur.}$$

Göründüyü kimi, əks birləşmə halında dövrənin ekvivalent müqaviməti azalır. Əgər sarğacla arasında induktiv əlaqə olmazsa, yəni $Z_M=0$ olarsa o halda

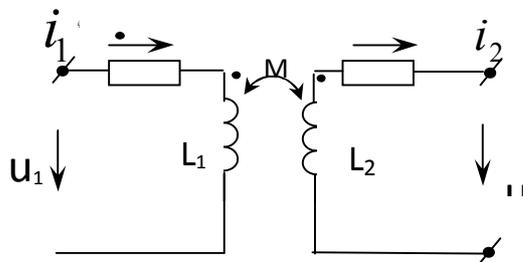
$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

alınır ki, bu da mə'lum paralel birləşmədəki ekvivalent müqavimətin ifadəsidir.

7.5. FERROMAQNİT NÜVƏSİZ TRANSFORMATORUN ƏVƏZ SXEMİ VƏ TƏNLİKLƏRİ

Transformator enerjini bir dövrədən başqa dövrəyə elektromaqnit əlaqə ilə ötürən aparatdır. Transformator müxtəlif məqsədlər üçün işlədilsə də, o, əsasən gərginlik və cərəyanın çevrilməsi, yəni qiymətinin artırılıb və ya azaldılması üçün istifadə edilir. Transformator ümumi nüvəyə sarınmış bir neçə induktiv əlaqəli dolaqdan ibarət olur. Sadə halda bu dolaqların sayı iki olur (bu hal bir fazlı transformatora aiddir).

Əgər dolaqlar arası və dolaqlarla yer arası tutumlar nəzərə alınmazsa, transformator şəkil 106-da göstərilən kimi təsvir oluna bilər.



Şəkil 106

Transformatorun mənbəyə qoşulan dolağı onun birinci tərəf dolağı, yükə qoşulan tərəfi isə ikinci tərəf dolağı adlanır. Buna uyğun olaraq bu dolaqların sıxaclarındakı gərginlik və cərəyan da birinci və ikinci tərəf gərginlik və cərəyanı adlanır.

Şəkil 106-da transformatorun dolaqları əks birləşmiş

göstərişidir ki, bunun isə prinsipial əhəmiyyəti yoxdur.

Şəkil 106-ya Kirxhofun ikinci qanununu tətbiq etsək,

$$u_1 = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad (1)$$

$$-u_2 = i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} \quad (2)$$

alınar.

(1)və (2)-ni kompleks şəkildə yazaraq:

$$\dot{U}_1 = (r_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \quad (3)$$

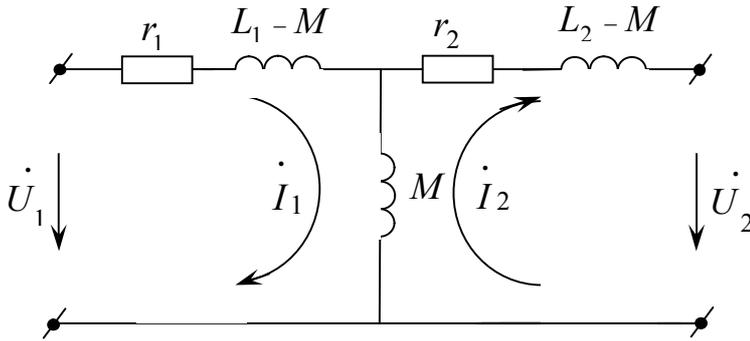
$$-\dot{U}_2 = (r_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 \quad (4)$$

(3) və (4) ifadələrin sağ tərəfinə, uyğun olaraq, $j\omega M \dot{I}_1$ və $j\omega M \dot{I}_2$ əlavə edib çıxmaqla, onları aşağıdakı kimi çevirək.

$$\dot{U}_1 = [r_1 + j\omega(L_1 - M) + j\omega M] \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_2 \quad (5)$$

$$-\dot{U}_2 = [r_2 + j\omega(L_2 - M) + j\omega M] \dot{I}_2 - j\omega M \dot{I}_1 \quad (6)$$

Bu ifadələrə uyğun aşağıdakı sxemi çəkmək olar (şəkil 107).



Şəkil 107

Beləliklə şəkil 107-də göstərilən sxem transformatorun əvəz sxemi, (5) və (6) ifadələri isə onun tənlikləridir. Bu sxem əvvəlkindən onunla fərqlənir ki, burada artıq transformatorun dolaqları arasında induktiv əlaqə olmayıb, yalnız elektrik əlaqəsi vardır.

Əgər $L_1=L_2$ olarsa, onda $L_1 - M > 0$ və $L_2 - M > 0$ olur. Buna səbəb rabitə əmsalının vahiddən kiçik olmasıdır. Çünki

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} < 1$$

k rabitə əmsalındır.

L_1 və L_2 müxtəlif qiymətlərə malik olduqda, $L_1 - M$ və ya $L_2 - M$ mənfi alınə bilər. Məsələn, əgər $W_1 \gg W_2$ olarsa, onda $L_1 > M$ və $L_2 < M$ olur. (yəni $L_2 - M < 0$ olur) Bu halda şəkil 107-də verilən sxem yalnız tezliyin müəyyən qiymətində mənfi induktivlik tutum elementi ilə əvəz edilməklə praktik olaraq reallaşdırıla bilər. Ümumi halda isə mənfi induktivliyə malik sxem reallaşdırıla bilməz.

Birinci və ikinci tərəf dolaqlarının sarğılar sayı müxtəlifdirsə ($W_1 \neq W_2$), onda praktikada gətirilmiş transformator anlayışından istifadə edilir.

Belə transformatorlarda ikinci tərəf gərginlik və cərəyanı (\dot{U}_2 və \dot{I}_2) birinci tərəf dolağının gərginlik və cərəyanına gətirilməklə əvəz edilir. Bunun üçün \dot{U}_2 gərginliyi n -ə vurulur, \dot{I}_2 cərəyanı isə n -ə bölünür.

Burada $n = \frac{W_1}{W_2}$ olub, transformatorun transformasiya əmsalı adlanır. Əgər $n > 1$ olarsa, transformator alçaldıcı, $n < 1$ olarsa isə, yüksəldici kimi işləyir. (3) və (4) tənliklərini aşağıdakı kimi çevirək.

$$\dot{U}_1 = (r_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - j\omega nM \frac{\dot{I}_2}{n} \quad (7)$$

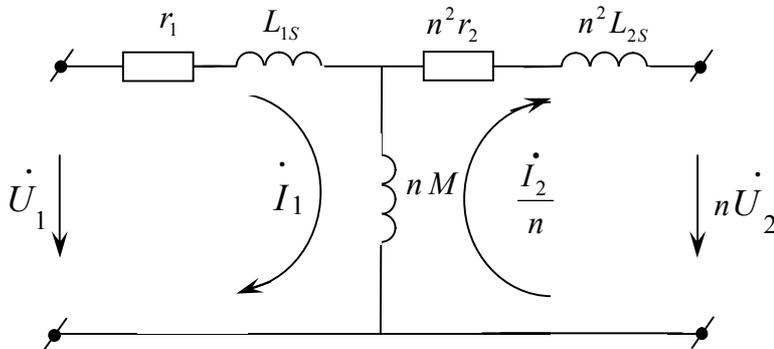
$$-n\dot{U}_2 = n^2(r_2 + j\omega L_2) \frac{\dot{I}_2}{n} - j\omega nM \dot{I}_1 \quad (8)$$

(7) və (8) ifadələrini aşağıdakı kimi yazmaq olar.

$$\dot{U}_1 = [r_1 + j\omega(L_1 - nM)]\dot{I}_1 + j\omega nM \dot{I}_1 - j\omega nM \frac{\dot{I}_2}{n} \quad (9)$$

$$-n\dot{U}_2 = n^2 \left[r_2 + j\omega \left(L_2 - \frac{M}{n} \right) \right] \frac{\dot{I}_2}{n} + j\omega nM \frac{\dot{I}_2}{n} - j\omega nM \dot{I}_1 \quad (10)$$

(9) və (10) ifadələri gətirilmiş transformatorun tənlikləridir. Bu tənliklərə uyğun sxem şəkil 108-də verilmişdir.



Şəkil 108

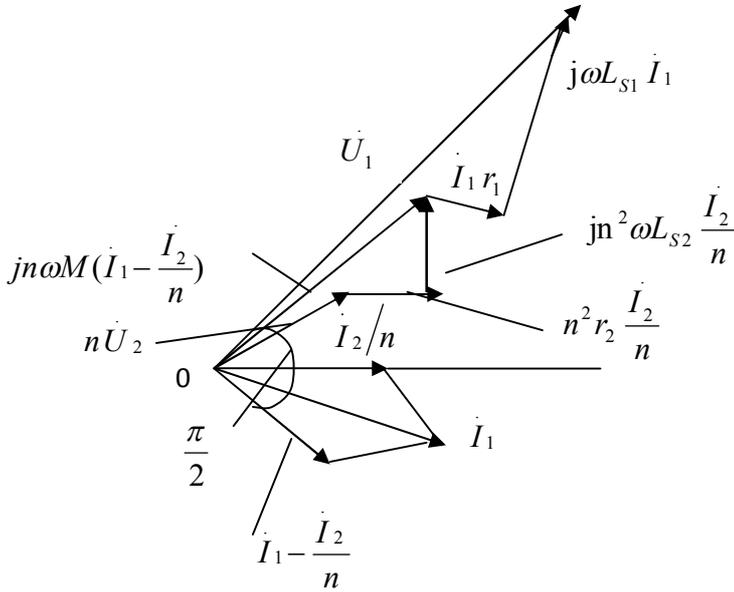
Şəkil 108-də göstərilən sxem gətirilmiş transformatorun əvəz sxemidir. Şəkildə r_1 və L_{s1} uyğun olaraq birinci tərəf dolağının aktiv müqaviməti və səpələnmə induktivliyidir. nM induktivliyi olan qol maqnitləşdirici qol adlanır. $n\omega M$ isə maqnitləşdirici qolun müqavimətidir.

İkinci tərəf müqaviməti r_2 və səpələnmə induktivliyi $L_{s2} n^2$ - na vurulmaqla birinci tərəf dolağıninkına gətirilmişdir.

Maqnitləşdirici qoldan (nM) keçən $\dot{I}_1 - \frac{\dot{I}_2}{n}$ cərəyanı maqnitləşdirici cərəyan adlanır.

Şəkil 109-da gətirilmiş transformatorun vektor diaqramı göstərilmişdir.

Vektor diaqramını qurmaq üçün ikinci tərəf cərəyanı $\frac{\dot{I}_2}{n}$ vektorundan başlamaq məqsədəuyğundur.



Şəkil 109

$n\dot{U}_2$ gərginliyi bu cərəyandan irəli gedir. Bu gərginliyin sonundan $\frac{\dot{I}_2}{n}$ cərəyanı ilə eynifazlı olan n^2r_2 müqavimətindəki $n^2r_2 \frac{\dot{I}_2}{n}$ gərginliyi və bu cərəyandan 90° irəli gedən $n^2\omega L_{S2}$ induktiv müqavimətindəki $jn^2\omega L_{S2} \frac{\dot{I}_2}{n}$ gərginliyi çəkilir. Bu gərginliklərin vektorial cəmi Kirxhofun ikinci qanununa görə maqnitləşdirici qoldakı $jn\omega M \left(I_1 - \frac{\dot{I}_2}{n} \right)$ gərginliyini verir. Maqnitləşdirici qoldan axan $I_1 - \frac{\dot{I}_2}{n}$ cərəyanı isə bu gərginlikdən 90° geri qalır.

Kirxhofun birinci qanununa görə isə $\frac{\dot{I}_2}{n}$ cərəyanı ilə $I_1 - \frac{\dot{I}_2}{n}$ cərəyanlarının cəmi \dot{I}_1 cərəyanını verir. \dot{I}_1 cərəyanının istiqamətini bilərək $jn\omega M \frac{\dot{I}_2}{n}$ gərginliyinin sonundan \dot{I}_1 cərəyanı ilə eynifazlı olan (onunla eyni istiqamətli olan) $r_1 \dot{I}_1$ gərginliyini və bu cərəyandan 90° irəli gedən $j\omega L_{S1} \dot{I}_1$ gərginliyini çəkirik. Bu gərginliklərin vektorial cəmi, yeni onların qapayıcısı isə birinci tərəfin \dot{U}_1 gərginliyini verir. Şəkil 109-da verilən sxemdə ikinci tərəf gərginliyi (

\dot{U}_2) və cərəyanı (\dot{I}_2) birinci tərəfinə gətirildiyindən (uyğun olaraq n -ə vurulub və bölündüyündən) bu sxem transformatorun ilk sxemində ekvivalent deyil. Alınan əvəz sxeminin əvvəlki transformatora ekvivalent olması üçün ideal transformator anlayışından istifadə edilir.

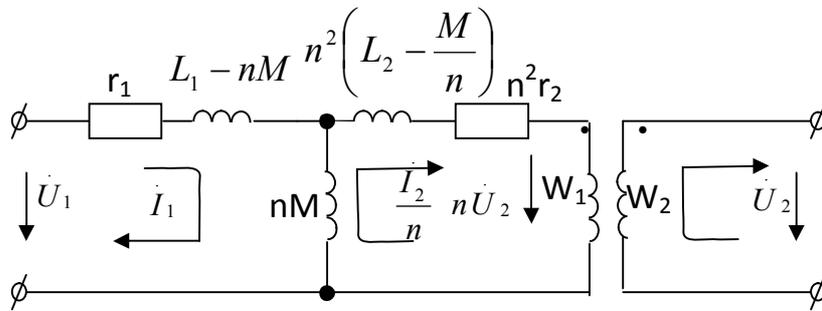
İdeal transformator elə transformatordur ki, onun birinci tərəf gərginliyinin ikinci tərəf gərginliyinə olan nisbəti, onun ikinci tərəf cərəyanının birinci tərəf cərəyanına olan nisbətində bərabərdir ki, bu da transformasiya əmsalını verir.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = n$$

İdeal transformatorun ikinci tərəfi açıq olduqda onun birinci tərəfindən cərəyan axmır. Ona görə bu transformatorada enerji itkisi yoxdur.

Əslində real həyatda belə transformator yoxdur. Yalnız birinci tərəf sarğılar sayı çox-çox böyük olan və rabitə əmsalı vahidə yaxın olan transformatora ideal transformator kimi baxmaq olar.

Şəkil 108-də verilən transformatorun əvəz sxeminin ideal transformatorla tamamlamaqla, transformatorun şəkil 110-da göstərilən ekvivalent sxemini alırıq.



Şəkil 110

Şəkil 110-da göstərilən sxem transformatorun ilk sxemində ekvivalentdir.

8. RƏQS KONTURLARI

8.1. REZONANS DÖVRƏLƏRİ

Ardıcıl və paralel r, L, C dövrələri öyrəniləndə rezonans anlayışı ilə tanış olmuşduq. Rezonans baş verən dövrələr rəqs konturları və ya rezonans dövrələri adlanır.

Rəqs konturları radiocihazların əsas hissələrindən biridir. Rəqs konturları ardıcıl və paralel olmaqla iki yerə ayrılır.

L və C elementindən ibarət ardıcıl dövrə hissəsinin yaratdığı kontur ardıcıl rəqs konturu adlanır. Ardıcıl birləşmiş r, L, C -dən ibarət dövrə sadə ardıcıl rəqs konturudur. Ardıcıl rəqs konturunda yaranan rezonans gərginliklər rezonansdır.

L və C elementlərindən ibarət paralel dövrə hissəsinin yaratdığı kontur isə paralel rəqs konturudur. Paralel birləşmiş r, L, C dövrəsi sadə paralel rəqs konturudur. Bu konturda yaranan rezonans cərəyanlar rezonansdır.

Rezonans halında dövrənin reaktiv müqaviməti və ya keçiriciliyi sıfır olur. Buna uyğun reaktiv güc də sıfır olur.

Ardıcıl rəqs konturunda reaktiv müqavimət və reaktiv güc, paralel rəqs konturunda isə reaktiv keçiricilik və reaktiv güc rezonans zamanı sıfır olur. Çünki ardıcıl rəqs konturunda dövrənin induktiv müqaviməti tutum müqavimətinə ($x_L = x_C$), paralel rəqs konturunda isə induktiv

Əgər

$$i = I_m \sin \omega_0 t$$

olarsa, tutumdakı gərginlik

$$U_C = -U_{cm} \cos \omega_0 t$$

olar. Bu enerjilərin cəmi

$$\begin{aligned} W_L + W_C &= L \frac{i^2}{2} + C \frac{u^2}{2} = L \frac{I_m^2}{2} \sin^2 \omega_0 t + \\ &+ C \frac{U_{cm}^2}{2} \cos^2 \omega_0 t = L \frac{I_m^2}{2} = C \frac{U_m^2}{2} \end{aligned}$$

Biz induktivlik və tutuma baxarkən, onların keyfiyyət əmsalı ilə tanış olmuşduq, göstərmişdik ki, sarğacın keyfiyyət əmsalı

$$Q_L = \frac{x}{r} = \frac{\omega L}{r} \quad (4)$$

kondensatorun keyfiyyət əmsalı isə

$$Q_C = \frac{b}{g} = \omega C r \quad (5)$$

Rezonans halında (4)-ün surət və məxrəcini $\frac{1}{2} I_m^2$ -na, (5) ifadəsininkini isə $\frac{1}{2} U_m^2$ -na

vuraq.
$$Q_L = \omega \frac{\frac{1}{2} L I_m^2}{\frac{1}{2} r I_m^2} = \omega \frac{W_{L \max}}{P} = 2\pi \frac{W_{L \max}}{PT} \quad (6)$$

$$Q_C = \omega \frac{\frac{1}{2} C U_m^2}{\frac{1}{2} \frac{1}{r} U_m^2} = \omega \frac{W_{C \max}}{P} = 2\pi \frac{W_{C \max}}{PT} \quad (7)$$

(6) və (7) ifadələrində P -aktiv gücdür. Bu ifadələrdən görüldüyü kimi, konturun keyfiyyət əmsalı rezonans zamanı reaktiv elementlərdəki enerjilərin maksimal qiymətinin aktiv elementlərdə bir periodda sərf olunan enerjiyə nisbətində bərabərdir. (6) və (7)-ə əsasən rəqs konturunun keyfiyyət əmsalı üçün yaza bilərik ki,

$$Q = \omega_0 \frac{W_{\max}}{P}$$

Yuxarıdakı ifadələrə əsasən isə yazmaq olar ki,

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{\omega_0 C r} = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \frac{\sqrt{L}}{\sqrt{C}} = \frac{\rho}{r}$$

Burada $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ olub, konturun xarakteristik müqaviməti adlanır. Deməli, konturun yaxşılığı

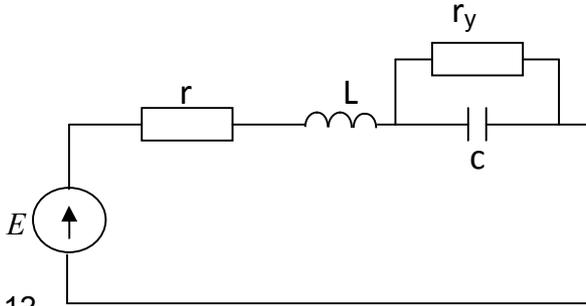
onun xarakteristik müqavimətinin aktiv müqavimətinə olan nisbətində bərabərdir.

Keyfiyyət əmsalının tərsi olan kəmiyyət konturun sönməsi və ya sönmə əmsalıdır:

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{r}{\rho}$$

d - sönmə əmsəlidir.

Praktikada rəqs konturunun reaktiv elementlərindən hər hansı birinin sıxaclarına yük qoşulur (şəkil 112). Yük aktiv xarakterli olduğundan bu onun aktiv müqavimətini artırır ki, o da konturun yaxşılığını azaldır və ya sönməsini artırır.



Şəkil 112

Yüklənmiş konturun yaxşılığı aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$Q_y = \frac{\rho}{r + r_g} \quad (8)$$

Burada r_g konturun reaktiv elementlərindən birinə qoşulmuş yükün hesabına alınan gətirilmiş müqavimətdir. Bu müqavimət yük qoşulduqda alınan paralel hissəni ekvivalent ardıcıl hissə ilə əvəz etməklə asanlıqla tapıla bilər.

Yüklənmiş konturda sönmə isə (8) nəzərə alınmaqla aşağıdakı kimi tapılır.

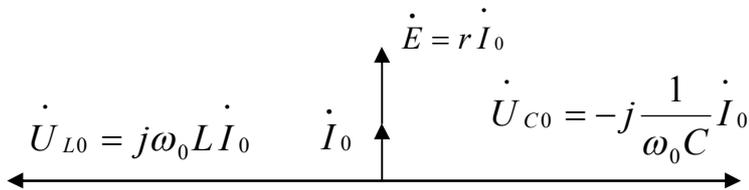
$$d_y = \frac{1}{Q_y} = \frac{r + r_g}{\rho} = \frac{r}{\rho} + \frac{r_g}{\rho} = d + d_g$$

d_g - gətirilmiş sönmə əmsəlidir.

Göründüyü kimi, yüklənmiş konturun sönmə əmsalı gətirilmiş sönmə əmsalı qədər artır.

Rezonans zamanı ardıcıl konturda giriş müqaviməti minimal olur ki, (çünki reaktiv müqavimət sıfırdır) bu səbəbdən də cərəyan ən böyük qiymət alır. Ona görə rezonans zamanı induktivlik və tutumun sıxaclarındakı gərginlik dövrənin girişindəki gərginlikdən çox-çox böyük olur.

Şəkil 113-də rezonans halında ardıcıl rəqs konturunun vektor diaqramı göstərilib.



Şəkil 113

Burada

$$\dot{U}_{L0} = -\dot{U}_{C0} = \dot{I}_0 j\omega_0 L = \frac{\dot{E}}{r} j\omega_0 L = jEQ \quad (9)$$

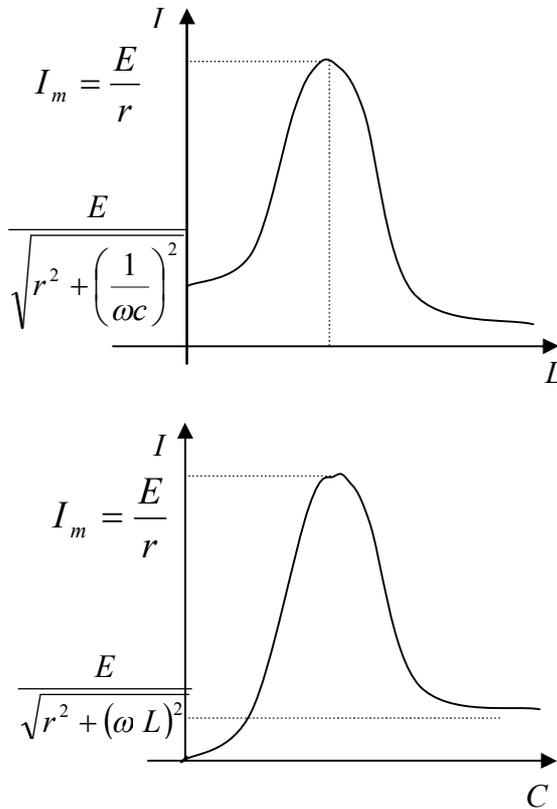
$Q > 1$ olduqda reaktiv elementlərin sıxaclarındaki \dot{U}_{L0} və \dot{U}_{C0} gərginlikləri konturun girişindəki U gərginliyindən ($U = E$) böyükdür.

Buna görə də ardıcıl konturdakı rezonans gərginliklər rezonansı adlanır. (9)-dan yazmaq olar ki,

$$Q = \frac{U_{L0}}{E} = \frac{U_{C0}}{E} \quad (10)$$

Konturun keyfiyyət əmsalı rezonans zamanı reaktiv elementlərin sıxaclarındaki gərginliyin, konturun girişindəki gərginliyə nisbətində bərabərdir. Başqa sözlə, keyfiyyətlik rezonans zamanı reaktiv elementlərdəki gərginliyin girişdəki gərginlikdən neçə dəfə böyük olduğunu göstərir.

(3) ifadəsindən görünür ki, konturda rezonans ω, L və C -nin dəyişdirilməsi ilə alınır. Tezliyin verilmiş qiymətində konturda cərəyanın və induktivliklə tutumdakı gərginliyin L və C -dən asılılığı kökləmə xarakteristikaları adlanır. Şəkil 114-də cərəyanın L və C -dən asılılıqları göstərilmişdir.



Şəkil 114

Qrafiklər konturundakı cərəyanın

$$I = \frac{E}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

ifadəsinə əsasən qurulmuşdur.

Belə ki, $L = 0$ olduqda

$$I = \frac{E}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$L = \frac{1}{\omega^2 C}$ olduqda isə cərəyan özünün $I = \frac{E}{r}$ qiymətini alır. $L = \infty$ olduqda $I = 0$ olur.

$C = 0$ olduqda $I = 0$, $C = \frac{1}{\omega^2 L}$ olduqda cərəyan özünün maksimal qiyməti olan $I = \frac{E}{r}$ qiymətini, $C = \infty$ olduqda isə cərəyan

$$I = \frac{E}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}$$

qiymətini alır.

İnduktivlikdəki gərginliyin maksimal qiyməti rezonans tezliyindən yuxarı, tutumdakı gərginliyin maksimal qiyməti isə rezonans tezliyindən aşağı tezlikdə alınır.

8.3. ARDICIL RƏQS KONTURUNUN TEZLİK XARAKTERİSTİKALARI

Məlumdur ki, ardıcıl rəqs konturunun kompleks müqaviməti,

$$\underline{Z} = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (1)$$

(1) ifadəsini aşağıdakı kimi çevirək:

$$\frac{\underline{Z}}{r} = 1 + j \frac{\omega_0 L}{r} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 \omega LC} \right) = 1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (2)$$

Burada qəbul edilmişdir ki,

$$Q = \frac{\omega_0 L}{r} \quad \text{və} \quad \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

(2) ifadəsinə əsasən $\frac{\underline{Z}}{r}$ kəmiyyətinin modulu

$$\frac{z}{r} = \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2} \quad (3)$$

Faza sürüşmə bucağı isə

$$\varphi = \arctg Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (4) \quad \text{olar.}$$

Dövredəki cərəyanın (I) rezonans cərəyanına (I_0) nisbəti aşağıdakı kimi təyin edilir.

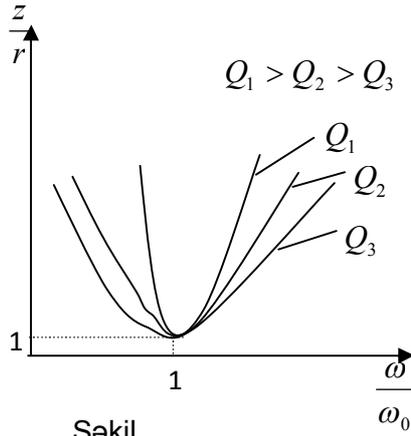
$$\frac{\dot{I}}{\dot{I}_0} = \frac{\dot{E}}{\dot{E}} = \frac{r}{\underline{Z}} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} = \frac{I}{I_0} e^{-j\varphi} \quad (5)$$

(5) ifadəsinə əsasən $\frac{\dot{I}}{I_0}$ nisbətinin modulu isə

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad (6)$$

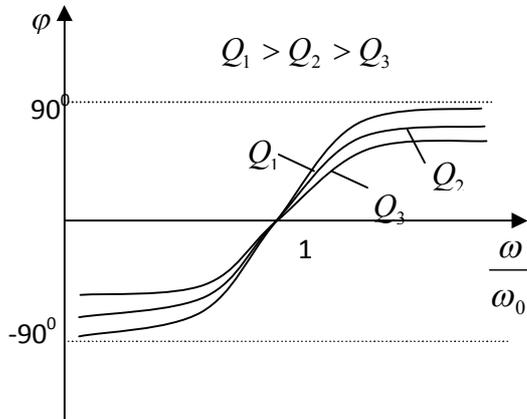
$\frac{I}{I_0}$ nisbətinin $\frac{\omega}{\omega_0}$ -dan asıllığı amplitud tezlik xarakteristikası, φ bucağının $\frac{\omega}{\omega_0}$ -dan asıllığı isə faza tezlik xarakteristikası adlanır.

Şəkil 115, 116 və 117-də (3), (4) və (6) ifadələrinə əsasən xarakteristikalar çəkilmişdir.

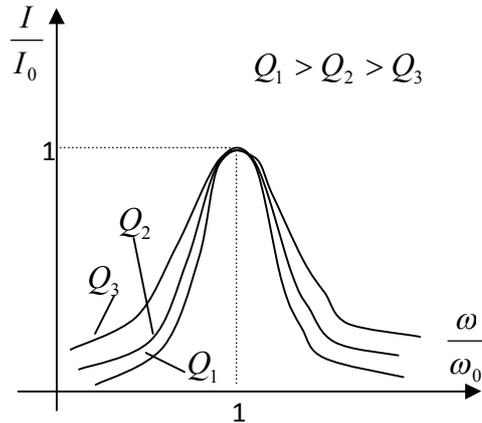


Şəkil

115



Şəkil 116



Şəkil 117

Tezliyin rezonans qiymətindən aşağı tezliklərdə dövrə aktiv-tutum xarakterli, yuxarı tezliklərdə isə aktiv-induktiv xarakterlidir. Tezliyin sonsuz artması ilə φ bucağı 90° -yə yaxınlaşır.

Xarakteristikalardan görüldüyü kimi, bütün asılılıqlar əyrilər ailəsi əmələ gətirir. Belə ki, Q -dən asılı olaraq müxtəlif əyrilər alınır. Əyrilərdən görüldüyü kimi, konturun keyfiyyətliyi (Q) böyük olduqca rezonans əyrilərinin itiliyi də yüksək olur. Başqa sözlə, keyfiyyətlik (Q) rezonans əyrisinin itiliyini xarakterizə edir.

Əgər absis oxunu nisbi tezlik olan $\frac{\omega}{\omega_0}$ deyil, ümumiləşmiş kökdən düşmə olan ξ

adlandırsaq, onda $\frac{z}{r}$, $\frac{I}{I_0}$ və φ asılılıqlarının hər biri əyrilər ailəsi ilə deyil, bir əyri ilə əvəz olunur.

$$\xi = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (7)$$

olub ümumiləşmiş kökdən düşmədir.

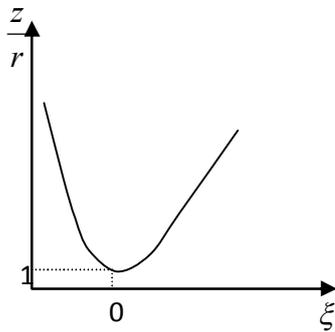
(2)-dən görüldüyü kimi, ümumiləşmiş kökdən düşmə konturun reaktiv müqavimətinin aktiv müqavimətinə nisbətinə bərabərdir.

$$\xi = \frac{x}{r}$$

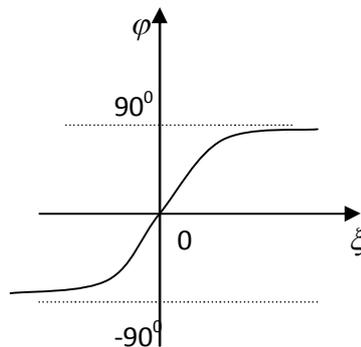
(7)-ni (3), (4) və (6)-da nəzərə alsaq alarıq ki,

$$\frac{z}{r} = \sqrt{1 + \xi^2} \quad (8) \quad \frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (9) \quad \varphi = \arctg \xi \quad (10)$$

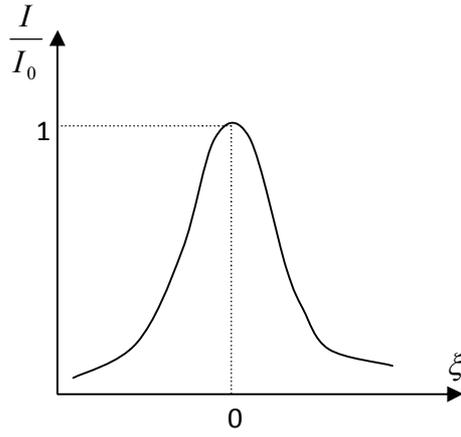
(8), (9) və (10) ifadələrinə əsasən çəkilmiş əyrilər şəkil 118, 119, 120-də göstərilmişdir.



Şəkil 118

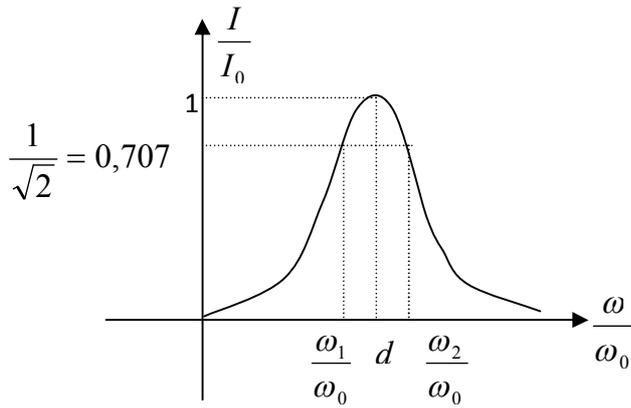


Şəkil 119



Şəkil 120

Konturun buraxma zolağı rezonans tezliyi yaxınlığındakı elə tezlik zolağıdır ki, bu zolağın sərhədlərində cərəyan özünün maksimal (rezonans) qiymətindən, yəni I_0 -dan $\frac{1}{\sqrt{2}} I_0 \approx 0,707 I_0$ -a qədər azalır. Cərəyanın bu qiyməti aldığı tezliklər isə sərhəd tezlikləri adlanır.



Şəkil 121

Şəkil 121-də buraxma zolağı d ilə göstərilmişdir. Sərhəd tezlikləri $\frac{\omega_1}{\omega_0}$ və $\frac{\omega_2}{\omega_0}$ -dir ki,

tezliyin bu qiymətlərində $\frac{I}{I_0}$ nisbəti $\frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$ -yə bərabərdir.

Buraxma zolağının eni aşağıdakı kimi təyin olunur.

$$d = \frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{Q} \quad (11)$$

Göründüyü kimi, əyri nə qədər iti olarsa, yəni konturun keyfiyyətliyi (Q) nə qədər yüksək olarsa, buraxma zolağının eni də bir elə kiçik olur.

Əgər rezonans əyrisi verilmişsə, konturun keyfiyyətliyini (11)-ə görə asanlıqla tapmaq olar.

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

Buraxma zolağının sərhəd tezliklərində ($\frac{I}{I_0} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$ olduqda) r müqavimətində sərf edilən güc,

$$rI^2 = r\left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}rI_0^2$$

yeni sərhəl tezliklərində r müqavimətində sərf edilən güc, rezonans zamanı sərf edilən gücün yarısına bərabərdir. Sərhəd tezliklərində konturun aktiv və reaktiv müqavimətləri bir-birinə bərabərdir: $r = |x|$

Doğrudan da yazıla bilər ki,

$$r \frac{E^2}{r^2 + x^2} = \frac{1}{2} r \frac{E^2}{r^2} \quad \text{və ya} \quad r^2 + x^2 = 2r^2$$

buradan $x = r$ alınır.

Konturun girişindəki gərginliklə konturdan axan cərəyan arasındakı faz sürüşməsi sərhəd tezliklərində 45° təşkil edir. Buraxma zolağının aşağı sərhədində kontur tutum xarakterli olduğundan faza sürüşməsi -45° , yuxarı sərhədində isə kontur induktiv xarakterli olduğundan $+45^\circ$ təşkil edir.

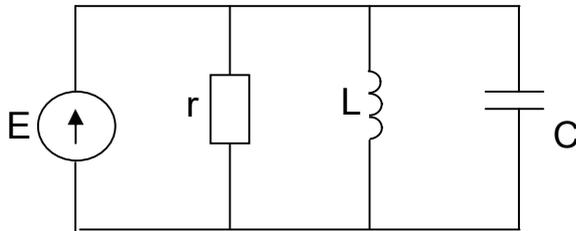
(8) və (9) ifadələrinə əsasən yazmaq olar ki, buraxma zolağının sərhəd tezliklərində

$$\sqrt{1 + \xi^2} = \sqrt{2} \quad \text{və ya} \quad \xi = \pm 1$$

Beləliklə, sərhəd tezliklərində ümumiləşmiş kökdən düşmə mütləq qiymətə vahidə bərabərdir.

8.4. PARALEL RƏQS KONTURU

Paralel rəqs konturunun müxtəlif növləri vardır ki, bunlardan ən sadəsi paralel birləşmiş r, L, C dövrəsidir (şəkil 122).



Şəkil 122

Şəkil 122-də verilmiş dövrənin kompleks keçiriciliyi

$$Y = g - jb = g - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) \quad (1)$$

(1) ifadəsindən görüldüyü kimi, bu ifadə ilə ardıcıl rəqs konturunun kompleks müqaviməti arasında analogi uyğunluq vardır.

Əgər ardıcıl rəqs konturunda rezonans reaktiv müqavimət sıfıra bərabər olduqda alınarsa, paralel rəqs konturunda isə rezonans reaktiv keçiricilik sıfıra bərabər olduqda yaranır, yəni

$$b = 0 \quad \text{və ya} \quad \frac{1}{\omega L} - \omega C = 0 \quad (2)$$

(2)-dən alırıq ki,

$$\frac{1}{\omega L} = \omega C \quad (3)$$

(3)-dən görünür ki, rezonans induktiv keçiricilik tutum keçiriciliyinə bərabər olduqda yaranır və rezonans tezliyi

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4)$$

olur, yəni paralel rəqs konturunun da rezonans tezliyi ardıcıl rəqs konturunda olduğu kimidir. Paralel rəqs konturunun keyfiyyət əmsalı isə rezonans zamanı konturun reaktiv keçiriciliyinin aktiv keçiriciliyinə nisbəti kimi tapılır.

$$Q = \frac{\omega_0 C}{\frac{1}{r}} = \omega_0 Cr = \frac{1}{\sqrt{LC}} Cr = \frac{r}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{r}{\rho} \quad (5)$$

(5)-dən görünür ki, paralel konturun keyfiyyət əmsalı ardıcıl konturun keyfiyyət əmsalının tərsi olan kəmiyyətdir.

(1) ifadəsini aşağıdakı kimi çevirək:

$$\begin{aligned} Y &= g - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = g + j\omega_0 C \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 C \omega L}\right) = \\ &= g + j\omega_0 C \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

(burada $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$)

(6) ifadəsinin hər tərəfini g-yə bölsək

$$\frac{Y}{g} = 1 + j \frac{\omega_0 C}{g} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) = 1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (7)$$

(7)-dən görünür ki, paralel rəqs konturunda $\frac{Y}{g}$ ifadəsi eyni ilə, ardıcıl rəqs konturundakı $\frac{Z}{r}$ ifadəsinə uyğundur. (7)-yə əsasən yazıla bilər ki,

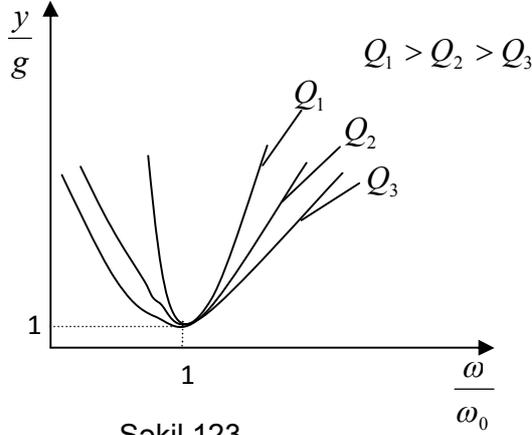
$$\frac{y}{g} = \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} \quad (8)$$

Digər tərəfdən Om qanununa görə yazıla bilər ki,

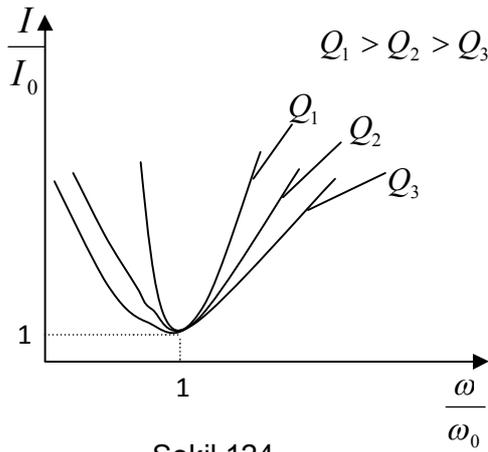
$$\frac{\dot{I}}{\dot{I}_0} = \frac{E\dot{Y}}{E\dot{g}} = \frac{Y}{g} = 1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right) \quad (9)$$

$$\frac{I}{I_0} = \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2} \quad (10)$$

(8) və (10) ifadələrindən görünür ki, paralel rəqs konturunda $\frac{y}{g}$ və $\frac{I}{I_0}$ -in $\frac{\omega}{\omega_0}$ -dan asılılıqları eyni ilə ardıcıl rəqs konturundakı $\frac{z}{r}$ -in $\frac{\omega}{\omega_0}$ -dan asılılığı kimidir (Şəkil 123,124).



Şəkil 123



Şəkil 124

İfadələrdən görüldüyü kimi, φ -nin asılılığı da eyni ilə ardıcıl rəqs konturunda olduğu kimi olar.

Paralel rəqs konturunda rezonans zamanı keçiricilik azalaraq minimal qiymət alır (çünki $b=0$). Bu səbəbdən cərəyan da rezonans zamanı azalaraq minimal qiymət alır. Bu halda tam keçiricilik yalnız aktiv keçiricilikdən ibarət olur.

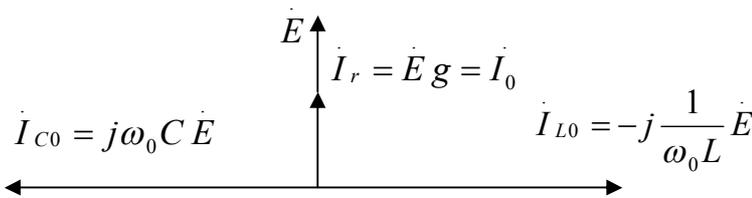
Mənbədən axan cərəyan isə $\dot{I} = \dot{I}_0 = g \dot{E}$ olar. İnduktivlikdən və tutumdan keçən cərəyanlar isə uyğun olaraq

$$\dot{I}_{C0} = -\dot{I}_{L0} = j\omega_0 C \dot{E} = j \frac{\omega_0 C}{g} g \dot{E} = j \dot{I}_0 Q$$

Rezonans tezliyindən aşağı tezliklərdə paralel konturun keçiriciliyi aktiv-induktiv xarakterli, rezonans tezliyindən yuxarı tezliklərdə isə aktiv-tutum xarakterli olur.

Bu ifadələr göstərir ki, paralel konturun keyfiyyətliyi rezonans zamanı induktivlik və tutumdan axan cərəyanların ümumi cərəyandan neçə dəfə böyük olduğunu göstirir ($Q > 1$ olduqda). Ona görə paralel konturdakı rezonans cərəyanları rezonansı adlanır.

Şəkil 125-də baxılan konturun rezonans halında vektor diaqramı göstərilmişdir.

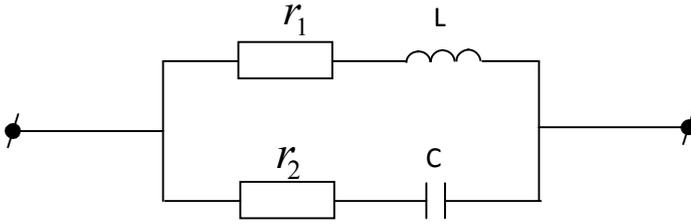


Şəkil 125

Şəkil 122-də baxılan kontur ideal konturdur. Belə ki, bu kontur L və C elementlərindəki itkiləri nəzərə almır. Bu konturda da ardıcıl rəqs konturunda olduğu kimi induktivlik və tutum arasında daimi enerji mübadiləsi gedir.

Əgər paralel rəqs konturu yalnız L və C elementlərindən təşkil edilsəydi, onda onun giriş müqaviməti rezonans zamanı sonsuzluq olardı ki, bu halda da mənbədən gələn cərəyan sıfır olardı. Yeni kontura cərəyan daxil olmazdı. Kontura ilkin olaraq verilmiş enerji sərf edilmədən, periodik olaraq induktivliyin maqnit sahəsinə və tutumun elektrik sahəsinə toplanmış olardı. Bu halda kontur mənbədən açılmış olsa da, induktivlik və tutum arasındakı enerji mübadiləsi sonsuz olaraq davam edərdi.

Əgər L və C elementlərinə ideal deyil, real olaraq baxsaq, onda onların daxili aktiv müqavimətləri də nəzərə alınmalıdır. Yeni onlardakı enerji itkisi nəzərə alınmalıdır. Bu halda paralel rəqs konturu şəkil 126-da göstərilmişdir.



Şəkil 126

Şəkil 126-da göstərilən kontur I növ rəqs konturu da adlanır. (Əgər C olan qolda bir dənə əlavə olaraq induktivlik də iştirak edərsə, bu kontur II növ rəqs konturu, L olan qolda isə əlavə olaraq tutum olarsa, bu kontur III növ rəqs konturu adlanır).

Bilirik ki, paralel konturda rezonans reaktiv keçiricilik sıfıra bərabər olduqda baş verir. Başqa sözlə, rezonans qolların reaktiv keçiricilikləri bir-birinə bərabər olduqda yaranır. Yeni rezonans

$$\frac{\omega L}{r_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{1}{r_2^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

şerti ödəndikdə baş verəcəkdir.

Bu şərtədən rezonans tezliyi ω_0 -ı təyin etsək alarıq:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - r_1^2}{\frac{L}{C} - r_2^2}} \quad (11)$$

(11) ifadəsindən görünür ki, konturun rezonansa gəlməsi üçün kökaltı ifadə müsbət olmalıdır.

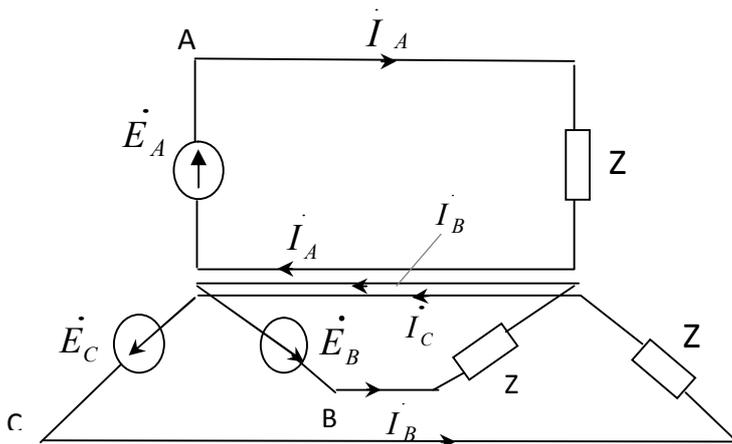
Əgər r_1 müqaviməti r_2 -yə bərabər olarsa, bu konturun rezonans tezliyi eynilə paralel rəqs konturunun kimi olub, $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ -yə bərabərdir.

Əgər $r_1^2 = r_2^2 = \frac{L}{C}$ olarsa, bu konturda istənilən tezlikdə rezonans yaranır. Belə rezonans mənasız rezonans adlanır.

9. ÜÇFAZLI CƏRƏYAN DÖVRƏLƏRİ

9.1. ÜÇFAZLI ELEKTRİK DÖVRƏLƏRİ

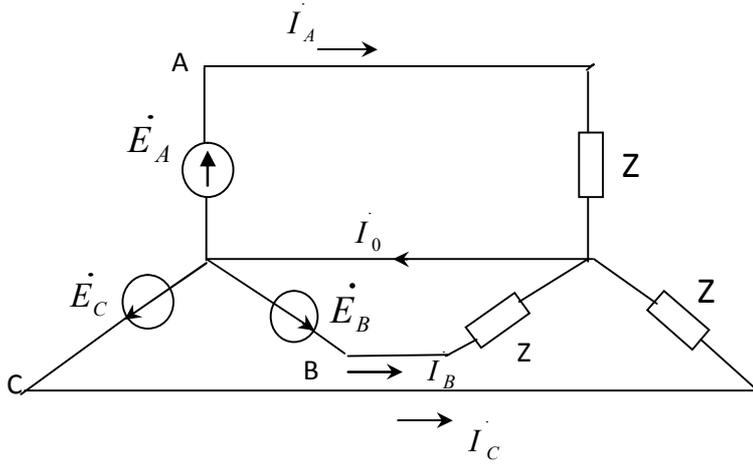
Biz indiyə kimi birləşmiş dövrələrə baxırdıq. Bir-birinə nəzərən fazaca $\frac{2}{3}\pi$ və ya 120° sürüşdürülmüş üç e.h.q.-i təsir edən birləşmiş dövrənin cəmi kimi baxıla bilən dövrə üçfazlı elektrik dövrəsidir. Üçfazlı dövrəni yaradan 3 tərkib hissəsi dövrənin fazları adlanır və A, B, C hərfləri ilə işarə edilir. Üç dənə bir fazlı dövrənin yaratdığı belə üçfazlı sistem əlaqəsiz üçfazlı sistem adlanır. Əlaqəsiz üçfazlı sistem şəkil 127-də göstərilmişdir.



Şəkilə A, B, C fazlarını bir-birindən 120° fərqli çəkməkdə məqsəd onu göstərməkdir ki,

ШЯКИЛ 127

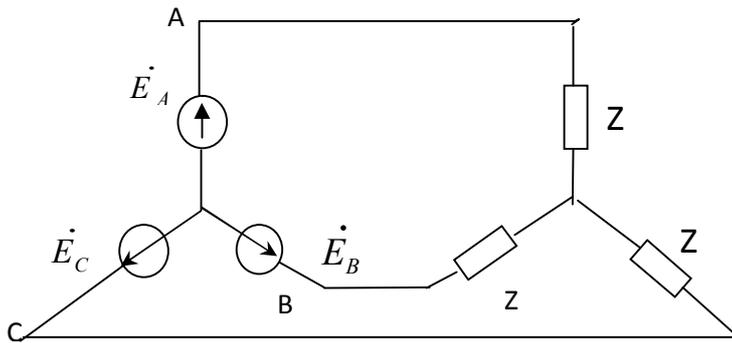
hər bir anda onlarda yaranan e.h.q.-si fazaca bir-birindən $\frac{2}{3}\pi$ qədər, başqa sözlə, $\frac{1}{3}$ period qədər fərqlənirlər. Əlaqəsiz üçfazlı sistemlərdən (yəni fazlar arasında elektrik əlaqəsi olmayan) istifadə edilmir, çünki iqtisadi cəhətdən onlar əlverişli deyil. Əgər e.h.q.-nin və işlədicilərin sonlarını bir nöqtədə birləşdirsək, bu halda fazlarda cərəyanları geri qaytaran naqillər bir naqillə əvəz edilər ki, bu halda da naqillərin ümumi sayı 6-dan 4-ə enər (şəkil 128). Ayrı-ayrı fazların cərəyanları həmin naqillə qapanacaqdır. Bu zaman material sərfi azalmaqla bərabər, cərəyanların geri qayıtdığı naqillərinin sayı azaldığından, onlardakı enerji itkisi də azalacaqdır.



Шякил 128

Әгәр айры-айры фазларын үкләри бир - биринә бәрәбәр оларса,

бу заман онлардан ахан $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ сәрәянарлары қиймәтсә бәрәбәр, фазаса 120° фәрқли олдуқларından онларын сәми сифра бәрәбәр олар ки, бу халда да сәрәянарларын гери қайытması үчүн истифадә олунан нақилә дә еһтияс олмур, яһни нақилин өзүнү чәкмәмәк олар. Гөрүндüyү kimi, бу халда үч нақил лазым олур. (шәкил 129)

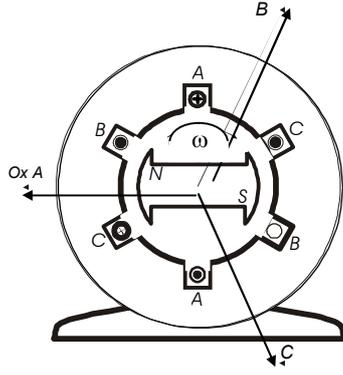


Шякил 129

Бу сүр әлақәли схемләрдә үч фазлы сәрәян үч дәнә бирфазлы генератор васитәсилә дейил, бир дәнә үчфазлы генератор васитәсилә һасил едилер. Белә генераторларын фаз долақлары бир-биринә нәзәрән $\frac{120^\circ}{P}$ қәдәр сүрүшмүш олур.

P-генераторун сүт қүтбләринин саыдыр.

Үчфазлы генератор шәкил 130- да гөстәрилмишдир.



ШЯКИЛ 130

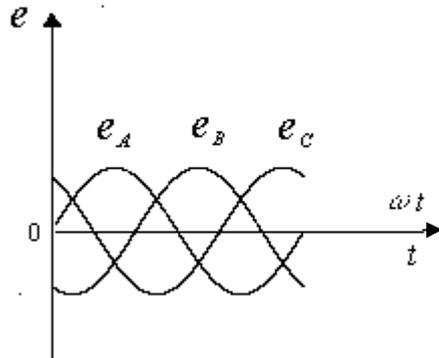
Üçfazlı generatorda alınan e_A, e_B, e_C e.h.q.-ləri fazaca bir-birindən fərqlənərək aşağıdakı kimi göstərilə bilər:

$$e_A = E_m \sin \omega t$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ)$$

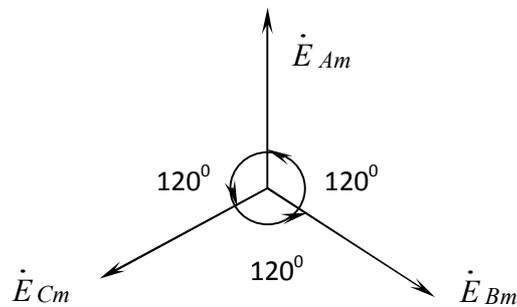
$$e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ) = E_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Bu e.h.q - lərinin zamandan asılılıq qrafikləri şəkil 131-də göstərilmişdir. Ayrı-ayrı fazlarda yaranan e.h.q -ri qiymətəcə bir-birinə



ШЯКИЛ 131

bərabər olub, fazaca bir-birindən 120° fərqlənirlər (şəkil 132)



EHQ-nin ani qiymətləri olan e_A, e_B, e_C Şəkil 132 uyğun olaraq $\dot{E}_{Am}, \dot{E}_{Bm}, \dot{E}_{Cm}$ vektorların proyeksiyaları kimi götürülə bilər.

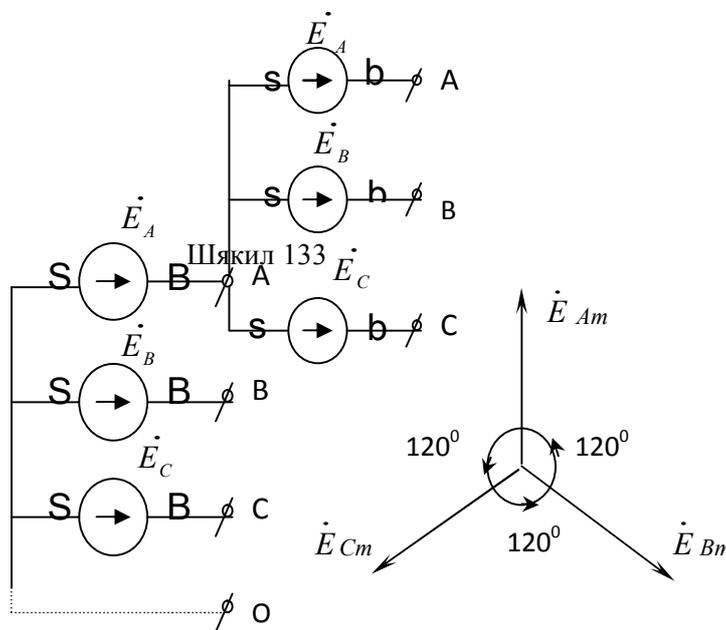
Generatorda e.h.q.-si aşağıdakı kimi alınır. Rotorda maqnit sahəsi yaradılır və bu rotor müəyyən mexaniki qüvvə ilə fırladılır, uyğun olaraq onun yaratdığı maqnit sahəsi də fırlanır. Bu

fırlanan maqnit sahəsi bir-birilə 120° bucaq altında yerləşən stator dolaqlarını kəsərək, elektromaqnit induksiya qanununa görə e.h.q.-si yaradır.

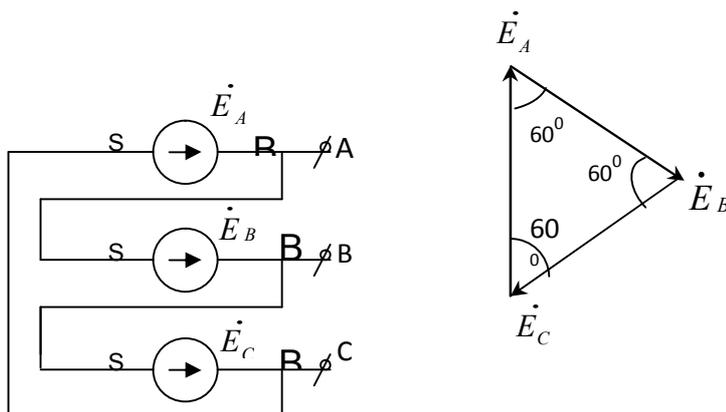
İlk dəfə üçfazlı sistemi (üçfazlı generatoru, mühərriki, transformatoru) rus alimi Dolivo-Dobrovolski hazırlamışdır.

9.2. ULDUZ VƏ ÜÇBUCAQ BİRLƏŞMƏ

Generatorun faz dolaqlarının başlanğıcı və sonu vardır. Generatorda e.h.q. mənbəyinin yönəldiyi sıxac onun başlanğıcı, çıxdığı sıxac isə sonu adlanır. Bunlar uyğun olaraq b (başlanğıc) və s (son) hərfləri ilə göstərilmişdir. Əgər generatorun faz dolaqlarının sonları bir nöqtədə birləşsə, belə birləşmə ulduz birləşmə adlanır. Ulduz birləşmə sıfır xətti (neytral xətti) və sıfır xətsiz ola bilər. Faz dolaqlarının bir yerdə birləşdiyi ümumi nöqtə neytral nöqtə və ya sıfır nöqtəsi adlanır. Lazım olduqda sıfır nöqtəsi ayrı sıxac kimi çıxarıla bilər. Bundan sonra generatorun faz dolaqları sadə olsun deyə 120° bucaq altında deyil, bir-birinə paralel çəkiləcəkdir. Şəkil 133 və 134-də sıfır xətti və sıfır xətsiz ulduz birləşmə göstərilmişdir.



Üçbucaq birləşmədə isə hər bir fazanın başlanğıcı digərinin sonu ilə birləşir. Əgər generatorun A fazının başlanğıcı B fazının sonu ilə, B fazının başlanğıcı C fazının sonu ilə və C fazının başlanğıcı A fazının sonu birləşmiş olarsa, belə birləşmə üçbucaq birləşmə adlanır. Bu halda generatorun üç fazi birlikdə qapalı üçbucaq təşkil edir və bu konturda e.h.q. mənbələrinin istiqamətləri eyni olmaqla onların cəmi sıfıra bərabərdir (Şəkillərdə dolaqların özləri deyil, yalnız e.h.q. göstərilmişdir).



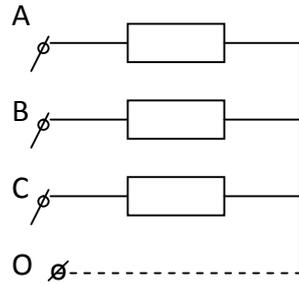
Şякил 135
Aydındır ki, generatorun A,B,C fazlarına yük qoşulur.

Üçbucaq birləşmədə generatorun fazlarına yük qoşulmadıqda, yə'ni yüksüz işləmə

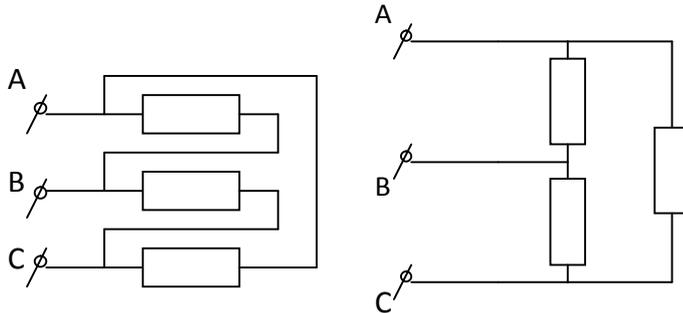
rejimində generatorun dolaqlarından cərəyan axmır (çünki, $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ e.h.q-nin cəmi sıfıra bərabərdir).

$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

Üçfazlı dövredə yük də ulduz və ya üçbucaq birləşə bilər. (Şəkil 136 və 137)



Шякил 136



Тəcrübədə
üçfazlı sistemdə Şякил 137

birləşmələr müxtəlif variantlarda ola bilər:

1. Generator ulduz birləşir, yük isə ulduz və ya üçbucaq birləşir.
2. Generator üçbucaq birləşir, yük isə ulduz və ya üçbucaq birləşir.

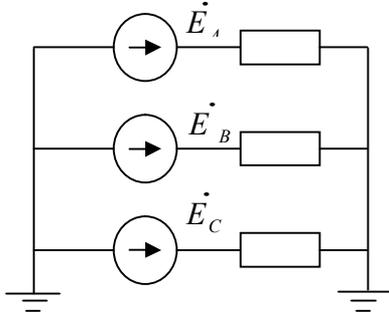
Şəkil 128 və 129-da ulduz birləşmiş üç fazlı sistem göstərilmişdir. Şəkil 129-da göstərilən sistem əsasən bütün fazların yükləri bərabər olan halda işlədilir. Тəcrübədə isə çox vaxt bu hal ödənmir, yə'ni fazların yükləri bir-birindən fərqlənir (məsələn, işıqlanma sistemində).

Əgər işlədicilərin yükləri bir-birindən fərqlidirsə, onda işlədicilərin sıxaclarına düşən gərginliklər fərqlənəcəkdir. Yə'ni birfaza nominal gərginlikdən çox, digərinə isə az gərginlik düşəcəkdir. Bu halda sistemin normal iş rejimi pozulacaqdır. Bu halda ya sıfır xətti ulduz birləşmədən və ya üçbucaq birləşmədən istifadə edilir. Sıfır xətti olan halda işlədicilərin yükləri müxtəlif olsa da onların sıxaclarındakı gərginliklər bir-birinə bərabər olur. Yə'ni sıfır xətti yüklərin faz gərginliklərini bərabərləşdirir. Yə'ni sıfır xətti sistem simmetrik olmayan halda lazımdır.

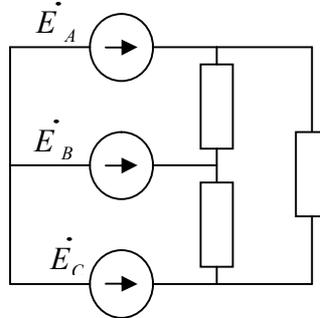
Göründüyü kimi, sıfır xətsiz ulduz birləşmiş sistemin mənfi cəhəti ondan ibarətdir ki, burada yüklər qeyri simmetrik olarsa, faz gərginliklərinin müxtəlifliyi yaranır ki, buna da yol vermək olmaz. Belə sistemdə bir fazın açılmasına və qısa qapanmasına da yol verilmir. Ulduz birləşmiş sistemlərdə sıfır xəttini yerlə də əvəz etmək olar (şəkil 138). Тəyyarələrdə və gəmilərdə mənbəyin və işlədicilərin neytral nöqtəsi onların gövdəsinə birləşdirilir.

Şəkil 139-da işlədiciləri üçbucaq birləşmiş üç fazlı sistem göstərilmişdir. İşlədicilər üçbucaq birləşdikdə, fazların müqavimətləri bir-birindən fərqlənə də bilər. Hətta fazların hər hansı biri dövrədən açıla da bilər (neytral xətlə ulduz birləşmiş sistemlərdə bu mümkündür).

Generatorun faz dolaqlarında yaranan e.h.q.-si, onların sıxaclarındaki gərginlik, işlədicilərin sıxaclarındaki gərginlik və onlardan axan cərəyanlar uyğun olaraq faz e.h.q., gərginliyi və cərəyanı adlanır. Bunlar uyğun olaraq E_f , U_f və I_f kimi işarə edilir.



Şəkil 138



Şəkil 139

Xətlər arasındakı gərginlik və onlardan axan cərəyanlar xətt gərginliyi və cərəyanı adlanır və uyğun olaraq U_x və I_x kimi işarə edilir. Fazlar ulduz birləşdikdə faz cərəyanları xətt cərəyanlarına bərabər olur ($I_f = I_x$). Fazlar üçbucaq birləşdikdə isə faz gərginliyi xətt gərginliyinə bərabər olur ($U_f = U_x$).

Üçfazlı sistemdə fazların müqavimətindən asılı olaraq simmetrik və qeyri simmetrik iş rejimləri olur. Əgər bütün fazların müqavimətləri eynidirsə simmetrik üçfazlı sistem, fərqli olduqda isə qeyri simmetrik üçfazlı sistem alınır.

9.3. ÜÇFAZLI SİSTEMİN SİMMETRİK İŞ REJİMİ

Üç fazlı elektrik dövrlərinin də həlli əsasən kompleks şəkildə aparılır. Mə'lumdur ki, generatorun faz e.h.q. bir-birinə nəzərən 120° sürüşdürülmüşdür. Ona görə faz operatoru adlanan e^{j120° kəmiyyətini a ilə işarə etsək, ifadələrin yazılışı sadələşər.

$$\text{Bu halda } a = e^{j120^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Eynilə yazsa bilərik ki, } a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = \cos 120^\circ - j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}$$

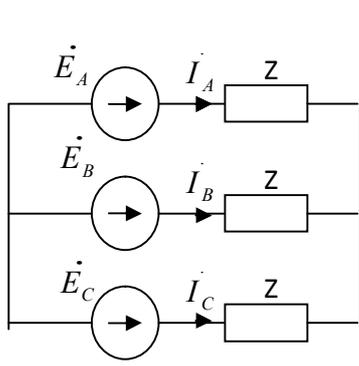
Bu ifadələrdən görüldüyü kimi, vektorun a -ya vurulması onun saat əqrəbinin əksi istiqamətində (müsbət istiqamətdə), a^2 -na vurulması isə saat əqrəbi istiqamətində 120° dönməsi deməkdir.

Beləliklə, A fazının e.h.q.-ni \dot{E}_A -ilə işarə etsək, onda

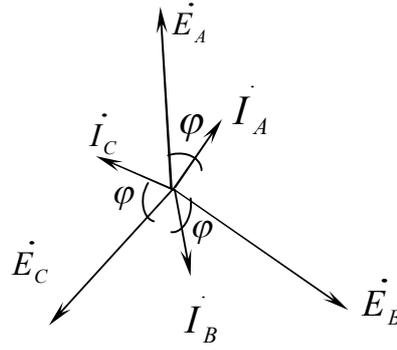
$$\dot{E}_B = a^2 \dot{E}_A \quad \dot{E}_C = a \dot{E}_A$$

yazmaq olar.

Fərz edək ki, simmetrik ulduz birləşmiş sistem verilmişdir. (şəkil140)



Şəkil 140



Şəkil 141

Hər bir fazın aktiv və reaktiv müqavimətləri bir-birinə bərabər olduğundan fazların cərəyanları da uyğun e.h.q.-dən φ qədər geri qalır. Şəkil 140-da verilmiş dövrənin vektor diaqramı şəkil 141-də verilmişdir.

Burada

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{x}{r} \text{ və ya } \varphi = \operatorname{arctg} \frac{x}{r}$$

r və x uyğun olaraq fazların aktiv və reaktiv müqavimətləridir. (qəbul edilmişdir ki, reaktiv müqavimət induktiv xarakterlidir)

Simmetrik rejimdə generatorun və işlədiciyə neytral nöqtələri eyni potensiala malik olduqlarından onları birləşdirmək olar. Yəni bu halda hər bir faza düşən gərginlik generatorun uyğun fazının e.h.q.-nə bərabər olacaq. Yəni bu halda üçfazlı sistemin həlli eynilə birfazlı dövrənin həlli kimi aparıla bilər. Belə ki,

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_A}{Z} \quad (1)$$

\dot{I}_B və \dot{I}_C isə \dot{I}_A ilə ifadə edilə bilər.

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_B}{Z} = \frac{a^2 \dot{E}_A}{Z} = a^2 \dot{I}_A \quad (2)$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_C}{Z} = \frac{a \dot{E}_A}{Z} = a \dot{I}_A \quad (3)$$

Əgər simmetrik ulduz birləşmiş sistemdə neytral (sıfır) xətti iştirak etsə də dövrənin həlli yuxarıda göstərilən kimi olacaqdır, çünki neytral xətdən axan cərəyan

$$\dot{I}_o = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_A + a^2 \dot{I}_A + a \dot{I}_A = (1 + a^2 + a) \dot{I}_A = 0$$

Beləliklə, simmetrik rejimdə ulduz birləşmiş üçfazlı sistemin həlli birfazlı dövredə olduğu kimi bir fazın (A fazının) həllinə gətirilir və digər fazların cərəyanları (2) və (3) ifadələri ilə tapılır. Bu zaman sıfır xəttindən axan cərəyan sıfır olduğundan onun müqaviməti də nəzərə alınmır, çünki onda gərginlik düşküsi yaranmır.

Üçfazlı sistemdə xətt gərginlikləri uyğun faz gərginliklərinin fərqi kimi təyin edilir. Məsəl üçün,

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$$

Simmetrik iş rejimində

$$\begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_A - \dot{U}_B = \dot{U}_A - a^2 \dot{U}_A = \dot{U}_A (1 - a^2) = \\ &= \dot{U}_A \left[1 - \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \right] = \dot{U}_A \left(\frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \dot{U}_A \sqrt{3} e^{j30^\circ} \end{aligned} \quad (4)$$

(4) ifadəsindən görünür ki,

$$U_{AB} = \sqrt{3} U_A$$

Yə'ni ulduz birləşmiş simmetrik üçfazlı sistemdə xətt gərginliyinin modulu (qiyməti) faz gərginliyinin modulundan $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür. $U_{AB} = U_X, U_A = U_f$ olduğundan $U_X = \sqrt{3} U_f$.

Üçbucaq birləşmədə xətt cərəyanları Kirxhofun birinci qanununa görə faz cərəyanlarının fərqi ibarət olduqlarından göstərmək olar ki, bu halda

$$I_X = \sqrt{3} I_f$$

Yə'ni üçbucaq birləşmədə xətt cərəyanı faz cərəyanından $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür.

Üçbucaq birləşmiş üçfazlı sistemi həll etmək üçün üçbucaq birləşməni ona ekvivalent ulduz birləşmə ilə əvəz etmək olar. Bu halda ekvivalent ulduza keçid düsturlarından istifadə etsək, alarıq ki,

$$Z_\lambda = \frac{1}{3} Z_\Delta \quad (5)$$

Burada Z_λ ulduz birləşmənin, Z_Δ üçbucaq birləşmənin tərəflərinin müqavimətləridir.

(5) ifadəsi həm işlədicinin müqavimətləri, həm də generatorun müqavimətləri üçün doğrudur. Lakin bu halda ekvivalent generatorun faz e.h.q.-ri verilmiş generatorun (dolaqları üçbucaq birləşmiş) e.h.q.-dən $\sqrt{3}$ dəfə kiçik götürülməklə, 30° sürüşdürülmüş qəbul edilir. (Bunu vektor diaqramından görmək olar).

Simmetrik üçfazlı sistemin gücü faz və ya xətt gərginliyi və cərəyanları ilə ifadə edilə bilər.

Yazmaq olar ki,

$$P = 3 U_f I_f \cos \varphi$$

Ulduz birləşmədə

$$U_X = \sqrt{3} U_f \quad \text{və} \quad I_X = I_f,$$

üçbucaq birləşmədə isə

$$U_f = I_X \quad \text{və} \quad I_X = \sqrt{3} I_f$$

olduğundan, birləşmənin növündən asılı olmayaraq aktiv güc

$$P = \sqrt{3} U_X I_X \cos \varphi \quad (6)$$

kimi təyin edilə bilər (burada φ faz gərginliyi ilə uyğun faz cərəyanı arasındakı bucaqdır).

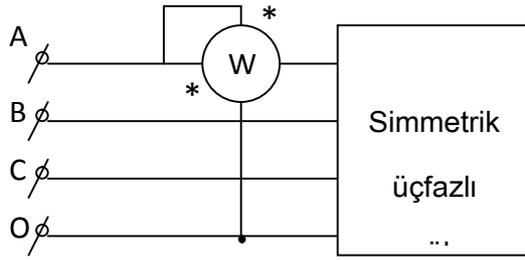
(6)-ya analogi olaraq simmetrik üçfazlı sistemin reaktiv və tam gücləri də aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$Q = \sqrt{3} U_X I_X \sin \varphi \quad ; \quad S = \sqrt{3} U_X I_X$$

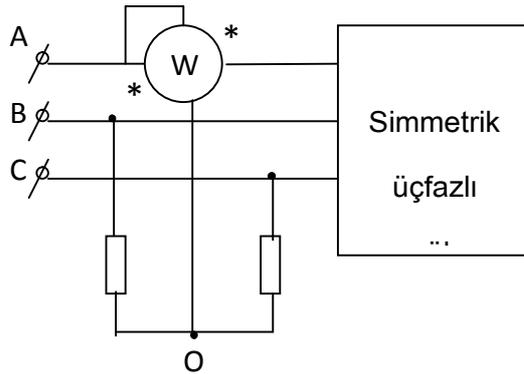
Ulduz birləşmiş üçfazlı sistemdən üçbucaq birləşməyə keçdikdə, faz cərəyanları $\sqrt{3}$ dəfə, xətt cərəyanları isə 3 dəfə artdığından üçfazlı sistemin gücü də 3 dəfə artacaqdır.

Simmetrik üçfazlı sistemin gücünü bir vattmetr vasitəsilə ölçmək olar.

Əgər sıfır xətti varsa, üçfazlı sistemin gücünün ölçülməsi şəkil 142, sıfır xətti olmayan halda isə şəkil 143-də göstərilədiyi kimi ölçülə bilər.



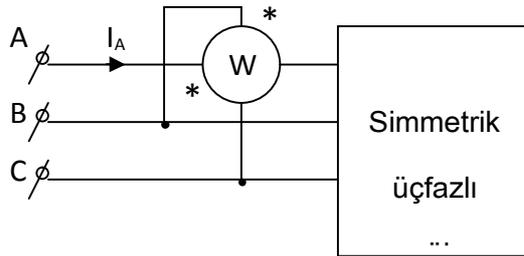
Şəkil 142



Şəkil 143

Şəkil 143-dən göründüyü kimi, sıfır xətti olmayan halda neytral nöqtəni süni surətdə alırlar. Bunun üçün şəkildə göstərilədiyi kimi, vattmetrin gərginlik dolağının müqavimətinə bərabər iki müqavimət qoşub onların birləşdiyi nöqtəyə (sıfır nöqtəsinə) vattmetrin gərginlik dolağının çıxışını birləşdirirlər.

Beləliklə, hər iki şəkildə verilən sxemlər üçün qoşulmuş vattmetrlər bir fazın (A fazının) gücünü ölçür. Ona görə vattmetrin göstərişini 3-ə vurmaqla sistemin gücünü alırıq. Bir vattmetrlə üçfazlı sistemin reaktiv gücünü də ölçmək olar. Bunun üçün vattmetr dövrəyə şəkil 144 -da göstərilədiyi kimi qoşulur.



Şəkil 144

Vattmetrin cərəyan dolağı A fazına, gərginlik dolağı isə B və C fazları arasına qoşulur. Bu halda vattmetrin göstərişi

$$U_{BC} I_A \cos \left(\widehat{U_{BC} I_A} \right) = U_{BC} I_A \cos(\varphi - 90^\circ) = U_{BC} I_A \sin \varphi \text{ olar. (Vektor diaqramına əsasən}$$

göstərmək olar ki, U_{BC} ilə I_A

arasındakı bucaq $\varphi - 90^\circ$ -dir).

Reaktiv gücü almaq üçün bu ifadəni $\sqrt{3}$ -ə vurmaq lazımdır. Yə'ni

$$Q = \sqrt{3}U_{BC}I_A \sin \varphi \quad U_{BC} = U_X, I_A = I_X \text{ olduğundan,}$$

$$Q = \sqrt{3}U_X I_X \sin \varphi \quad (7)$$

(7) isə reaktiv gücün ifadəsidir.

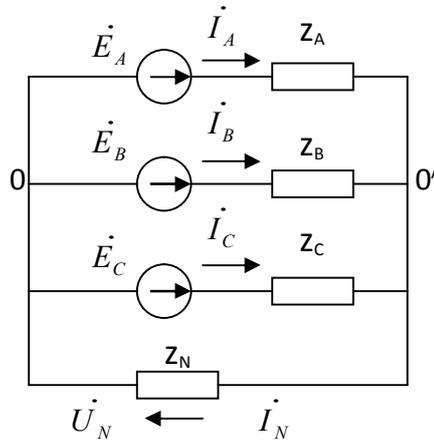
9.4. ÜÇFAZLI DÖVRƏNİN QEYRİ-SİMMETRİK İŞ REJİMİ.

Üç fazlı dövrlərdə qeyri-simmetriklilik aşağıdakı səbəblərdən yaranabilir:

1. Faz yüklərinin müxtəlif olması;
2. Fazalardan birinin qısa qapanması;
3. Fazalardan birinin açılması;
4. Mənbələrin özlərinin e.h.q.-nin qiymətə və fazaca fərqlənməsi, yəni qeyri-simmetrikliliyi.

Qeyri-simmetrik üçfazlı dövrənin də həlli eyni ilə birfazlı dövrənin həlli metodları ilə aparıla bilər.

Fərz edək ki, 3 fazlı sistem ulduz birləşmişdir və sıfır xətti vardır (şəkil 145). Belə dövrəni bildiyimiz metodların biri ilə (kontur cərəyanları, düyün potensialları metodu və s.) həll edə bilərik.



ШЯКИЛ 145

Dövredə iki düyün olduğundan bu dövrəni düyün potensialları metodu ilə həll etmək daha asandır.

Şəkil 145-dən görüldüyü kimi

$$\dot{U}_N = \dot{U}_{0'0} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N} \quad (1)$$

Y_A, Y_B, Y_C və Y_N uyğun olaraq A, B, C fazlarının və sıfır xəttinin keçiricilikləridir. \dot{U}_N təyin olunduqdan sonra cərəyanlar asanlıqla tapılır:

$$\dot{I}_A = \left(\dot{E}_A - \dot{U}_{0'0} \right) \cdot Y_A \quad (2)$$

$$\dot{I}_B = \left(\dot{E}_B - \dot{U}_{0'0} \right) \cdot Y_B \quad (3)$$

$$\dot{I}_C = \left(\dot{E}_C - \dot{U}_{0'0} \right) \cdot Y_C \quad (4)$$

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{U}_N Y_N$$

Əgər sıfır xətti olmazsa

$$Y_N = 0.$$

Onda (1)-ə əsasən

$$U_{0'0} = \frac{\dot{E}_A Y_A + \dot{E}_B Y_B + \dot{E}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

$\dot{U}_{0'0}$ - mə'lum olduqdan sonra yenə də cərəyanlar (2),(3),(4) ifadələri ilə tapıla bilər. Əgər dövrə simmetrikdirsə, yə'ni $Y_A = Y_B = Y_C$ və sıfır xətti vardırsa, bu halda

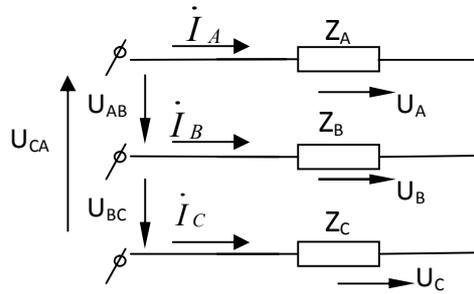
$$\dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C = 0$$

olduğundan $\dot{U}_N = 0$ olur ki, buna uyğun $\dot{I}_N = 0$ alınır.

Fərz edək ki, verilən faz gərginlikləri deyil, xətt gərginlikləridir və dövredə sıfır xətti yoxdur (şəkil 146)

Şəkil 146-dan Kirxhofun I qanununa görə

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0,$$



burada

Şəkil 146

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A Y_A$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_B Y_B$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_C Y_C$$

olduğundan, alırıq ki,

$$\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C = 0 \quad (5)$$

Burada \dot{U}_B və \dot{U}_C -ni \dot{U}_A ilə ifadə edək:

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B \quad \text{olduğundan}$$

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A - \dot{U}_{AB} \quad (6)$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A \quad \text{olduğundan isə}$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_{CA} + \dot{U}_A \quad (7)$$

(6),(7)-ni (5)-də nəzərə alsaq,

$$\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_A Y_B - \dot{U}_{AB} Y_B + \dot{U}_{CA} Y_C + \dot{U}_A Y_C = 0$$

$$\dot{U}_A = \frac{\dot{U}_{AB} Y_B - \dot{U}_{CA} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (8)$$

İndeksleri dairəvi dəyişməklə (8)-ə uyğun \dot{U}_B və \dot{U}_C -ni də tə'yin etmək olar.

$$\dot{U}_B = \frac{\dot{U}_{BC} Y_C - \dot{U}_{AB} Y_A}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (9)$$

$$\dot{U}_C = \frac{\dot{U}_{CA} Y_A - \dot{U}_{BC} Y_B}{Y_A + Y_B + Y_C} \quad (10)$$

Beləliklə, xətt gərginlikləri vasitəsi ilə (8),(9),(10)-a uyğun faz gərginliklərini tapıb, sonra

$$\dot{I}_A = \dot{U}_A Y_A$$

$$\dot{I}_B = \dot{U}_B Y_B$$

$$\dot{I}_C = \dot{U}_C Y_C$$

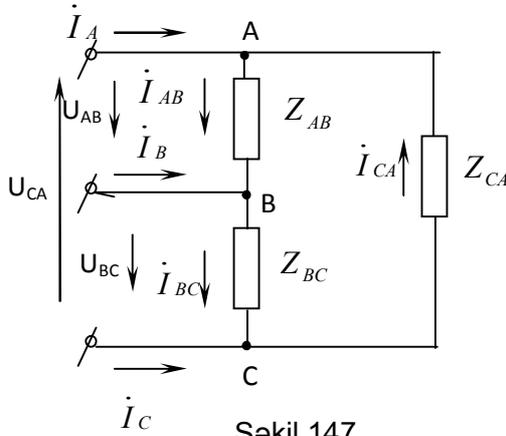
kimi cərəyanları tapırıq.

Əgər işlədicilər üçbucaq birləşibse (şəkil 147) və verilən xətt gərginliydirsə, onda Om qanununa görə asanlıqla faz cərəyanları tapılır:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{Z_{AB}}$$

$$\dot{I}_{BC} = \frac{\dot{U}_{BC}}{Z_{BC}}$$

$$\dot{I}_{CA} = \frac{\dot{U}_{CA}}{Z_{CA}}$$



Şəkil 147

Xətt cərəyanları isə Kirxhofun I qanununa görə

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{CA}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{BC} - \dot{I}_{AB}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{CA} - \dot{I}_{BC}$$

Bu halda verilənlər faz gərginlikləri olarsa, xətt gərginliklərini

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$$

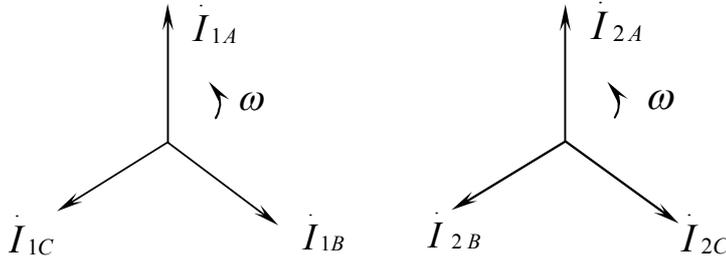
$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$$

ifadələri ilə tapıb hesabı bundan əvvəldə olduğu kimi aparmaq olar.

9.5. SİMMETRİK TOPLANANLAR METODU

Biz qeyri-simmetrik üçfazlı sistemin həllini verərkən müəyyən xüsusi və sadə hallara baxdıq. Baxdığımız dövrlərdə induktiv əlaqə yox idi və yaxud da həmin əlaqə fazların müqavimətlərinə daxil ola bilərdi. Ümumi halda isə dövrə mürəkkəbdirsə və orada induktiv əlaqə varsa, bu halda simmetrik toplananlar metodundan istifadə edilir. Bu metod həm də hər hansı fazın qırılması və ya qısa qapanması zamanı yaranan qeyri-simmetriklik hallarını sadələşdirib həll etməyə imkan verir. Hər bir qeyri-simmetrik üçfazlı sistem üç ədəd düz, əks və sıfır sıralı üçfazlı simmetrik sistemin cəmi kimi təsəvvür edilə bilər. Yəni bir dənə qeyri-simmetrik üçfazlı sistemin yerinə üç dənə simmetrik sistem götürülür. (Göründüyü kimi, bu metod qondarma metoduna əsaslanır). Bu ayrı-ayrılıqda verilmiş simmetrik sistemlər üçfazlı sistemin simmetrik toplananları adlanır.

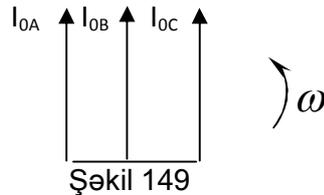
Düz sıralı simmetrik sistemdə cərəyanın və gərginliyin vektorları A,B,C ardıcılıqlı, əks sıralıda A,C,B ardıcılıqlı ulduz yaradırlar və bu vektorlar saat əqrəbinin əksi istiqamətində fırlanırlar (şəkil 148).



Şəkil 148

Sıfır ardıcılıqda isə bu vektorların üçü də eyni istiqamətdə olub qiymətləri bir-birinə bərabərdir. (şəkil 149).

Düz sıralı mürəkkəbəni birinci indeksi ilə, əks sıralı mürəkkəbəni iki indeksi ilə sıfır sıralı toplananı sıfır indeksi ilə işarə edək.



Şəkil 149

$$I_{0A} = I_{0B} = I_{0C}$$

Bu üç simmetrik sistemin həllini bilməklə asanlıqla verilmiş qeyri-simmetrik dövrə həllini tapa bilərik. Belə ki,

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{1A} + \dot{I}_{2A} + \dot{I}_{0A}$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_{1B} + \dot{I}_{2B} + \dot{I}_{0B}$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{1C} + \dot{I}_{2C} + \dot{I}_{0C}$$

Bundan sonra asan olsun deyə;

$$\dot{I}_{1A} = \dot{I}_1$$

$$\dot{I}_{2A} = \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_{0A} = \dot{I}_0$$

kimi işarə edək.

$$\dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 \quad (1)$$

Digər tərəfdən bilirik ki,

$$\dot{I}_{1B} = a^2 \dot{I}_{1A}$$

$$\dot{I}_{1C} = a \dot{I}_{1A}$$

$$\dot{I}_{2B} = a \dot{I}_{2A}$$

$$\dot{I}_{2C} = a^2 \dot{I}_{2A}$$

(Burada $a = e^{j120^\circ}$, $a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ}$)

Bunları nəzərə alsaq:

$$\dot{I}_B = a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_{0A} \quad (2)$$

$$\dot{I}_C = a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_{0A} \quad (3)$$

(1), (2), (3) ifadələrini aşağıdakı kimi bir sistemdə yazsaq:

$$\begin{cases} \dot{I}_A = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_0 & (4) \\ \dot{I}_B = a^2 \dot{I}_1 + a \dot{I}_2 + \dot{I}_0 & (5) \\ \dot{I}_C = a \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + \dot{I}_0 & (6) \end{cases}$$

alarıq.

Buradan görünür ki, düz, əks və sıfır sıralı simmetrik sistemin həllini bilərək, verilmiş qeyri-simmetrik üçfazlı sistem (4),(5),(6) ifadələrinə əsasən həll edilə bilər.

Əgər \dot{I}_A, \dot{I}_B və \dot{I}_C cərəyanları mə'lum olarsa, düz, əks və sıfır sıralı toplananlar asanlıqla (4),(5),(6) sistem tənliklərinin həllindən tapıla bilər. Onları həll etsək alarıq ki :

$$\dot{I}_0 = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + a\dot{I}_B + a^2\dot{I}_C)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{3}(\dot{I}_A + a^2\dot{I}_B + a\dot{I}_C)$$

Əgər \dot{I}_A, \dot{I}_B və \dot{I}_C vektorları qapalı üçbucaq yaradırlarsa, onda

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$$

olduğundan $\dot{I}_0 = 0$ alınar.

Neytral xətdəki cərəyan bu üç cərəyanın cəmindən ibarət olduğundan (sıfır xəfli dövrə)

$$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$$

alınar.

$$\dot{I}_N = 3\dot{I}_0$$

Yə'ni neytral xətdəki cərəyan "0" sıralı cərəyanın 3 mislinə bərabərdir.

10. QEYRİ-SİNUSOİDAL PERİODİK CƏRƏYAN DÖVRƏLƏRİ

10.1. FURYE SIRASININ TRİQONOMETRİK FORMASI

Biz indiye kimi birfazlı və üçfazlı sinusoidal dəyişən cərəyan dövrlərinə baxırdıq. Sinusoidal cərəyanın alınmasında göstərmişdik ki, alınan cərəyanın sinusoidal olması üçün generatorda statorla rotor arasında maqnit selinin paylanması sinusoidal etmək lazımdır. Qeyd etmişdik ki, bunun üçün qütb başlıqlarına xüsusi formalar verilir, amma buna baxmayaraq alınan cərəyan yenə də tam sinusoidal olmur.

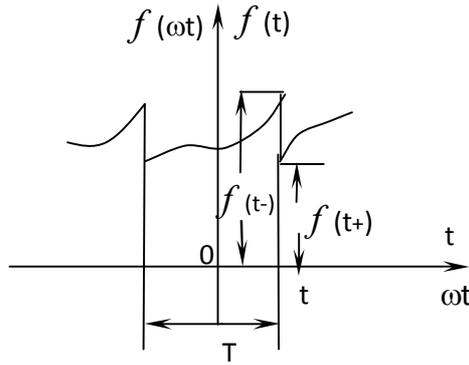
Tezlikləri bir-birindən fərqlənən bir neçə sinusoidal mənbəyin iştirak etdiyi dövredə də cərəyan sinusoidal olmayacaqdır. Bəzi dövrlərin normal iş rejiminin özündə isə cərəyan qeyri-sinusoidal olur. Məsələn, sinusoidal mənbə olan dövrlərdə qeyri-xətti element iştirak edərsə, bu dövredən axan cərəyan qeyri-sinusoidal olacaqdır. Beləliklə, görürük ki, əslində real halda bütün dövrlər qeyri-sinusoidaldır. Biz yalnız hesabatin asan olması üçün qeyri-sinusoidal az olan halda dövrlərə sinusoidal dövrlər kimi baxırıq.

Riyaziyyatdan bilirik ki, bütün periodik funksiyalar (Dirixle şərtini ödəyən) Furye sırası vasitəsilə çoxlu sayda (əslində sonsuz sayda) müxtəlif tezlikli sinusoidal funksiyalar cəminə ayrılabilir. Bunlara biz harmoniklər deyəcəyik. Beləliklə, hər bir qeyri-sinusoidal funksiyayı çoxlu sayda sinusoidal funksiyalar cəmi kimi təsvir edib, qeyri-sinusoidal dövrlərin həllini sinusoidal dövrlərin həlli kimi apara bilərik.

Fərz edək ki, aşağıdakı kimi periodu T olan

$$f(t) = f(t \pm T)$$

qeyri-sinusoidal periodik funksiya verilmişdir. (şəkil 150)



ШЯКИЛ 150

Bu funksiya Dirixle şərtini ödəyir. (Real dövrlərdə cərəyan və gərginlik Dirixle şərtlərini ödəyən funksiyalardır). Yəni bu funksiya kəsilməzdir, əgər kəsiləndirsə, bir period ərzində funksiyanın kəsilmə nöqtələrinin sayı və həmin nöqtələrində funksiyanın qiyməti sonludur. Fərz edək ki, bu funksiya t_1 anında kəsilmə nöqtəsinə malikdir. Kəsilmə nöqtəsinə soldan yaxınlaşdıqda funksiyanın qiyməti $f(t-)$, sağdan yaxınlaşdıqda $f(t+)$ -a bərabərdir. Riyaziyyatdan isə bilirik ki, Dirixle şərtlərini ödəyən periodik funksiyalar Furiye sırasına ayrıla bilər. Bu sıranın cəmi istənilən an üçün $f(t)$ funksiyasının qiyməti ilə eyni olur. Kəsilmə nöqtələrində isə kəsilmə nöqtəsinə, sağdan və soldan yaxınlaşdıqda funksiyanın aldığı qiymətin ədədi ortasına bərabərdir. $(\frac{1}{2}[f(t-) + f(t+)])$

Furiye sırası triqonometrik şəkildə aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$f(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t) \quad (1)$$

$\frac{a_0}{2}$ - sıranın sabit toplanandır.

a_n və b_n - kosinisoidal və sinusoidal harmoniklərin amplitud qiymətləridir. Bu əmsallar aşağıdakı kimi tapıla bilər.

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos n\omega t d(\omega t) \quad (2)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin n\omega t d(\omega t) \quad (3)$$

$\frac{a_0}{2}$ isə funksiyanın bir perioddakı orta qiyməti olub (2) ifadəsində $n=0$ yazmaqla alınır.

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) dt$$

Triqonometrik çevrilmədən istifadə edərək yazıla bilər:

$$a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t = F_n \sin(n\omega t + \theta_n) \quad (4)$$

$$F_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \quad \theta_n = \arctg \frac{a_n}{b_n}$$

(4)-ü nəzərə almaqla, (1) ifadəsi ilə verilmiş Furiye sırasını aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$f(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \sin(n\omega t + \theta_n) \quad (5)$$

Qeyri-sinusoidal dövrlərin həllində əsasən Furiye sırasının (5) ifadəsindən istifadə olunur. Furiye sırasında hədlərin çox olmasına baxmayaraq (nəzəri olaraq sonsuz sayda) o, tez yığılan sıra olduğundan dövrlərin həllində onun birinci üç və ya beş həddinin götürülməsi kifayətdir.

Rast gələn funksiyalar həndəsi cəhətdən düzgün formalı və mürəkkəb ola bilərlər. Düzgün formalı funksiyalar analitik şəkildə Furiye sırasına ayrılırsa, mürəkkəb funksiyalar qrafoanalitik şəkildə Furiye sırasına ayrıla bilər.

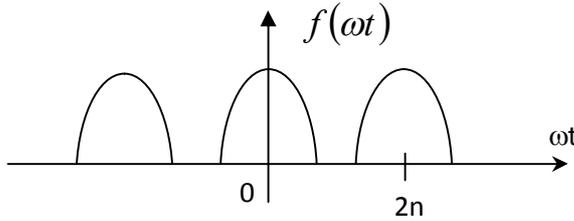
10.2. SİMMETRİKLİK HALLARI

Elektrik və maqnit kəmiyyətlərini (gərginlik, cərəyan və s.) xarakterizə edən periodik qeyri-sinusoidal funksiyalar ümumiyyətlə müəyyən simmetrikiyə malik olurlar. Bu isə onun Furiye sırasına ayrılmasını asanlaşdırır. Ona görə verilmiş funksiyayı Furiye sırasına ayırmamışdan əvvəl onun hansı simmetrikiyə malik olmasını aydınlaşdırmaq lazımdır.

Bəzi simmetriklilik hallarına baxaq:

1. Fərz edək ki, verilmiş funksiya ordinat oxuna nəzərən simmetrikdir (şəkil 151), yəni

$$f(\omega t) = f(-\omega t)$$



Şəkil 151

Belə funksiya cüt funksiya olduğundan, bilirik ki, onun Furiye sırasında sinusoidal harmoniklər iştirak etmir. Ona görə bu halda Furiye sırası

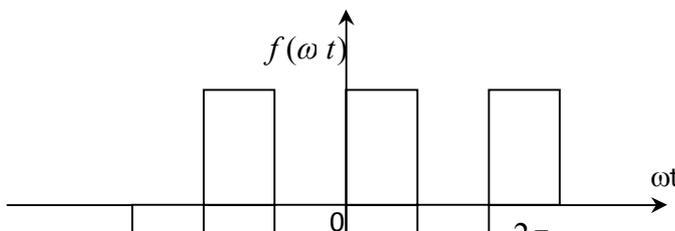
$$f(\omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos n\omega t$$

şəklində yazıla bilər. a_n -i tapmaq üçün bir periodda deyil, yarım periodda funksiyanın qiymətindən istifadə etmək olar:

$$a_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\omega t) \cos n\omega t d(\omega t)$$

2. Funksiya koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir, (şəkil 152) yəni

$$f(\omega t) = -f(-\omega t)$$



Şəkil 152

Koordinant başlanğıcına nəzərən simmetrik funksiyalar tək funksiyalar olduğundan onların Furiye sırasında sabit toplanan və kosinusoidal harmoniklər iştirak etmir, yə'ni sıra aşağıdakı kimi yazılır.

$$f(\omega t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin n\omega t$$

Burada b_n yarım period ərzində tə'yin edilə bilər:

$$b_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} f(\omega t) \sin n\omega t d(\omega t)$$

Əgər funksiya absis oxuna nəzərən simmetrik olarsa, onun Furiye sırasında yalnız tək sinusoidal harmoniklər iştirak edəcəkdir. Funksiya eyni zamanda bir neçə simmetriklilik halına malik ola bilər.

10.3. FURYE SIRASININ KOMPLEKS ŞƏKLİ

Dəyişən cərəyan dövrlərinin həlli əsasən kompleks şəkildə aparıldığından Furiye sırasında kompleks şəklini bilmək lazımdır. Mə'lumdur ki,

$$\cos n\omega t = \frac{e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}}{2}$$

$$\sin n\omega t = \frac{e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}}{2j}$$

Bu ifadələri Furiye sırasında triqonometrik şəkildə nəzərə alaq:

$$\begin{aligned} f(\omega t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \frac{e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}}{2} + b_n \frac{e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}}{2j} \right) = \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega t} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\omega t} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

a_n n-ə görə cüt funksiya, b_n isə tək funksiya olduğundan n işarəsini dəyişdikdə a_n işarəsini saxlayır, b_n isə dəyişir yə'ni

$$a_n = a_{-n}$$

$$b_n = -b_{-n}$$

Eyni zamanda

$$\frac{a_0}{2} = \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega t} \right)_{n=0}$$

olduğunu (1)-də nəzərə alsaq,

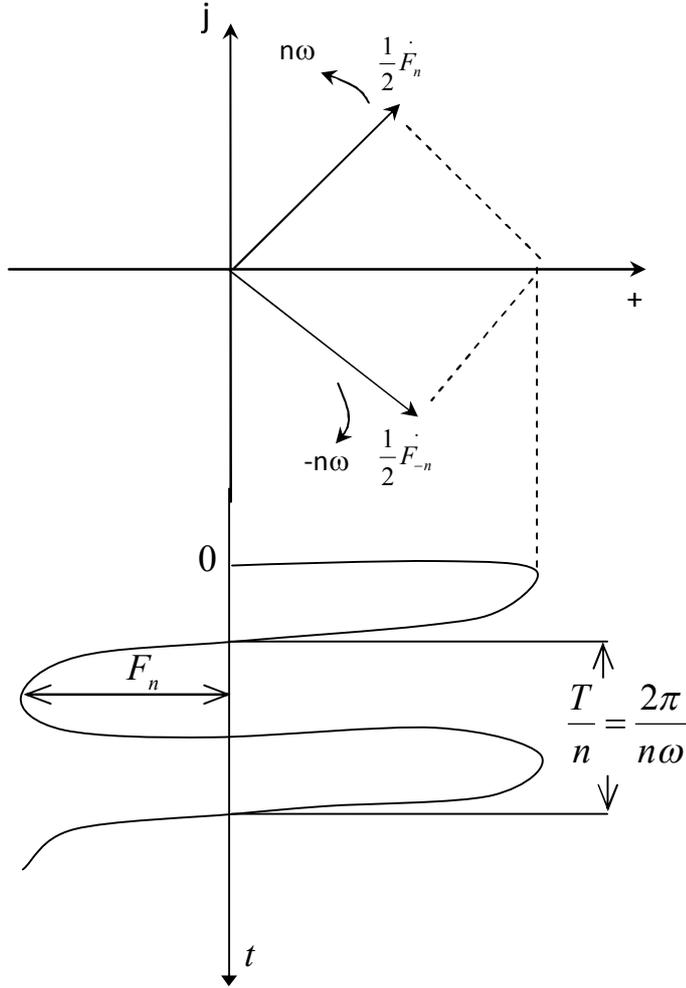
$$\begin{aligned} f(\omega t) &= \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega t} \right)_{n=0} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega t} + \right. \\ &+ \left. \sum_{n=-1}^{-\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega t} \right) = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega t} = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{F}_n e^{jn\omega t} \quad (2) \\ \dot{F}_n &= a_n - jb_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) e^{-jn\omega t} d(\omega t) \end{aligned}$$

(2) ifadəsi Furiye sırasının kompleks şəklidir.

Burada

$$n = 0; \pm 1; \pm 2 \dots$$

Beləliklə, hər hansı periodik qeyri-sinusoidal funksiya kompleks müstəvidə bir-birinin əksi istiqamətdə fırlanan $\frac{1}{2} \dot{F}_n$ və $\frac{1}{2} \dot{F}_{-n}$ vektorlarının proyeksiyalarının cəmi kimi təsvir edilir (şəkil 153).



Şəkil 153

Qoşma vektorların həndəsi cəmi həqiqi kəmiyyət verir ki, bununla da $f(\omega t)$ funksiyası alınır.

10.4. FURYE SIRASININ QEYRİ-SİNUSOİDAL CƏRƏYAN DÖVRƏLƏRİNİN HƏLLİNƏ TƏTBİQİ

Fərz edək ki, hər hansı qeyri-sinusoidal e.h.q. verilmişdir. Bu e.h.q.-nin Furiye sırası vasitəsilə təsviri aşağıdakı kimidir.

$$e(\omega t) = E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n) \quad (1)$$

Verilmiş e.h.q.-nin yaratdığı cərəyanı təyin edək. Qondarma metoduna əsasən e.h.q.-nin hər bir harmonikinın yaratdığı cərəyanlar toplanaraq dövrənin cərəyanını verir. Aydındır ki, bu halda dövrədən axan cərəyan da qeyri sinusoidal olmaqla

$$i(\omega t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} I_{nm} \sin(n\omega t + \psi_n - \varphi_n) \quad (2)$$

şəklində olar.

(1)-ci ifadədə E_0 e.h.q.-nin sabit toplananı, E_{nm} isə onun n-ci harmonikinın amplitud qiymətidir. Ona uyğun olaraq (2) ifadəsində I_0 - cərəyanın sabit toplananı, I_{nm} -isə onun n-ci harmonikinın amplitud qiymətidir.

İfadələrdə harmoniklərin sayı sonsuz götürüldüyünə baxmayaraq, praktiki olaraq bu sıra tez yığıldığından sıranın ilk üç və ya beş həddinin cəminin götürülməsi kifayət edir.

Burada

$$I_0 = \frac{E_0}{z(0)} \quad ; \quad I_{nm} = \frac{E_{nm}}{z(n\omega)}$$

$z(0)$ dövrənin sıfır tezliyə qarşı müqaviməti və ya sabit cərəyana qarşı müqavimətidir.

$z(n\omega)$ isə dövrənin $n\omega$ tezlikdə müqavimətidir.

Əgər dövrə ardıcıl r, L, C elementlərindən ibarətdirsə, bu halda

$$z(0) = \infty \quad I_0 = 0$$

$$z(n\omega) = \sqrt{r^2 + \left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C}\right)^2} \quad \varphi_n = \arctg \frac{n\omega L - \frac{1}{n\omega C}}{r}$$

Burada $n\omega L$ induktivliyin, $\frac{1}{n\omega C}$ isə tutumun $n\omega$ tezlikdə müqavimətlərinin qiymətləridir.

Göründüyü kimi, harmoniklərin dərəcəsi artdıqca induktiv müqavimət düz xətt qanunu ilə artır, tutum müqaviməti isə hiperbolik qanunla azalır.

Qeyri-sinusoidal cərəyan dövrlərində yüksək harmoniklərdə rezonans yarana bilər. Məsələn, ardıcıl r, L, C dövrəsində

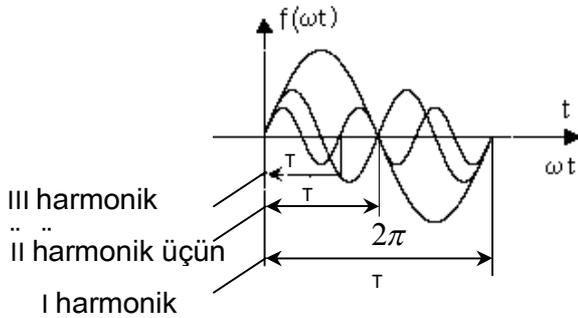
$$n\omega L = \frac{1}{n\omega C}$$

olduqda n -ci harmonikdə gərginliklər rezonansı yaranacaq.

Müxtəlif harmoniklərin periodları onların nömrələrinə tərs mütənasıbdır. (şəkil 154)

Şəkil 154-də hər hansı $f(\omega t)$ funksiyasının birinci üç harmonikinın qrafikləri çəkilmişdir.

Şəkil 154



Qeyri-sinusoidal cərəyan dövrlərinin həlli əsasən kompleks şəkildə aparıldığından e.h.q.-ni Furiye sırasının triqonometrik şəklilə verilmiş ifadəsinə (1 ifadəsinə) əsasən onun kompleks amplitudu ilə aşağıdakı kimi təsvir etmək olar.

$$e(\omega t) = E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \text{Im} \left(\dot{E}_{nm} e^{jn\omega t} \right)$$

Buna uyğun cərəyan da özünün (2) ifadəsinə əsasən kompleks amplitudu ilə aşağıdakı kimi təsvir edilə bilər.

$$i(\omega t) = I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \text{Im} \left(\dot{I}_{nm} e^{jn\omega t} \right)$$

Burada

$$\dot{E}_{nm} = E_{nm} e^{j\psi_n}$$

$$\dot{I}_{nm} = I_{nm} e^{j(\psi_n - \varphi_n)}$$

olub, uyğun olaraq e.h.q. və cərəyanın kompleks amplitudlarıdır.

10.5. QEYRİ-SİNUSOİDAL CƏRƏYANIN TƏ'SİREDİCİ VƏ ORTA QİYMƏTİ

Riyaziyyatdan mə'lumdur ki, hər hansı periodik funksiyanın tə'siredici qiyməti

$$F = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}$$

ifadəsi ilə tə'yin edilir. Əgər bu ifadədə $f(t)$ funksiyanın yerinə onun Furye sırasının triqonometrik şəkli ilə verilmiş ifadəsini yazsaq və kvadrata yüksəldib, inteqrallasaq, sabit toplananın və ayrı-ayrı harmoniklərin tə'siredici qiymətlərinin kvadratları cəmini alarıq:

$$F = \sqrt{\left(\frac{a_0}{2}\right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n^2}{2}}$$

$$\frac{F_n^2}{2} = \left(\frac{F_n}{\sqrt{2}}\right)^2$$

olduğundan deyə bilərik ki, qeyri-sinusoidal funksiyanın tə'siredici qiyməti sabit toplanan ilə ayrı-ayrı harmoniklərin tə'siredici qiymətlərinin kvadratları cəminin kvadrat kökünə bərabərdir. Məsələn, əgər $f(t)$ funksiyası kimi verilən cərəyandırsa, həmin qeyri-sinusoidal cərəyan üçün yazıla bilər:

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$$

Qeyri-sinusoidal cərəyanın ani qiyməti isə (2) ifadəsinə uyğun olaraq

$$i = I_0 + i_1 + i_2 + \dots$$

kimi tə'yin edilir, yəni qeyrisinusoidal cərəyanın ani qiyməti sabit toplanan ilə ayrı-ayrı harmoniklərin ani qiymətləri cəminə bərabərdir. Qeyri-sinusoidal cərəyanın orta qiyməti isə riyaziyyatdan mə'lum olduğu kimi hər hansı periodik funksiyanın orta qiyməti kimi tə'yin edilir:

$$F_{\text{ort}} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt$$

Funksiyanın bir period ərzində orta qiymətinin sıfır alınmaması üçün ya funksiya tam period ərzində mütləq qiymətcə götürülür (əgər funksiyanın "+" və "-" yarımdalğaları bir-birinə bərabədirsə), ya da funksiyanın yarım period ərzindəki orta qiyməti tə'yin edilir. Yəni

$$F = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(t) dt$$

Qeyri-sinusoidal cərəyan dövrəsində tə'siredici qiymət elektromaqnit, istilik və elektrodinamik sistemli cihazlarla ölçülə bilər. Onun yarımperioddakı orta qiyməti isə düzləndiricili maqnitoelektrik sistemli cihazlarla ölçülür. Əks halda cihaz yalnız sabit toplananın qiymətini göstərəcəkdir.

10.6. PERİODİK QEYRİ-SİNUSOİDAL CƏRƏYAN DÖVRƏSİNDƏ GÜC

Mə'lumdur ki, periodik cərəyan dövrəsində aktiv güc bir perioddakı orta gücdür. Yə'ni

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt$$

Əgər burada u və i -nin yerinə onların Furiye sırasının triqonometrik şəkli ilə ifadə olunmuş qiymətlərini yazsaq və alınan ifadəni inteqrallasaq və nəzərə alsaq ki, sabit toplananın müxtəlif harmoniklərə və müxtəlif harmoniklərin bir-birinə hasilinin inteqrallarının bir perioddakı orta qiymətləri sıfır verir, onda alınır ki,

$$P = U_0 I_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \cos \varphi_n$$

Deməli, qeyri-sinusoidal cərəyanın aktiv gücü sıfır toplananının gücü ilə ayrı-ayrı harmoniklərinin aktiv gücləri cəminə bərabərdir. Qeyri-sinusoidal cərəyan dövrəsində də sinusoidal cərəyanda olduğu kimi reaktiv güc anlayışı vardır. Reaktiv güc

$$Q = \sum_{n=1}^{\infty} U_n I_n \sin \varphi_n$$

Yə'ni dövrənin reaktiv gücü ayrı-ayrı harmoniklərin reaktiv güclərinin cəminə bərabərdir. Sinusoidal cərəyandan fərqli olaraq, qeyri-sinusoidal cərəyan dövrəsində aktiv və reaktiv güclərin kvadratları cəmi tam gücün kvadratına bərabər deyildir.

Burada

$$P^2 + Q^2 = S^2 - T^2 \quad (1)$$

T-təhrif gücüdür.

Buna səbəb odur ki, cərəyanın və gərginliyin hər hansı birinin Furiye sırasında, digərində olmayan harmonikin iştirak etməsi həmin kəmiyyətin tə'siredici qiymətinə tə'sir etdiyi halda (artırdığı halda), aktiv və reaktiv gücə tə'sir etmir. (Çünki, müxtəlif harmoniklərin hasilinin inteqralı sıfırdır). Tə'siredici qiymətlərin artması isə UI hasilini artırır. Tam güc $S = UI$ olduğunu nəzərə alsaq, onda doğrudan da $S^2 \neq P^2 + Q^2$ olduğunu görürük. Yə'ni qeyri-sinusoidal cərəyan dövrəsində güclər arasında (1) ifadəsi doğrudur.

Əgər dövrə yalnız aktiv müqavimətdən ibarətdirsə, onda $Q = 0$ və $T = 0$ olar.

10.7. QEYRİ-SİNUSOİDAL CƏRƏYANI XARAKTERİZƏ EDƏN ƏMSALLAR

Sinusoidal cərəyanda olduğu kimi, qeyri-sinusoidal cərəyanda da aktiv gücün tam gücə nisbəti güc əmsalı adlanır və χ ilə işarə edilir.

$$\chi = \frac{P}{UI} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T u i dt}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} \cdot \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}} = \frac{\int_0^T u i dt}{\sqrt{\int_0^T u^2 dt} \cdot \sqrt{\int_0^T i^2 dt}}$$

Bu ifadə o vaxt vahid olar ki, u və i arasında düz mütənasıblıq olsun. Yə'ni dövrə aktiv xarakterli olsun. Fərz edək ki, gərginlik sinusoidal, cərəyan isə qeyri-sinusoidaldır. Bu halda

$$P = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = UI_1 \cos \varphi_1$$

Bu halda alırıq ki, güc əmsalı

$$\chi = \frac{UI_1 \cos \varphi_1}{UI} = \frac{I_1}{I} \cos \varphi = k_U \cos \varphi$$

$k_U = \frac{I_1}{I}$ olub, təhrif əmsalı adlanır. Göründüyü kimi, təhrif əmsalı I harmonikin təsiredici qiymətinin qeyri-sinusoidal cərəyanın təsiredici qiymətinə olan nisbətinə bərabər olduğundan $k_U < 1$ olur. Çünki

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots} \quad \text{olduğundan} \quad I_1 < I$$

Qeyri-sinusoidal cərəyanın təsiredici qiymətinin onun orta qiymətinə olan nisbəti forma əmsalı adlanır.

$$k_f = \frac{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}}{\frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt}$$

Sinusoidal cərəyan üçün $k_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11$.

Qeyri-sinusoidal funksiyanın amplitud qiymətinin təsiredici qiymətə olan nisbəti isə amplitud əmsalı adlanır.

$$k_a = \frac{f_m}{\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(t) dt}}$$

Sinusoidal cərəyan üçün $k_a = \sqrt{2} \approx 1,41$

Bəzən hesabatlarda qeyri-sinusoidal cərəyan və gərginliklər ekvivalent sinusoidalar ilə əvəz edilirlər. Bu halda həmin ekvivalent sinusoidal funksiyanın təsiredici qiyməti verilmiş qeyri-sinusoidal funksiyanın təsiredici qiymətinə bərabər götürülür, onlar arasında faz sürüşməsi isə güc əmsalı χ -dan təyin edilir.

11. ELEKTRİK DÖVRƏLƏRİNDƏ KEÇİD PROSESLƏRİ (KLASSİK METOD)

11.1. KEÇİD PROSESLƏRİNİN YARANMASI

İndiyə qədər dövrlərdə qərarlaşmış rejimlərə baxılırdı. Qərarlaşmış rejimlərdə cərəyan və gərginlik ya sabit idi, ya da periodik olaraq dəyişirdi. Amma dövrə bir qərarlaşmış rejimdən digər qərarlaşmış rejimə ani olaraq keçmir, yə'ni yeni qərarlaşmış rejimin yaranması üçün müəyyən vaxt tələb olunur. Bu vaxt ərzində dövrdə gedən proses keçid prosesi adlanır. Keçid prosesi ərzində cərəyan və gərginlik sabit və ya periodik olmayıb, qeyri-periodik olur.

Keçid prosesi, dövrə mənbəyə qoşularkən, mənbədən açılarkən, dövrəyə yeni bir element daxil edilib-çıxarılkən və dövrənin sxemi dəyişərkən yaranır. Keçid prosesini yaradan bu səbəblər birlikdə kommutasiya adlanır. Yə'ni kommutasiya keçid prosesini yaradan səbəbdir. Nəzəri olaraq kommutasiyaya vaxt sərf edilməsə də keçid prosesi üçün müəyyən vaxt lazımdır. Çünki dövrə hər bir rejimə uyğun müəyyən enerjiyə malik olur. Yeni rejimə keçid isə bu enerjinin dəyişməsi (artması və ya azalması) deməkdir.

Məlumdur ki, induktivliyin maqnit sahəsinə $L \frac{i^2}{2}$, tutumun elektrik sahəsinə isə $C \frac{u^2}{2}$ qədər

enerji toplanır. Bu enerjilər isə sıçrayışla dəyişə bilməz, əks halda enerjinin töreməsi ilə təyin olunan güc sonsuzluq olardı. Bu isə mümkün deyil. Ona görə induktiv sarğacı dövrdən açıqda kontakt yerlərində qığılcım yaranır. Eyni ilə əvvəldən doldurulmuş tutumu da qısa qapadıqda bu hadisə baş verir. Yəni əvvəlcədən induktivliyin maqnit sahəsinə və tutumun elektrik sahəsinə toplanmış enerjilər ani olaraq sıfır ola bilmədiyindən, yaranmış qığılcımda (qövsdə) və naqillərin müqavimətində istiliyə çevrilərək sifra düşür. Keçid prosesi nəzəri olaraq sonsuz davam etsə də, praktiki olaraq onu dövrlərdə tez bir zamanda bitmiş hesab etmək olar. Çünki az bir zaman içərisində (bu zaman dövrənin parametrlərindən asılıdır) gərginlik və cərəyan özünün qərarlaşmış qiymətinə çox yaxınlaşmış olduğundan keçid prosesini bitmiş hesab etmək olar. İdeal aktiv müqavimət iştirak edən dövrlərdə keçid prosesi yaranmır, yeni yaranmış rejim ani olaraq alınır. Başqa sözlə, onun yaranması üçün vaxt keçmir. Dövrdə əgər reaktiv elementlər, yəni L və C elementləri iştirak edərsə, bu dövrlərdə keçid prosesi yaranır və onlarda yeni qərarlaşmış rejimin yaranması müəyyən vaxt tələb edir. Buna səbəb qeyd etdiyimiz kimi L və C elementlərində uyğun olaraq onların maqnit və elektrik sahələrinə toplanmış enerjilərin sıçrayışla dəyişə bilməməsidir.

Deməli, reaktiv element olan dövrlərdə keçid prosesinin yaranması labüddür. Bəzi yerlərdə keçid prosesləri əgər zərərli hadisədirsə, (məsələn, yüksək gərginlik xətlərində qısa qapanma zamanı) müəyyən dövrlərin isə normal iş rejimidir. (məsələn, radioverici, radioqəbuledici cihazlarda, avtomatik idarəetmə sistemlərində və s.) Keçid proseslərini həll etmək üçün müxtəlif metodlar var. Biz əvvəlcə klassik metodla tanış olacağıq.

11.2. KOMMUTASIYA QANUNLARI. BAŞLANGIC ŞƏRTLƏR

Göstərdik ki, enerji sıçrayışla dəyişməyib, tədricən (kəsilməz) dəyişir. İnduktivliyin maqnit sahəsinə toplanmış enerjinin sıçrayışla dəyişə bilməməsi maqnit ilişmə selinin, tutumun elektrik sahəsinə toplanmış enerjinin sıçrayışda dəyişə bilməməsi isə elektrik yükünün sıçrayışla dəyişə bilməməsi prinsipini ifadə edir. Doğrudan da əgər maqnit ilişmə seli sıçrayışla dəyişsəydi, onun töreməsi ilə müəyyən olunan induktivlikdəki gərginlik sonsuzluq olardı:

$$\text{Yəni} \quad U_L = \frac{d\psi}{dt} = \infty$$

Məlumdur ki, sonsuz gərginlik yoxdur, yəni maqnit ilişmə seli sıçrayışla dəyişə bilməz. Elektrik yükü isə sıçrayışla dəyişsəydi, onun töreməsi ilə müəyyən olan tutumdan axan cərəyan sonsuzluq olardı:

$$i_c = \frac{dq}{dt} = \infty$$

Sonsuz cərəyan da olmadığından bu da mümkün deyil. Yəni elektrik yükü də sıçrayışla dəyişə bilməz.

Kommutasiya qanunları da maqnit ilişmə selinin və elektrik yükünün sıçrayışla dəyişə bilməməsi prinsipinə əsaslanır.

$$\psi = Li$$

olduğundan, maqnit ilişmə selinin sıçrayışla dəyişə bilməməsi induktivlikdən axan cərəyanın (L sabit qəbul edilir) sıçrayışla dəyişə bilməməsi deməkdir. Bu prinsiplə də kommutasiyanın birinci qanunu ifadə edilir.

Birinci qanun: İnduktivlikdə cərəyan sıçrayışla dəyişə bilməz, kommutasiyaya qədər o, hansı qiymətə malik idisə, kommutasiya anında da həmin qiymətdən başlayaraq dəyişir.

Riyazi olaraq kommutasiyanın I qanunu aşağıdakı kimi yazılır:

$$i_L(0) = i_L(0-)$$

Burada $i_L(0-)$ induktivlikdəki cərəyanın kommutasiyaya qədərki, $i_L(0)$ isə kommutasiya anındakı qiymətidir.

$$q = Cu$$

olduğundan isə, elektrik yükünün sıçrayışla dəyişə bilməməsi tutumdakı gərginliyin (C sabit qəbul edilir) sıçrayışla dəyişə bilməməsi deməkdir. Bu prinsipə də kommutasiyanın ikinci qanunu ifadə edilir.

İkinci qanun: Tutumda gərginlik sıçrayışla dəyişə bilməz, kommutasiyaya qədər o, hansı qiymətə malik idisə, kommutasiya anında da həmin qiymətdən başlayaraq dəyişir.

Riyazi olaraq bu qanun aşağıdakı kimi yazılır.

$$u_c(0) = u_c(0-)$$

Burada $u_c(0-)$ tutumdakı gərginliyin kommutasiyaya qədərki, $u_c(0)$ isə kommutasiya anındakı qiymətidir.

Bununla belə müqavimətdə və tutumda cərəyan, induktivlikdə və müqavimətdə isə gərginlik sıçrayışla dəyişə bilər. Gərginliyin və cərəyanın kommutasiya anındakı ($t = 0$ anındakı) qiymətləri başlanğıc şərtlər adlanır.

İnduktivlikdəki cərəyanın və tutumdakı gərginliyin kommutasiya anındakı ($t=0$ anındakı) qiymətləri asılı olmayan başlanğıc şərtlərdir.

Digər kəmiyyətlərin isə (induktivlikdə gərginliyin, tutumda cərəyanın və s.) $t=0$ anındakı qiymətləri asılı başlanğıc şərtlərdir. Əgər $i_L(0-) = 0$ və $u_c(0-) = 0$ olarsa, belə başlanğıc şərt sıfır başlanğıc şərti adlanır. Sıfır başlanğıc şərtində kommutasiya anında induktivlik özünü dövrədə qırıq kimi, tutum isə qısa qapanmış kimi aparır.

Qeyri sıfır başlanğıc şərtində isə ($i_L(0) \neq 0, u_c(0) \neq 0$) kommutasiya anında induktivlik özünü cərəyan mənbəyi kimi, tutum isə özünü gərginlik mənbəyi kimi aparır.

Keçid proseslərinin hesabı zamanı bu başlanğıc şərtlərin bilinməsi vacibdir.

Əgər asılı olmayan başlanğıc şərtlər kommutasiya qanunları əsasında tapılırsa, asılı başlanğıc şərtlər isə kommutasiya qanunları və Kirxhof qanunlarının birgə həllindən təyin edilir.

11.3. MƏCBURİ VƏ SƏRBƏST REJİMLƏR

Ümumi halda r, L, C və M -dən ibarət toplanmış parametrlı xətti dövrlərdə keçid proseslərinin analizi müxtəlif tərtibli bircins olmayan xətti differensial tənliklərin həllindən ibarətdir.

Fərz edək ki, ardıcıl birləşmiş r, L, C -dən ibarət dövrə $e(t)$ mənbəyinə qoşulur. Bu dövrə üçün Kirxhofun ikinci qanununa görə

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = e(t) \quad (1)$$

(1) ifadəsinin hər tərəfindən t -yə görə törəmə alsaq

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + r \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{de(t)}{dt} \quad (2)$$

alınar.

Göründüyü kimi, bu tənlik bircins olmayan ikitərtibli differensial tənlikdir. Bunun həllini riyaziyyatdan bilirik. Bu tənliyin həlli onun xüsusi həlli ilə bircins tənliyin ümumi həllinin cəmindən ibarətdir. Tənliyin xüsusi həlli dövrənin məcburi rejimini müəyyən edir. Məcburi rejim mənbəyin xarakterindən (bu rejim mənbəyin təsiri altında yaranan rejimdir), yəni tənliyin sağ tərəfindən asılıdır. Əgər mənbə sabit və ya periodik dəyişəndirsə, onda məcburi cərəyan eyni zamanda qərarlaşmış cərəyandır. (Qərarlaşmış rejimin həlli mə'lumdur.)

Bircins tənliyin (sağ tərəfi sıfır olan tənliyin), yəni

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + r \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0 \quad (3)$$

tənliyinin ümumi həlli isə dövrdə sərbəst rejimi müəyyən edir. Göründüyü kimi, sərbəst rejim dövrdə mənbə olmadıqda yaranan rejimdir. Bu rejimə uyğun dövrdəki cərəyan (gərginlik və s.) sərbəst cərəyan adlandırılacaqdır.

(3) tənliyinə uyğun xarakteristik tənlik:

$$LP^2 + rP + \frac{1}{C} = 0$$

Əgər bu tənliyin P_1 və P_2 kimi iki müxtəlif kökü varsa, (3) tənliyinin həllini aşağıdakı kimi yazmaqla bilirik:

$$i_{\text{sər}}(t) = A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}$$

A_1 və A_2 inteqral sabitləri olub, başlanğıc şərtlərdən tapılır.

Verilmiş bircins olmayan differensial tənliyin ((2) tənliyinin) xüsusi həllini $i_{\text{məc}}(t)$ ilə işarə etsək, dövredəki keçid cərəyanı məcburi və sərbəst cərəyanların cəmindən ibarət olacaqdır:

$$i(t) = i_{\text{məc}}(t) + i_{\text{sər}}(t) \quad (4)$$

(Eyni ilə gərginlik, elektrik yükü, maqnit seli və digər funksiyalar da məcburi və sərbəst qiymətlərin cəmindən ibarətdir.)

Burada $t=0$ anında cərəyanı $i(0)$ ilə işarə edərək, onu aşağıdakı kimi tapmaq olar. Məlumdur ki, induktivlikdə cərəyanın və tutumda gərginliyin $t=0$ anındakı qiymətləri kommutasiya qanunlarından

$$i_L(0) = i_L(0-)$$

$$u_C(0) = u_C(0-)$$

kimi təyin edilir. Bunları bilərək (4) tənliyindən $t=0$ anı üçün

$$i_{\text{Lsər}}(0) = i_L(0) - i_{\text{Lməc}}(0)$$

eyni ilə tutumdakı gərginlik üçün

$$u_{\text{Csər}}(0) = u_C(0) - u_{\text{Cməc}}(0)$$

kimi cərəyanın və gərginliyin $t=0$ anındakı sərbəst qiymətləri tapıla bilər.

Göründüyü kimi, funksiyaların (gərginlik və cərəyanın) $t=0$ anındakı sərbəst qiymətləri (inteqral sabitləri) iki məcburi rejimin fərqi (kommutasiyaya qədərki və kommutasiyadan sonrakı) ibarətdir.

Sıfır başlanğıc şərtində $i_L(0) = 0$ və $u_C(0) = 0$ olduğundan

$$i_{\text{Lsər}}(0) = -i_{\text{Lməc}}(0)$$

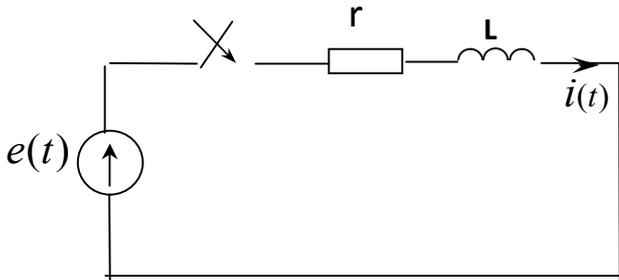
$$u_{\text{Csər}}(0) = -u_{\text{Cməc}}(0)$$

Dövrə üçün alınmış differensial tənliyin tərtibindən asılı olaraq dövrlər də bir, iki və çox tərtibli olurlar. Yalnız bir induktivlik və ya bir tutum iştirak edən dövrlər bir tərtibli dövrlərdir. Ardıcıl birləşmiş r,L,C dövrəsi iki tərtibli dövrədir.

Budaqlanmış dövrlər çoxtərtibli də ola bilərlər.

11.4. ARDICIL BİRLƏŞMİŞ r, L DÖVRƏSİNDƏ KEÇİD PROSESİ

Fərz edək ki, hər hansı ardıcıl birləşmiş r, L dövrəsi $t=0$ anında $e(t)$ mənbəyinə qoşulur. (şəkil 155)



Şəkil 155

Kirxhofun ikinci qanununa görə

$$ri + L \frac{di}{dt} = e(t) \quad (1)$$

Göründüyü kimi, bu tənlik bircins olmayan birtərtibli differensial tənlikdir. Belə tənliyin həlli onun xüsusi həlli ilə (yə'ni məcburi rejimlə), bircins tənliyin ümumi həllinin (yə'ni sərbəst rejimin) cəmindən ibarətdir.

(1)-ə uyğun bircins tənlik

$$ri + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (2)$$

olduğundan bu halda (2)-dən alınan xarakteristik tənlik

$$r + LP = 0$$

olar ki, buradan da

$$P = -\frac{r}{L}$$

alınar.

Xarakteristik tənliyin kökünün mənfə alınması keçid prosesinin sönən proses olduğunu göstərir. P-nin alınmış qiymətinə uyğun (2)-nin həlli olan sərbəst cərəyan aşağıdakı kimi tapılır.

$$i_{\text{sər}} = A e^{Pt} = A e^{-\frac{r}{L}t}$$

Cərəyanın məcburi qiyməti isə (1) tənliyinin xüsusi həlli olub $e(t)$ mənbəyinin xarakterindən asılıdır. Beləliklə dövredə keçid cərəyanı

$$i(t) = i_{\text{məc}} + i_{\text{sər}} = i_{\text{məc}} + A e^{-\frac{r}{L}t} \quad (3)$$

$e(t)$ mənbəyinin xarakterindən asılı olaraq 3 hala baxaq.

1. r , L -in sabit mənbəyə qoşulması

Fərz edək ki, verilmiş dövredə $e(t)=E=\text{const}$ olub, sabit mənbədən ibarətdir. Onda bunu (1)-də nəzərə alsaq, həmin tənliyin xüsusi həlli olan məcburi cərəyan

$$i_{\text{məc}} = \frac{E}{r}$$

Bu qiyməti (3)-də nəzərə alsaq:

$$i(t) = \frac{E}{r} + A e^{-\frac{r}{L}t} \quad (4)$$

Burada A inteqral sabitidir. Bunu tapmaq üçün başlanğıc şərtlərdən istifadə edilir. $t=0$ olduqda

$$i(0) = \frac{E}{r} + A \quad (5)$$

Kommutasiyanın birinci qanununa görə verilmiş dövredən görünür ki,

$$i(0) = i(0-) = 0$$

Bunu (5)-də nəzərə alsaq,

$$A = -\frac{E}{r}$$

A -nın bu qiymətini (4)-də yerinə yazaq

$$i(t) = \frac{E}{r} - \frac{E}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{E}{r} (1 - e^{-\frac{r}{L}t}) \quad (6)$$

İnduktivlikdə yaranan özünə induksiya e.h.q.-si :

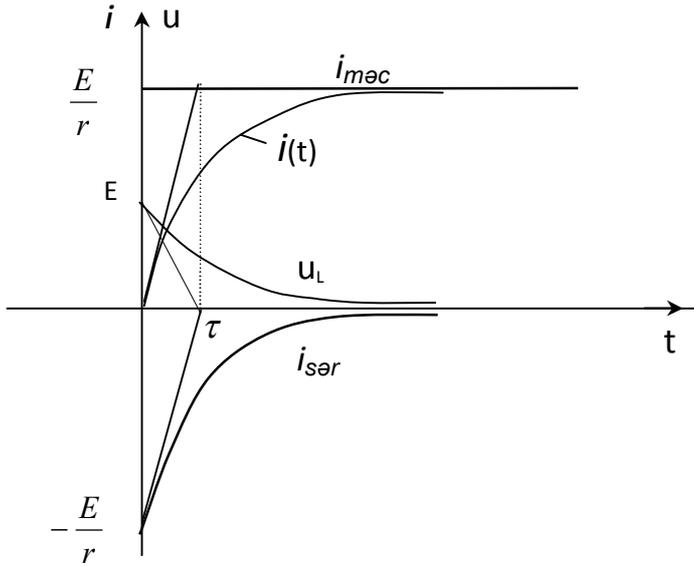
$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -E e^{-\frac{r}{L}t}$$

İnduktivlikdəki gərginlik isə

$$U_L = -e_L = E e^{-\frac{r}{L}t} \quad (7)$$

e_L -in ifadəsindən görürük ki, $t=0$ anında induktivlikdə qiymətçə dövrəyə qoşulmuş mənbəyə bərabər, istiqamətçə ona əks olan e.h.q. yaranır. Bu e.h.q. $t=0$ anında dövrəyə qoşulmuş mənbəyi kompensasiya etdiyindən kommutasiya anında cərəyan sıfır olur. Sonra induktivlikdə yaranan özünə induksiya e.h.q. zamandan asılı olaraq azaldığından cərəyan da sıfırdan özünün qərarlaşmış qiymətinə qədər dəyişir. Mənbə sabit və periodik olan halda məcburi cərəyan elə qərarlaşmış cərəyandır. (Qərarlaşmış cərəyan $t = \infty$ olduqda alınan cərəyandır.)

(6) və (7)-yə əsasən cərəyan və gərginliyin qrafikləri çəkilir (şəkil 156).



Şəkil 156

Riyaziyyatdan bilirük ki, hər hansı funksiyanın onun törəməsinə olan nisbəti mütləq qiymətçə əyriyə çəkilmiş toxunan altına bərabərdir. Əgər $y = f(t)$ funksiyası verilmişsə, toxunan altı $\left| \frac{y}{y'} \right|$ olar. Ona görə toxunan altı

$$\tau = \left| \frac{i_{\text{sər}}}{i'_{\text{sər}}} \right| = \left| \frac{u_L}{u'_L} \right|$$

τ - zaman sabiti adlanır və toxunan altı kimi təyin edilir.(şəkil 156-da zaman sabiti τ , $t=0$ anında əyriyə çəkilən toxunanın absis oxundan ayırdığı parça kimi təyin edilmişdir.) Riyazi olaraq zaman sabiti xarakteristik tənliyin kökünün əks işarə ilə tərsi kimi tapıla bilər.

$$\tau = -\frac{1}{p} = \frac{L}{r}$$

Zaman sabitinin vahidi saniyədir.

$$\left[\frac{L}{r} \right] = \frac{hH}{O_M} = \frac{O_M \cdot cAH}{O_M} = cAH$$

τ vasitəsilə cərəyanın sərbəst qiymətini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$i_{s\bar{e}r} = Ae^{Pt} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Göründüyü kimi dövrənin zaman sabiti kiçik olduqca keçid prosesi daha böyük sürətlə gedir.

τ elə bir zamandır ki, bu müddət ərzində sərbəst cərəyan e dəfə ($e \approx 2,718$) azalmış olur, keçid cərəyanı isə özünün qərarlaşmış qiymətinin 63,2%-çatır.

Zaman sabitinin müxtəlif qiymətlərinə uyğun cərəyanının dəyişməsinə aşağıdakı kimi göstərmək olar.

	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	∞
$\frac{i}{I} \cdot 100\% =$	63,2	86,5	95	98,2	99,3	100

Buradan görünür ki, keçid prosesinin nəzəri olaraq sonsuz zaman ərzində getməsinə baxmayaraq, praktiki olaraq bu prosesi ($4 \div 5$) τ zamanı ərzində bitmiş hesab etmək olar.

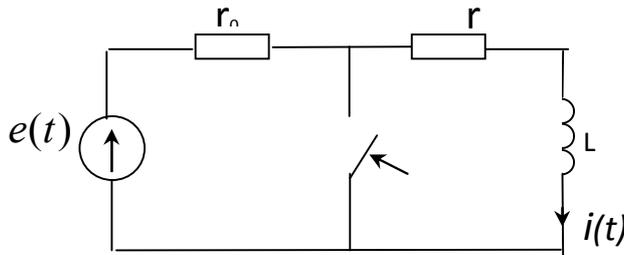
2. r , L -in qısa qapanması.

Fərz edək ki, $t=0$ anında r , L dövrəsi qısa qapanır (şəkil 157) .

İnduktivlikdə toplanan maqnit sahəsinin enerjisinin hesabına konturdakı cərəyan ani olaraq sıfır olmur. Maqnit sahəsinin enerjisinin azalması (dəyişməsi) hesabına yaranan özünə induksiya e.h.q. konturda cərəyanı saxlamağa çalışır.

Maqnit sahəsinin enerjisi r müqavimətində istiliyə çevrilərək sıfıra yaxınlaşdıqca cərəyan da sıfıra yaxınlaşır.

Bu konturda mənbə iştirak etmədiyindən məcburi rejim olmayıb, yalnız sərbəst rejim olacaqdır.



Şəkil 157

r , L -dən ibarət kontur üçün Kirxhofun ikinci qanununa görə

$$ri + L \frac{di}{dt} = 0 \quad (1)$$

(1) tənliyindən göründüyü kimi, $i_{m\bar{e}c} = 0$

(1) bircins tənliyinə uyğun xarakteristik tənlik
 $r + LP = 0$

$$P = -\frac{r}{L}$$

$$i_{s\bar{e}r} = Ae^{Pt} = Ae^{-\frac{r}{L}t}$$

Məcburi cərəyan sıfır olduğundan

$$i = i_{\text{sər}} = A e^{-\frac{r}{L} t} \quad (2)$$

İnteqral sabiti A-nı təyin edək. $t=0$ olduqda (2)-dən alınır ki,

$$A = i(0)$$

Kommutasiyanın ikinci qanununa görə isə

$$\dot{i}(0) = i(0-)$$

Bu halda

$$i = i(0) e^{-\frac{r}{L} t}$$

İnduktivlikdəki gərginlik isə

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -i(0) r e^{-\frac{r}{L} t} \quad (3)$$

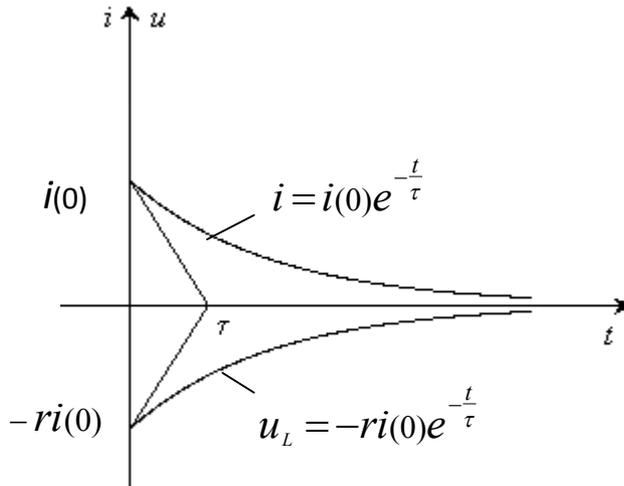
(2) və (3)-dən görünür ki, induktivlikdən axan cərəyan və onun sığaclarındakı gərginlik zamandan asılı olaraq azalaraq (sönərək), sıfıra yaxınlaşırlar. İnduktivliyin maqnit sahəsinə toplanmış enerji r müqavimətində istiliyə çevrilib qurtarana qədər konturdan cərəyan axır, yeni keçid prosesi davam edir, bu enerji qurtardıqdan sonra induktivlikdə cərəyan sıfıra düşür və keçid prosesi qurtarır. Bunu aşağıdakı kimi sübut etmək olar.

r , L konturunda keçid prosesi nəzəri olaraq sonsuz zaman ərzində getdiyindən, bu müddətdə r müqavimətində istiliyə çevrilən enerji

$$W_r = \int_0^{\infty} r i^2 dt = r \int_0^{\infty} i^2(0) e^{-\frac{2r}{L} t} dt = L \frac{i^2(0)}{2}$$

$L \frac{i^2(0)}{2}$ isə induktivliyin maqnit sahəsinə toplanmış enerjiyə bərabər olduğundan deməli,

doğrudan da keçid prosesi ərzində r müqavimətində istiliyə çevrilən enerji elə kommutasiyaya qədər induktivliyin maqnit sahəsinə toplanmış enerjidir. (2) və (3) ifadələrinə əsasən gərginliyin və cərəyanın qrafikləri çəkilmişdir. (şəkil 158).



Şəkil 158

3. r, L -in sinusoidal mənbəyə qoşulması.

Fərz edək ki, r, L -dən ibarət ardıcıl dövrə $t=0$ anında

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$$

sinusoidal mənbəyinə qoşulur. Bu halda da

$$i(t) = i_{\text{méc}} + i_{\text{sər}} \quad (1)$$

$i_{\text{sər}}$ -eynilə əvvəlki dövrdə olduğu kimi təyin edilir. (Çünki sərbəst cərəyan mənbəyin xarakterindən asılı deyil.)

$$i_{\text{sər}} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{r}{L}t} \quad (2)$$

Məcburi cərəyan isə mənbə sinusoidal olduğundan Burada

$$i_{\text{méc}} = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) \quad (3)$$

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L}{r}$$

(2) və (3)-ü (1)-də nəzərə alsaq,

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) + Ae^{-\frac{r}{L}t} \quad (4)$$

$t=0$ olduqda

$$i(0) = I_m \sin(\psi - \varphi) + A$$

Kommutasiyaya qədər cərəyan sıfır olduğundan kommutasiyanın birinci qanuna görə

$$i(0) = i(0-) = 0$$

$$A = -I_m \sin(\psi - \varphi)$$

A -nın bu qiymətini (4)-də nəzərə alsaq

$$i = I_m \left[\sin(\omega t + \psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{r}{L}t} \right] \quad (5)$$

bu dövrdə keçid cərəyanı (5) ilə müəyyən olunur. İnduktivliyin sıxaclarındaki gərginlik isə

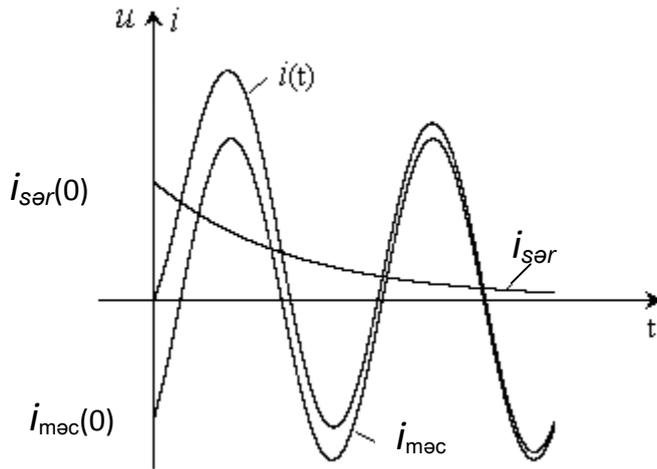
$$u_L = L \frac{di}{dt}$$

kimi təyin edilə bilər.

(5) ifadəsinə əsasən cərəyanın qrafiki çəkilir (şəkil 159). Qrafiklər çəkildikdə qəbul edilmişdir ki, $\psi < \varphi$.

Məcburi və sərbəst cərəyanın $t=0$ anındaki qiymətləri qiymətcə bərabərlüb, işarəcə əks olduqlarından keçid cərəyanı $i(t)$ sıfırdan başlayaraq dəyişir.

Əgər $\psi - \varphi = \pm\pi$ olarsa, onda $t=0$ anında sərbəst cərəyan sıfır olduğundan dövrdə keçid prosesi yaranmadan birbaşa qərarlaşmış rejim yaranır. $\psi - \varphi = \pm 90^\circ$ olduqda isə kommutasiya anında sərbəst cərəyan ən böyük qiymət ($\pm I_m$) ala bilər.

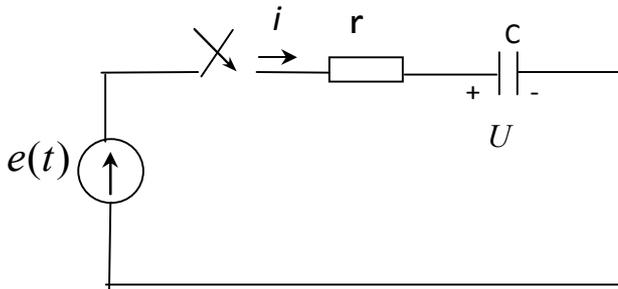


Şəkil 159

Bu halda keçid cərəyanı da birinci yarımperiodun sonunda ən böyük qiymət alar ki, bu qiymət də onun amplitud qiymətindən 2 dəfədən çox ola bilməz.

11.5. ARDICIL BİRLƏŞMİŞ r, C DÖVRƏSİNDƏ KEÇİD PROSESİ

Fərz edək ki, r, C - dən ibarət ardıcıl dövrə $t = 0$ anında hər hansı $e(t)$ mənbəyinə qoşulur. (şəkil 160)



Kirxhofun ikinci qanunı

Şəkil 160

$$ri + u_c = e(t) \quad (1)$$

Mə'lumdur ki,

$$i = C \frac{du_c}{dt}$$

Bunu (1) tənliyində nəzərə alsaq

$$rC \frac{du_c}{dt} + u_c = e(t)$$

alınar.

(1) tənliyi u_c -yə nəzərən birtərtibli bircins olmayan differensial tənlikdir. Riyaziyyatdan mə'lumdur ki, bu tənliyin həlli

$$u_c = u_{Cmec} + u_{Csar} \quad (2)$$

(2)-yə uyğun $rC \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$ bircins tənliyindən alınan xarakteristik tənlik $rCP + 1 = 0$ olduğundan

$$P = -\frac{1}{rC}$$

onda

$$u_{C_{s\acute{e}r}} = Ae^{Pt} = Ae^{-\frac{1}{rC}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3)$$

$\tau = rC$ olub, bu dövrənin zaman sabitidir.

(3)-ü (2)- də nəzərə alsaq

$$u_C = u_{C_{m\acute{e}c}} + u_{C_{s\acute{e}r}} = u_{C_{m\acute{e}c}} + Ae^{-\frac{t}{rC}}$$

$u_{C_{m\acute{e}c}}$ - mənbəyin xarakterindən asılıdır.

Dövrədəki cərəyan isə

$$i = C \frac{dU_C}{dt} = C \frac{dU_{m\acute{e}c}}{dt} + C \frac{d(Ae^{-\frac{t}{rC}})}{dt}$$

kimi tapıla bilər.

Mənbəyin xarakterindən asılı olaraq 3 hala baxaq.

1. r , C -in sabit mənbəyə qoşulması.

Fərz edək ki, yuxarıda baxılan dövrə $t=0$ anında $e(t) = E$ olan sabit mənbəyə qoşulur.

C tutumu əvvəldən hər hansı U gərginliyinə qədər doldurulmuşdur. (U gərginliyinin istiqaməti sxemdə qütblərlə verilir). Dövrənin parametrləri dəyişmədiyindən bu halda da

$$u_{C_{s\acute{e}r}} = Ae^{-\frac{t}{rC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Tutumdakı gərginliyin məcburi qiyməti isə dövrəyə qoşulmuş e.h.q.-nə bərabərdir. (Çünki qərarlaşmış rejimdə tutum sabit cərəyanı buraxmadığından r -də gərginlik düşküsü sıfırdır), yəni

$$u_{C_{m\acute{e}c}} = E \quad ; \quad u_C = u_{C_{m\acute{e}c}} + u_{C_{s\acute{e}r}} = E + A e^{-\frac{t}{rC}} \quad (1)$$

$t=0$ olduqda

$$u_C(0) = E + A$$

Tutum əvvəldən U gərginliyinə qədər doldurulduğundan kommutasiyanın ikinci qanununa görə

$$u_C(0) = u_C(0-) = U$$

$$A = U - E$$

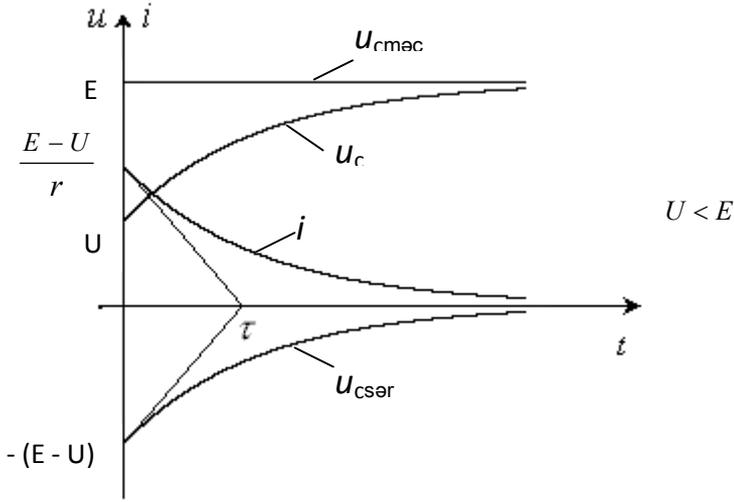
A - nın qiymətini (1)- də nəzərə alsaq

$$u_C = E - (E - U)e^{-\frac{t}{rC}} \quad (2)$$

Dövrədəki cərəyan isə

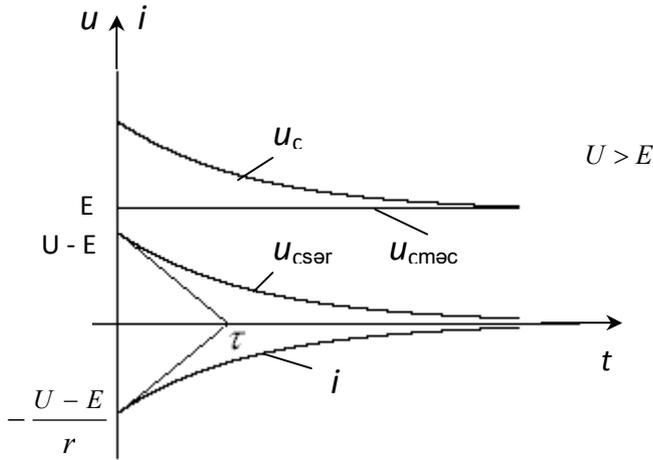
$$i = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{d \left[E - (E - U) e^{-\frac{t}{rC}} \right]}{dt} = \frac{E - U}{r} e^{-\frac{t}{rC}} \quad (3)$$

(2) və (3) - ə əsasən gərginliyin və cərəyanın qrafikləri çəkilir. Qrafiklər $U < E$ və $U > E$ hallarında çəkilmişdir. (şəkil 161 və şəkil 162)



Şəkil 161

Qrafiklərdən görüldüyü kimi, $U < E$ olduqda, tutumdakı gərginlik U qiymətindən başlayıb artaraq qərarlaşmış qiymətinə (E -yə) yaxınlaşır. Cərəyan isə azalaraq sifıra yaxınlaşır.



Şəkil 162

$U > E$ olduqda isə tutumdakı gərginlik U qiymətindən başlayıb azalaraq qərarlaşmış qiymətinə (E -yə) yaxınlaşır.

$U = 0$ olduqda isə

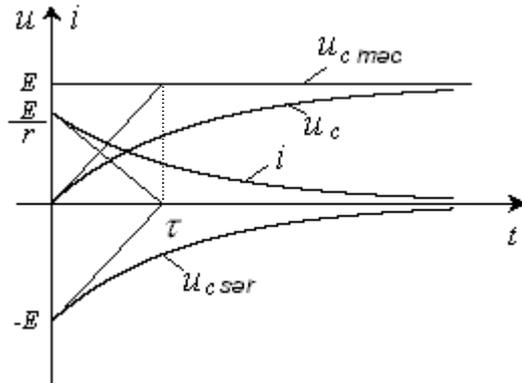
$$u_c = E \left(1 - e^{-\frac{t}{rc}} \right) \quad (4)$$

$$i = C \frac{du_c}{dt} = \frac{E}{r} e^{-\frac{t}{rc}} \quad (5)$$

Göründüyü kimi, bu halda tutumdakı gərginlik sıfırdan başlayaraq qərarlaşmış qiyməti E -yə yaxınlaşır, cərəyan isə azalaraq sıfıra yaxınlaşır.

(4) və (5)-ə əsasən qrafiklər çəkilir. (şəkil 163)

Bu dövredə də zaman sabiti τ qrafiki olaraq əyrilərə çəkilən toxunanın absis oxundan ayırdığı parça kimi təyin oluna bilər.

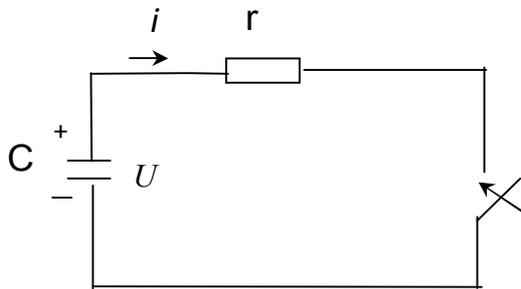


Şəkil 163

r, C dövrəsində keçid prosesi praktiki $(4 \div 5) \tau$ ərzində qurtarır.

2. r, C - nin qısa qapanması.

Fərz edək ki, əvvəlcədən hər hansı U gərginliyinə qədər doldurulmuş tutum C müqaviməti ilə qısa qapanır. (şəkil 164)



Şəkil 164

Kirxhofun ikinci qanununa görə, bu halda

$$ri + u_c = 0 \quad (\text{Çünki } E=0)$$

$$i = C \frac{du}{dt}$$

olduğundan

$$rc \frac{du}{dt} + u_c = 0$$

Bu tənliyin həllindən

$$u_c = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{t}{rc}} \quad (1)$$

Burada gərginliyin məcburi hissəsi sıfırdır (çünki, mənbə yoxdur.) İnteqral sabiti A - nı tapaq. $t=0$ olduqda (1)-dən alınır ki,

$$u_c(0) = A$$

Kommutasiyanın ikinci qanununa görə isə

$$u_c(0) = u_c(0-) = U$$

$$A = U$$

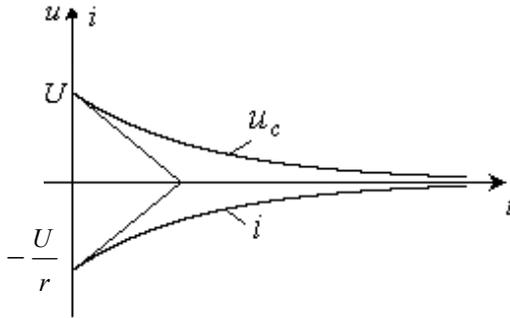
A-nın qiymətini (1)- də yerinə yazsaq,

$$U_c = U e^{-\frac{t}{rc}} \quad (2)$$

Dövredən axan cərəyan isə

$$i = C \frac{du_c}{dt} = C \frac{d(Ue^{-\frac{t}{rc}})}{dt} = -\frac{U}{r} e^{-\frac{t}{rc}} \quad (3)$$

(3)- den görüldüyü kimi, cərəyanın qiyməti mənfi alınır bu onu göstərir ki, kondensator doldurularkən orada cərəyan bir istiqamətdə axırdısa, o boşalarkən cərəyanın istiqaməti əvvəlki istiqamətinin əksinədir. (2) və (3)-ə əsasən gərginlik və cərəyanın qrafiklərini çəkək. (şəkil 165)



Şəkil 165

Burada keçid prosesi, tutumun elektrik sahəsinə toplanmış enerjinin hesabına yaranır. Bu enerji r müqavimətində istiliyə çevrilib qurtarana qədər proses davam edir. Bunu aşağıdakı kimi sübut edək. Bilirik ki, r müqavimətində istiliyə çevrilən enerji (keçid prosesi ərzində)

$\frac{CU^2}{2}$ tutumun elektrik sahəsinə toplanmış enerji olduğundan bu o deməkdir ki, r müqavimətində istiliyə çevrilən enerji elə bu enerjinin özüdür, yə' ni keçid prosesi bu enerjinin

$$W_r = \int_0^{\infty} r i^2 dt = \int_0^{\infty} r \frac{U^2}{r^2} e^{-2\frac{t}{rc}} dt = \frac{U^2}{r} \left(-\frac{rc}{2}\right) e^{-2\frac{t}{rc}} \Big|_0^{\infty} = C \frac{U^2}{2}$$

hesabına gedir.

3. r, C -in sinusoidal mənbəyə qoşulması.

Fərz edək ki, r, C -dən ibarət ardıcıl dövrə $t = 0$ anında

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$$

sinusoidal mənbəyinə qoşulur. Bu halda dövredən axan cərəyanının məcburi qiyməti sinusoidal olaraq

$$i_{\text{méc}} = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi)$$

olduğundan , tutumun sıxaclarındaki gərginliyinin ani qiyməti

$$u_{C \text{ məc}} = \frac{1}{\omega C} I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}) =$$

olar.

$$= -\frac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t + \psi - \varphi)$$

(Yə'ni gərginlik fazaca cərəyandan $\frac{\pi}{2}$ qədər geri qalır).

Burada

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{r^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$\varphi = \text{arctg}(-\frac{1}{\omega C r})$$

Dövrenin parametrləri dəyişmədiyindən, gərginliyin sərbəst qiyməti əvvəlkində olduğu kimi

$$u_{C \text{ sər}} = A e^{-\frac{t}{rc}}$$

onda alarıq ki,

$$u_C = u_{C \text{ məc}} + u_{C \text{ sər}} = -\frac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t + \psi - \varphi) +$$

$$+ A e^{-\frac{t}{rc}} \quad (4)$$

t=0 olduqda

$$u_C(0) = -\frac{1}{\omega C} I_m \cos(\psi - \varphi) + A;$$

Kommutasiyaya qədər tutumun sıxaclarında gərginlik yoxdursa, onda

$$u_C(0) = u_C(0-) = 0$$

Bu halda

$$A = \frac{1}{\omega C} I_m \cos(\psi - \varphi)$$

A - nın bu qiymətini (4)-də yerinə yazsaq

$$u_C = -\frac{1}{\omega C} I_m \cos(\omega t + \psi - \varphi) +$$

$$+ \frac{1}{\omega C} I_m \cos(\psi - \varphi) e^{-\frac{t}{rc}} = -\frac{1}{\omega C} I_m [\cos(\omega t + \psi - \varphi) -$$

$$- \cos(\psi - \varphi) e^{-\frac{t}{rc}}] \quad (5)$$

Tutumdan axan cərəyan isə

$$i = C \frac{du}{dt} = I_m \left[\sin(\omega t + \psi - \varphi) - \frac{1}{\omega cr} \cos(\psi - \varphi) e^{-\frac{t}{rc}} \right] \quad (6)$$

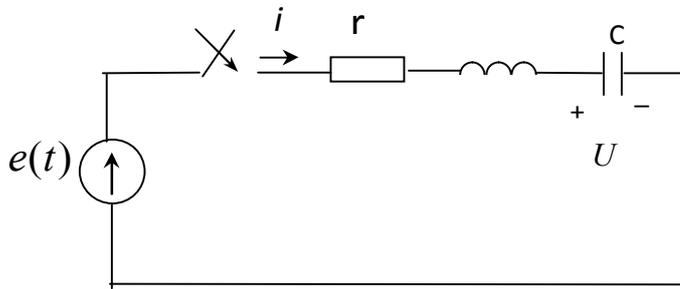
(5) və (6) ifadələrindən görürük ki,

$$\psi - \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

olduqda dövredə keçid prosesi yaranmadan birbaşa qərarlaşmış rejim alınır. Gərginliyin və cərəyanın qrafikini (5) və (6)- ya əsasən çəkmək olar.

11.6. r, L, C - DƏ KEÇİD PROSESİ

Fərz edək ki, r, L, C - dən ibarət ardıcıl dövrə t=0 anında hər hansı $e(t)$ mənbəyinə qoşulur. (şəkil 166)



Şəkil 166

Kirxhofun ikinci qanununa görə

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{c} \int idt = e(t)$$

Hər tərəfdən zamana görə törəmə alsaq:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + r \frac{di}{dt} + \frac{i}{c} = \frac{de(t)}{dt} \quad (1)$$

(1) tənliyinin həlli onun xüsusi həlli ilə bircins tənliyin ümumi həllinin cəmindən ibarətdir.

$$i = i_{m\acute{e}c} + i_{s\acute{e}r} \quad (2)$$

Sərbəst cərəyan

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + r \frac{di}{dt} + \frac{i}{c} = 0 \quad (3)$$

tənliyinin həllidir.(3)- ə uyğun xarakteristik tənlik

$$Lp^2 + rp + \frac{1}{c} = 0$$

şəklində olar. Tənliyin hər tərəfini L - ə bölsək

$$p^2 + \frac{r}{L} p + \frac{1}{LC} = 0$$

tənliyini alırıq. Bu kvadrat tənliyin həllindən alırıq ki,

$$p_{1,2} = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{r}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$\frac{r}{2L} = \delta$ ilə işarə edilir, keçid prosesinin sönməsini xarakterizə edir. $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$ olub, rezonans

tezliyidir.
Beləliklə

$$p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

Alınmış iki kökə uyğun sərbəst cərəyan aşağıdakı şəkildə yazıla bilər:

$$i_{\text{sər}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$$

(Ümumiyyətlə, isə sərbəst cərəyanın özü köklərin xarakterindən asılıdır). Bu ifadəni (2)-də nəzərə alsaq,

$$i = i_{\text{məc}} + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad (4)$$

Məcburi cərəyan isə mənbəyin xarakterindən asılıdır.
Mənbəyin xarakterindən asılı olaraq üç hala baxaq.

1. r, L, C -in sabit mənbəyə qoşulması.

Fərz edək ki, r, L, C -dən ibarət ardıcıl birləşmiş dövrə t=0 anında $e(t) = E = \text{const}$ olan sabit mənbəyə qoşulur. Tutumun sıxaclarında, dövrə mənbəyə qoşulana qədər U gərginliyi vardır.

Mənbə sabit olduğundan (4) ifadəsindəki $i_{\text{məc}} = 0$. (Çünki, dövredə tutum olduğundan o qərarlaşmış rejimdə sabit cərəyan buraxmır). Onda alınır ki,

$$i = i_{\text{sər}} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \quad (5)$$

A_1 və A_2 inteqral sabitlərini təyin edək. t=0 olduqda (5)-dən alırıq ki,

$$i(0) = A_1 + A_2$$

Kommutasiyanın birinci qanununa görə

$$i(0) = i(0-) = 0$$

$$\text{onda} \quad A_1 + A_2 = 0 \quad (6)$$

A_1 və A_2 -dən asılı ikinci tənlik almaq üçün (5)-in törəməsini alaq.

$$\frac{di}{dt} = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t} \quad (7)$$

t=0 olduqda (7)-dən alınır ki,

$$\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} = A_1 p_1 + A_2 p_2 \quad (8)$$

Burada $\left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0}$ asılı başlanğıc şərtidir və bunu kommutasiya qanunlarını bilərək Kirxhof

qanunlarından tapmaq olar.

Verilmiş dövrə üçün Kirxhofun ikinci qanununa görə

$$ri + L \frac{di}{dt} + u_C = E$$

t=0 olduqda

$$ri(0) + L \left. \frac{di}{dt} \right|_{t=0} + u_C(0) = E \quad (9)$$

Kommutasiyanın birinci qanununa görə $i(0) = i(0-) = 0$,
ikinci qanuna görə isə $u_c(0) = u_c(0-) = U$

Bunları (9)-da nəzərə alsaq,

$$L \frac{di}{dt} \Big|_{t=0} + U = E$$

bu ifadədən $\frac{di}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{E-U}{L}$

Bunu (8)-də nəzərə alsaq,

$$\frac{E-U}{L} = A_1 P_1 + A_2 P_2 \quad (10)$$

(6) və (10)-nu birlikdə həll etməklə, A_1 və A_2 -ni təyin etmək olar. (6)-dan alınır ki, $A_1 = -A_2$.

Bunu (10)-da nəzərə alsaq

$$\frac{E-U}{L} = A_1 P_1 - A_1 P_2 = A_1 (P_1 - P_2)$$

Buradan isə $A_1 = \frac{E-U}{L(P_1 - P_2)}$ $A_2 = -\frac{E-U}{L(P_1 - P_2)}$

A_1 və A_2 - nin qiymətini (5)- də nəzərə alsaq.

$$i = \frac{E-U}{L(P_1 - P_2)} (e^{P_1 t} - e^{P_2 t}) \quad (11)$$

P_1 və P_2 - nin qiymətlərini yerinə yazsaq

$$i = \frac{E-U}{2L\sqrt{\delta_0^2 - \omega_0^2}} (e^{P_1 t} - e^{P_2 t}) \quad (12)$$

(12)-ni hiperbolik şəkildə də yazmaq olar.

$$i = \frac{E-U}{L\sqrt{\delta_0^2 - \omega_0^2}} e^{-\delta t} \operatorname{sh} \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} t \quad (13)$$

Köklərin xarakterindən asılı olaraq üç hala baxaq:

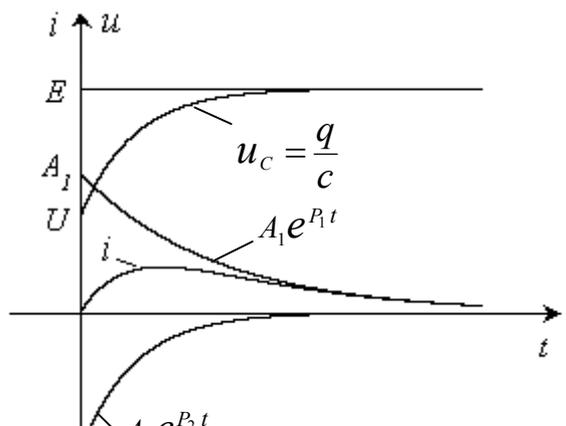
1. Aperiodik proses.

Fərz edək ki, $\delta > \omega_0$, yəni $r > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. Bu halda köklər

həqiqi və müxtəlifdir. Bu zaman dövredə yaranan proses aperiodik proses adlanır. Cərəyan (11)-ə əsasən təyin edilir.

(11) və ya (12)-yə əsasən cərəyanın qrafikləri çəkilir. (şəkil 167)

Qəbul etsək ki, $|p_1| < |p_2|$, onda aydındır ki, $e^{P_1 t}, e^{P_2 t}$ -yə nəzərən daha gec sönür. Yəni $e^{P_2 t}$ əyrisi sifira daha tez yaxınlaşır.



2. Kritik hal.

Əgər $\delta = \omega_0$, yə'ni $r = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ olarsa, bu halda köklər həqiqi və bərabər alınır ki, bu zaman da dövredəki hal kritik hal adlanır. Aydınır ki, bu halda

$$P_1 = P_2 = -\frac{r}{2L} = -\delta.$$

(11)- dən görünür ki, köklər bir-birinə bərabər olduqda, (yə'ni $P_1 = P_2$ olduqda) cərəyanın qiyməti $\frac{0}{0}$ şəklində qeyri- müəyyənlik alınır. Bu qeyri-müəyyənliyi Lopital qaydası ilə açsaq,

$$\begin{aligned} i &= \lim_{P_1 \rightarrow P_2} \frac{E-U}{L(P_1-P_2)} (e^{P_1 t} - e^{P_2 t}) = \frac{E-U}{L} t e^{P_1 t} = \\ &= \frac{E-U}{L} t e^{-\delta t} \end{aligned} \quad (14)$$

(14) ifadəsi köklər bərabər olan halda verilmiş dövredə cərəyanın ifadəsidir. Eyni ilə bu ifadəni riyaziyyatdan bildiyimiz kimi köklər həqiqi və bərabər olan halda (3) diferensial tənliyinin həllini $(A_1 + A_2 t) e^{P t}$ şəklində axtarmaqla da almaq olar. Bu halda da cərəyanın qrafiki əvvəlkində olduğu kimi alınır.

3.Periodik və ya rəqsli proses.

Əgər $\delta < \omega_0$ və ya $r < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ olarsa, xarakteristik tənliyin kökləri kompleks qoşma alınrlar və bu halda dövredə periodik proses yaranır. Aydınır ki, bu zaman

$$P_{1,2} = -\delta \pm j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta \pm j\omega_{\text{sər}} \quad ;$$

$$\omega_{\text{sər}} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

olub, sərbəst rəqslərin tezliyidir. Həmin rəqslərin periodu isə

$$T_{\text{sər}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{sər}}}$$

kimi tapıla bilər.

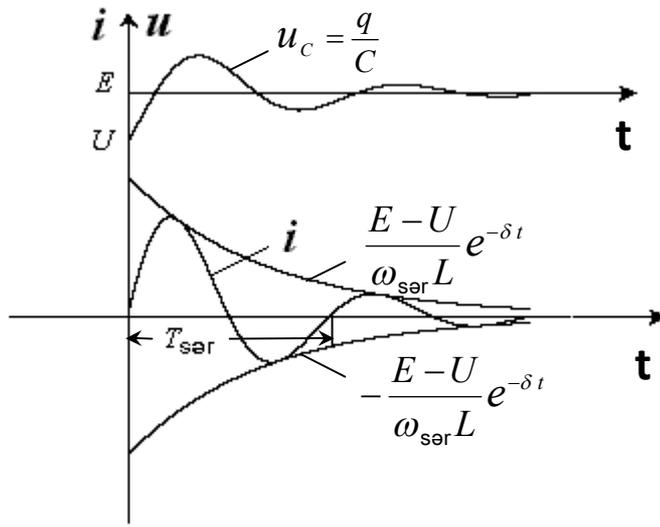
$\delta < \omega_0$ olduğunu (13)- də nəzərə alsaq,

$$i = \frac{E-U}{L j \omega_{\text{sər}}} \cdot e^{-\delta t} \text{sh } j \omega_{\text{sər}} t =$$

$$= \frac{E-U}{L \omega_{\text{sər}}} e^{-\delta t} \sin \omega_{\text{sər}} t \quad (15)$$

(15) ifadəsi göstərir ki, $\delta < \omega_0$ olduqda sabit gərginliyə qoşulmuş ardıcıl r, L,C dövrəsində sönən harmonik rəqslər yaranır. Yə'ni dövredə periodik proses baş verir. Dövredəki rəqslər periodik olaraq elektrik sahəsinin enerjisinin maqnit sahəsinin enerjisinə və əksinə çevrilməsi hesabına yaranır. Bu proses zamanı r müqavimətində enerji itkisi yarandığından rəqsin amplitudası kiçilir, yə'ni sönür.

(15) ifadəsinə əsasən cərəyanın qrafiki şəkil 168-də çəkilmişdir.



Şəkil 168

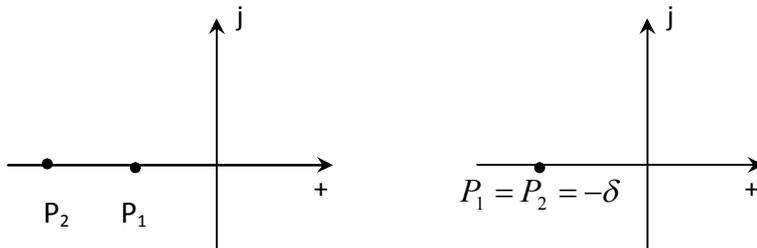
Zamanın $t = \frac{1}{\delta}$ qiymətində $\pm \frac{E-U}{\omega_{\text{sər}} L} e^{-\delta t}$ əyrilərinin ordinantları $e \approx 2,718$ dəfə başlanğıc

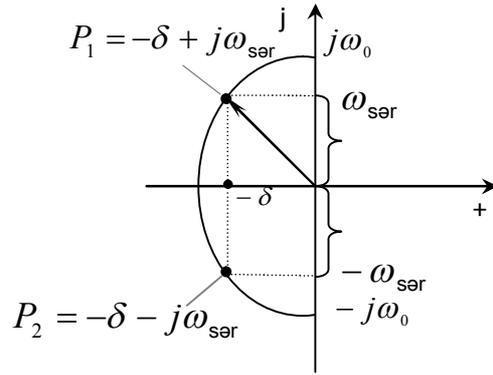
qiymətlərindən (yə'ni $t=0$ anındakı qiymətlərindən) kiçikdir. Ona görə $\frac{1}{\delta} = \frac{2L}{r}$ kəmiyyəti bu

konturun zaman sabiti (τ) adlanır.

Şəkildə həm də u_c əyrisi göstərilmişdir. u_c əyrisinin qrafiki eyni zamanda başqa miqyasda elektrik yükünün (q) zamandan asılılığıdır.

Əgər kommutasiya anına qədər tutumdakı gərginlik sıfır olsa idi, onda u_c əyrisi də sıfır qiymətindən başlayaraq dəyişərdi.





Səkil 169

r, L, C dövrəsində gedən keçid prosesinin xarakteri həm də xarakteristik tənliyin köklərinin və ya $Z(P)$ funksiyanın ($Z(P)$ operator müqavimətidir) sıfırlarının kompleks müstəvidəki vəziyyətindən asılı olaraq xarakterizə edilə bilər.

Əgər $Z(P)$ funksiyanın sıfırları kompleks müstəvinin absis oxunun mənfəi yarım hissəsində müxtəlif vəziyyətlərdə yerləşmişlərsə, aperiodik proses, bir nöqtədə olduqda isə kritik hal yaranır. $Z(P)$ funksiyanın sıfırları sol yarım müstəvidə simmetrik olduqda isə periodik proses alınır. (şəkil 169)

δ, ω_0 -a nəzərən nə qədər kiçik olarsa konturda keçid prosesi də bir o qədər gec sönər.

Əgər $\delta = 0$, yə'ni $\omega_{ser} = \omega_0$ olarsa, periodik rəqslər sönür. Bu halda xarakteristik tənliyin kökləri xəyali ox üzərində yerləşir.

2.Ardıcıl r, L, C dövrəsinin sinusoidal dəyişən mənbəyə qoşulması.

Fərz edək ki ardıcıl r, L, C dövrəsi $t=0$ anında

$$e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi)$$

sinusoidal dəyişən e.h.q. mənbəyinə qoşulur.

Məlumdur ki, bu halda məcburi cərəyan aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$i_{mec}(t) = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi)$$

Burada
$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}; \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$$

və ya
$$\varphi = \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r} \right)$$

Dövrənin parametrləri dəyişmədiyindən yenə də, ümumi halda sərbəst cərəyan

$$i_{ser}(t) = A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}$$

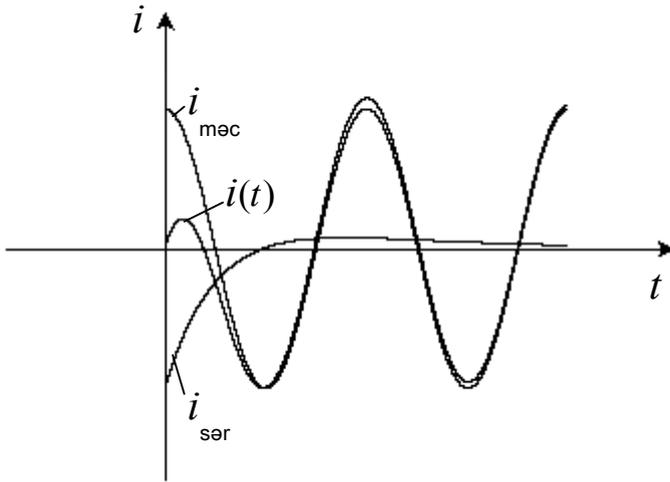
Keçid cərəyanı isə

$$i(t) = i_{mec}(t) + i_{ser}(t) = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) + A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t} \quad (1)$$

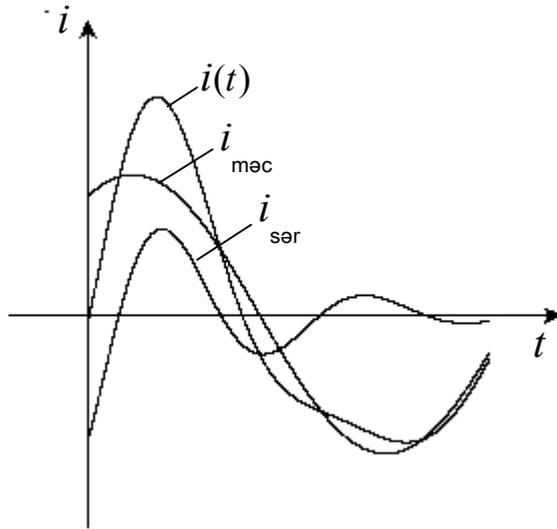
A_1 və A_2 inteqral sabitləri əvvəlki mövzuda göstərilən kimi təyin edilə bilər.

(1) ifadəsinə əsasən aperiodik və ya rəqslı prosesdə

cərəyanın qrafiki çəkilir. (şəkil 170, şəkil 171)



Şəkil 170



Şəkil 171

Aydındır ki, məcburi cərəyanın tezliyi e.h.q.-nin tezliyinə bərabər olacaqdır.

Rəqsli prosesdə isə, yə'ni $\delta < \omega_0$ olduqda sərbəst cərəyan öz xüsusi tezliyi ilə ($\omega_{s\acute{e}r}$ ilə) dəyişir.

Sərbəst rəqslərin tezliyi ($\omega_{s\acute{e}r}$) r, L, C parametrlərindən asılı olaraq e.h.q. mənbəyinin tezliyi ω -dan böyük, kiçik və ya ona bərabər ola bilər.

Zamandan asılı olaraq sərbəst cərəyan getdikcə sönür və keçid cərəyanı məcburi cərəyanə yaxınlaşır.

11.7. BUDAQLANMIŞ DÖVRƏLƏRDƏ KEÇİD PROSESLƏRİNİN HƏLLİ

Bu dövrlərdə keçid proseslərinin həlli müxtəlif tərtibli sabit əmsallı bircins olmayan xətti differensial tənliklər sisteminin həllindən ibarətdir. Belə tənliklərin həlli əvvəldə göstəriləyi kimi, onların xüsusi həlli ilə (məcburi rejim), bircins tənliyin ümumi həllinin (sərbəst rejim) cəmindən ibarətdir.

Dövrenin məcburi rejiminin həlli mənbəyin xarakterindən (mənbə sabit, sinusoidal dəyişən və s. ola bilər) asılıdır. Məcburi rejimdə mənbəyin xarakterindən asılı olaraq dövrənin həllini bildiyimizdən məcburi rejimlərin həllinə yenidən baxılmayacaqdır.

Sərbəst rejim isə qeyd edildiyi kimi, bircins differensial tənliklər sisteminin ümumi həlli olub xarakteristik tənliyin köklərinin sayından və xarakterindən asılı olaraq təyin edilir.

Xarakteristik tənliyin dərəcəsi konturların necə seçilməsindən asılı deyil. Ancaq Kirxhof qanunları əsasında tənliklər tərtib edildikdə konturların seçilməsi ixtiyari olsa da, onları elə seçmək lazımdır ki, alınan differensial tənliklərin dərəcəsi ən kiçik olsun. Bu halda xarakteristik tənliyin dərəcəsi ilkin differensial tənliklər sisteminin tərtiblərinin cəmindən çox olmayacaqdır. Bununla belə xarakteristik tənliyi almaq üçün differensial tənliklər sistemini hər hansı məchula görə bir differensial tənliyə gətirmək vacib deyil.

Ümumi halda xarakteristik tənliyin kökləri həqiqi və kompleks ola bilərlər. Kompleks olan halda onlar mütləq kompleks-qoşma olurlar. Həqiqi köklər (və kompleks köklərin həqiqi hissəsi) mütləq mənfə olurlar. Bu sərbəst rejimin zamandan asılı olaraq sönən olmasını göstərir. Alınan köklər həm cərəyanın, həm də gərginliyin sərbəst qiymətlərinin tapılmasında istifadə edilir.

Əgər xarakteristik tənlik n tərtiblidirsə, bu zaman sərbəst cərəyan

$$i_{\text{sər}}(t) = \sum_{k=1}^n A_k e^{P_k t} \quad (1)$$

Burada P_k xarakteristik tənliyin kökləri, A_k isə inteqral sabitləridir.

Əgər köklərdən hər hansı biri ($P_k = -\delta_k$) m dəfə təkrar olunarsa, bu halda həmin kök üçün sərbəst cərəyan

$$i_{\text{sər}}(t) = e^{-\delta_k t} \sum_{i=1}^m B_i t^{i-1}$$

kimi tapıla bilər.

Əgər köklər kompleks qoşmadırsa, yəni

$$P_{k,k+1} = -\delta_k \pm j\omega_k \quad \text{şəklindədirsə}$$

bu halda sərbəst cərəyan

$$\begin{aligned} i_{\text{sər}}(t) &= e^{-\delta_k t} (A_k e^{j\omega_k t} + A_{k+1} e^{-j\omega_k t}) = \\ &= e^{-\delta_k t} (M \cos \omega_k t + N \sin \omega_k t) \end{aligned}$$

Əgər bu halda da köklərdən hər hansı biri m dəfə təkrarlanan olarsa, həmin kök üçün

$$i_{\text{sər}}(t) = e^{-\delta_k t} \sum_{i=1}^m t^{i-1} (M_i \cos \omega_k t + N_i \sin \omega_k t)$$

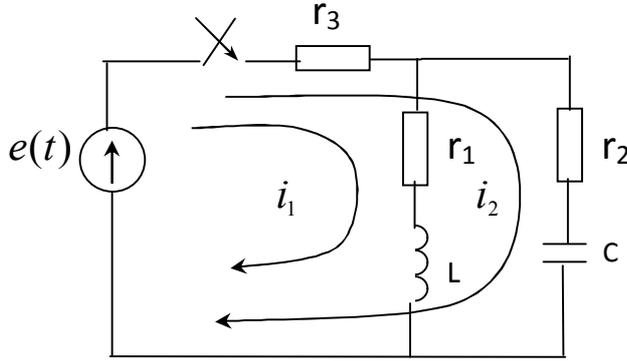
şəklində təyin edilir.

Sonra keçid cərəyanı məcburi və sərbəst cərəyanların cəmi kimi tapılır.

$$i(t) = i_{\text{məc}}(t) + i_{\text{sər}}(t) \quad (2)$$

Yuxarıda qeyd etdik ki, xarakteristik tənliyi almaq üçün alınmış differensial tənliklər sistemini bir məchula nəzərən diferensial tənliyə gətirmək vacib deyil.

Bir məchula nəzərən diferensial tənliyə gətirmədən xarakteristik tənliyin alınması aşağıdakı iki konturlu dövrə üzərində göstərilmişdir. (şəkil 172)



Şəkil 172

Kirxhof qanunlarını yazmaq üçün birinci konturu r_3 , r_1 və

L –dən, ikinci konturu isə r_3 , r_2 və C -dən ibarət götürək. (çünki bu halda konturda ən az reaktiv element olur).

Bu halda alınan diferensial tənliyin dərəcəsi (hər bir kontur üçün) ən kiçik (yə'ni bir) olacaqdır.

Doğrudan da Kirxhofun ikinci qanununa görə birinci və ikinci kontur üçün yazmaq olar ki,

$$r_3(i_1 + i_2) + i_1 r_1 + L \frac{di_1}{dt} = e(t)$$

$$r_3(i_1 + i_2) + i_2 r_2 + \frac{1}{C} \int i_2 dt = e(t)$$

Bu tənlikləri cərəyanların sərbəst qiymətlərinə görə yazmaq. (bu halda tənliklərin sağ tərəfləri sıfır götürüləcəkdir)

$$r_3(i_{1s\text{ər}} + i_{2s\text{ər}}) + r_1 i_{1s\text{ər}} + L \frac{di_{1s\text{ər}}}{dt} = 0$$

$$r_3(i_{1s\text{ər}} + i_{2s\text{ər}}) + r_2 i_{2s\text{ər}} + \frac{1}{C} \int i_{2s\text{ər}} dt = 0$$

alınar.

Xarakteristik tənliyi almaq üçün bu tənliklərdə differensiallama əməliyyatını P ilə, inteqrallama əməliyyatını isə $\frac{1}{P}$ ilə əvəz edərək onları simvolik şəkildə yazmaq:

$$(r_1 + r_3 + PL) i_{1s\text{ər}} + r_3 i_{2s\text{ər}} = 0$$

$$r_3 i_{1s\text{ər}} + (r_2 + r_3 + \frac{1}{PC}) i_{2s\text{ər}} = 0$$

Əgər bu tənliklər sisteminin sıfırdan fərqli həlli varsa, onda onların determinantı sıfıra bərabər olmalıdır. Yə'ni

$$\Delta(P) = \begin{vmatrix} r_1 + r_3 + PL & r_3 \\ r_3 & r_2 + r_3 + \frac{1}{PC} \end{vmatrix} = 0$$

Buradan alınır ki,

$$(r_1 + r_3 + PL) \cdot (r_2 + r_3 + \frac{1}{PC}) - r_3^2 = 0$$

$$\text{və ya } (r_2 + r_3) LCP^2 + \left[(r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3) C + L \right] P + r_1 + r_3 = 0 \quad (3)$$

Göründüyü kimi alınan karakteristik tənlik P -yə nəzərən kvadrat tənlik şəklindədir. Yə'ni karakteristik tənliyin iki kökü vardır ki, bunlar da həmin tənliyin həllindən təyin edilə bilər.

Xarakteristik tənliyi eyni zamanda dövrənin giriş müqaviməti $Z(P)$ -yə nəzərən də almaq olar.

$Z(P)$ dövrənin kompleks müqavimətində $j\omega = P$ ilə əvəz edildikdə alınan müqavimətdir. ($Z(P)$ operator müqaviməti adlandırılacaqdır)

$$Z(P) = Z(j\omega) \Big|_{j\omega = P}$$

Xarakteristik tənliyi almaq üçün $Z(P) = 0$ şərtindən istifadə edilir. Doğrudan da verilmiş dövrə üçün

$$Z(P) = r_3 + \frac{(r_1 + PL)(r_2 + \frac{1}{PC})}{r_1 + PL + r_2 + \frac{1}{PC}} = 0$$

Bu ifadəni sadələşdirsək eyni ilə $\Delta(P) = 0$ şərtindən alınan (1) ifadəsini alarıq. Yə'ni karakteristik tənlik $\Delta(P) = 0$ və ya $Z(P) = 0$ şərtindən tapılır.

Beləliklə, karakteristik tənlik yuxarıda göstərilən üsullardan birinə əsasən alınə bilər.

Əgər karakteristik tənliyin n kökü varsa, aydındır ki, bu halda n dənə inteqral sabiti axtarılacaqdır. Bu inteqral sabitləri n ədəd sistem tənliyi həllindən alınə bilər ki, bu tənliklər sistemi də (1) ifadəsi və onun $(n-1)$ dəfə differensiallanmasıdan alınan ifadələrdir.

(1) ifadəsindən yazmaq olar ki,

$$i_{\text{sər}}(0) = i(0) - i_{\text{məc}}(0) = \sum_{k=1}^n A_k$$

$$i'_{\text{sər}}(0) = i'(0) - i'_{\text{məc}}(0) = \sum_{k=1}^n P_k A_k$$

$$i^{n-1}(0) = i^{n-1}(0) - i^{n-1}_{\text{məc}}(0) = \sum_{k=1}^n P_k^{n-1} A_k$$

Bu tənliklərə daxil olan sərbəst cərəyanın və onun törəmələrinin $t = 0$ anındakı qiymətləri asılı başlanğıc şərtlər olaraq kommutasiya qanunları və Kirxhof qanunları əsasında təyin edilir. Yuxarıdakı tənliklər sisteminin həllindən A_k inteqral sabitləri təyin edilir.

Qeyd edək ki, sıfır başlanğıc şərtində, $t = 0$ anında induktivlik özünü qırıq kimi, tutum isə özünü qısa qapanmış kimi aparır. Qeyri sıfır başlanğıc şərtində isə induktivlik özünü cərəyan mənbəyi ($i_L(0)$) kimi, tutum isə özünü gərginlik mənbəyi ($u_C(0)$) kimi aparır.

Beləliklə, budaqlanmış dövrlərdə klassik üsulla keçid proseslərinin həlli aşağıdakı ardıcılıqla aparılır.

1. Kommutasiya qanunları əsasında asılı olmayan başlanğıc şərtlər ($i_L(0)$) və ($u_C(0)$) təyin edilir. (bunlar dövrənin kommutasiyaya qədərki həllindən alınır).
2. Kirxhof qanunları əsasında dövrənin diferensial tənlikləri tərtib edilir.

3. Bircins tənliklər sisteminin ümumi həlli tapılır. (Alınmış xarakteristik tənliyin köklərinin sayına və xarakterinə uyğun)
4. Qeyri bircins diferensial tənliklər sisteminin xüsusi həlli təyin edilir. (Yə'ni məcburi qiymətlər tapılır.). Bunları ya tənliyin xüsusi həllindən və ya dövrənin məcburi rejimdə həllindən almaq olar.
5. Kommutasiya qanunları və Kirxhof qanunları əsasında asılı başlanğıc şərtlər təyin edilir.
6. Mə'lum asılı olmayan $(i_L(0))$, $(u_C(0))$ və asılı başlanğıc şərtlər əsasında inteqral sabitləri təyin edilir.
7. Tapılmış məcburi və sərbəst cərəyanlar (gərginliklər) toplanaraq keçid cərəyanı (gərginliyi) tapılır.

12. LAPLAS ÇEVRİLMƏLƏRİNİN KEÇİD PROSESLƏRİNİN HƏLLİNƏ TƏTBİQİ

12.1. OPERATOR METODU

Klassik metodu öyrənərkən, gördük ki, bu metodun çətinliyi inteqral sabitlərinin tapılmasındadır. Dövrələr mürəkkəbləşdikcə və onların tərtibi artdıqca inteqral sabitlərinin tapılması daha da çətinləşir. Bu səbəbdən elə bir metod lazımdır ki, orada başlanğıc şərtlərin özləri də nəzərə alınmış olsun ki, artıq inteqral sabitləri axtarılmadan həllin özündə alınsın.

Keçən əsrin ortalarında riyaziyyatda simvolik metod adlanan metod inkişaf etdirilir ki, burada differensiallama əməliyyatı simvol adlanan P -ilə inteqrallama əməliyyatı isə $\frac{1}{P}$ - ilə əvəz olunur. (Burada $P = C + j\omega$ olub kompleks dəyişəndir). Bu əvəzləmə ilə əməliyyatlar sadələşmiş olur. Yə'ni bununla diferensial tənliklər sistemi cəbri tənliklər sistemi ilə əvəz edilir ki, belə tənliklərin həlli də əvvəlkindən çox-çox asandır. Sonralar bu metod operator metodu adlanmağa başladı. Bu metodun mahiyyəti ondadır ki, həll həqiqi dəyişənli oblastdan kompleks dəyişənli oblasta keçirilir. Sonra əks keçidlə funksiyanın özünün həqiqi dəyişənli oblastda ifadəsi alınır. Əks keçid xüsusi cədvəl və ya formulaların köməyi ilə aparılır. İlk dəfə bu metodu elektrik dövrələrində keçid proseslərinin həllinə ingilis mühəndisi-elektriki Hevisayd tətbiq etmişdir.

12.2. LAPLASIN DÜZ ÇEVRİLMƏSİ ORİJİNAL VƏ TƏSVİR

Fərz edək ki, həqiqi dəyişənli $f(t)$ funksiyanın artması üstlü funksiyanın artmasından kiçikdir. Yə'ni

$$|f(t)| < M e^{C_0 t}$$

Burada M və C_0 sabit kəmiyyətlərdir. C_0 funksiyanın artma göstəricisidir. Artma göstəricisi C_0 sonludursa, onda $f(t)$ məhduddur.

Əgər hər hansı $f(t)$ funksiyanın artması üstlü funksiyanın artmasından kiçikdirsə, yə'ni $f(t)$ funksiyası məhduddursa, onda elə $F(P)$ inteqralı vardır ki, bu inteqral mütləq yığılandır və $P = C + j\omega$ kompleks dəyişəninə görə $\text{Re } P = C > C_0$ müstəvisində analitiktir.

$$F(P) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-P t} dt \quad (1)$$

(1) ifadəsi Laplasın düz çevrilməsi adlanır. Burada $F(P)$ funksiyanın təsviri, $f(t)$ isə funksiyanın orijinalı, yə'ni özüdür. Göründüyü kimi, Laplasın düz çevrilməsi funksiyanın təsviri və orijinalı arasında asılılıq olub, funksiyanın özü məlum olduqda təsvirini tapmağa imkan verir. Hər bir orijinala uyğun yalnız bir təsvir və hər bir təsvirə uyğun isə bir orijinal vardır.

Bu uyğunluğu simvolik olaraq aşağıdakı kimi də göstərilər.

$$F(P) \cdot f(t) ; f(t) \cdot F(P)$$

Vaxtı ilə Hevisaydın tətbiq etdiyi operator metodunda təsvir (1) ifadəsi ilə deyil, Karson çevrilməsi ilə axtarıldı. Karson çevrilməsində

$$F(P) = P \int_0^{\infty} f(t) e^{-Pt} dt$$

Göründüyü kimi, bu çevirmə Laplas çevirməsindən P vuruğu ilə fərqlənir. Bu çevirmədə təsvir ilə orijinal vahidləri eyni alınsa da, amma heç bir üstünlüyə malik deyil. Ona görə indi daha ümumi olan Laplas çevirmələrindən istifadə edilir, çünki Laplas çevirmələri daha ümumi Furye çevirmələri ilə birbaşa əlaqədardır.

12.3. BƏ'Zİ SADƏ FUNKSIYALARIN TƏSVİRİ

Elektrik dövrlərində keçid proseslərinin tədqiqi zamanı qəbul edilir ki, hər hansı $t = 0$ anında dövrəyə $f(t)$ funksiyası ilə ifadə olunan müxtəlif formalı (sabit, sinusoidal dəyişən və s.) e.h.q. qoşulur. Bütün hallarda $t < 0$ olduqda $f(t) = 0$ qəbul edilir. Yəni $f(t)$ funksiyası ilə ifadə edilən e.h.q. dövrəyə qoşulana qədər təsir etmir.

Sadə funksiya kimi vahid funksiya və üstlü funksiyanın təsvirlərini təyin edək.

1. Fərz edək ki, aşağıdakı kimi vahid funksiya verilmişdir.

$$f(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Bu funksiya qiyməti 1V olan e.h.q.-nin dövrəyə qoşulmasına uyğundur. Laplasın düz çevrilməsinə əsasən ($f(t) = 1$ qəbul etməklə) yazmaq olar ki,

$$F(P) = \int_0^{\infty} e^{-Pt} dt = \frac{1}{-P} e^{-Pt} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{P}$$

1. $\frac{1}{P}$ alınır. Yəni orijinal 1 olduqda ona uyğun təsvir $\frac{1}{P}$ -dir. Əgər vahidin yerinə hər hansı A sabiti götürülərsə, aydındır ki, onun təsviri $\frac{A}{P}$ olar. Yəni $A \cdot \frac{1}{P}$.

2. Fərz edək ki, verilmiş funksiya aşağıdakı kimi üstlü funksiya funksiyadır.

$$f(t) = \begin{cases} e^{qt}, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

(Qəbul edilir ki, $\text{Re } P > \text{Re } q$)

Bu halda da Laplasın düz çevrilməsindən istifadə edərək alarıq ki,

$$\begin{aligned} F(P) &= \int_0^{\infty} e^{qt} e^{-Pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-(P-q)t} dt = \\ &= -\frac{1}{P-q} e^{-(P-q)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{P-q} \end{aligned}$$

Yəni
$$\frac{1}{P-q} \cdot e^{qt}$$

Əgər funksiya $f(t) = e^{-qt}$ olarsa, aydındır ki,

$$e^{-qt} \cdot \frac{1}{P+q} \quad \text{alınar.}$$

Burada q ümumi halda kompleks kəmiyyətdir. Lakin o, həqiqi və ya xəyali ədəd də ola bilər.

12.4. LAPLAS ÇEVİRİLMƏLƏRİNİN ƏSAS XÜSUSİYYƏTLƏRİ

Funksiyaların orijinaları üzərində aparılan riyazi əməliyyatlara təsvir üzərində aparılan başqa əməliyyatlar, təsvirlər üzərində aparılan əməliyyatlara isə orijinalar üzərində aparılan digər əməliyyatlar uyğun gəlir. Bunları bilməklə, funksiyaların təsvirlərinin və orijinallarının tapılması asanlaşır.

Laplas çevirmələrinin müəyyən xüsusiyyətlərini bilməklə və onların xətilik prinsipindən istifadə etməklə asanlıqla bəzi müəkkəb görünən funksiyaların təsvirini almaq olar. Bu prinsipdən istifadə etməklə və üstlü funksiyanın (e^{qt}) təsvirini bilərək elektrotexniki məsələlərdə çox rast gəlinən aşağıdakı funksiyaların təsvirlərini təyin edək.

$$f(t) = e^{j(\omega_1 t + \psi)}$$

və ya

$$f(t) = e^{j\omega_1 t} \cdot e^{j\psi}$$

Burada $\omega_1 t = q$ qəbul edildikdə üstlü funksiyanın (e^{qt}) təsvirinə əsasən alınır ki,

$$F(P) = \frac{e^{j\psi}}{P - j\omega_1}$$

Yəni
$$\frac{e^{j\psi}}{P - j\omega_1} \cdot e^{j(\omega_1 t + \psi)}$$

Bunları bilərək kosinusoidal və sinusoidal funksiyaların təsvirini (Eyler düsturundan $e^{\pm j\psi} = \cos \psi \pm j \sin \psi$ olduğunu nəzərə alaraq) tapaq.

$$\begin{aligned} \cos(\omega_1 t + \psi) &= \frac{1}{2} \left(e^{j(\omega_1 t + \psi)} + e^{-j(\omega_1 t + \psi)} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{e^{j\psi}}{P - j\omega_1} + \frac{e^{-j\psi}}{P + j\omega_1} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \frac{e^{j\psi} (P + j\omega_1) + e^{-j\psi} (P - j\omega_1)}{P^2 + \omega_1^2} = \frac{1}{2} \frac{P \cos \psi + j\omega_1 \cos \psi + jP \sin \psi - \omega_1 \sin \psi +}{P^2 + \omega_1^2} \\ &+ \frac{P \cos \psi - j\omega_1 \cos \psi - jP \sin \psi - \omega_1 \sin \psi}{P^2 + \omega_1^2} = \frac{1}{2} \frac{2P \cos \psi - 2\omega_1 \sin \psi}{P^2 + \omega_1^2} = \\ &\frac{P \cos \psi - \omega_1 \sin \psi}{P^2 + \omega_1^2}; \quad \cos(\omega_1 t + \psi) = \frac{P \cos \psi - \omega_1 \sin \psi}{P^2 + \omega_1^2}; \end{aligned}$$

Əgər $\psi = 0$ olarsa, $\cos \omega_1 t = \frac{P}{P^2 + \omega_1^2}$

$$\begin{aligned} \sin(\omega_1 t + \psi) &= \frac{1}{2j} (e^{j(\omega_1 t + \psi)} - e^{-j(\omega_1 t + \psi)}) = \frac{1}{2j} \left(\frac{e^{j\psi}}{P - j\omega} - \frac{e^{-j\psi}}{P + j\omega} \right) = \\ &= \frac{1}{2j} \frac{e^{j\psi} (P + j\omega) + e^{-j\psi} (P - j\omega)}{P^2 + \omega^2} = \frac{1}{2j} \frac{P \cos \psi + j\omega \cos \psi + P \sin \psi - \omega \sin \psi - P \cos \psi + j\omega \cos \psi + jP \sin \psi + \omega \sin \psi}{P^2 + \omega^2} = \\ &= \frac{2j\omega \cos \psi - 2jP \sin \psi}{2(P^2 + \omega^2)} = \frac{\omega \cos \psi - P \sin \psi}{P^2 + \omega^2}; \quad \sin(\omega_1 t + \psi) = \frac{\omega \cos \psi + P \sin \psi}{P^2 + \omega^2} \end{aligned}$$

Əgər $\psi = 0$ olarsa, $\sin \omega_1 t = \frac{\omega}{P^2 + \omega^2}$

Laplas çevrilmələrinin müxtəlif xüsusiyyətlərini nəzərə almaqla xüsusi cədvəllər tərtib edilib verilmişdir. Onların bəzisi ilə (ən çox istifadə olunan) funksiyanın diferensialının və inteqralının təsvirlərini öyrənək.

Riyaziyyatdan bilirik ki, diferensiallama teoreminə görə

$$\frac{df(t)}{dt} = PF(P) - f(0);$$

Əgər xüsusi halda $f(0) = f(0^-) = 0$ olarsa, $\frac{df(t)}{dt} = PF(P)$

Yəni funksiyanın törəməsinin alınması onun təsvirinin P -yə vurulması deməkdir.

Törəmə ikinci tərtibdən olduqda

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} = P[PF(P) - f(0)] - f'(0) = P^2 F(P) - Pf(0) - f'(0)$$

törəmə n tərtibdən olduqda isə ümumi halda onun təsviri

$$\frac{d^n f(t)}{dt^n} = P^n F(P) - \sum_{k=1}^n f^{(k-1)}(0) P^{n-k}$$

Əgər $f(0) = f'(0) = \dots = f^{(k-1)}(0) = 0$ olduğundan

$$\frac{d^n f(t)}{dt^n} = P^n F(P)$$

Yəni funksiyanın orijinalının n tərtibindən törəməsinin alınması onun təsvirinin P^n -ə vurulması əməliyyatına uyğundur.

İnteqrallama teoreminə görə isə yazmaq olar ki,

$$\int_0^t f(t) dt = \frac{F(P)}{P}$$

Yəni funksiyanın orijinalının inteqrallanması, onun təsvirinin P -yə bölünməsinə uyğundur.

Funksiyanı n dəfə inteqrallasaq

$$\int_0^t \dots \int_0^t f(t) (dt)^n = \frac{F(P)}{P^n}$$

Bu ifadə göstərir ki, funksiyanın orijinalının n dəfə inteqrallanması onun təsvirinin P^n -ə bölünməsi deməkdir.

12.5. LAPLASIN ƏKS ÇEVİRİLMƏSİ

Praktikada təkçə verilmiş orijinala görə təsvirin tapılması deyil, əksinə təsvirə görə funksiyanın orijinalının da tapılması lazım gəlir.

Göstərdik ki, təsvirin tapılması Laplasın düz çevrilməsi ilə, yeni

$$F(P) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-Pt} dt \quad (1)$$

inteqralı ilə aparılır.

(1) ifadəsini $f(t)$ -yə görə həll edərək alırıq:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{C-j\infty}^{C+j\infty} F(P) e^{Pt} dP \quad (2)$$

(2) ifadəsi Laplasın əks çevrilməsi adlanır və funksiyanın təsviri verildikdə onun orijinalını tapmağa imkan verir.

12.6. AYRILMA TEOREMİ

Biz göstərdik ki, funksiyanın təsvirləri və orijinaları arasında xüsusi cədvəllər tərtib edilmişdir. Ona görə təsvirlərə uyğun orijinaları (eyni ilə orijinalara uyğun təsvirləri) bu cədvəllərin köməyi ilə və ya birbaşa Laplas çevrilmələrindən istifadə etməklə tapmaq olar. Amma hər bir təsvirə uyğun orijinal cədvəllərdə olmur, bunun üçün əvvəlcə verilmiş təsvirləri sadələşdirib, cədvəl şəklinə salmalı, sonra ona uyğun orijinalar təyin edilməlidir. Bu məqsədlə ayrılma teoremindən istifadə etmək əlverişlidir.

Ümumiyyətlə, elektrotexnikada rast gəlinən təsvirlər P -dən asılı iki çoxhədlinin nisbəti şəklində olur.

$$F(P) = \frac{F_1(P)}{F_2(P)} = \frac{a_0 P^n + a_1 P^{n-1} + \dots + a_m}{b_0 P^n + b_1 P^{n-1} + \dots + b_n} \quad (1)$$

Qeyd edək ki, (1) ifadəsi ilə verilən kəsr düzgün kəsrdir, yeni məxrəcin dərəcəsi surətin dərəcəsinə böyükdür. ($m < n$)

Elektrotexnikada rast gəlinən real dövrlərin həllində bu şərt ödənilir.

(1) ifadəsi ilə verilmiş $F(P)$ təsvirini sadə kəslərə

ayırmaq. Fərz edək ki, $F_2(P)$ çoxhədlisinin n dənə P_1, P_2, \dots, P_n kimi kökləri vardır:

$F_2(P) = 0$ şərtindən bu köklərin qiymətini tapmaq olar.

Bu köklər məlumdursa, (1) ifadəsini aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$F(P) = \frac{F_1(P)}{F_2(P)} = \frac{A_1}{P-P_1} + \frac{A_2}{P-P_2} + \dots + \frac{A_n}{P-P_n} = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{P-P_k} \quad (2)$$

A_1, A_2, \dots, A_n sabit əmsallardır.

(2)-nin hər tərəfini $P - P_k$ -yə vuraraq A_k -ni təyin edək.

$$(P - P_k) \frac{F_1(P)}{F_2(P)} = (P - P_k) \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{P - P_k}$$

P, P_k -yə yaxınlaşdıqda limitə keçsək, alınır ki,

$$A_k = F_1(P_k) \lim_{P \rightarrow P_k} \frac{P - P_k}{F_2(P)}$$

Bu ifadələrdən görüldüyü kimi $P \rightarrow P_k$ -ya yaxınlaşdıqda $\frac{0}{0}$ şəklində qeyri-müəyyənlik alınır, bu qeyri-müəyyənliyi Lopital qaydası ilə açsaq

$$A_k = F_1(P_k) \lim_{P \rightarrow P_k} \frac{\frac{d(P - P_k)}{dP}}{\frac{dF_2(P)}{dP}}; \quad A_k = \frac{F_1(P_k)}{F_2'(P_k)}$$

A_k -nın bu qiymətini (2)-də yerinə yazsaq

$$F(P) = \frac{F_1(P)}{F_2(P)} = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(P_k)}{(P - P_k)F_2'(P_k)} = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(P_k)}{F_2'(P_k)} \cdot \frac{1}{P - P_k} \quad (3)$$

$F(P) = f(t); \frac{1}{P - P_k} = e^{P_k t}$ olduğunu nəzərə almaqla (3) ifadəsindən orijinala keçsək alarıq:

$$f(t) = \sum_{k=1}^n \frac{F_1(P_k)}{F_2'(P_k)} e^{P_k t} \quad (4)$$

(4) ayrılma teoreminin ifadəsidir. Bu ifadəni çıxararkən qəbul etdik ki, $F_1(P)$ və $F_2(P)$ çoxhədlisinin ümumi kökü yoxdur, yəni onlar ixtisar olunmurlar. Bundan əlavə, $F_2(P)$ çoxhədlisinin sıfıra bərabər kökü yoxdur. Əgər $F_2(P)$ çoxhədlisinin sıfıra bərabər kökü varsa, yəni

$$F(P) = \frac{F_1(P)}{PF_2(P)}$$

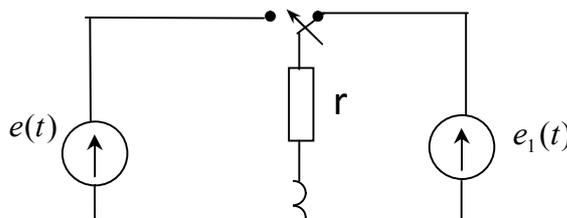
şəklindədirsə, orijinal aşağıdakı kimi tapılır.

$$f(t) = \frac{F_1(0)}{F_2(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{F_1(P_k)}{P_k F_2'(P_k)} e^{P_k t} \quad (5)$$

(5) ifadəsi, $F_2(P)$ çoxhədlisində sıfıra bərabər kök olduqda ayrılma teoreminin ifadəsidir. (4) ifadəsi daha ümumdür, yəni sıfır kökü olan hal üçün də yararlıdır.

12.7. OM VƏ KİRXHOF QANUNLARININ OPERATOR FORMASI

Fərz edək ki, $e_1(t)$ mənbəyinə qoşulmuş r,L,C-dən ibarət ardıcıl birləşdirilmiş dövrə $t = 0$ anında $e(t)$ mənbəyinə qoşulur. (şəkil 173)



Kirxhofun ikinci qanununa görə yaza bilərik:

$$ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t idt = e(t) \quad (1)$$

İnteqralın aşağı sərhəddinin " $-\infty$ " götürülməsi onu göstərir ki, dövredə $t=0$ anına qədər qərarlaşmış rejim yaranıb və tutumun sıxaclarında müəyyən bir gərginlik vardır. Məlumdur ki,

$$\frac{1}{C} \int_{-\infty}^t idt = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 idt + \frac{1}{C} \int_0^t idt = u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t idt \quad (2)$$

(Burada $u_c(0) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^0 idt$ olub tutumda kommutasiyaya qədərki gərginlikdir).

(2)-ni (1)-də nəzərə alsaq

$$ri + L \frac{di}{dt} + u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t idt = e(t) \quad (3)$$

$$i(t) \cdot I(P) \quad ; \quad e(t) \cdot E(P)$$

olduğunu bilərək (3)-ü operator şəklində yazaq:

$$rI(P) + LPI(P) - Li(0) + \frac{u_c(0)}{P} + \frac{I(P)}{PC} = E(P)$$

$$I(P)(r + LP + \frac{1}{PC}) = E(P) + Li(0) - \frac{u_c(0)}{P}$$

$$I(P) = \frac{E(P) + Li(0) - u_c(0)/P}{r + LP + \frac{1}{PC}}$$

$$r + LP + \frac{1}{PC} = Z(P)$$

olub, dövrənin operator müqaviməti adlanır. Operator müqaviməti kompleks müqavimətdə $j\omega = P$ ilə əvəz edildikdə alınan müqavimətdir. (Yəni $Z(P) = Z(j\omega)_{j\omega=P}$) Bu halda

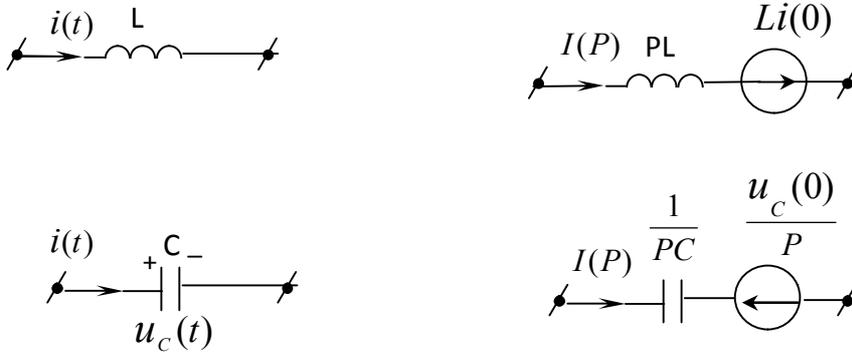
$$I(P) = \frac{E(P) + Li(0) - u_c(0)/P}{Z(P)} \quad (4)$$

(4) ifadəsi Om qanununun operator formasıdır.

$Li(0)$ və $\frac{u_c(0)}{P}$ daxili mənbələr adlanır, kommutasiyaya qədər tutumda gərginlik

olduqda və induktivlikdən cərəyan axdıqda yaranırlar. Əks halda onların qiyməti sifıra bərabər olur.

(4) ifadəsindən görünür ki, induktivlikdə yaranan daxili mənbə cərəyan istiqamətində, tutumda yaranan mənbə isə cərəyanın əksi istiqamətində olur. Buna uyğun, yalnız induktivlik və tutum elementlərindən ibarət dövrənin daxili mənbələr nəzərə alınmaqla operator sxemini ekvivalent şəkildə aşağıdakı kimi göstərmək olar.



Əgər dövredə "0" başlanğıc şərtidirsə, yəni

$$\begin{cases} Li(0) = 0 \\ \frac{u_c(0)}{P} = 0 \end{cases}$$

olarsa (4)-dən alınır ki,

$$I(P) = \frac{E(P)}{Z(P)}$$

Bu ifadə daxili mənbələr olmadıqda Om qanununun operator şəklidir. Aydındır ki, bu halda $Li(0)$ və $\frac{u_c(0)}{P}$ mənbələri iştirak etmir.

Hər hansı K düyünü üçün Kirxhofun birinci qanununa əsasən yaza bilərik:

$$i_1 + i_2 + \dots + i_n = \sum_{k=1}^n i_k = 0$$

Bu ifadəni operator formada yazsaq alınır ki,

$$\sum_{k=1}^n I_k(P) = 0 \quad (5)$$

(5) ifadəsi Kirxhofun birinci qanununun operator şəklidir. Ümumi halda r, L, C elementləri iştirak edən hər hansı kontur üçün Kirxhofun ikinci qanununa görə isə yaza bilərik ki,

$$\sum_{k=1}^n r_k i_k + \sum_{k=1}^n L_k \frac{di_k}{dt} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \int i_k dt = \sum_{k=1}^n e_k(t)$$

Bu ifadəni operator formada yazmaqqla alırıq ki,

$$\sum_{k=1}^n I_k(P) \cdot \left(r_k + L_k P + \frac{1}{C_k P} \right) = \sum_{k=1}^n (E_k(P) + L_k \dot{i}_k(0) - u_{CK}(0) / P)$$

$$\sum_{k=1}^n I_k(P) Z_k(P) = \sum_{k=1}^n (E_k(P) + L_k \dot{i}_k(0) - u_{CK}(0) / P) \quad (6)$$

(6) ifadəsi operator şəklində Kirxhofun ikinci qanunudur. Əgər dövredə sıfır başlanğıc şərtlər olarsa, yəni

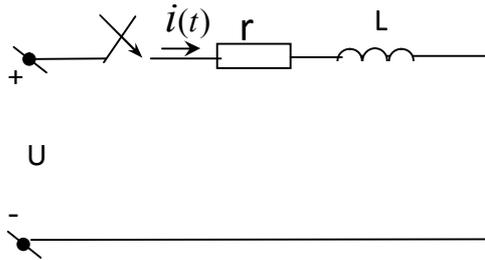
$$\begin{aligned} L_k \dot{i}_k(0) &= 0 \\ \frac{u_{CK}(0)}{P} &= 0 \end{aligned}$$

olarsa

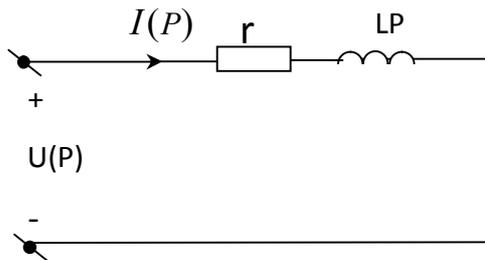
$$\sum_{k=1}^n I_k(P) Z_k(P) = \sum_{k=1}^n E_k(P)$$

Bu ifadə sıfır başlanğıc şərtində operator formada Kirxhofun ikinci qanunudur.

Misal: Aşağıdakı dövrəni operator şəklində ayrılma teoremini tətbiq etməklə həll etməli.



Bu dövreyə uyğun ekvivalent operator sxemi aşağıdakı kimidir:



Om qanununun operator formasına əsasən yazmaq olar ki,

$$I(P) = \frac{U(P)}{Z(P)} = \frac{U}{r + LP} = \frac{U}{P(r + LP)} = \frac{F_1(P)}{F_2(P)}$$

$$F_1(P) = U; \quad F_2(P) = P(r + LP)$$

$F_2(P) = 0$ şərtindən xarakteristik tənliyin köklərini təyin edək.

$$P(r + LP) = 0 ; \quad P_1 = 0; \quad P_2 = -\frac{r}{L};$$

Ayrılma teoreminə əsasən

$$i(t) = \frac{F_1(P_1)}{F_2'(P_1)} e^{P_1 t} + \frac{F_1(P_2)}{F_2'(P_2)} e^{P_2 t}$$

$$F_1(P_1) = U ; \quad F_1(P_2) = U$$

$$F_2'(P) = r + 2PL$$

$$F_2'(P_1) = F_2'(P)_{P=P_1=0} = (r + 2PL)_{P=0} = r$$

$$F_2'(P_2) = F_2'(P)_{P=P_2=-\frac{r}{L}} = (r + 2PL)_{P=-\frac{r}{L}} =$$

$$= r + 2L\left(-\frac{r}{L}\right) = r - 2r = -r$$

$$i(t) = \frac{U}{r} - \frac{U}{r} e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{U}{r} (1 - e^{-\frac{r}{L}t})$$

12.8. QOŞULMA TEORİMİ

Məlumdur ki, operator formada Om qanunu aşağıdakı kimi yazılır.

$$I(P) = \frac{E(P)}{Z(P)} \quad (1)$$

Fərz edək ki, burada mənbə üstlü şəkildə dəyişən funksiyadır.

$$e(t) = Ee^{qt}$$

Bu halda
$$E(P) = \frac{E}{p - q} \quad (2)$$

(2)-ni (1)-də nəzərə alsaq

$$I(P) = \frac{E}{(p - q)Z(P)} \quad (3)$$

Ayrılma teoremini tətbiq etməklə (3) ifadəsindən orijinala keçək:

$$I(P) \text{ .} = i(t) = \frac{Ee^{qt}}{Z(q)} + \sum_{k=1}^n \frac{Ee^{P_k t}}{(P_k - q)Z'(P)_{P=P_k}} \quad (4)$$

(4) qoşulma teoreminin ifadəsidir. (4) ifadəsində birinci toplanan cərəyanın məcburi hissəsi, digər toplananların cəmi isə onun sərbəst hissəsidir. Bəzən cərəyanın bu yolla tapılması asan olur. Əgər mənbə sabit olarsa, yə'ni

$$q = 0 \quad \text{olarsa}$$

$$e(t) = E \quad \text{alınar ki,}$$

bu halda

$$i(t) = \frac{E}{Z(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{Ee^{P_k t}}{P_k Z'(P)_{P=P_k}} = \frac{E}{Z(0)} + \sum_{k=1}^n \frac{Ee^{P_k t}}{P_k Z'(P_k)} \quad (5)$$

(5) mənbə sabit olduqda qoşulma teoreminin ifadəsidir. $P_k, Z(P) = 0$ tənliyinin köküdür. $q = j\omega$ götürülsə, mənbənin sinusoidal dəyişən mənbə olduğu deməkdir. Bu halda (4) ifadəsində E-nin əvəzinə onun kompleks amplitudu olan

$$\dot{E}_m = E_m e^{j\psi}$$

yazılır, cərəyan isə alınan

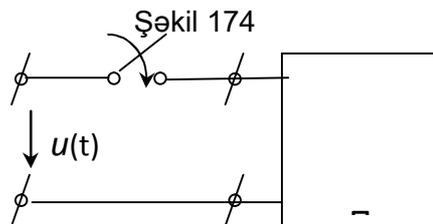
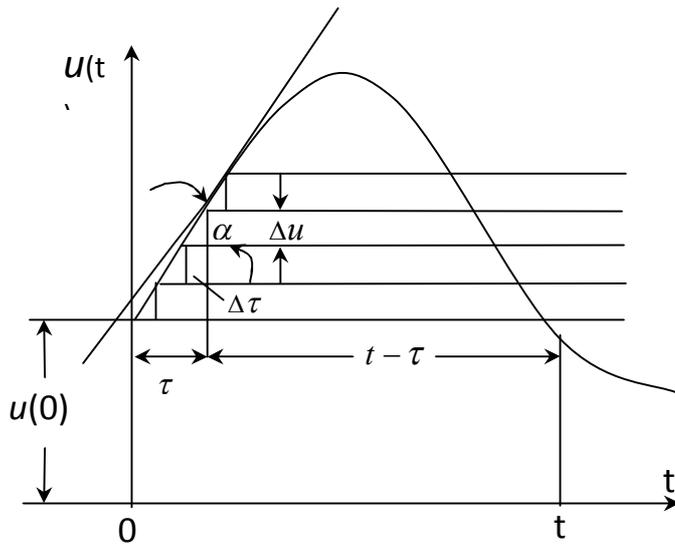
$$I(t) = \frac{E_m e^{j(\omega t + \psi)}}{Z(j\omega)} + \sum_{k=1}^n \frac{E_m e^{j\psi} e^{P_k t}}{(P_k - j\omega) Z'(P)_{P=P_k}}$$

ifadəsinin xəyali hissəsi kimi tapılır.

12.9. DÖVRƏNİN İXTİYARİ DƏYİŞƏN GƏRGİNLİYƏ QOŞULMASI (Düamel inteqralı)

Fərz edək ki, fasiləsiz olaraq ixtiyari dəyişən gərginliyə (şəkil 174) hər hansı ikiqütblü (şəkil 175) qoşulur.

Bu ikiqütblüdən axan cərəyanın və ya ikiqütblünün hər hansı qolundakı gərginliyin tapılması üçün məsələ iki mərhələdə həll edilir.



Şəkil 175

Əvvəlcə qəbul edilir ki, dövrə qiyməti vahid olan sabit gərginliyə qoşulur. Bu halda dövrədən axan $i(t)$ cərəyanı və hər hansı qoldakı gərginlik $u(t)$ aşağıdakı kimi ifadə olunur.

$$i(t) = 1 \cdot y(t) = y(t) \quad (1)$$

$$u(t) = 1 \cdot k(t) = k(t) \quad (2)$$

Burada $y(t)$ funksiyası dövrəyə qoşulan gərginlik vahid olduqda qiymətçə cərəyana bərabər olub keçid keçiriciliyi adlanır. $k(t)$ isə qiymətçə gərginliyə bərabər olub, gərginlik üzrə keçid funksiyası adlanır.

Məsələn R, L -dən ibarət ardıcıl dövrədə keçid keçiriciliyi

$$y(t) = \frac{1}{r} (1 - e^{-\frac{r}{L}t})$$

r, C -dən ibarət ardıcıl dövrədə isə gərginlik üzrə keçid funksiyası

$$k(t) = 1 - e^{-\frac{t}{rc}}$$

olar. Bu keçid funksiyasını tapmaq üçün əvvəlcə dövrəni sabit gərginliyə qoşulmuş hesab edib onu klassik və ya operator metodu ilə həll etmək lazımdır. Sonra alınan cərəyanın (gərginliyin) ifadəsində gərginliyin yerinə vahid yazdıqda keçid funksiyası təyin edilir. Dövrə mənbəyə $t = 0$ anında qoşulduğundan qəbul edilir ki, $t < 0$ olduqda $y(t) = 0$ və $k(t) = 0$.

Fasiləsiz dəyişən gərginliyi çoxlu sayda elementar (çox kiçik) düzbucaqlı gərginlik impulsları ilə əvəz edək. Bu halda dövrənin verilmiş fasiləsiz dəyişən gərginliyə qoşulma prosesini $t = 0$ anında $u(0)$ sabit gərginliyinə, sonra isə $\Delta\tau$ zaman fasilələri ilə fərqlənən (yəni $\Delta\tau$ zamanı qədər sürüldürülmüş) Δu elementar sabit gərginliklərin qoşulma prosesi kimi təsəvvür etmək olar. (şəkil 174)

Fasiləsiz dəyişən gərginlik əyrisinin artan hissəsində qoşulan Δu gərginlikləri "+" işarə ilə, azalan hissəsində isə "-" işarə ilə götürülür.

Superpozisiya prinsipinə görə dövrədən axan cərəyan, təsir edən bütün gərginliklərin yaratdıqları cərəyanların cəminə bərabər olacaqdır.

Beləliklə, $u(0)$ gərginliyinin yaratdığı cərəyan $u(0)y(t)$ -yə, dövrə gərginliyə qoşulduqdan τ müddətindən sonra təsir edən elementar Δu gərginliyinin yaratdığı hər hansı t anındakı cərəyan isə $\Delta u y(t - \tau)$ olar. Göründüyü kimi, keçid keçiriciliyinin arqumenti $(t - \tau)$ -dur. Çünki, bu Δu gərginliyinin təsiretmə anı τ ilə t müddəti arasında keçən vaxt $t - \tau$ olar.

Şəkil 174 -dən göründüyü kimi

$$\Delta u \approx \Delta\tau \operatorname{tg}\alpha = \Delta\tau \left(\frac{du}{dt}\right)_{t=\tau} = \Delta\tau u'(\tau)$$

Δu gərginliyinin yaratdığı cərəyan isə

$$\Delta u y(t - \tau) = y(t - \tau) u'(\tau) \Delta\tau$$

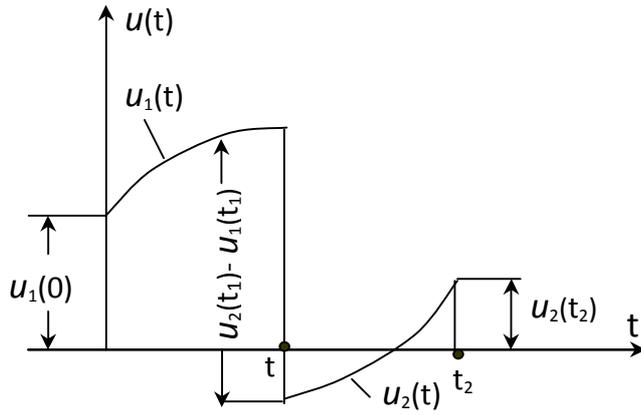
olar.

Beləliklə, $t = 0$ anından t anına qədər dövrəyə qoşulan bütün Δu gərginlik impulslarının hamısının yaratdıqları cərəyanları $\Delta\tau \rightarrow 0$ (yəni $\Delta\tau$ sifıra yaxınlaşdıqda) cəmləyərək ($\Delta\tau$ sifıra yaxınlaşdıqda cəm inteqralla əvəz olunur) və $u(0)$ gərginliyinin də yaratdığı cərəyanı nəzərə alaraq dövrənin cərəyanı üçün alarıq:

$$i(t) = u(0)y(t) + \int_0^t u'(\tau)y(t - \tau)d\tau \quad (3)$$

(3) ifadəsi Düamel inteqralı adlanır və gərginlik ixtiyari fasiləsiz dəyişən olduqda cərəyanı (gərginliyi) tapmağa imkan verir.

Misal: Şəkil 176-da göstərilən ixtiyari dəyişən gərginliyin passiv ikiqütblüdə yaratdığı cərəyanı təyin etməli.



Şəkil 176

Şəkil 176-dan görüldüyü kimi, verilən gərginlik funksiyası t_1 və t_2 nöqtələrində kəsildir (yeni fasiləsiz deyil). Ona görə bu kəsilmə nöqtələrində gərginliyin sıçrayışla dəyişməsi də nəzərə alınmalıdır. Özü də gərginlik sıfırdan t_1 anına qədər $u_1(t)$ qanunauyğunluğu ilə, t_1 -dən t_2 anına qədər isə $u_2(t)$ qanunauyğunluğu ilə dəyişir.

Düamel inteqralından istifadə edərək $0 \leq t \leq t_1$ intervalında yazmaq olar ki,

$$i(t) = u_1(0)y(t) + \int_0^t u_1'(\tau)y(t-\tau)d\tau$$

$t_1 < t \leq t_2$ intervalında isə

$$i(t) = u_1(0)y(t) + \int_0^{t_1} u_1'(\tau)y(t-\tau)d\tau + \left[(u_2(t_1) - u_1(t_1))y(t-t_1) + \int_{t_1}^t u_2'(\tau)y(t-\tau)d\tau \right]$$

İfadədə $\left[(u_2(t_1) - u_1(t_1))y(t-t_1) \right]$ t_1 anındakı gərginliyin sıçrayışla $u_1(t_1)$ qiymətindən $u_2(t_1)$ qiymətinə düşməsinə nəzərə alan cərəyanın ifadəsidir.

$t_2 \leq t \leq \infty$ intervalında isə

$$i(t) = u_1(0)y(t) + \int_0^{t_1} u_1'(\tau)y(t-\tau)d\tau + \left[(u_2(t_1) - u_1(t_1))y(t-t_1) + \int_{t_1}^{t_2} u_2'(\tau)y(t-\tau)d\tau + \left[(0 - u_2(t_2))y(t-t_2) \right] \right] = u_1(0)y(t) + \int_{t_1}^{t_2} u_2'(\tau)y(t-\tau)d\tau + \left[(u_2(t_1) - u_1(t_1))y(t-t_1) + \int_{t_2}^t u_2'(\tau)y(t-\tau)d\tau - u_2(t_2)y(t-t_2) \right]$$

Bu ifadədə $-u_2(t_2)(t-t_2)$, t_2 anında gərginliyin sıçrayışla $u_2(t_2)$ qiymətindən sıfır qiymətinə düşməsinə nəzərə alır.

13. DÖRDQÜTBLÜLƏR

13.1. DÖRDQÜTBLÜLƏRİN SINIFLƏRƏ BÖLÜNMƏSİ

Hər hansı iki cüt sıxacına nəzərən baxılan dövrə hissəsi dördqütblü adlanır. (Şəkil 177)

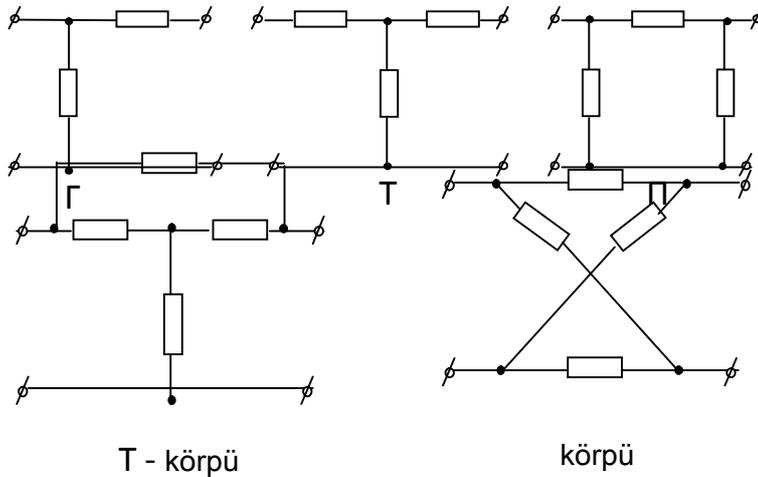


Şəkil 177

Dördqütblünün bir cüt sıxacı mənbəyə, digər cüt sıxacı isə işlədiciyə birləşdirilir. Onun mənbəyə qoşulmuş tərəfi girişi, işlədiciyə qoşulan tərəfi isə çıxışı adlanır. Dördqütblülərə misal olaraq, transformatorları, süzgeçləri, uzun xətləri və s. göstərmək olar.

Dövrəyə o vaxt dördqütblü kimi baxmaq əlverişli olur ki, onun daxili budaqlarındakı cərəyanların və ya gərginliklərin qiymətləri lazım olmadan, yalnız giriş parametrlərinə görə çıxış parametrləri və ya çıxış parametrlərinə görə giriş parametrləri müxtəlif kombinasiyada axtarılsın. Dördqütblülər müxtəlif göstəricilərinə görə siniflərə bölünürlər.

Dördqütblüləri təşkil edən elementləri xətti və ya qeyri xətti olmasından asılı olaraq onlar xətti və qeyri-xətti olurlar. Biz xətti dördqütblüləri öyrənirik. Daxilindəki elementlərin birləşmə sxemlərinə görə dördqütblülər Γ, T, Π şəkilli, körpü şəkilli və s. olur. (Şəkil 178)



T - körpü

körpü

Şəkil 178

Dördqütblülər aktiv və passiv olmaqla iki yerə bölünürlər. Dördqütblülərin daxilində aktiv element (enerji mənbəyi) yoxdursa, (və ya varsa, lakin onlar bir-birlərini kompensasiya edirlərsə) belə dördqütblülər passiv dördqütblülər adlanırlar. Əgər dördqütblünün daxilində aktiv element varsa, başqa sözlə o dövrəyə qoşulmadığı halda onun sıxaclarında müəyyən gərginlik varsa, belə dördqütblülər aktiv dördqütblülər adlanırlar. Passiv dördqütblülərin üzərində P hərfi, aktiv dördqütblülərin üzərində isə A hərfi yazılır.

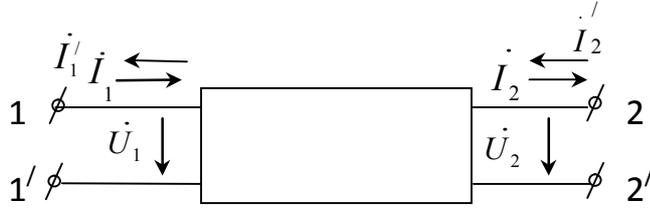
Dördqütblülər simmetrik və qeyri simmetrik olmaqla da iki yerə bölünürlər. Əgər dördqütblünün girişi ilə çıxışının yerini dəyişdikdə bu dövrənin cərəyanına təsir etmərsə, belə dördqütblülər simmetrik dördqütblülər adlanır.

Dördqütblülər dönmən və dönməyən olmaqla da iki yerə bölünür. Əgər dördqütblünün girişə və çıxışa nəzərən ötürmə müqavimətləri bir-birinə bərabədirsə, yəni dördqütblülərin giriş gərginliyinin çıxış cərəyanına nisbəti, onun çıxış gərginliyinin giriş cərəyanına nisbətinə bərabədirsə, bu

dördqütblülər döənən dördqütblülərdir. Bütün passiv simmetrik dördqütblülər dönəndir. Qeyri simmetrik aktiv dördqütblülülər isə dönməyəndirlər. Dördqütblülər nəzəriyyəsinin əsas mahiyyəti ondadır ki, bəzi ümumi parametrlərdən (əmsallardan) istifadə edərək dördqütblülərin girişindəki və ya çıxışındakı cərəyan və gərginlikləri tapmaq olar.

13.2. DÖRDQÜTBLÜNÜN SİSTEM TƏNLİKLƏRİ

Dördqütblünün mənbəyə qoşulan tərəfini (birinci tərəfini) 1-1', işlədiciyə qoşulan tərəfini (ikinci tərəfini) isə 2-2' ilə işarə edib, buna uyğun birinci və ikinci tərəf gərginlik və cərəyanları da həmin indekslərlə göstərək. (Şəkil 179)



Şəkil 179

Əgər cərəyanların istiqamətini I_1 və I_2 istiqamətində

götürürüksə, bu hal düz ötürmə, I_1' və I_2' istiqamətində götürdükdə isə əks ötürmə

adlanır. ($I_1 = -I_1', I_2 = -I_2'$) Hər iki variantda dördqütblünün birinci və ikinci tərəf parametrləri bir-birilə bağlıdır ki, bu da onun müxtəlif şəkilli tənliklərində özünü əks etdirir.

Dördqütblünün Y,Z,A,B,G,H şəkilli tənlikləri vardır.

Dördqütblünün giriş və çıxış gərginlik və cərəyanları

arasındakı əlaqə onun aşağıdakı tənlikləri vasitəsilə yazıla bilər.

1. Y şəkilli tənliklər. Bu tənliklərdə dördqütblünün I_1 və I_2' cərəyanlarının, U_1 və U_2 gərginliklərindən asılılığı verilir.

$$I_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} U_2$$

$$I_2' = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2$$

2. Z şəkilli tənliklər. Bu tənliklərdə U_1 və U_2 gərginliklərinin I_1 və I_2' cərəyanlarından asılılığı verilir.

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2'$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2'$$

3. A şəkilli tənliklər. Bu tənliklərdə U_1 gərginliyi və I_1 cərəyanının, U_2 gərginliyi və I_2' cərəyanından asılılığı verilir.

$$\dot{U}_1 = A_{11} \dot{U}_2 + A_{12} \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = A_{21} \dot{U}_2 + A_{22} \dot{I}_2$$

4. B şəkilli tənliklər. Bu tənliklərdə \dot{U}_2 gərginliyi və \dot{I}'_2 cərəyanının, \dot{U}_1 gərginliyi və \dot{I}'_1 cərəyanından asılılığı verilir.

$$\dot{U}_2 = B_{11} \dot{U}_1 + B_{12} \dot{I}'_1$$

$$\dot{I}'_2 = B_{21} \dot{U}_1 + B_{22} \dot{I}'_1$$

5. H şəkilli tənliklər. Bu tənliklərdə \dot{U}_1 gərginliyi və \dot{I}'_2 cərəyanının \dot{I}_1 və \dot{U}_2 -dən asılılığı verilir.

$$\dot{U}_1 = H_{11} \dot{I}_1 + H_{12} \dot{U}_2$$

$$\dot{I}'_2 = H_{21} \dot{I}_1 + H_{22} \dot{U}_2$$

6. G şəkilli tənliklər. Bu tənliklərdə \dot{I}_1 cərəyanı və \dot{U}_2 gərginliyinin, \dot{U}_1 və \dot{I}'_2 -dən asılılığı verilir.

$$\dot{I}_1 = G_{11} \dot{U}_1 + G_{12} \dot{I}'_2$$

$$\dot{U}_2 = G_{21} \dot{U}_1 + G_{22} \dot{I}'_2$$

Dördqütblünün hər hansı sistem tənliklərinin əmsalları (Y, Z, A, B, H, G) onun digər sistem tənliklərinin əmsalları ilə ifadə oluna bilər. Bu əvəzləmələr xüsusi cədvəllərdə verilir. Bu cədvəllərin köməyi ilə bir şəkilli tənliklərdən, digər şəkilli tənliklərə asanlıqla keçmək olar. Tənliklərdən görüldüyü kimi dördqütblünün bütün əmsalları ümumi halda kompleks kəmiyyətlərdir. Bu əmsallar dördqütblünün yüksüz işləmə və qısa qapanma təcrübələrindən tapıla bilər.

Aydındır ki, Y əmsalları onun birinci (1-1') və ikinci (2-2') tərəfinə nəzərən giriş və ötürmə keçiricilikləridir. Belə ki, Y şəkilli tənliklərdən görünür ki, ikinci tərəf qısa qapandıqda, (yəni $U_2=0$ olduqda) birinci tərəfə nəzərən giriş keçiriciliyi

$$Y_{11} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1} \right)_{U_2=0}$$

Birinci tərəf qısa qapandıqda, ikinci tərəfə nəzərən giriş keçiriciliyi

$$Y_{22} = \left(\frac{\dot{I}'_2}{\dot{U}_2} \right)_{U_1=0}$$

İkinci tərəf qısa qapandıqda ötürmə keçiriciliyi

$$Y_{21} = \left(\frac{\dot{I}'_2}{\dot{U}_1} \right)_{U_2=0}$$

Birinci tərəf qısa qapandıqda isə ötürmə keçiriciliyi

$$Y_{12} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{U_1=0}$$

ifadələri ilə təyin olunurlar. Əgər dördqütblü dönəndirsə, $Y_{12} = Y_{21}$ olur. Dördqütblü simmetrik olduqda isə həm də $Y_{11} = Y_{22}$ şərti ödənilir. Dördqütblünün Z əmsalları da onun yüksüz işləmə təcrübəsindən təyin edilə bilər.

13.3. DÖRDQÜTBLÜNÜN A ŞƏKİLLİ TƏNLİKLƏRİ

Dördqütblünün Y şəkilli tənliklərində göstərdik ki,

$$\dot{I}_1 = Y_{11} \dot{U}_1 + Y_{12} \dot{U}_2 \quad (1)$$

$$\dot{I}'_2 = Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2 \quad (2)$$

\dot{I}_2 və \dot{I}'_2 cərəyanları qiymətcə bir-birinə bərabər, istiqamətcə əks olduqlarından $\dot{I}'_2 = -\dot{I}_2$. Bunu (2)-də nəzərə alsaq,

$$-\dot{I}_2 = Y_{21} \dot{U}_1 + Y_{22} \dot{U}_2 \quad (3)$$

(3)-dən \dot{U}_1 -i tapaq.

$$\dot{U}_1 = -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \dot{U}_2 - \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 \quad (4)$$

(4)-ü (1)-də nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= Y_{11} \left(-\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \dot{U}_2 - \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 \right) + Y_{12} \dot{U}_2 = -\frac{Y_{11} Y_{22}}{Y_{21}} \dot{U}_2 - \\ &-\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \dot{I}_2 + Y_{12} \dot{U}_2 = -\frac{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}}{Y_{21}} \dot{U}_2 - \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \dot{I}_2 \end{aligned}$$

Burada $|Y| = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}$ kimi işarə etsək

$$\dot{I}_1 = -\frac{|Y|}{Y_{21}} \dot{U}_2 - \frac{Y_{11}}{Y_{21}} \dot{I}_2 \quad (5)$$

(4) və (5) tənliklərini dördqütblünün A şəkilli tənlikləri ilə müqayisə etsək, görürük ki,

$$\begin{aligned} A_{11} &= -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} & A_{12} &= -\frac{1}{Y_{21}} \\ A_{21} &= -\frac{|Y|}{Y_{21}} & A_{22} &= -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} \end{aligned}$$

Yəni (4) və (5) tənlikləri dördqütblünün Y əmsalları ilə ifadə olunmuş A şəkilli tənlikləridir. Ümumi halda A əmsalları kompleks kəmiyyət olub tezlikdən asılıdır. A_{11} və A_{22} vahidsiz kəmiyyət, A_{12}

müqavimət vahidli, A_{21} isə keçiricilik vahidli kəmiyyətlərdir. A əmsalları da bundan əvvəlkində olduğu kimi yeni Y əmsalları təyin edildiyi kimi tapıla bilər. Belə ki, çıxış tərəfi açıq olduqda (yəni $I_2=0$) A şəkilli tənliklərdən alırıq ki,

$$A_{11} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{I_2=0}$$

$$A_{21} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{I_2=0}$$

Dördqütblünün çıxış tərəfi qısa qapandıqda isə, (yəni $U_2=0$)

$$A_{22} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{U_2=0}$$

$$A_{12} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right)_{U_2=0}$$

Dördqütblünün A əmsallarından düzəlmiş determinantın qiyməti

$$|A| = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = \frac{Y_{12}}{Y_{21}} \quad \text{olduğundan}$$

dördqütblü dönəndirsə

$$|A| = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1 \quad (6)$$

(çünki dönən dördqütblüdə $Y_{12} = Y_{21}$)

Yeni dönən dördqütblüdə əmsallardan yalnız üçü sərbəstdir. Başqa sözlə, dördüncü əmsal digərlərindən asılı olub (6) ifadəsi ilə onlarla əlaqədardır.

Əgər dördqütblü simmetrik olarsa, bu halda

$$A_{11} = A_{22} \quad \text{olduğundan}$$

(çünki simmetrik dördqütblüdə $Y_{11} = Y_{22}$) əmsallardan yalnız ikisi sərbəst olur. Digər iki əmsal o birilərindən asılıdır.

Elektrik enerjisinin verilmə istiqamətini dəyişdikdə, yeni dördqütblünün girişinin və çıxışının yerini

dəyişdikdə \dot{U}_2 və \dot{I}_2' gərginlik və cərəyanı \dot{U}_1 , \dot{I}_1' gərginlik və cərəyanı ilə ifadə edilir. Bu

halda B şəkilli tənliklər A əmsalları ilə alınır. Doğrudan da $\dot{I}_1 = -\dot{I}_1'$ və $\dot{I}_2 = -\dot{I}_2'$ olduğunu A

şəkilli tənliklərdə nəzərə alıb onları \dot{U}_2 və \dot{I}_2' -ə nəzərən həll etsək alırıq:

$$\dot{U}_2 = A_{22} \dot{U}_1 + A_{12} \dot{I}_1'$$

$$\dot{I}_2' = A_{21} \dot{U}_1 + A_{11} \dot{I}_1'$$

Bu tənliklər sistemini dördqütblünün A şəkilli tənlikləri ilə müqayisə etsək görürük ki, dördqütblünün giriş və çıxışının yerini dəyişdikdə A_{11} və A_{22} əmsalları yerini dəyişir.

13.4. DÖRDQÜTBLÜNÜN YÜKSÜZ İŞLƏMƏ VƏ QISA QAPANMA PARAMETRLƏRİ

Məlumdur ki, Y_{11} və Y_{22} uyğun olaraq dördqütblünün $1-1'$ və $2-2'$ sıxaclarına nəzərən (əks tərəf qısa qapandıqda) giriş keçiricilikləridir. Z_{11} və Z_{22} isə həmin sıxaclarına nəzərən (əks tərəf açıq olduqda) giriş müqavimətləridir. Deməli Y_{11} keçiriciliyinin tərsi girişə nəzərən, Y_{22} keçiriciliyinin tərsi isə çıxışa nəzərən qısa qapanma müqavimətləridir. Eyni ilə Z_{11} və Z_{22} girişə və çıxışa nəzərən yüksüz işləmə müqavimətləridir. Yəni

$$Z_{1q.q.} = \frac{1}{Y_{11}} \quad (1) ; \quad Z_{2q.q.} = \frac{1}{Y_{22}} \quad (2)$$

$$Z_{1y.i.} = Z_{11} \quad (3) ; \quad Z_{2y.i.} = Z_{22} \quad (4)$$

(burada q.q.-qısa qapanma, y.i.-yüksüz işləmə deməkdir).

Əgər yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri məlum olarsa onun A şəkilli əmsallarını (onlar vasitəsilə digər əmsalları) təyin etmək olar. Yəni yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri məlum olarsa, dönən dördqütblülərin tənlikləri tərtib edilə bilər.

Dönməyən dördqütblülərin tənliklərinin tərtib edilməsi üçün bu parametrlər kafi deyil.

Belə ki, bunlardan yalnız üçü sərbəstdir. Çünki, (1), (2), (3) və (4)-lə yanaşı $\frac{Z_{1q.q.}}{Z_{1y.i.}} = \frac{Z_{2q.q.}}{Z_{2y.i.}}$

şerti ödənilir. Dördqütblü simmetrik olduqda

$$Z_{1q.q.} = Z_{2q.q.} ; \quad Z_{1y.i.} = Z_{2y.i.}$$

olduğundan simmetrik dördqütblü iki parametri ilə xarakterizə edilir. Dördqütblünün yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri onun istənilən şəkilli əmsalları ilə ifadə oluna bilər.

Aşağıda yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrlərinin A şəkilli əmsallarla ifadələri verilmişdir.

$$Z_{1q.q.} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \quad (5) ; \quad Z_{2q.q.} = \frac{A_{12}}{A_{11}} \quad (6)$$

$$Z_{1y.i.} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \quad (7) ; \quad Z_{2y.i.} = \frac{A_{22}}{A_{21}} \quad (8)$$

Eyni ilə dördqütblünün müxtəlif şəkilli əmsalları onun yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri ilə ifadə edilə bilər. Doğrudan da (5), (6), (7) və (8) ifadələrini birlikdə A əmsallarına nəzərən həll etməklə A şəkilli əmsalların yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrlərindən asılı ifadələrini almaq olar.

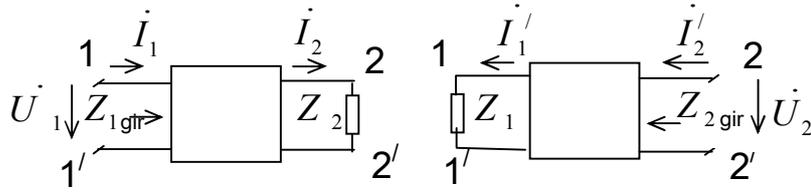
$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{1y.i.}}{Z_{2y.i.} - Z_{2q.q.}}}$$

$$A_{21} = \frac{A_{11}}{Z_{1y.i.}} ; \quad A_{12} = A_{11} Z_{2q.q.} ; \quad A_{22} = \frac{Z_{2y.i.}}{Z_{1y.i.}} A_{11}$$

Yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri təcrübi yolla asanlıqla tapıldığından müxtəlif əmsalların bu parametrlər vasitəsilə hesablanması sadədir.

13.5. İXTİYARİ YÜKDƏ DÖRDQÜTBLÜNÜN GİRİŞ MÜQAVİMƏTİ

Dördqütblünün $2-2'$ nöqtələrinə hər hansı ixtiyari Z_2 müqaviməti qoşulduqda, onun $1-1'$ sıxaclarına nəzərən giriş müqavimətini $Z_{1\text{ gir}}$, eyni ilə $1-1'$ nöqtələrinə ixtiyari Z_1 müqaviməti qoşulduqda isə onun $2-2'$ sıxaclarına nəzərən giriş müqavimətini $Z_{2\text{ gir}}$ adlandırmaq. (şəkil 180)



Şəkil 180

Birinci və ikinci tərəfin giriş müqavimətləri Om qanununa görə aşağıdakı kimi tapıla bilər:

$$Z_{1\text{gir}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \quad (1) \quad ; \quad Z_{2\text{gir}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}'_2} \quad (2)$$

Dördqütblünün bu giriş müqavimətləri onun istənilən şəkilli əmsalları və Z_1 , Z_2 müqavimətləri ilə ifadə edilə bilər.

Dördqütblünün düz və əks ötürmədəki A şəkilli tənliklərini (1) və (2)-də nəzərə alaraq.

$$Z_{1\text{gir}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}'_2}{A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}'_2} = \frac{A_{12} + Z_2A_{11}}{A_{22} + Z_2A_{21}} \quad (3)$$

$$Z_{2\text{gir}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}'_2} = \frac{A_{22}\dot{U}_1 + A_{12}\dot{I}'_1}{A_{21}\dot{U}_1 + A_{11}\dot{I}'_1} = \frac{A_{12} + A_{22}Z_1}{A_{11} + A_{21}Z_1} \quad (4)$$

Burada $Z_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}'_2}$ və $Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}'_1}$

(3) və (4) ixtiyari yükdə dördqütblünün giriş müqavimətlərinin A əmsalları ilə ifadəsidir. Bu müqavimətləri başqa əmsallarla da ifadə etmək olar.

(3) və (4)-ə əsasən giriş müqavimətlərini yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri ilə də ifadə etmək olar.

$$Z_{1\text{gir}} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \frac{A_{12}/A_{11} + Z_2}{A_{22}/A_{21} + Z_2} = Z_{1y.i.} \frac{Z_{2q.q.} + Z_2}{Z_{2y.i.} + Z_2} \quad (5)$$

$$Z_{2\text{gir}} = \frac{A_{22}}{A_{21}} \frac{A_{12}/A_{22} + Z_1}{A_{11}/A_{21} + Z_1} = Z_{2y.i.} \frac{Z_{1q.q.} + Z_1}{Z_{1y.i.} + Z_1} \quad (6)$$

(5) və (6) ifadələri dördqütblünün giriş müqavimətlərinin ixtiyari yükdə yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri ilə ifadəsidir.

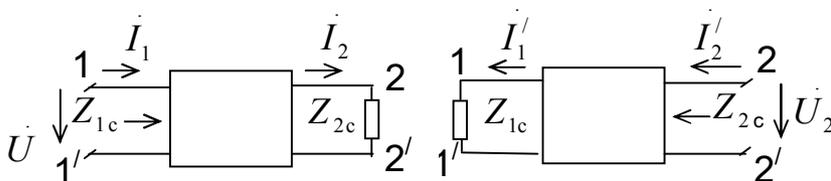
13.6. DÖRDQÜTBLÜNÜN XARAKTERİSTİK PARAMETRLƏRİ

Fərz edək ki, şəkil 180-də göstərilmiş sxemdə Z_1 və Z_2 müqavimətləri elə seçilmişdir ki, $Z_{1\text{gir}} = Z_1$ və $Z_{2\text{gir}} = Z_2$. Başqa sözlə, elə iki $Z_1 = Z_{1c}$ və $Z_2 = Z_{2c}$ müqavimətləri vardır ki, dördqütblü bu müqavimətlərlə yükləndikdə (şəkil 181)

$$Z_{1\text{gir}} = Z_1 = Z_{1c} \quad (1)$$

$$Z_{2\text{gir}} = Z_2 = Z_{2c} \quad (2)$$

Bu cür seçilmiş Z_{1c} və Z_{2c} müqavimətləri dördqütblünün xarakteristik müqavimətləri adlanır.



Şəkil 181

Xarakteristik müqavimətlərlə yüklənmiş dördqütblü uyğun yüklənmiş dördqütblü adlanır. Uyğun yüklənmə halında ((1) və (2) nəzərə alınmaqla) dördqütblünün giriş müqavimətləri aşağıdakı kimi yazıla bilər.

$$Z_{1C} = \frac{A_{12} + Z_{2C}A_{11}}{A_{22} + Z_{2C}A_{21}} \quad (3) \quad Z_{2C} = \frac{A_{12} + A_{22}Z_{1C}}{A_{11} + A_{21}Z_{1C}} \quad (4)$$

(3) və (4) tənliklərini birlikdə həll etməklə dördqütblünün xarakteristik müqavimətləri olan Z_{1c} və Z_{2c} -nin A əmsalları ilə ifadəsini alırıq:

$$Z_{1C} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} \quad (5) \quad Z_{2C} = \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}} \quad (6)$$

Dördqütblünün digər xarakteristik parametri g -dir. g elə bir kəmiyyətdir ki, onun hiperbolik kosinus və sinusu A əmsalından asılı olaraq aşağıdakı kimi tapılır.

$$chg = \sqrt{A_{11}A_{22}} \quad (7)$$

$$shg = \sqrt{A_{12}A_{21}} \quad (8)$$

Eyni zamanda $ch^2g - sh^2g = 1$ şərti ödənilir. $g = a + jb$ olub, kompleks kəmiyyətdir. g dördqütblünün ötürmə həddi adlanır. Burada a -dördqütblünün sönməsi və ya sönmə əmsalı, b -faz əmsalı adlanır.

İndi A əmsallarını xarakteristik parametrlərlə ifadə edək. Bunun üçün (5) və (6) tənliklərini tərəf-tərəfə vuraq və bölək.

$$\frac{Z_{1C}}{Z_{2C}} = \frac{A_{11}}{A_{22}} \quad \text{və ya} \quad \sqrt{\frac{Z_{1C}}{Z_{2C}}} = \sqrt{\frac{A_{11}}{A_{22}}} \quad (9)$$

$$Z_{1C}Z_{2C} = \frac{A_{12}}{A_{21}} \quad \text{və ya} \quad \sqrt{Z_{1C}Z_{2C}} = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} \quad (10)$$

(7) və (8) ifadələrini (9) və (10) ifadələrinə tərəf-tərəfə vurub və bölsək alınır ki,

$$A_{11} = \sqrt{\frac{Z_{1C}}{Z_{2C}}} chg \quad (11) \quad ; \quad A_{12} = \sqrt{Z_{1C}Z_{2C}} shg \quad (12)$$

$$A_{22} = \sqrt{\frac{Z_{2C}}{Z_{1C}}} chg \quad (13) \quad ; \quad A_{21} = \frac{1}{\sqrt{Z_{1C}Z_{2C}}} shg \quad (14)$$

(11), (12), (13) və (14) ifadələri A əmsallarının xarakteristik parametrlərlə ifadəsidir. A əmsallarının bu qiymətlərini dördqütblünün A şəkilli tənliklərində nəzərə alaq.

$$\dot{U}_1 = \sqrt{\frac{Z_{1C}}{Z_{2C}}} \left(\dot{U}_2 chg + Z_{2c} \dot{I}_2 shg \right) \quad (15)$$

$$\dot{I}_1 = \sqrt{\frac{Z_{2C}}{Z_{1C}}} \left(\dot{I}_2 chg + \frac{1}{Z_2} \dot{U}_2 shg \right) \quad (16)$$

(15) və (16) dördqütblünün hiperbolik şəkilli tənlikləridir. Əgər dördqütblü uyğun yüklənibsə,

$Z_{2c} = Z_2$; $Z_2 \dot{I}_2 = \dot{U}_2$; $\frac{\dot{U}_2}{Z_2} = \dot{I}_2$ olduğundan (15) və (16)-dan alırıq:

$$\dot{U}_1 = \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} \dot{U}_2 (chg + shg) \quad ; \quad \dot{I}_1 = \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \dot{I}_2 (chg + shg)$$

Riyaziyyatdan bilirik ki, $chg + shg = e^g$

Onda alırıq ki,

$$\dot{U}_1 = \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} \dot{U}_2 e^g \quad (17) \quad \dot{I}_1 = \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \dot{I}_2 e^g \quad (18)$$

(17) və (18) dördqütblünün uyğun yüklənmə halında tənlikləridir. (17) və (18)-dən görünür ki, dördqütblünün girişindəki və çıxışındakı gərginlik və cərəyanların modulları aşağıdakı tənliklərlə bir-birilə əlaqədardır.

$$U_1 = \sqrt{\frac{z_{1c}}{z_{2c}}} U_2 e^a \quad ; \quad I_1 = \sqrt{\frac{z_{2c}}{z_{1c}}} I_2 e^a$$

Əgər dördqütblünün Z_{1c} və Z_{2c} xarakteristik müqavimətlərinin arqumentləri uyğun olaraq φ_{1c} və φ_{2c} olarsa, onda dördqütblünün giriş gərginliyinin çıxış gərginliyinə nəzərən faz sürüşməsi (fazlar fərqi)

$$b + \frac{1}{2}(\varphi_{1c} - \varphi_{2c})$$

Eynilə cərəyanlar arasındakı faza sürüşməsi

$$b + \frac{1}{2}(\varphi_{2c} - \varphi_{1c}) \quad \text{olar.}$$

b -faz əmsəlidir. Əgər $\varphi_{1c} = \varphi_{2c}$ olarsa, giriş gərginliyi və cərəyanı ilə çıxış gərginliyi və cərəyanı arasındakı faz sürüşməsi (fazlar fərqi) b -yə bərabər olur.

(17) və (18) ifadələrini tərəf-tərəfə vuraraq e^{2g} -ni təyin edək.

$$e^{2g} = \left(\frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \right)_{Z_2=Z_{2c}}$$

Buradan

$$g = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \right)_{Z_2=Z_{2c}} \quad (19)$$

Digər tərəfdən yazmaq olar ki,

$$e^g = chg + shg = \sqrt{A_{11}A_{22}} + \sqrt{A_{12}A_{21}}$$

Buradan isə

$$g = \ln \left(\sqrt{A_{11}A_{22}} + \sqrt{A_{12}A_{21}} \right) \quad (20)$$

g məlum olarsa, (19) və (20) ifadələrinin həqiqi hissəsi kimi a təyin edilə bilər.

Əgər dördqütblü simmetrik olarsa, bu halda $A_{11} = A_{22}$ olduğundan $Z_{1c} = Z_{2c} = Z_c = \sqrt{A_{12}/A_{21}}$

Z_c -simmetrik dördqütblünün xarakteristik müqavimətidir. Əgər dördqütblünü bu müqavimətlə yükləsək onun giriş müqaviməti də Z_c -yə bərabər olacaq.

Yəni

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_c$$

Yəni simmetrik dördqütblüdə giriş gərginliyinin giriş cərəyanına olan nisbəti, çıxış gərginliyinin çıxış cərəyanına olan nisbətinə bərabər olub, onun xarakteristik müqavimətini verir. Simmetrik dördqütblü üçün hiperbolik şəkilli tənlikləri yazaq. (15) və (16)-a əsasən

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch}g + Z_c \dot{I}_2 \operatorname{sh}g \quad (21)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \operatorname{ch}g + \frac{1}{Z_c} \dot{U}_2 \operatorname{sh}g \quad (22)$$

Dördqütblü uyğun yüklənmişsə, yəni $Z_c = Z_2$ olarsa, bu halda $Z_c \dot{I}_2 = \dot{U}_2$ olduğundan

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 e^g \quad (23)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 e^g \quad (24)$$

Bu ifadələr simmetrik dördqütblünün hiperbolik şəkilli tənlikləridir. (23) və (24)-dən görünür ki,

$$\left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{Z_2=Z_c} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{Z_2=Z_c} = e^g; \quad g = \ln \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{Z_2=Z_c} = \ln \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{Z_2=Z_c}$$

Bu ifadəyə əsasən isə sönmə əmsalı a təyin edilə bilər.

$$a = \ln \left(\frac{U_1}{U_2} \right)_{Z_2=Z_c} = \ln \left(\frac{I_1}{I_2} \right)_{Z_2=Z_c} \quad (25)$$

Bu halda sönmə əmsalı dördqütblünün girişindəki gərginlik və cərəyanın çıxışındakına nisbətən nə qədər böyük olduğunu göstərir. Ümumiyyətlə, sönmə və faz əmsalı adsız kəmiyyətlərdir. Sönmə əmsalını neperlərlə, faz əmsalını isə radianlarla ölçürlər. (25)-dən görünür ki, bir neper sönmə çıxış gərginliyi və cərəyanının təsiredici qiymətinin girişinkinə nəzərən e qədər azalması deməkdir ($e \approx 2,71$ olub, Neper ədədidir). Doğrudan da

$$\ln \frac{U_1}{U_2} = \ln \frac{I_1}{I_2} = 1 \quad \text{olarsa}$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{I_2} = e \approx 2,71$$

Radiotexnikada sönməni Bellərlə və ya detsiBellərlə ölçürlər. Belə ölçmədə sönmə əmsalı

$$a_B = \lg \frac{S_1}{S_2} = \lg \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2}$$

kimi təyin edilir. Buradan görünür ki, əgər çıxışdakı güc girişdəkinə nəzərən 10 dəfə azalmışsa, bu halda sönmə 1 Beldir. Azalma 100 dəfə olarsa, bu sönmənin 2 Bel olduğunu göstərir.

13.7. ÖTÜRMƏ FUNKSİYASI

Dördqütblünün çıxışdakı elektrik kəmiyyətlərinin təsiredici qiymətlərinin (gərginliyin, cərəyanın və s.) girişdəkinə nisbəti ötürmə funksiyası, ötürmə əmsalı və ya amplitud-faz xarakteristikası adlanır.

Çıxışdakı gərginliyin, girişdəkinə nisbəti gərginlik üzrə ötürmə əmsalı, çıxışdakı cərəyanın girişdəkinə nisbəti isə cərəyan üzrə ötürmə əmsalı adlanır. Bunlar uyğun olaraq K_U və K_I kimi işarə edilir.

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}; \quad K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$$

K_U və K_I ümumi halda kompleks kəmiyyətlər olub, tezlikdən asılıdırlar. Gücləndirici qurğularda bu əmsallar gücləndirmə əmsalı (gərginlik və ya cərəyan üzrə) adlanırlar.

Çıxış gərginliyinin, giriş cərəyanına olan nisbəti ötürmə müqaviməti, çıxış cərəyanının, giriş gərginliyinə olan nisbəti isə ötürmə keçiriciliyi adlanır.

$$Z = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}; \quad Y = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$$

Z və Y də ümumi halda kompleks kəmiyyətlər olub tezlikdən asılıdırlar.

Yuxarıda göstərilən kompleks kəmiyyətlərin nisbətlərinin modulları amplitud-tezlik, arqumentləri isə faz-tezlik xarakteristikaları adlanır.

Hər hansı ixtiyari Z_2 müqaviməti ilə yüklənən dördqütblünün ötürmə funksiyaları onun istənilən şəkilli əmsalları və Z_2 müqaviməti ilə ifadə oluna bilər.

Ötürmə funksiyalarının $|A|$ əmsalları ilə ifadəsini müəyyən edək.

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\dot{U}_2}{A_{11}\dot{U}_2 + A_{12}\dot{I}_2} = \frac{\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}}{A_{11}\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} + A_{12}} = \frac{Z_2}{A_{11}Z_2 + A_{12}}$$

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{I}_2}{A_{21}\dot{U}_2 + A_{22}\dot{I}_2} = \frac{\frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}}{A_{21}\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} + A_{22}} = \frac{1}{A_{21}Z_2 + A_{22}} \text{ Burada } \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = Z_2$$

Yüksüz işləmədə ($I_2 = 0$) və qısa qapanmada ($U_2 = 0$) bu əmsallar aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$K_{U_{y.i.}} = \frac{1}{A_{11}} \quad K_{I_{q.q.}} = \frac{1}{A_{22}}$$

Aydın ki, əks ötürmədə isə

$$K'_{U_{y.i.}} = \frac{1}{A_{22}} \quad K'_{I_{q.q.}} = \frac{1}{A_{11}}$$

Göründüyü kimi dördqütblü simmetrik olarsa, bu əmsallar bir-birinə bərabər olar.

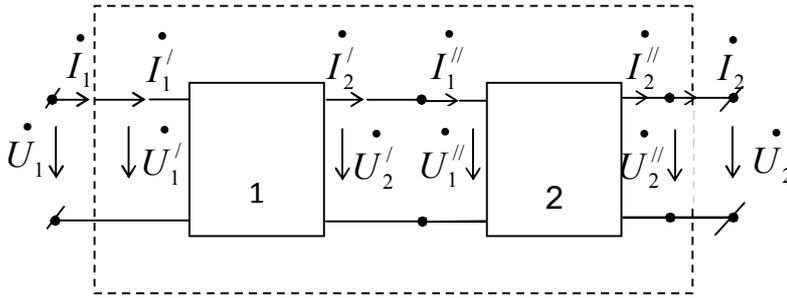
13.8. DÖRDQÜTBLÜLƏRİN BİRLƏŞMƏ SXEMLƏRİ

Bir dördqütblüdən ibarət dördqütblülər sadə dördqütblülərdir. Mürəkkəb dördqütblülər isə bir neçə sadə dördqütblünün birləşməsindən ibarətdir. Mürəkkəb dördqütblünü yaradan bu sadə dördqütblülər bir-biri ilə müxtəlif formada birləşə bilərlər. Onlar bir-biri ilə kaskad, ardıcıl, paralel, ardıcıl-paralel və paralel-ardıcıl birləşirlər.

1. Kaskad birləşmə.

Praktikada dördqütblülərin kaskad birləşməsi geniş yayılmışdır. Kaskad birləşmədə birinci dördqütblünün çıxışı ikincinin girişinə, ikincinin çıxışı üçüncünün girişinə və s. (bu ardıcılıqla) birləşdirilir.

Şəkil 182-də iki dördqütblü kaskad birləşdirilmişdir.



Şəkil 182

Dördqütblülərin $|A|$ şəkilli tənliklərinə əsasən yazmaq olar ki,

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= A'_{11} \dot{U}_2' + A'_{12} \dot{I}_2' \\ \dot{I}_1 &= A'_{21} \dot{U}_2' + A'_{22} \dot{I}_2' \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

və

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1'' &= A''_{11} \dot{U}_2'' + A''_{12} \dot{I}_2'' \\ \dot{I}_1'' &= A''_{21} \dot{U}_2'' + A''_{22} \dot{I}_2'' \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$A'_{11}, A'_{12}, A'_{21}$ və A'_{22} birinci dördqütblüyə, $A''_{11}, A''_{12}, A''_{21}$ və A''_{22} isə ikinci dördqütblüyə aid əmsallardır.

Burada $\dot{U}_2' = \dot{U}_1''$ və $\dot{I}_2' = \dot{I}_1''$. Bu ifadələri (2) tənliklər sistemində nəzərə alıb onları (1) tənliklər sistemində yerinə yazsaq, alarıq:

$$\dot{U}_1 = (A'_{11}A''_{11} + A'_{12}A''_{21})\dot{U}_2 + (A'_{11}A''_{12} + A'_{12}A''_{22})\dot{I}_2 \quad (3)$$

$$\dot{I}_1 = (A'_{21}A''_{11} + A'_{22}A''_{21})\dot{U}_2 + (A'_{21}A''_{12} + A'_{22}A''_{22})\dot{I}_2 \quad (4)$$

Burada

$$A_{11} = A'_{11}A''_{11} + A'_{12}A''_{21} \quad A_{21} = A'_{21}A''_{11} + A'_{22}A''_{21}$$

$$A_{12} = A'_{11}A''_{12} + A'_{12}A''_{22} \quad A_{22} = A'_{21}A''_{12} + A'_{22}A''_{22}$$

A_{11}, A_{12}, A_{21} və A_{22} kaskad birləşmədən alınan yekun dördqütblünün $|A|$ əmsallarıdır.

(1) və (2) tənliklər sistemini matris şəklində yazsaq, alarıq:

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}'_2 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix} = \|A_1\| \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}'_2 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1'' \\ \dot{I}_1'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A''_{11} & A''_{12} \\ A''_{21} & A''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \|A_2\| \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Burada } \|A_1\| = \begin{pmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{pmatrix} \quad \text{və} \quad \|A_2\| = \begin{pmatrix} A''_{11} & A''_{12} \\ A''_{21} & A''_{22} \end{pmatrix}$$

olub uyğun olaraq birinci və ikinci dördqütblünün $|A|$ əmsallarından düzəldilmiş matrislərdir.

Şəkil 182-dən görüldüyü kimi

$$\dot{U}_1 = \dot{U}'_1 \quad \dot{I}_1 = \dot{I}'_1, \quad \dot{U}_2 = \dot{U}_2'' \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_2'', \quad \dot{U}'_2 = \dot{U}_1'' \quad \dot{I}'_2 = \dot{I}_1''$$

Bunları nəzərə alaraq yazıla bilər ki,

$$\begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{I}_1 \end{pmatrix} = \|A_1\| \cdot \|A_2\| \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1'' \\ \dot{I}_1'' \end{pmatrix} = \|A\| \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_2 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Burada } \|A\| = \|A_1\| \cdot \|A_2\|$$

Yeni kaskad birləşmə nəticəsində alınmış yekun mürəkkəb dördqütblünün $\|A\|$ matrisi onu təşkil edən sadə dördqütblülərin $\|A\|$ matrislərinin hasilinə bərabərdir.

$\|A_1\|$ və $\|A_2\|$ matrislərinin hasilindən alınan matrisi təşkil edən elementlər isə eyni ilə (3) və (4) tənliklərində alınan A_{11}, A_{12}, A_{21} və A_{22} əmsallarına bərabər olacaqdır.

Bu əmsallar kaskad birləşmə nəticəsində alınmış mürəkkəb dördqütblünün $|A|$ əmsallarının onları yaradan sadə dördqütblülərin $|A|$ əmsalları ilə ifadəsidir.

Fərz edək ki, karakteristik müqavimətləri eyni olan bir neçə simmetrik dördqütblü kaskad birləşmişdir.

Əgər bu cür birləşmiş dördqütblülərdən sonuncu uyğun yüklənmiş olarsa, (yəni onun yükləndiyi müqavimət Z_c olarsa) onda onun giriş müqaviməti də yükün müqavimətinə, yeni Z_c -yə bərabər olacaqdır. Bu halda ondan əvvəlki dördqütblülərin hamısı uyğun yüklənmiş olacaqdır. Eyni zamanda kaskad birləşmədən ibarət mürəkkəb dördqütblünün də giriş müqaviməti Z_c -yə bərabər olacaq.

Beləliklə, birləşmə sıxaclarına nəzərən karakteristik müqavimətlərə malik iki və daha çox dördqütblülərin kaskad birləşməsi uyğun birləşmə adlanır.

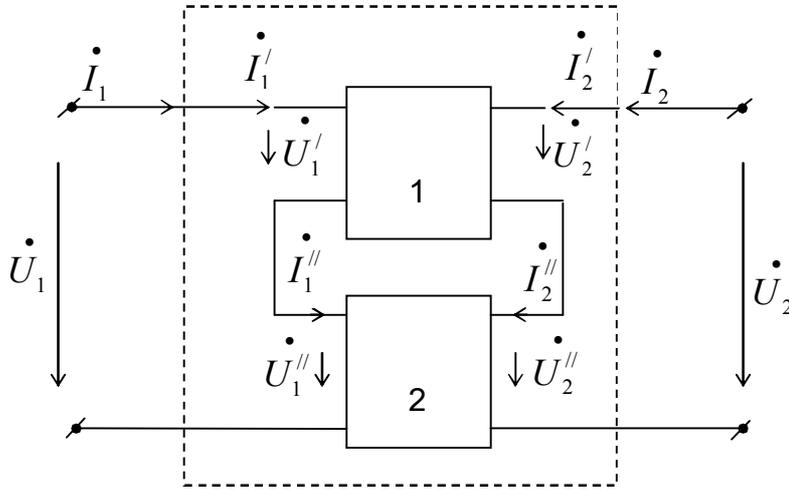
Uyğun kaskad birləşmədə ümumi birləşmənin (zəncirin) ötürmə həddi (sönmə a və faz əmsalı b) ayrı-ayrı dördqütblülərin ötürmə əmsallarının cəminə bərabərdir.

$$g = \sum_{k=1}^n g_k ; \quad a = \sum_{k=1}^n a_k ; \quad b = \sum_{k=1}^n b_k$$

Bir neçə uyğun yüklənmiş dördqütblünün kaskad birləşməsi zamanı ötürmə, sönmə və faz əmsallarının yuxarıdakı qayda ilə artırılma imkanı dördqütblülərin sintezində geniş istifadə olunur.

2. Ardıcıl birləşmə.

Şəkil 183-də iki dördqütblünün ardıcıl birləşdirilməsi göstərilmişdir.



Şəkil 183

Ardıcıl birləşmədə dördqütblünün parametrlərini müəyyən etmək üçün onun $|Z|$ şəkilli tənliklərindən istifadə etmək məqsədəuyğundur.

Belə ki, $|Z|$ şəkilli tənlikləri matris formada yazsaq, alarıq ki,

$$\begin{pmatrix} \dot{U}'_1 \\ \dot{U}'_2 \end{pmatrix} = \|Z_1\| \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix} \quad \text{və} \quad \begin{pmatrix} \dot{U}''_1 \\ \dot{U}''_2 \end{pmatrix} = \|Z_2\| \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}''_1 \\ \dot{I}''_2 \end{pmatrix}$$

Burada $\|Z_1\|$ və $\|Z_2\|$ uyğun olaraq birinci və ikinci dördqütblünün $\|Z\|$ parametrlərindən ibarət matrislərdir.

$$\|Z_1\| = \begin{pmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{pmatrix} \quad ; \quad \|Z_2\| = \begin{pmatrix} Z''_{11} & Z''_{12} \\ Z''_{21} & Z''_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}'_1 + \dot{U}''_1 & ; & \quad \dot{U}_2 = \dot{U}'_2 + \dot{U}''_2 & \quad \text{və} \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}'_1 = \dot{I}''_1 & ; & \quad \dot{I}_2 = \dot{I}'_2 = \dot{I}''_2 \end{aligned}$$

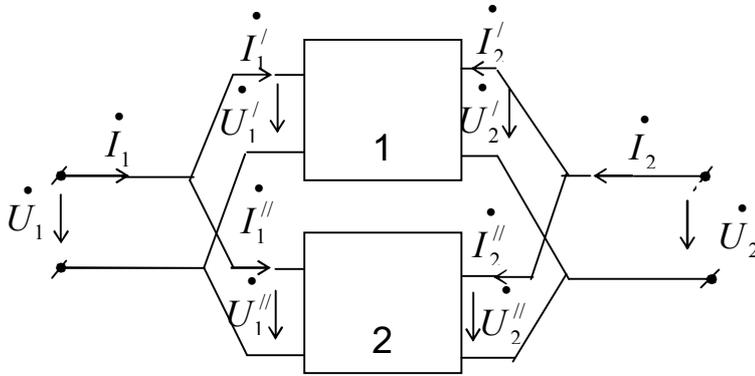
olduğunu nəzərə alsaq, alarıq ki,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \dot{U}'_1 \\ \dot{U}'_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{U}''_1 \\ \dot{U}''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z'_{11} & Z'_{12} \\ Z'_{21} & Z'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z''_{11} & Z''_{12} \\ Z''_{21} & Z''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}''_1 \\ \dot{I}''_2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} Z'_{11} + Z''_{11} & Z'_{12} + Z''_{12} \\ Z'_{21} + Z''_{21} & Z'_{22} + Z''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix} = \{ \|Z_1\| + \|Z_2\| \} \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix} = \|Z\| \cdot \begin{pmatrix} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Burada $\|Z\| = \|Z_1\| + \|Z_2\|$ olub ardıcıl birləşmədən alınmış yekun dördqütblünün $\|Z\|$ şəkilli matrisidir. Göründüyü kimi, ardıcıl birləşmədə yekun dördqütblünün ekvivalent $\|Z\|$ matrisi ayrı-ayrı dördqütblülərin $\|Z\|$ matrislərinin cəminə bərabərdir.

3. Paralel birləşmə.

Şəkil 184-də iki dördqütblünün paralel birləşməsi göstərilmişdir.



Şəkil 184

Paralel birləşmədə yekun dördqütblünün parametrlərini təyin etmək üçün dördqütblülərin $\|Y\|$ şəkilli tənliklərindən istifadə etmək məqsədəuyğundur.

$\|Y\|$ şəkilli tənlikləri matris şəklində yazsaq, alarıq ki,

$$\begin{pmatrix} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y'_{11} & Y'_{12} \\ Y'_{21} & Y'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}'_1 \\ \dot{U}'_2 \end{pmatrix}$$

və

$$\begin{pmatrix} \dot{I}''_1 \\ \dot{I}''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y''_{11} & Y''_{12} \\ Y''_{21} & Y''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}''_1 \\ \dot{U}''_2 \end{pmatrix}$$

$$\dot{U}_1 = \dot{U}'_1 = \dot{U}''_1 \quad ; \quad \dot{U}_2 = \dot{U}'_2 = \dot{U}''_2 \quad \text{və} \quad \dot{I}_1 = \dot{I}'_1 + \dot{I}''_1 \quad ; \quad \dot{I}_2 = \dot{I}'_2 + \dot{I}''_2$$

olduğunu nəzərə alsaq,

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{I}'_1 \\ \dot{I}'_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{I}''_1 \\ \dot{I}''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y'_{11} & Y'_{12} \\ Y'_{21} & Y'_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}'_1 \\ \dot{U}'_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y''_{11} & Y''_{12} \\ Y''_{21} & Y''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}''_1 \\ \dot{U}''_2 \end{pmatrix}$$

alarıq.

Buradan isə yazı bilərik ki,

$$\begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix} = \left\{ \begin{pmatrix} Y'_{11} & Y'_{12} \\ Y'_{21} & Y'_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y''_{11} & Y''_{12} \\ Y''_{21} & Y''_{22} \end{pmatrix} \right\} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} =$$

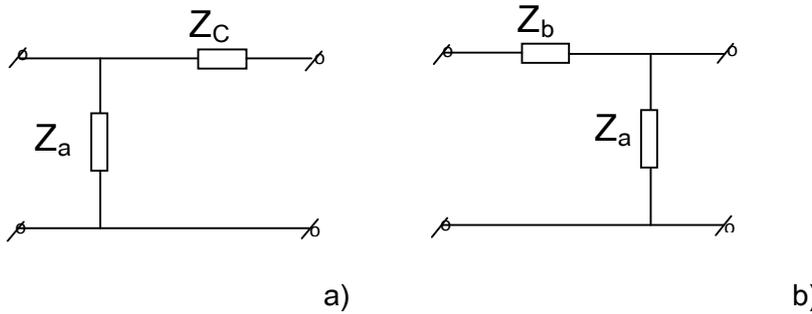
$$= \begin{pmatrix} Y'_{11} + Y''_{11} & Y'_{12} + Y''_{12} \\ Y'_{21} + Y''_{21} & Y'_{22} + Y''_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \{ \|Y_1\| + \|Y_2\| \} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = \|Y\| \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix}$$

Burada $\|Y\| = \|Y_1\| + \|Y_2\|$ olub paralel birləşmədən alınmış yekun dördqütblünün $\|Y\|$ şəkilli matrisidir.

Beləliklə, görünür ki, paralel birləşmədə yekun ekvivalent dördqütblünün $|Y|$ matrisi ayrı-ayrı dördqütblülərin $|Y|$ matrislərinin cəminə bərabərdir.

13.9. Γ ŞƏKİLLİ DÖRDQÜTBLÜLƏRİN PARAMETRLƏRİNİN TƏYİNİ

Fərz edək ki, şəkil 185-də göstərilədiyi kimi, Γ şəkilli dördqütblü verilmişdir.



Şəkil 185

Bu Γ şəkilli dördqütblülərin $|A|$ əmsalları birbaşa onun $|A|$ formalı tənliklərindən təyin edilə bilər.

Belə ki, $|A|$ şəkilli tənliklərdən yazı bilərik ki,

$$A_{11} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{I_2=0}$$

Şəkil 185 (a)-dan görüldüyü kimi, $I_2 = 0$ olduqda $\dot{U}_1 = \dot{U}_2$ olduğundan

$$A_{11} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} \right)_{I_2=0} = 1$$

Yenə $|A|$ şəkilli tənliklərə əsasən şəkil 185 (a)-dan

$$A_{22} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right)_{U_2=0} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_1 \frac{Z_a}{Z_a + Z_C}} = 1 + \frac{Z_C}{Z_a}$$

$$A_{12} = \left(\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2} \right)_{U_2=0} = \frac{\dot{U}_1}{\frac{1}{Z_C} \dot{U}_1} = Z_C$$

$$A_{21} = \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2} \right)_{I_2=0} = \frac{\dot{U}_2}{Z_a} = \frac{1}{Z_a}$$

Xarakteristik parametrlər isə aşağıdakı kimi tapıla bilər.

$$Z_{1C} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} = \sqrt{\frac{Z_C}{\frac{1}{Z_a}(1 + \frac{Z_C}{Z_a})}} = Z_a \sqrt{\frac{Z_C}{Z_a + Z_C}} \quad (1)$$

$$Z_{2C} = \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}} = \sqrt{\frac{(1 + \frac{Z_C}{Z_a})Z_C}{\frac{1}{Z_a}}} = \sqrt{Z_C(Z_a + Z_C)} \quad (2)$$

$$chg = \sqrt{A_{11}A_{22}} = \sqrt{1 + \frac{Z_C}{Z_a}} \quad (3)$$

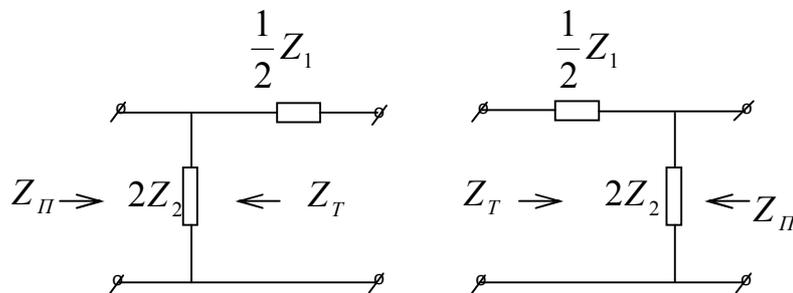
Şəkil 185 (b)-dən isə alarıq ki,

$$Z_{1C} = \sqrt{Z_b(Z_a + Z_b)} \quad (4)$$

$$Z_{2C} = Z_a \sqrt{\frac{Z_b}{Z_a + Z_b}} \quad (5)$$

$$chg = \sqrt{1 + \frac{Z_b}{Z_a}} \quad (6)$$

Elektrik süzgeçlərinin hesabı zamanı Γ şəkilli dördqütblülər şəkil 186-da göstəriləyi kimi qəbul edilir. Həm də bu zaman onun ötürmə həddi $g/2$ götürülür. Bu halda iki Γ şəkilli dördqütblünün



Şəkil 186

kaskad birləşməsi zamanı T və ya Π şəkilli dördqütblü alınır ki, bu dördqütblünün də ötürmə həddi Γ şəkilli dördqütblünün ötürmə həddinin iki mislinə bərabər, yeni g götürülür.

Bu zaman dördqütblünün paralel budaq tərəfdən xarakteristik müqaviməti Z_{II} ilə ardıcıl budaq tərəfdən isə müqaviməti Z_T ilə işarə edilir.

Yuxarıda yazılmış (1), (2), (3), (4), (5) və (6) ifadələrinə əsasən;

$$Z_T = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)}$$

$$Z_{II} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}$$

$$ch \frac{g}{2} = \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (7)$$

$$sh \frac{g}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (8)$$

alınır. (7) və (8) ifadəsini nəzərə almaqla göstərmək olar ki,

$$chg = 1 + 2sh^2 \frac{g}{2} = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2}$$

Bu ifadələr elektrik süzgeçləri nəzəriyyəsində istifadə edilir.

14. ELEKTRİK SÜZGƏCLƏRİ

14.1. SÜZGƏCLƏRİN SİNİFLƏRƏ BÖLÜNMƏSİ

Rezonans dövrləri öyrənilərkən rəqs konturları və onların buraxma zolağı anlayışı ilə tanış olmuşduq. Göstərmişdik ki, rəqs konturunun keyfiyyətliliyi (keyfiyyət əmsalı) nə qədər çox olarsa, rezonans əyrisinin itiliyi bir o qədər çox olur və ya buraxma zolağı bir o qədər kiçik (dar) olur. Başqa sözlə, rəqs konturunun tezlik seçmə qabiliyyəti yüksək olur. Rəqs konturu hər hansı rezonans tezliyini və ya ona yaxın tezlikləri başqa tezliklərdən ayırır. Praktikada hər hansı bir tezliyi deyil, müəyyən bir tezlik zolağını başqa tezliklərdən ayırmaq lazım gəlir. (Məsələn, insan nitqinin radio ilə verilməsi zamanı). Bu halda elektrik süzgeçlərindən istifadə edirlər.

Süzgeç müəyyən tezlik zolağını kiçik sönmə ilə başqa tezliklərdən ayıran passiv dördqütblüdür. Buraxma zolağından kənarında sönmə böyükdür. Sönmə kiçik olan və ya sıfır olan (ideal halda) tezlik zolağı süzgecin buraxma zolağı adlanır. Bu tezlik zolağından kənar tezlik zolağı sönmə zolağı adlanır. Süzgeç əsasən mənbə ilə işlədici arasında qoşulub, işlədiciyə yalnız müəyyən tezlik zolağını sönməsiz və ya az sönmə ilə buraxır. Süzgeçlər müxtəlif sahələrdə istifadə edilir. Onların əsas işləndiyi sahələr rabitə, radio, cihazqayırma, avtomatika və s. ümumiyyətlə, tezliklərin ayrılması lazım gələn bütün sahələrdir. İlk dəfə tezliklərin ayrılması prinsipindən istifadə edərək rus mühəndisi Q. Q. İqnatov 1880-ci ildə eyni vaxtda bir məftillə (bir xətlə) telefon və teleqraf rabitəsini həyata keçirə bilmişdir. Bunun üçün o, induktiv sarğaçlar və kondensatorlardan istifadə etmişdir. Bu sarğaç və kondensatorlar ilk sadə süzgeçlər olmuşlar. Bunlar vasitəsilə yüksək tezliklər alçaq tezliklərdən ayrılmışdır. Elektrik süzgeci də dördqütblü

olduğundan onların nəzəriyyəsi də dördqütblülər nəzəriyyəsinə əsaslanır. Süzğəclər müxtəlif göstəricilərinə görə siniflərə bölünürlər.

Buraxdığı tezliklərə görə süzğəclər dörd növ olurlar:

1. Alçaq tezlikli süzğəclər.
2. Yüksək tezlikli süzğəclər
3. Zolaq süzğəcləri.
4. Çəpərləyici süzğəclər.

Birləşmə sxemlərinə görə isə süzğəclər Γ , T, Π , körpü və s. şəkilli olurlar.

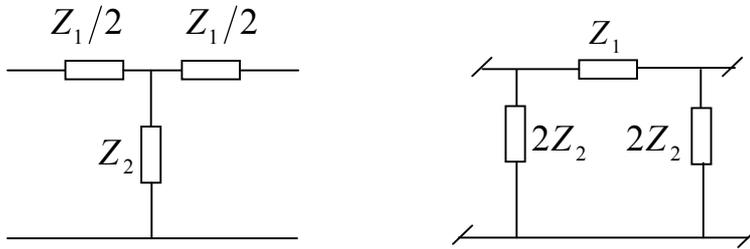
Xarakteristikalarına görə də süzğəclər sadə "K" tipli və yüksək keyfiyyətli törəmə süzğəclər olan "m" tipli olurlar.

Onları təşkil edən elementlərə görə də süzğəclər reaktiv (L və C-dən ibarət), pyezoelektrik (əsasən kvars plastinkalardan ibarət), induksiyasız (r və C-dən ibarət) və s. olurlar.

14.2. REAKTİV SÜZĞƏCLƏRİN BURAXMA ŞƏRTİ

Ən sadə süzğəclər Γ şəkilli süzğəclərdir ki, onları da təşkil edən elementlərin sayı ikidir. Əvvəldə də göstəriləndi kimi T və Π tipli süzğəclər Γ tipli süzğəclərin müxtəlif kombinasiyada birləşməsindən alına bilər.

Fərz edək ki, hər hansı T və ya Π tipli reaktiv süzğəc verilmişdir. (şəkil 187)



Şəkil 187

Məlumdur ki, simmetrik T və Π şəkilli süzğəclər üçün A_{11} və g aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$A_{11} = chg = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \quad (1)$$

Simmetrik T və Π tipli süzğəclərin ötürmə həddi g isə Γ tipli süzğəcin ötürmə həddinin iki misli kimi təyin edilə bilər. Γ tipli süzğəcin ötürmə həddi isə aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$shg/2 = \sqrt{Z_1/4Z_2} \quad (2)$$

Reaktiv süzğəclər L və C elementlərindən ibarət olur. Reaktiv süzğəcin buraxma zolağı elə bir tezlik zolağıdır ki, orada sönmə sıfırdır. ($a = 0$).

Göstərək ki, dördqütblünün süzğəc olması üçün onun Z_1 və Z_2 müqavimətləri müxtəlif xarakterli olmalıdır, yəni biri induktiv xarakterlidirsə, digəri tutum xarakterli olmalıdır, yalnız bu halda buraxma zolağında sönmə əmsalı $a = 0$ olur. Başqa sözlə, yalnız induktivliklərdən və ya tutumlardan ibarət dördqütblülər süzğəc ola bilməzlər.

Eyni xarakterli müqavimətlərin süzğəc yarada bilmədiyini sübut edək.

Fərz edək ki,

$$Z_1 = \pm jx_1$$

$$Z_2 = \pm jx_2$$

yəni həm Z_1 , həm də Z_2 eyni xarakterli reaktiv müqavimətlərdir. x_1 və x_2 reaktiv müqavimətlərin mütləq qiymətləridir. Müsbət işarə onun induktivlik, mənfi işarə isə tutum olduğunu göstərir. $g = a + jb$ olduğundan (2)-dən yazıla bilər:

$$sh\left(\frac{a}{2} + j\frac{b}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}}$$

$$sh\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2} + jch\frac{a}{2}\sin\frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}}$$

Həqiqi və xəyali hissələrin bərabərliyindən istifadə edərək alarıq:

$$sh\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (3)$$

$$ch\frac{a}{2}\sin\frac{b}{2} = 0 \quad (4)$$

Bilirik ki, həqiqi arqumentə görə hiperbolik kosinus heç vaxt sıfır ola bilməz, yəni $ch\frac{a}{2} > 1$. Bu

halda (4)-dən $\sin\frac{b}{2} = 0$ və ya $\cos\frac{b}{2} = \pm 1$ (5)

(5)-i (3)-də nəzərə alsaq

$$sh\frac{a}{2} = \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (6)$$

Buradan görünür ki, sönmə sıfır olmayıb, (6)-ya uyğun qanunauyğunluqla dəyişir. Biz isə göstərmişdik ki, süzgecin buraxma zolağında sönmə sıfırdır. Yəni bu halda dördqütblü buraxma zolağına malik deyil. Deməli, eyni xarakterli müqavimətlər süzgec yarada bilməz.

İndi fərz edək ki, Z_1 və Z_2 müxtəlif xarakterlidir.

$$Z_1 = \pm jx_1 \quad ; \quad Z_2 = \mp jx_2$$

Bu halda

$$sh\left(\frac{a}{2} + j\frac{b}{2}\right) = \pm j\sqrt{\frac{x_1}{4x_2}}$$

$$sh\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2} + jch\frac{a}{2}\sin\frac{b}{2} = \pm j\sqrt{\frac{x_1}{4x_2}}$$

Yenə də həqiqi və xəyali hissələrin bərabərliyindən alarıq ki,

$$sh\frac{a}{2}\cos\frac{b}{2} = 0 \quad (7) \quad ch\frac{a}{2}\sin\frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (8)$$

(7) ifadəsinə əsasən

$$sh\frac{a}{2} = 0 \quad (9) \quad \cos\frac{b}{2} = 0 \quad (10)$$

(9)-dan görünür ki, $a = 0$. Bu isə buraxma zolağında mümkündür. Yəni müxtəlif xarakterli müqavimətlərdən təşkil olunmuş dördqütblü süzgecdir. $a = 0$ olduqda (buraxma zolağında) $ch\frac{a}{2} = 1$ olduğundan bunu (8)-də nəzərə alsaq:

$$\sin\frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (11)$$

Yeni buraxma zolağında faz əmsalı (11) ifadəsinə uyğun qanunauyğunluqla dəyişir. (10) ifadəsi isə sönmə zolağına uyğundur. (10)-a əsasən $b = \pm\pi$; yeni buraxma zolağından kənar faza əmsalı $\pm\pi$ -yə bərabərdir. Bu halda $\sin b/2 = \pm 1$. Bunu (8)-də nəzərə alsaq

$$ch \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (12)$$

Buraxma zolağından kənar, yeni sönmə zolağında isə sönmə əmsalı (12)-yə uyğun qanunauyğunluqla dəyişir. (11) və (12) ifadələri Γ tipli süzgeçlər üçün doğrudur. Simmetrik T və Π tipli süzgeçlərin sönmə və faz əmsalları isə uyğun olaraq a və b -yə bərabər olduğundan onların tapmaq üçün Γ tipli süzgecin sönmə və faz əmsalını ikiyə vurmaq lazımdır.

Göstərdik ki, reaktiv süzgeçlər üçün buraxma zolağında sönmə əmsalı sıfırdır. ($a = 0$).

$g = a + jb$ olduğunu bilərək, $a = 0$ olduğunu (1)-də nəzərə alsaq:

$$A_{11} = chg = ch(a + jb) = chjb = \cos b = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2}$$

Buradan
$$\cos b = 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \quad (13)$$

Bilirik ki, kosinus funksiyası -1 ilə $+1$ arasında dəyişir:

$$-1 \leq \cos b \leq 1$$

Bu şərti (13)-də nəzərə alsaq

$$-1 \leq 1 + \frac{Z_1}{2Z_2} \leq 1$$

$$-2 \leq \frac{Z_1}{2Z_2} \leq 0$$

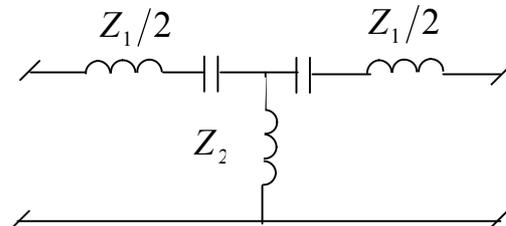
Hər tərəfi 2-yə bölsək

$$-1 \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \leq 0 \quad (14)$$

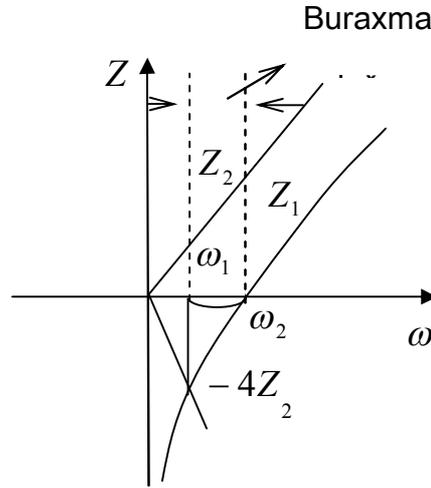
(14) şərti reaktiv süzgeçlərin buraxma şərtidir. Bu şərtədən süzgecin buraxma zolağının sərhəd tezlikləri tapılır.

$$\begin{cases} Z_1 = 0 & (15) \\ Z_1 = -4Z_2 & (16) \end{cases}$$

Əgər Z_1 və Z_2 müqavimətlərinin tezlikdən asılı analitik ifadələri məlumdursa, (14), (15)-ə əsasən sərhəd tezlikləri təyin edilə bilər. Əgər verilən onların tezlikdən asılı qrafiklədirsə, bu halda da sərhəd tezlikləri təyin edilə bilər. Şəkil 188-də göstərilən süzgecin buraxma zolağının təyin edilməsi qrafiki olaraq şəkil 189-da göstərilmişdir.



Şəkil 188



Şəkil 189

Z_1 və Z_2 müqavimətlərinin tezlikdən asılılıqları $Z_1 = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ və $Z_2 = j\omega L$ ifadələrinə əsasən çəkilmişdir.

Göstərmək olar ki, buraxma zolağında süzgecin xarakteristik müqavimətləri (Z_T , Z_{Π}) həqiqi kəmiyyətdir. Ona görə də əgər xarakteristik müqavimətlər verilmişsə, bu şərtəndə istifadə etməklə, yeni xarakteristik müqavimətin həqiqi kəmiyyət olma şərtindən istifadə etməklə də buraxma zolağını təyin etmək olar. Belə ki, xarakteristik müqavimətlərin qiymətlərinin həqiqi kəmiyyət olduğu tezlik zolağı buraxma zolağını verir. Yəni buraxma zolağında xarakteristik müqavimətlər aktiv xarakterlidir. Bu zolaqdan kənarında isə onlar reaktiv xarakterlidirlər. Xarakteristik müqavimət yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri ilə ifadə oluna bildiyindən, buraxma zolağının eni yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrlərinə əsasən də təyin edilə bilər.

14.3. K TIPLİ SÜZGƏCLƏR

Əgər Γ tipli süzgeclərin eninə və uzununa qolunda olan müqavimətlər qarşılıqlı əksdirlərsə, bu halda onun Z_1 və Z_2 müqavimətlərinin hasilini həmişə həqiqi ədəddir.

$$\frac{1}{2} Z_1 \cdot 2Z_2 = Z_1 Z_2 = K^2 \quad (1)$$

K müsbət həqiqi ədəddir.

Xarakteristik Z_T və Z_{Π} müqavimətlərinin də hasilini k^2 -na bərabərdir.

$$Z_T \cdot Z_{\Pi} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} = Z_1 Z_2 = k^2$$

(1) şərtini ödəyən süzgeclər K tipli süzgeclər adlanır. K məlumdursa, Z_1 və Z_2 müqavimətlərindən hər hansı birinin tezlikdən asılılığı verilmişsə, süzgecləri xarakterizə edən bütün kəmiyyətlər tapıla bilər. Məlumdur ki,

$$\sin \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (2) \quad ch \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (3)$$

$$-1 \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \leq 0 \quad \text{və ya} \quad 1 \geq \frac{x_1}{4x_2} \geq 0 \quad (4)$$

(İfadələrdə $z_1 = x_1$ və $z_2 = x_2$ qəbul edilmişdir).

Bu ifadələrin hamısında Z_1 , Z_2 müqavimətləri iştirak edir. (2), (3) və (4) ifadələrinin surət və məxrəcini ardıcıl olaraq əvvəlcə x_1 -ə, sonra isə x_2 -yə vuraraq və $x_1 \cdot x_2 = k^2$ olduğunu bilərək onları aşağıdakı kimi çevirək.

$$\sin \frac{b}{2} = \pm \frac{x_1}{2k} = \pm \frac{k}{2x_2}$$

$$ch \frac{a}{2} = \frac{x_1}{2k} = \frac{k}{2x_2}$$

$$1 \geq \frac{x_1}{2k} \geq 0$$

$$1 \geq \frac{k}{2x_2} \geq 0$$

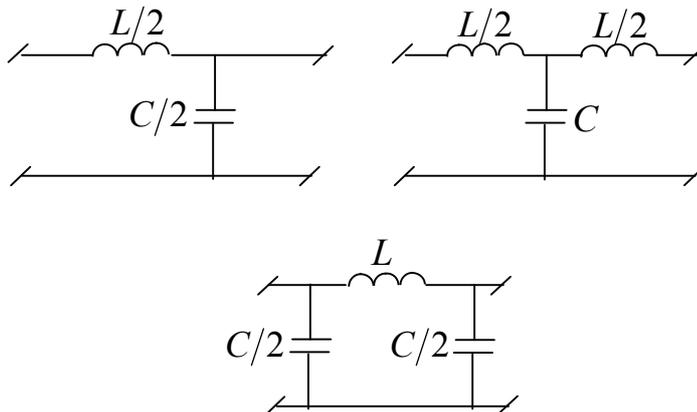
Bu qayda ilə Z_T və Z_{II} xarakteristik müqavimətləri üçün də göstərmək olar ki,

$$Z_T = k \sqrt{1 - \left(\frac{k}{2x_2}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{2k}\right)^2}$$

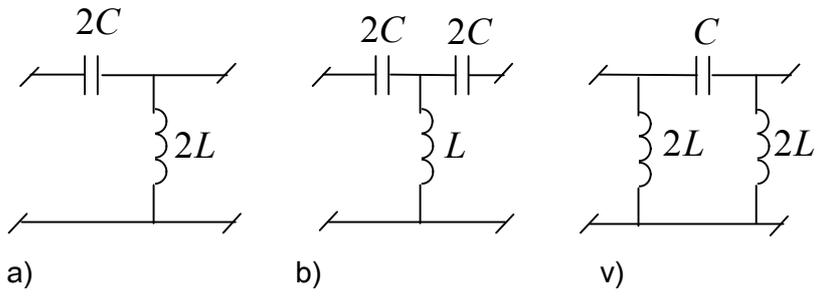
$$Z_{II} = \frac{k}{\sqrt{1 - \left(\frac{k}{2x_2}\right)^2}} = \frac{k}{\sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{2k}\right)^2}}$$

İfadələrdən görünür ki, doğrudan da K tipli süzgəclərin faz əmsalını, sönmə əmsalını, xarakteristik müqavimətini və ya buraxma şərtini tapdıqda Z_1 və Z_2 müqavimətlərindən hər hansı birinin verilməsi kifayətdir. Yuxarıdakı ifadələr həm Γ , həm də T və Π tipli süzgəclər üçün doğrudur. Yalnız T və Π tipli süzgəcin sönmə və faz əmsallarının tapılması zamanı Γ tipli süzgəcin uyğun əmsallarını ikiye vurmaq lazımdır.

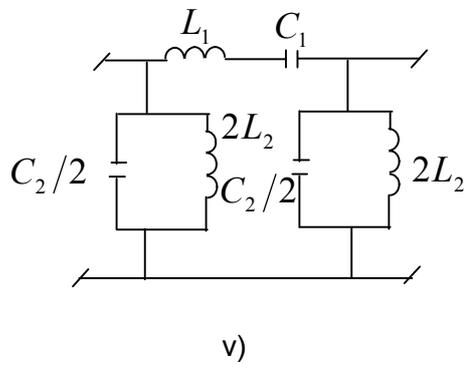
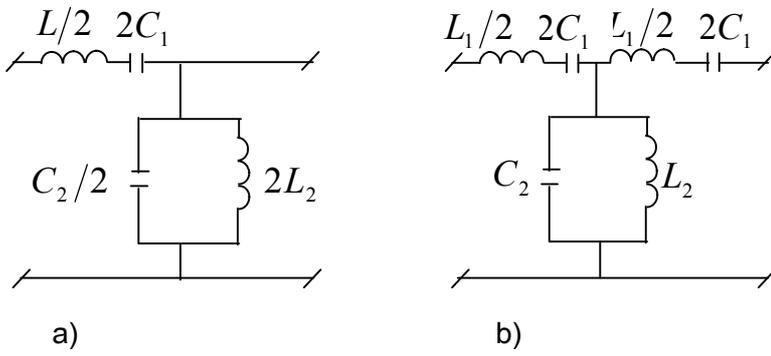
K tipli süzgəclər əvvəldə qeyd etdiyimiz kimi, buraxdığı tezliklərə görə 4 cür olur. (alçaq tezlikli süzgəclər, yüksək tezlikli süzgəclər, zolaq süzgəcləri və çəpərləyici süzgəclər). Bu süzgəclərin Γ , T və Π şəkilli sxemlərini çəkək. (şəkil 190-193)



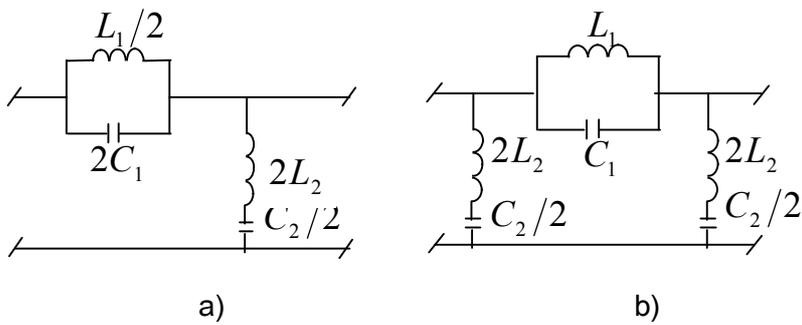
Şəkil 190. Alçaq tezlikli süzgeçlər

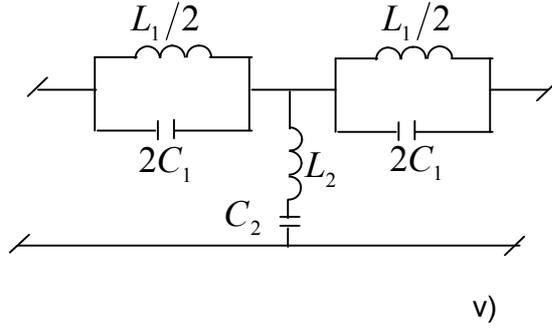


Şəkil 191. Yüksək tezlikli süzgeçlər



Şəkil 192. Zolaq süzgeçləri

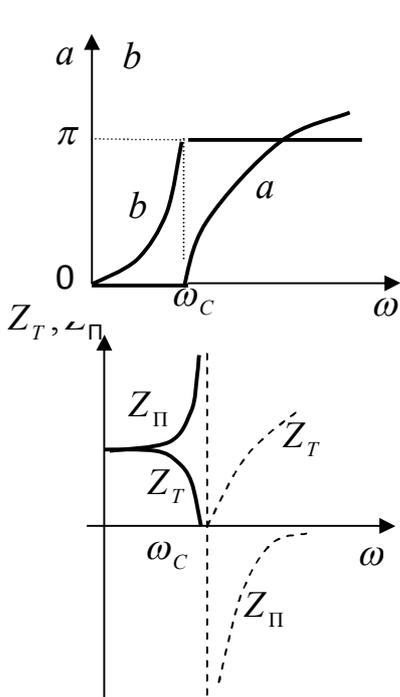




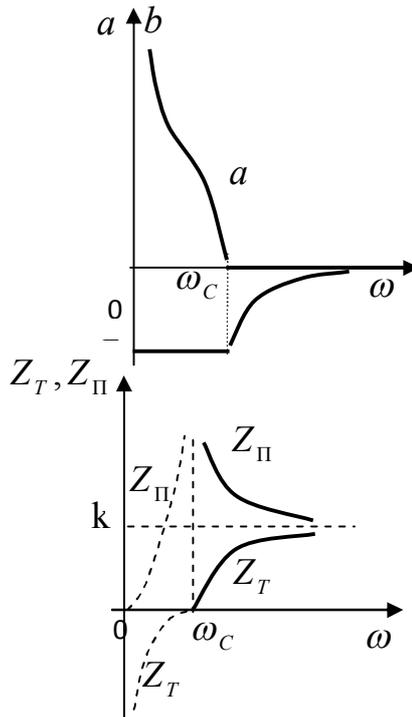
Şəkil 193. Çəpərləyici süzğəclər

Alçaq tezlikli süzğəclər işlədiciyə alçaq tezlikli siqnalları, yüksək tezlikli süzğəclər isə işlədiciyə yüksək tezlikli siqnalları buraxır. Zolaq süzğəcləri müəyyən tezlik zolağını işlədiciyə buraxaraq həmin tezlik zolağından aşağı və yuxarı tezlikləri buraxmır. Çəpərləyici süzğəclər isə müəyyən tezlik zolağını işlədiciyə buraxmayaraq yalnız həmin tezlik zolağından aşağı və yuxarı tezlikli siqnalları buraxır. Bu süzğəclərin iş prinsipi onları təşkil edən elementlərin (L, C) müqavimətlərinin tezlikdən asılılığına əsaslanır. Alçaq tezlik süzğəclərində induktivliyin (uzununa qoldakı) müqaviməti tezliklə düz mütənasib olduğuna görə ($X_L = \omega L$) o, alçaq tezlikli siqnalları asanlıqla buraxıb, yüksək tezlikli siqnalları isə buraxmır. (yəni onlara böyük müqavimət göstərir). Əgər müəyyən qədər yüksək tezlikli siqnal keçmiş olarsa, o da tutum vasitəsilə qapanaraq mənbəyə qaydır. Beləliklə, süzğəclərin çıxışında yalnız alçaq tezlikli siqnallar alınır. Yüksək tezlikli süzğəclərdə isə uzununa qolda dayanan tutum yüksək tezlikli siqnalları asanlıqla buraxıb, (çünki tutumun müqaviməti tezliklə tərs mütənasibdir yəni $X_C = \frac{1}{\omega C}$) alçaq tezlikli

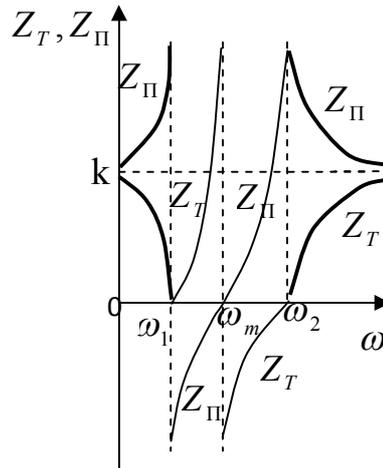
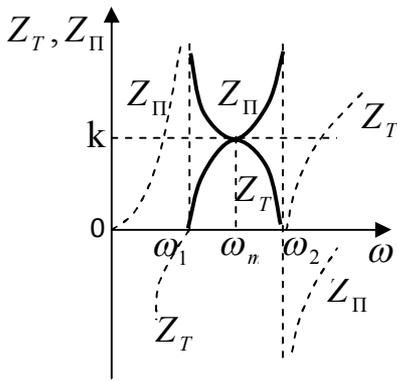
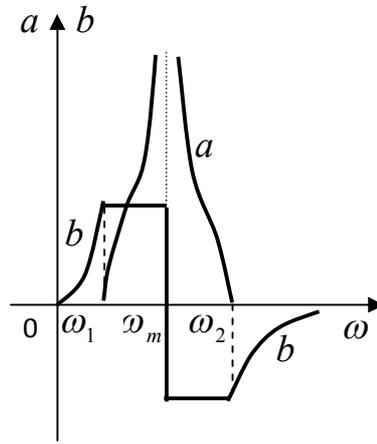
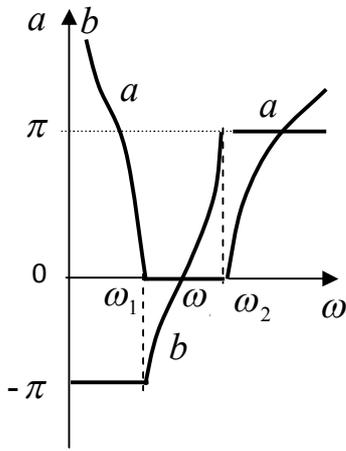
siqnalları buraxmır. Müəyyən miqdarda keçən alçaq tezlikli siqnal isə induktivlik vasitəsilə qapanaraq dövrəyə qaydır. Zolaq və çəpərləyici süzğəclərin iş prinsipi isə onun uzununa və eninə qolunu təşkil edən ikiqütblülərin tezlik xarakteristikalarına əsaslanır. Aşağıda süzğəclərin sönmə əmsalı, faz əmsalı və xarakteristik müqavimətlərinin tezlikdən asılılıqları göstərilmişdir. (şəkil 194-197)



Şəkil 194. Alçaq tezlik süzğəcinin xarakteristikaları



Şəkil 195. Yüksək tezlik süzğəcinin xarakteristikaları



Şəkil 196.

Şəkil 197.

Zolaq süzgecin

Çəpərləyici süzgecin

Qrafiklərdən görüldüyü kimi, alçaq tezlikli süzgeçlər sıfırdan hər hansı ω_C tezliyinə kimi siqnalları buraxıb, ω_C -dən yuxarı sonsuzluğa qədər siqnalları praktiki olaraq buraxmır və ya böyük sönmə ilə buraxır. Yüksək tezlikli süzgeçlər isə sıfırla hər hansı ω_C tezliyə qədər olan siqnalları buraxmayıb ω_C -dən sonuzluğa qədər tezlikli siqnalları buraxır. Alçaq tezlikli süzgeçlərdə buraxma zolağında kənarında, yəni sönmə zolağında faza əmsalı müsbət π -yə, yüksək tezlikli süzgeçlərdə isə « $-\pi$ »-yə bərabərdir. Zolaq süzgeçlərin ω_1 -lə ω_2 arası tezlik zolağını buraxaraq, sıfırdan ω_1 -ə qədər tezlikli siqnallarla, ω_2 -dən yuxarı tezlikli siqnalı buraxmır.

Çəpərləyici süzgeçlər isə hər hansı ω_1 -lə ω_2 arasında tezlik zolağını buraxmayıb, sıfırdan ω_1 -ə qədər tezlikli siqnallarla, ω_2 -dən yuxarı tezlikli siqnalları buraxır.

Zolaq süzgeçlərinin buraxma zolağında faz əmsalının işarəsi mənfiyən müsbətə, çəpərləyici süzgeçlərin buraxma zolağında isə müsbətdən mənfiyə dəyişir.

K tipli süzgeçlərin üstünlüyü onların sadəliyində və sərhəd tezliklərindən sonra sönmə zolağında sönmə əmsalının tezlikdən asılı olaraq getdikcə artmasıdır. Bunların çatışmayan cəhətləri isə sərhəd tezlikləri yaxınlığında sönmə əmsalının sət artmaması səbəbindən tezliklərin yaxşı ayrılmasıdır. Digər çatışmayan cəhət isə ondadır ki, bütöv buraxma zolağında xarakteristik müqavimətlər (Z_T, Z_{II}) sabit qalmadığından (yeni tezlikdən asılı olduğundan) süzgeçlərin uyğun yüklənməsi çətinləşir. Bu çatışmazlıqları aradan qaldırmaq üçün m tipli süzgeçlərdən istifadə edilir.

Aşağıdakı cədvəldə k tipli süzgeçlərin əsas xarakteristikaları və parametrlərinin hesablanması üçün lazımi ifadələr verilmişdir.

Süzgeçlərin əsas xarakteristikaları

Xarakteristika		Alçaq tezlik Süzgeçləri	Yüksək tezlik süzgeçləri	Zolaq süzgeçləri	Çəpərləyici süzgeçlər
Buraxma zolağı	$a = 0$ b $\sin \frac{b}{2}$	$\frac{f}{f_c}$	$-\frac{f}{f_c}$	F	$-\frac{1}{F}$
Sönmə zolağı	$ch \frac{a}{2}$ b	$\frac{f}{f_c}$ π	$\frac{f_c}{f}$ $-\pi$	$ F $ $\mp \pi$	$\frac{1}{ F }$ $\pm \pi$
Z_T		$k \sqrt{1 + \left(\frac{jf}{f_c}\right)^2}$	$k \sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{jf}\right)^2}$	$k \sqrt{1 + (jF)^2}$	$k \sqrt{1 + \left(\frac{1}{jF}\right)^2}$
Z_{II}		$\frac{k}{\sqrt{1 + \left(\frac{jf}{f_c}\right)^2}}$	$\frac{k}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_c}{jf}\right)^2}}$	$\frac{k}{\sqrt{1 + (jF)^2}}$	$\frac{k}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{jF}\right)^2}}$
k		$\sqrt{\frac{L}{C}}$	$\sqrt{\frac{L}{C}}$	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$

Qeyd: $F = \frac{f}{f_m} - \frac{f_m}{f}$
 $\frac{f_2}{f_m} - \frac{f_m}{f_2}$
 $f_m = \sqrt{f_1 f_2}$

Süzgeçlərin parametrlərinin hesabı

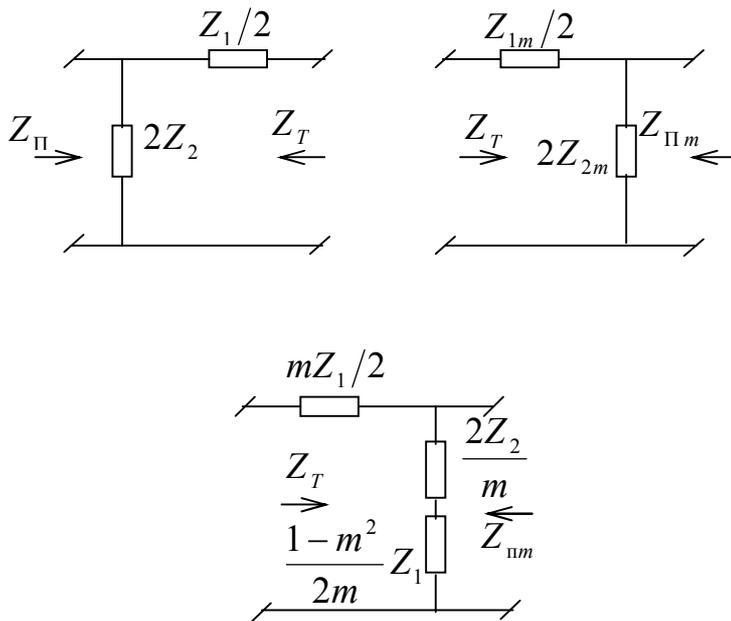
Alçaq tezlik süzgeçləri	Yüksək tezlik süzgeçləri	Zolaq süzgeçləri	Çəpərləyici süzgeçlər
$L = \frac{k}{\pi f_c}$	$L = \frac{k}{4\pi f_c}$	$L_1 = \frac{k}{\pi(f_2 - f_1)}$ $L_2 = \frac{k(f_2 - f_1)}{4\pi f_1 f_2}$	$L_1 = \frac{k(f_2 - f_1)}{\pi f_1 f_2}$ $L_2 = \frac{k}{4\pi(f_2 - f_1)}$

$C = \frac{1}{\pi f k_c}$	$C = \frac{1}{4\pi f k_c}$	$C_1 = \frac{f_2 - f_1}{4\pi k f_1 f_2}$	$C_1 = \frac{1}{4\pi k(f_2 - f_1)}$
		$C_2 = \frac{1}{\pi k(f_2 - f_1)}$	$C_2 = \frac{f_2 - f_1}{\pi k f_1 f_2}$
$f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$	$f_c = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$	$f_{12} = \frac{1}{2\pi} \times$ $\times \left(\sqrt{\frac{1}{LC_{12}} + \frac{1}{LC_{11}}} \mp$ $\mp \frac{1}{\sqrt{LC_{12}}} \right)$	$f_{12} = \frac{1}{8\pi} \times$ $\times \left(\sqrt{\frac{1}{LC_{21}} + \frac{16}{LC_{11}}} \mp$ $\mp \frac{1}{\sqrt{LC_{21}}} \right)$

14.4. m TIPLİ SÜZGƏCLƏR

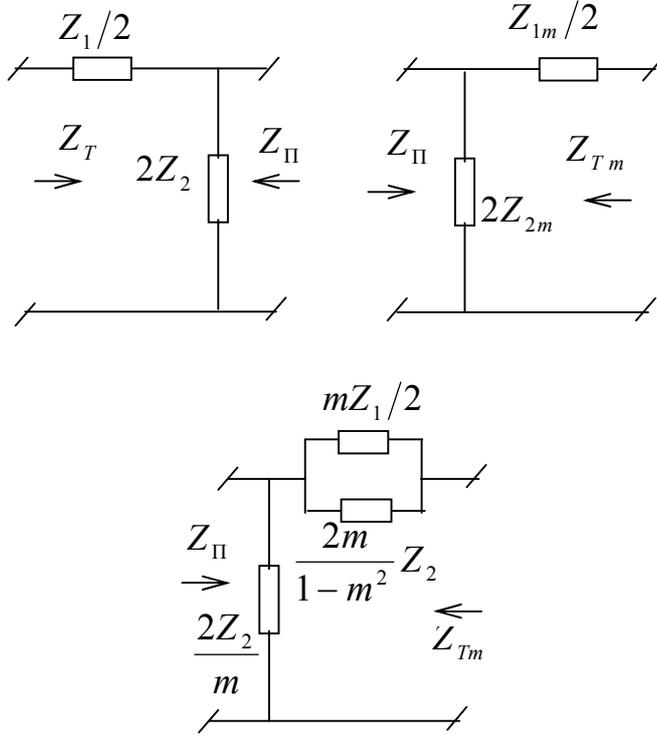
m tipli süzgüləri almaq üçün K tipli süzgülərdən istifadə olunur. Bunun üçün K tipli süzgülün uzununa və eninə qolunu ehtə dəyişirlər ki, yeni alınan süzgülün xarakteristik müqavimətlərindən biri (Z_T və ya Z_{Π}) buraxma zolağında tezlikdən asılı olaraq dəyişməsin və ya az dəyişsin. (çünki, süzgülün uyğun yüklənməsinin mümkün olması üçün onun buraxma zolağında xarakteristik müqaviməti sabit qalmalıdır). Digər xarakteristik müqavimət (Z_T və ya Z_{Π}) isə əvvəlki süzgülün (bunu prototip adlandıracaq) xarakteristik müqavimətinə bərabər qalır. Əgər xarakteristik müqavimətlər eyni olarsa, onları uyğun birləşdirməklə, hər iki süzgülün üstünlüklərini özündə əks etdirən yeni süzgülər almaq olar. Γ şəkilli süzgülər iki xarakteristik müqavimətə (Z_T, Z_{Π}) malik olduqlarından, m tipli süzgülər də iki cür olur.

1. Əgər qollarda aparılan dəyişiklik nəticəsində süzgülərin Z_T xarakteristik müqavimətləri eyni qalarsa, bu halda alınan süzgülər ardıcıl-törəmə süzgülər adlanırlar. (şəkil 198)



Şəkil 198

2. Əgər aparılan dəyişiklik nəticəsində süzgülərin Z_{II} xarakteristik müqavimətləri eyni qalarsa, bu halda alınan süzgülər paralel-törəmə süzgülər adlanırlar (şəkil 199).



Şəkil 199

Birinci halda, yeni süzgülərin Z_T xarakteristik müqavimətləri bərabər qalırsa, (şək.198) onda bu şərtə əsasən yazmaq olar ki,

$$Z_T = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} = \sqrt{Z_{1m} Z_{2m} \left(1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}\right)} \quad (1)$$

Fərz edək ki, $Z_{1m} = mZ_1$ (2) $1 \geq m \geq 0$. (2)-ni (1)-də nəzərə alıb onu $2Z_{2m}$ -ə görə həll etsək alarıq:

$$2Z_{2m} = \frac{2Z_2}{m} + \frac{Z_1}{2} \frac{1-m^2}{m} \quad (3)$$

Bu ifadələrdən görünür ki, bu halda alınan ardıcıl törəmə süzgülün eninə qolu ardıcıl birləşmiş iki müqavimətdən ibarətdir. Bunlardan biri $\frac{2Z_2}{m}$, digəri isə $\frac{Z_1}{2} \frac{1-m^2}{m}$ -dir.

İkinci halda isə, yeni Z_{II} xarakteristik müqavimətlərinin bərabərliyi şərtindən isə alarıq ki,

$$Z_{II} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} = \sqrt{\frac{Z_{1m} Z_{2m}}{1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}}} \quad (4)$$

Fərz edək ki, bu halda $Z_{2m} = \frac{Z_2}{m}$ (5)

(5) ifadəsini (4)-də nəzərə alıb, ifadəni $\frac{2}{Z_{1m}}$ -ə nəzərən həll etsək alarıq:

$$\frac{2}{Z_{1m}} = \frac{2}{mZ_1} + \frac{1}{Z_2} \frac{1-m^2}{2m} \quad (6)$$

Yeni paralel-törəmə süzgecin (şək. 199) uzununa qolu paralel birləşmiş $\frac{mZ_1}{2}$ və $\frac{2m}{1-m^2}Z_2$ müqavimətlərindən ibarətdir. (3) və (6) ifadələrinə əsasən Z_{Tm} və $Z_{\Pi m}$ xarakteristik müqavimətləri də tapıla bilər.

$$Z_{Tm} = Z_T \frac{1}{1 + (1-m^2) \frac{Z_1}{4Z_2}}$$

$$Z_{\Pi m} = Z_{\Pi} \left[1 + (1-m^2) \frac{Z_1}{4Z_2} \right]$$

Bu halda da

$$Z_{Tm} Z_{\Pi m} = Z_T Z_{\Pi} = k^2$$

m tipli süzgeclərin xarakteristikaları m əmsalının seçilməsindən asılıdır. m əmsalı isə sıfırla vahid arasında dəyişdiyindən bu arada istənilən qiymət götürülə bilər. Bu süzgeclərin buraxma zolağı prototip süzgecin buraxma zolağı ilə üst-üstə düşməklə, buraxma zolağından kənarında onun sönmə əmsalı tezlikdən asılı olaraq daha sərt artır.

15. PAYLANMIŞ PARAMETRLİ DÖVRƏLƏR

15.1. BİRCİNS XƏTTİN BİRİNCİ PARAMETRLƏRİ

Biz indiyə kimi toplanmış parametrlı dövrələrə baxırdıq. Belə dövrələrdə r, L, C elementləri müstəqil olaraq dövrənin hər hansı bir nöqtəsində birləşdirilmiş hesab edilir. Bu dövrələrdə r, L, C elementlərində gərginlik və cərəyan

$$U_r = ir \quad ; \quad U_L = L \frac{di}{dt} \quad ; \quad i = c \frac{dU_c}{dt}$$

ifadələri ilə müəyyən olunur və hesab edilir ki, bu elementlərə daxil olan və onlardan çıxan cərəyanlar bərabərdirlər. Göründüyü kimi, bu ifadələrdə gərginlik və ya cərəyan yalnız zamandan asılıdır.

Yalnız dövrələrə həmişə toplanmış parametrlı kimi baxmaq olmur. Məsələn, elektrik enerjisinin və ya siqnallarının müəyyən məsafəyə verilməsi zamanı istifadə edilən elektrik xətlərində elektrik və maqnit sahələri xəttin bütün uzunluğu üzrə paylanır və eynilə elektromaqnit enerjisinin istiliyə çevrilməsi də bütün xətt boyu gedir. Yəni elektrik xəttinə toplanmış parametrlı dövrə kimi baxıla bilməz. Yəni belə xətlər paylanmış parametrlı dövrədir. Belə xətlərdə r, L, C elementləri xəttin hər hansı nöqtəsində deyil, onun bütün uzunluğu boyu paylanmış olur, yəni xəttin hər hansı hissəsinə gələn cərəyan oradan çıxan cərəyana bərabər olmayıb, ondan fərqlidir. Başqa sözlə, paylanmış parametrlı dövrələrdə cərəyan və gərginlik təkə zamandan deyil, xəttin fəza koordinatlarından da (yəni məsafədən də) asılıdır. Doğrudan da əgər xəttin hər hansı sonlu bir hissəsinə götürsək, həmin hissədə olan sızma (izolyasiyanın mükəmməl olmaması səbəbindən) və yerdəyişmə (xəttin tutumunun hesabına) cərəyanları hesabına o hissəyə gələn və oradan çıxan cərəyanlar bir-birinə bərabər olmayacaqdır. Ona görə gərginlik və cərəyan üçün yuxarıda yazılmış ifadələr paylanmış parametrlı dövrələr üçün tətbiq edilə bilməz, çünki bu ifadələrdə fəza koordinatı (məsafə) iştirak etməyib yalnız zaman iştirak edir. Paylanmış parametrlı dövrələrdə bu ifadələr yalnız sonsuz kiçik uzunluğa, yəni elementar uzunluğa tətbiq edilə bilər, çünki xəttin sonsuz kiçik uzunluğuna toplanmış parametrlı dövrə kimi baxıla bilər. Uzun xətləri xarakterizə edən parametrlər r, L, C, g - dir.

Xətdən axan cərəyanın yaratdığı maqnit ilişmə selinin həmin cərəyana nisbəti ilə ölçülən kəmiyyət onun induktivliyi L -dir.

Səth və yaxınlıq effektlərinin də təsiri nəzərə alınmaqla xətdə istiliyə çevrilən enerji ilə müəyyən olunan müqavimət onun aktiv müqaviməti r -dir.

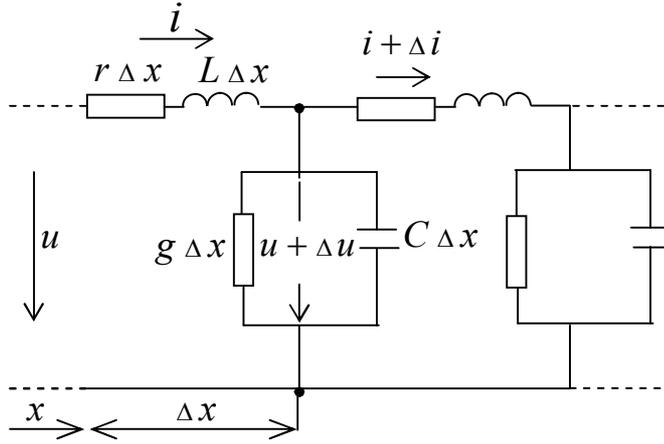
Xəttin tutumu xətlər arası və xətlərlə yer arasındakı tutumdan təşkil olunur və C ilə işarə edilir. İzolyasiyanın tam mükəmməl olmaması və dielektirik itkiləri nəticəsində yaranan enerji itkiləri ilə xarakterizə edilən keçiricilik xəttin keçiriciliyi g -dir. Xəttin aktiv müqaviməti r və induktivliyi L onun uzununa qolunda, tutumu C və keçiriciliyi g isə eninə qolunda qoşulmuş hesab edilir. Xəttin vahid uzunluğuna düşən r, L, g, C parametrləri onun birinci parametrləri adlanır. Birinci parametrlər xəttin konstruksiyası və həndəsi ölçülərindən asılı olmaqla, həm də tezlikdən asılıdır. Ümumiyyətlə, xəttin paylanmış parametrlı olub-olmaması təkə onun fiziki uzunluğundan deyil, əsasən tezlikdən asılıdır. Çox böyük tezlikdə fiziki uzunluğu çox kiçik olan xəttə də uzun xətt kimi, yəni paylanmış parametrlı dövrə kimi baxmaq olar. (Bu, xətdəki dalğanın uzunluğunun xəttin uzunluğu ilə müqayisəsindən müəyyən olunur).

15.2. BİRCİNS UZUN XƏTTİN DIFFERENSİAL TƏNLİKLƏRİ

Birinci parametrləri (r, L, C, g) xətt boyu bərabər paylanmış xətlər bircins xətlər adlanır. Məlumdur ki, uzun xətlərdə (paylanmış parametrlı dövrələrdə) gərginlik və cərəyan iki dəyişəndən (x və t) asılı funksiyalardır. Burada x fəza koordinatı, yəni xəttin əvvəlindən müşahidə nöqtəsinə qədər olan məsafə, (çünki absis oxu x xətt istiqamətində qəbul edilir) t isə müşahidə anı olan zamandır. Gərginlik və cərəyanın bu iki dəyişəndən asılılığını çıxaraq.

Biz qeyd etdik ki, uzun xəttin elementar uzunluğuna, toplanmış parametrlı dövrə kimi baxmaq olar. Xəttin əvvəlindən x məsafədə yerləşən onun hər hansı elementar Δx uzunluğunu götürüb, həmin uzunluğa uyğun aktiv müqaviməti $r_{\Delta x}$, induktivliyi $L_{\Delta x}$, tutumu $C_{\Delta x}$, keçiriciliyi $g_{\Delta x}$ ilə işarə edək. Bu zaman xəttin hər bir Δx uzunluğu ardıcıl birləşmiş $r_{\Delta x}$ və $L_{\Delta x}$ parametrləri ilə paralel birləşmiş $g_{\Delta x}$ və $C_{\Delta x}$ parametrlərindən ibarət olur. Bu halda xəttə çoxlu (sonsuz) sayda elementar Δx uzunluqlarından təşkil olunmuş zəncirvari sxem kimi baxıla bilər. (şək.200)

Şəkil 200



Xətdə cərəyanın müsbət istiqamətini soldan sağa qəbul edərək, onun sol tərəfini xəttin başlanğıcı, sağ tərəfini isə sonu qəbul edək. Xəttin əvvəlindən ixtiyari məsafədə götürülmüş Δx nöqtəsinə qədər (müşahidə nöqtəsinə qədər) olan məsafəni x ilə, xəttin sonundan həmin nöqtəyə qədər məsafəni isə x' işarə etsək, onda xəttin ümumi uzunluğu $l = x + x'$ olar. Şəkil 200-dən Kirxhofun ikinci qanununa görə yazmaq olar ki,

$$u = \left(ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) \Delta x + u + \Delta u \quad (1)$$

Kirxhofun birinci qanununa görə isə

$$i = \left[g(u + \Delta u) + C \frac{\partial (u + \Delta u)}{\partial t} \right] \Delta x + i + \Delta i \quad (2)$$

(1) və (2)-dən alarıq ki,
$$-\Delta u = \left(ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) \Delta x \quad (3)$$

$$-\Delta i = \left[g(u + \Delta u) + C \frac{\partial (u + \Delta u)}{\partial t} \right] \Delta x \quad (4)$$

(2) və (4) ifadələrində Δu və Δi uyğun olaraq Δx məsafəsindəki gərginlik və cərəyan artımlarıdır. Bu ifadələrdə hər tərəfi Δx -ə bölməklə Δx sıfıra yaxınlaşdıqda limitə keçsək və (4) ifadəsindəki ikinci tərtibdən kiçik kəmiyyət olan $g \Delta u \Delta x$

, $C \frac{\partial \Delta u}{\partial t} \Delta x$ -i nəzərə almasaq alarıq ki,

$$-\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \right) \Delta x / \Delta x$$

$$-\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta i}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \right) \Delta x / \Delta x$$

Buradan isə

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \quad (5)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \quad (6) \quad \text{alınır.}$$

(5) və (6) ifadələri bircins xəttin diferensial tənlikləridir. Bu tənliklər teleqraf tənlikləri də adlanırlar. Tənliklərdən görüldüyü kimi gərginlik və cərəyan iki dəyişəndən (x və t)-dən asılıdır. Buna görə tənliklər xüsusi törəmə ilə yazılmışlar. İfadələrdə mənfəi işarəsi onu göstərir ki, xəttin əvvəlindən sonuna doğru getdikcə gərginlik və cərəyan artır, əksinə azalır. Bu tənlikləri xəttin sonundan götürülmüş x' görə yazsaq,

$$\frac{\partial u}{\partial x'} = ri + L \frac{\partial i}{\partial t}$$

$$\frac{\partial i}{\partial x'} = gu + C \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{alınar.}$$

Başlanğıc və sərhəd şərtləri məlum olarsa, bu differensial tənlikləri həll etmək olar. Başlanğıc şərtlər kimi xəttin əvvəlində (və ya sonunda) gərginlik və cərəyanın $t=0$ anındakı qiymətləri, sərhəd şərtləri kimi isə gərginlik və cərəyan arasındakı əlaqə götürülür.

15.3. UZUN XƏTTİN SİNUSOİDAL İŞ REJİMİ

Əgər xəttə tətbiq edilmiş gərginlik sinusoidaldirsə, qərarlaşmış rejimdə onun hər hansı bir nöqtəsində cərəyan və gərginlik də sinusoidal olacaqdır. Bu halda gərginlik və cərəyanın təsiredici qiymətlərinin komplekslərini

$$\dot{U} = \dot{U}(x)$$

$$\dot{I} = \dot{I}(x)$$

kimi işarə etməklə (yəni gərginlik və cərəyanın kompleksləri t -dən asılı olmasa da, x -dən asılıdır), bircins xəttin diferensial tənliklərini kompleks şəkildə yazmaq:

$$-\frac{d\dot{U}}{dx} = (r + j\omega L)\dot{I} \quad (1)$$

$$-\frac{d\dot{I}}{dx} = (g + j\omega C)\dot{U} \quad (2)$$

Gərginlik və cərəyanın kompleksləri zamandan asılı olmayıb yalnız x -dən asılı olduqlarından ifadələr adi törəmə ilə yazılır.

(1) və (2) ifadələrini birlikdə həll etməklə gərginliyə və cərəyanı görə tənlik almaq olar. Bunun üçün əvvəlcə (1) tənliyinin x -ə görə törəməsini alaq:

$$-\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = (r + j\omega L)\frac{d\dot{I}}{dx} \quad (3)$$

(2)-ni (3)-də nəzərə alaq:

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = (r + j\omega L)(g + j\omega C)\dot{U} \quad (4)$$

İndi isə (2)-nin törəməsini alaq.

$$-\frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = (g + j\omega C)\frac{d\dot{U}}{dx} \quad (5)$$

(1)-i (5)-də nəzərə alaq:

$$\frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = (r + j\omega L)(g + j\omega C)\dot{I} \quad (6)$$

(4) və (6) ifadələrindəki \dot{U} və \dot{I} -nin qarşısındakı əmsalın kvadrat kökünü γ ilə işarə edək:

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} = \alpha + j\beta \quad (7)$$

γ yayılma əmsalı adlanır.

(7) ifadəsini (4) və (6)-da nəzərə alsaq;

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = \gamma^2 \dot{U} \quad (9)$$

$$\frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = \gamma^2 \dot{I} \quad (10)$$

alınar.

Göründüyü kimi, (9) və (10) iki tərtibli bircins differensial tənliklərdir. Bunun həllini riyaziyyatdan bilirik. (9)-un həllindən alırıq ki,

$$\dot{U} = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \quad (11)$$

(11)-dən istifadə etməklə cərəyanı da tapmaq olar

$$\frac{d\dot{U}}{dx} = -\gamma A_1 e^{-\gamma x} + \gamma A_2 e^{\gamma x} \quad (12)$$

(12)-ni (1)-də nəzərə alıb cərəyanı təyin edək:

$$\dot{I} = \frac{1}{r + j\omega L} \gamma (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \quad (13)$$

(7)-ni (13)-də nəzərə alsaq;

$$\dot{I} = \sqrt{\frac{g + j\omega C}{r + j\omega L}} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \quad (14)$$

alınar.

Burada

$$\sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}} = Z_d \quad (15)$$

ilə işarə edilir və xəttin dalğa müqaviməti adlanır. (15) ifadəsini nəzərə almaqla (14)-dən alırıq ki,

$$\dot{I} = \frac{1}{Z_d} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \quad (16)$$

(11) və (16)-da inteqral sabitləri A_1 və A_2 məlum olarsa, gərginlik və cərəyan təyin edilə bilər. $\gamma = \alpha + j\beta$ olduğunu (11)-də nəzərə alaraq:

$$\dot{U} = A_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + A_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x}$$

Bilirik ki, gərginliyin maksimal qiymətinin kompleksini $e^{j\omega t}$ -yə vurub onun xəyali hissəsini götürsək (yəni $\sqrt{2} \dot{U} e^{j\omega t}$ -nin xəyali hissəsini götürsək), gərginliyin ani qiymətini alarıq:

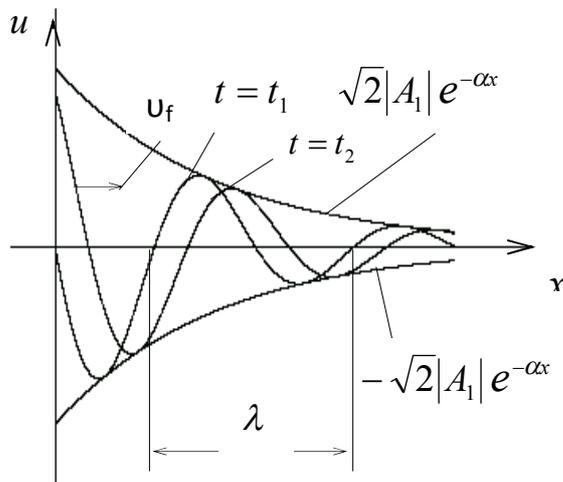
$$\begin{aligned} U(x,t) &= \text{Im}(\sqrt{2} A_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} e^{j\omega t} + \sqrt{2} A_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x} e^{j\omega t}) = \\ &= \text{Im}(\sqrt{2} |A_1| e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} e^{j\psi_1} e^{j\omega t} + \sqrt{2} |A_2| e^{\alpha x} e^{j\beta x} e^{j\psi_2} e^{j\omega t}) = \quad (17) \\ &= \sqrt{2} |A_1| e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi_1) + \sqrt{2} |A_2| e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \psi_2) \end{aligned}$$

Burada $A_1 = |A_1| e^{j\psi_1}$ və $A_2 = |A_2| e^{j\psi_2}$ olub inteqral sabitləridir. (Ümumi halda onlar kompleks kəmiyyətdirlər).

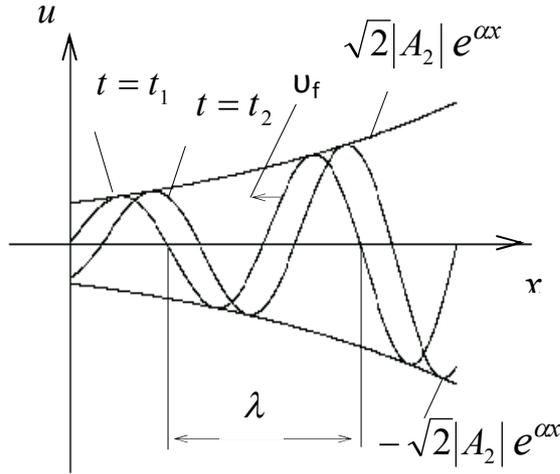
(17)-dən görünür ki, xətdə gərginliyin ani qiyməti iki hissədən ibarətdir. Zamandan asılı olaraq, hər iki hissə sinusoidal funksiyalardır. Məsafədən (x -dən) asılı olaraq isə birinci hissə ($\sqrt{2} |A_1| e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \psi_1)$) sönən sinusoidal funksiyadır. Bu funksiyanın amplitudası $\sqrt{2} |A_1| e^{-\alpha x}$, x artdıqca, yəni xəttin əvvəlindən sonuna doğru getdikcə azalır. Yəni bu funksiya xəttin əvvəlindən sonuna doğru hərəkət edən və hərəkəti istiqamətində sönən bir dalğa kimi baxa bilərik. Bu dalğa düz dalğa və ya düşən dalğa adlanır. (17) ifadəsinin ikinci hissəsi isə məsafədən (x -dən) asılı olaraq xəttin əvvəlindən sonuna doğru getdikcə artır. Başqa sözlə, bu dalğa xəttin sonundan əvvəlində doğru hərəkət edir və hərəkəti istiqamətində sönür. Bu dalğa əks dalğa və əks olunan (qayıdan) dalğa adlanır. Yayılma əmsalının həqiqi hissəsi olan α kəmiyyəti xəttin vahid uzunluğunda dalğanın amplitudasının dəyişməsinə xarakterizə edir və sönmə əmsalı adlanır. Yayılma əmsalının xəyali hissəsi olan β isə vahid uzunluqdakı faz dəyişməsinə xarakterizə edir və faz əmsalı adlanır.

Dalğanın amplitudasının dəyişməsi (azalması) xətdəki itkilərlə, fazının dəyişməsi isə dalğanın sürətinin sonlu olması ilə əlaqədardır.

Şəkil 201 və 202-də düz və əks gərginlik dalğaları göstərilmişdir.



Düz dalğa



Əks dalğa

Şəkil 202

Şekillərdə t_1 və t_2 anlarına uyğun bir-birinin ardınca gələn iki gərginlik dalğası göstərilmişdir. Şekillərdə λ ilə gərginlik dalğasının uzunluğu göstərilmişdir. Dalğanın uzunluğu xəttin elə iki nöqtəsi arasındakı məsafədir ki, bu nöqtələrdə dalğanın fazları bir-birindən 2π qədər fərqlənir. Yəni

$$[\omega t - \beta x + \psi_1] - [\omega t - \beta(x + \lambda) + \psi_1] = 2\pi$$

Buradan alarıq ki,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad (18)$$

(18) ifadəsi dalğa uzunluğu ilə faz əmsalı arasındakı əlaqəni göstərir.

Düz (düşən) dalğanın xətdəki yerdəyişmə sürəti faz sürəti adlanır və v_f ilə işarə edilir. Dalğanın faz sürəti fəzi sabit qalan nöqtənin yerdəyişmə sürətidir. Nöqtənin fazının sabit qalma şərtini aşağıdakı kimi yazmaq olar.

$$\omega t - \beta x + \psi_1 = const \quad (19)$$

(18) ifadəsinin törəməsini alsaq,

$$\frac{d}{dt}(\omega t - \beta x + \psi_1) = 0$$

$$\omega - \beta \frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = v_f = \frac{\omega}{\beta} \quad (20) \quad \text{alınır.}$$

Əks (qayıdan) dalğanın faz sürəti isə analogi olaraq $v_f = -\frac{\omega}{\beta}$ kimi təyin edilir. Mənfi işarəsi onu göstərir ki, əks dalğa düz dalğanın hərəkət istiqamətinin əksinə hərəkət edir.

Beləliklə, xətdə gərginliyin ani qiymətinə, bir-birinin əksinə hərəkət edən və hərəkəti istiqamətində sönən iki dalğa kimi baxmaq olar.

(20)-ə əsasən yazmaq olar ki,

$$\beta = \frac{\omega}{v_f} = \frac{2\pi f}{v_f} \quad (21)$$

(21) ifadəsini (18)-də nəzərə alsaq,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi f}{v_f}} = \frac{v_f}{f} = v_f T \quad (22)$$

(22) ifadəsindən görünür ki, dalğanın uzunluğu onun bir period ərzində getdiyi yola bərabərdir.

Əgər xəttin uzunluğu dalğanın uzunluğu ilə müqayisə olunan dərəcədədirsə, belə xətlər uzun xətlər adlanır. Deməli, daha yüksək tezliklərdə fiziki uzunluğu kiçik olan xətlər də uzun xətt kimi qəbul edilə bilər.

Doğrudan da faz sürətinin işıq sürətinə bərabər ($3 \cdot 10^8$ m/san) qəbul etsək, (22) ifadəsindən dalğanın uzunluğunun 50 Hz-də 6000 km-ə, $3 \cdot 10^9$ Hz-də isə 10 sm-ə bərabər olduğunu təyin etmək olar. Yəni $3 \cdot 10^9$ Hz-də uzunluğu sm-lərlə ölçüləcək xəttə də uzun xətt kimi baxmaq olar.

15.4. XƏTTİN ƏKS OLUNMA ƏMSALI. İNTEQRAL SABİTLƏRİNİN TƏYİNİ

Bircins xəttin differensial tənliklərini kompleks şəkildə yazaraq onların həllindən aldıq ki,

$$\dot{U} = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \quad (1)$$

$$\dot{I} = \frac{1}{Z_d} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \quad (2)$$

Burada $\dot{U}_d = A_1 e^{-\gamma x}$ $\dot{U}_\ominus = A_2 e^{\gamma x}$

Yəni $\dot{U} = \dot{U}_d + \dot{U}_\ominus$

onda $\dot{I} = \frac{\dot{U}_d}{Z_d} - \frac{\dot{U}_\ominus}{Z_d} = \dot{I}_d - \dot{I}_\ominus$

Burada \dot{U}_d , \dot{I}_d və \dot{U}_\ominus , \dot{I}_\ominus uyğun olaraq gərginlik və cərəyanın düz və əks dalğalarıdır. Gərginlik və cərəyanın düz və əks dalğaları eyni zamanda Om qanunu ilə əlaqələnilir.

$$Z_d = \frac{\dot{U}_d}{\dot{I}_d} = \frac{\dot{U}_\ominus}{\dot{I}_\ominus}$$

Göründüyü kimi, Z_d gərginlik və cərəyan dalğalarının komplekslərinin nisbəti ilə təyin edilir. Bu səbəbdən də o dalğa müqaviməti adlanır.

Əgər xəttin əvvəlində gərginlik və cərəyan məlumdursa, (1) və (2) ifadələrinə əsasən integral sabitləri A_1 və A_2 təyin edilə bilər. Xəttin əvvəlində $X=0$ olduğundan (1) və (2)-dən alarıq ki,

$$\dot{U}(0) = \dot{U}_1 = \dot{U}_d + \dot{U}_\ominus = A_1 + A_2$$

$$\dot{I}(0) = \dot{I}_1 = \frac{1}{Z_d} (A_1 - A_2)$$

\dot{U}_1 və \dot{I}_1 uyğun olaraq xəttin əvvəlindəki gərginlik və cərəyandır. Bu iki tənliyin birlikdə həllindən A_1 və A_2 təyin edilir.

$$A_1 = \frac{\dot{U}_1 + Z_d \dot{I}_1}{2} \quad A_2 = \frac{\dot{U}_1 - Z_d \dot{I}_1}{2}$$

Xəttin əvvəlində əks olunan (qayıdan) dalğanın düz (düşən) dalğaya nisbəti, xəttin əvvəlinə nəzərən əks olunma və ya qaytarma əmsalı adlanır və n_1 ilə işarə edilir.

$$\begin{aligned} n_1 &= \left. \frac{\dot{U}_\Theta}{\dot{U}_d} \right|_{x=0} = \left. \frac{A_2 e^{\gamma x}}{A_1 e^{-\gamma x}} \right|_{x=0} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_d}{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_d} = \\ &= \frac{Z_1 - Z_d}{Z_1 + Z_d} \end{aligned} \quad (3)$$

Burada $Z_1 = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$ olub xəttin giriş müqavimətidir.

(3) ifadəsi nəzərə alınmaqla A_1 və A_2 -nin qiymətlərini (1) və (2)-də nəzərə alaq:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \frac{\dot{U}_1 + Z_d \dot{I}_1}{2} (e^{-\gamma x} + n_1 e^{\gamma x}) \\ \dot{I} &= \frac{\dot{U}_1 + Z_d \dot{I}_1}{2Z_d} (e^{-\gamma x} - n_1 e^{\gamma x}) \end{aligned}$$

Əgər sərhəd şərti kimi verilən xəttin sonundakı gərginlik və cərəyandırsa, onda inteqral sabitəri onlardan asılı olaraq təyin edilir. Bu halda $x = l - x'$ olduğunu (1) və (2) tənliklərində nəzərə alaq:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= A_1 e^{-\gamma(l-x')} + A_2 e^{\gamma(l-x')} \\ \dot{I} &= \frac{1}{Z_d} (A_1 e^{-\gamma(l-x')} - A_2 e^{\gamma(l-x')}) \end{aligned}$$

Xəttin sonunda $x' = 0$ (və ya $x = l$) olduğundan yuxarıdakı ifadələrdən alınır ki,

$$\dot{U}(l) = \dot{U}_2 = A_1 e^{-\gamma l} + A_2 e^{\gamma l} \quad (4)$$

$$\dot{I}(l) = \dot{I}_2 = \frac{1}{Z_d} (A_1 e^{-\gamma l} - A_2 e^{\gamma l}) \quad (5)$$

\dot{U}_2 və \dot{I}_2 uyğun olaraq xəttin sonundakı gərginlik və cərəyandır. (4) və (5) ifadələrinin birlikdə həllindən A_1 və A_2 təyin edilir.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\dot{U}_2 + Z_d \dot{I}_2}{2} e^{\gamma l} \\ A_2 &= \frac{\dot{U}_2 - Z_d \dot{I}_2}{2} e^{-\gamma l} \end{aligned}$$

Digər tərəfdən xəttin sonunda əks olunan dalğanın düşən dalğaya nisbəti xəttin sonuna nəzərən əks olunma (qayıtma) əmsalı adlanır və n_2 ilə işarə edilir.

$$\text{Yeni } n_2 = \frac{\dot{U}_o(l)}{\dot{U}_d(l)} = \frac{A_2 e^{\gamma l}}{A_1 e^{-\gamma l}} = \frac{\dot{U}_2 - Z_d \dot{I}_2}{\dot{U}_2 + Z_d \dot{I}_2} = \frac{Z_2 - Z_d}{Z_2 + Z_d} \quad (6)$$

Burada A_1 və A_2 -nin qiymətləri nəzərə alınmışdır.

(6) ifadəsində $Z_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$ olub xəttin sonuna nəzərən onun müqavimətidir. Başqa sözlə, yükün müqavimətidir. (6) ifadəsini nəzərə almaqla, A_1 və A_2 -nin qiymətlərini (1) və (2)-də yerinə yazsaq;

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_d}{2} (e^{\gamma x'} + n_2 e^{-\gamma x'}) \quad (7)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_d}{2Z_d} (e^{\gamma x'} - n_2 e^{-\gamma x'}) \quad (8)$$

alınar. Əgər yükün müqaviməti xəttin dalğa müqavimətinə bərabər olarsa, (yəni $Z_2 = Z_d$) əks olunma əmsalı sıfıra bərabər olar ($n_2 = 0$). Bu halda xətdə yalnız düşən dalğa olur. Başqa sözlə, əks olunan dalğa olmur. Bu xüsusiyyət rabitə xətlərində həyata keçirilir. Çünki rabitə xətlərində əks olunan dalğanın olması müxtəlif səbəblərə görə arzu olunan deyil. Məsələn, əgər xətdə sönmə çox böyük deyilsə, əks olunan dalğa xəttin əvvəlində əks-səda yarada bilər. Digər tərəfdən əks olunan dalğa özü ilə müəyyən enerji daşdığından bu, xətdə (r və g parametrlərində) əlavə enerji itkisinə səbəb olur. Əgər xəttin əvvəlinə nəzərən müqaviməti, yeni mənbənin müqaviməti də dalğa müqavimətinə bərabər deyilsə, xəttin əvvəlinə çatan dalğa yenidən əks olunaraq geri qayıdacaqdır ki, bu da əlavə enerji itkisinə səbəb olacaqdır. Bundan əlavə əks olunan dalğaların hesabına xəttin müəyyən nöqtələrində gərginliyin (cərəyanın) qiyməti çox arta bilər. Bütün bu səbəblərə görə çalışırlar ki, yükün müqavimətini xəttin müqavimətinə bərabər etsinlər. Başqa sözlə, xətti uyğun yükləməyə çalışırlar. Əgər xətt açıqdırsa (yüksüz işləmədə) yəni $Z_2 = \infty$ olarsa, əks olunma əmsalı $n_2 = 1$, xətt qısa qapanmış olduqda isə ($Z_2 = 0$), $n_2 = -1$ olar.

Xətt uyğun yükləndikdə (yəni $Z_2 = Z_d$ olduqda) $Z_2 \dot{I}_2 = \dot{U}_2$ olduğundan (7) və (8) ifadələrindən alırıq:

$$\dot{U} = \dot{U}_2 e^{\gamma x'} \quad (9)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 e^{\gamma x'} \quad (10)$$

(9) və (10) ifadələri uyğun yüklənmiş simmetrik dördqütblünün tənliklərinə uyğundur. Ona görə xəttin bütün uzunluğuna düşən yayılma əmsalı γ dördqütblünün ötürmə həddinə, dalğa müqaviməti Z_d isə dördqütblünün xarakteristik müqaviməti Z_C -yə ekvivalentdir. (7) və (8) tənliklərini aşağıdakı kimi çevirək:

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \frac{e^{\gamma x'} + e^{-\gamma x'}}{2} + \dot{I}_2 Z_d \frac{e^{\gamma x'} - e^{-\gamma x'}}{2}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_2}{Z_d} \frac{e^{\gamma x'} - e^{-\gamma x'}}{2} + \dot{I}_2 \frac{e^{\gamma x'} + e^{-\gamma x'}}{2}$$

Bu tənliklər isə hiperbolik şəkildə ifadə edilə bilər;

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x' + Z_d \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x' \quad (11)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x' + \frac{1}{Z_d} \dot{U}_2 \operatorname{sh} \gamma x' \quad (12)$$

(11) və (12) ifadələri xəttin hiperbolik şəkilli tənlikləridir. Bu ifadələrdə $x' = l$ götürməklə xəttin giriş gərginlik və cərəyanını onun sonuna nəzərən götürülmüş gərginlik və cərəyanı ilə (çıxış parametrləri ilə) ifadə etmək olar.

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \dot{I}_2 Z_d \operatorname{sh} \gamma l \quad (13)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \frac{1}{Z_d} \dot{U}_2 \operatorname{sh} \gamma l \quad (14)$$

Bu tənlikləri simmetrik dördqütblülərin tənlikləri ilə müqayisə etsək, onların oxşar olduqlarını görürük. Yeni bircins xəttə xarakteristik parametrləri $g = \gamma l$ və $Z_c = Z_d$ olan simmetrik dördqütblü kimi baxmaq olar.

(13) və (14) tənliklərinin simmetrik dördqütblünün A şəkilli tənlikləri ilə müqayisəsindən almaq olar ki,

$$A_{11} = A_{22} = \operatorname{ch} \gamma l$$

$$A_{12} = Z_d \operatorname{sh} \gamma l$$

$$A_{21} = \frac{1}{Z_d} \operatorname{sh} \gamma l$$

Xəttə dördqütblü kimi baxılması əsasən hiperbolik şəkilli tənliklərdə özünü göstərir.

15.5. UZUN XƏTLƏRİN XARAKTERİSTİK PARAMETRLƏRİ

Uzun xətlərin xarakteristik (bunlara xəttin ikinci parametrləri də deyilir) parametrləri sönmə əmsalı α , faz əmsalı β , bunların hər ikisini özündə əks etdirən yayılma əmsalı γ və dalğa müqaviməti Z_d -dir. Ümumi halda xarakteristik parametrlər tezlikdən asılı olub, xəttin birinci parametrləri ilə ifadə olunurlar. Məlumdur ki,

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega c)} = \sqrt{rg - \omega^2 Lc + j\omega(Lg + cr)} \quad (1)$$

Digər tərəfdən bilir ki,

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (2)$$

(1) və (2) ifadələrinin bərabərliyindən alarıq:

$$\sqrt{rg - \omega^2 Lc + j\omega(Lg + cr)} = \alpha + j\beta \quad (3)$$

(3) ifadəsinin hər tərəfini kvadrata yüksəltsek

$$rg - \omega^2 Lc + j\omega(Lg + cr) = \alpha^2 + 2j\alpha\beta - \beta^2 \quad (4) \text{ alınar.}$$

(4) ifadəsində həqiqi və xəyali hissələrin bərabərliyindən alarıq:

$$\alpha^2 - \beta^2 = rg - \omega^2 Lc$$

$$2\alpha\beta = \omega(Lg + cr)$$

Bu iki tənliyi birlikdə həll etməklə α və β təyin edilə bilər. Belə ki,

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \left[rg - \omega^2 Lc + \sqrt{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 c^2)} \right]} \quad (5)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\omega^2 Lc - rg + \sqrt{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 c^2)} \right]} \quad (6)$$

Bu ifadələr göstərir ki, α və β tezlikdən asılıdır, lakin α tezlikdən asılı olaraq müəyyən hədd daxilində dəyişirsə, β isə tezlik artdıqca hədsiz artır.

(5) və (6) ifadələri görüldüyü kimi, çox mürəkkəbdir, ona görə onların praktiki tətbiqi əlverişli deyil. Yüksək tezliklərdə $\omega L \gg r$ və $\omega c \gg g$ olduğunu nəzərə alsaq, sönmə əmsalı və faz əmsalı aşağıdakı kimi hesablanıla bilər.

$$\alpha \approx \frac{r}{2} \sqrt{\frac{c}{L}} + \frac{g}{2} \sqrt{\frac{L}{c}} \quad (7)$$

$$\beta \approx \omega \sqrt{Lc} \quad (8)$$

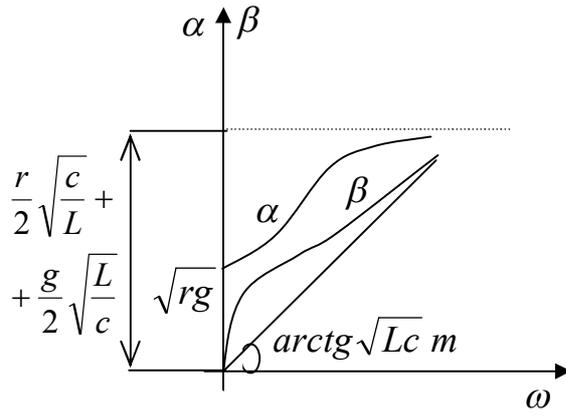
(7) ifadəsində tezlik iştirak etməsə də α tezlikdən asılıdır, çünki xəttin birinci parametrləri özləri tezlikdən asılıdır. Sönmə əmsalının ifadəsindən görünür ki, sönmə iki hissədən ibarətdir. Birinci hissə xəttin aktiv müqaviməti r -in, ikinci hissə isə onun keçiriciliyi g -nin hesabına yaranır. Ona görə xətlə enerjinin verilməsi zamanı çalışırlar ki, xəttin aktiv müqaviməti və keçiriciliyi kiçik olsun. Dalğanın faz sürəti $v_f = \frac{\omega}{\beta}$ olduğundan (6) ifadəsini nəzərə almaqla faz sürətini də xəttin birinci parametrləri ilə ifadə etmək olar. Faz sürəti (8) ifadəsi nəzərə alınmaqla

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{Lc}} = \frac{1}{\sqrt{Lc}} \quad (9)$$

olar. Bu faz sürətinin sonsuz böyük tezlikdə aldığı qiymətdir. (5) və (6)-dan görürük ki, $\omega = 0$ olduqda, yeni sabit cərəyanda

$$\alpha = \sqrt{rg} \quad \beta = 0$$

olar. Yeni sabit cərəyanda faz əmsalı və faz sürəti anlayışı mənasını itirir. Şəkil 203-də sönmə və faz əmsalının tezlikdən asılılığı göstərilmişdir.



Şəkil 203

Şəkil 203-dən görüldüyü kimi, sönmə əmsalı $\alpha = \sqrt{rg}$ qiymətindən ($\omega = 0$ olduqda) başlayıb

$\alpha = \frac{r}{2} \sqrt{\frac{c}{L}} + \frac{g}{2} \sqrt{\frac{L}{c}}$ qiymətinə ($\omega = \infty$ olduqda) yaxınlaşır. β isə asimptodik olaraq tezlik

oxu ilə $\arctg \sqrt{LC} m$ bucağı əmələ gətirən düz xəttə yaxınlaşır. (m-miqyasdır)

Elektromağnit sahəsi nəzəriyyəsində göstərilir ki, xətlərdə

$$LC = \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \quad (10)$$

Burada s-ışiq sürəti, ε və μ isə mühitin dielektrik və maqnit nüfuzluğudur.

(10) ifadəsindən yazmaq olar ki,

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

$v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ olduğundan alırıq ki,

$$v_f = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

Hava xətlərində

$$\varepsilon \approx 1 \quad ; \quad \mu \approx 1$$

qəbul etdikdə onlarda faz sürəti işiq sürətinə bərabər olur. Kabel xətlərində isə $\varepsilon = 4 \div 5$ olduğundan ona uyğun faz sürəti də bir neçə dəfə işiq sürətindən kiçik olur.

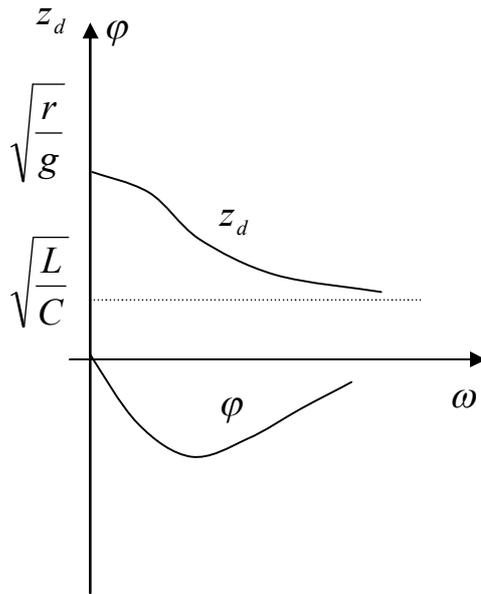
Bildiyimiz kimi xəttin dalğa müqaviməti

$$Z_d = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega c}} = \sqrt{\frac{r}{g} \frac{1 + j\omega \frac{L}{r}}{1 + j\omega \frac{c}{g}}} \quad (11)$$

(11) ifadəsindən görünür ki, $\omega = 0$ olduqda (yəni sabit cərəyanda) $Z_d = z_d = \sqrt{\frac{r}{g}}$, ω

sonsuz böyük olduqda isə, yəni ($\omega = \infty$) $Z_d = z_d = \sqrt{\frac{L}{C}}$ alınar. Yəni bu hallarda dalğa müqaviməti həqiqi kəmiyyətlərdir. Tezliyin qalan qiymətlərində isə dalğa müqaviməti tutum xarakterlidir. (Çünki $\frac{C}{g} > \frac{L}{r}$).

Şəkil 204-də dalğa müqavimətinin modulunun və onun arqumenti φ bucağının tezlikdən asılılığı göstərilmişdir.



Şəkil 204

Göründüyü kimi, dalğa müqaviməti $\sqrt{\frac{r}{g}}$ qiymətindən başlayıb, $\sqrt{\frac{L}{C}}$ qiymətinə qədər azalır.

Kabel xətlərində dalğa müqaviməti 50÷70 Om, hava xətlərində isə 400÷500 Om olur.

15.6. TƏHRİFSİZ XƏTT

Siqnalın təhrifsiz verilməsi o deməkdir ki, xəttin əvvəlində və sonunda onun forması eynidir. Yəni xəttin sonunda gərginlik (cərəyan) əyrisinin bütün ordinantları xəttin əvvəlindəki əyrisinin uyğun ordinantlarına düz mütənasibdir. Bu o zaman mümkündür ki, xəttin sönmə əmsalı və dalğanın faz sürəti bütün tezliklərdə eyni olsun.

Müxtəlif tezliklərdə sönmə əmsalının müxtəlif olması amplitud üzrə təhrif, faz sürətinin müxtəlif olması isə faz üzrə təhrif yaradır.

Ümumiyyətlə, xətlə verilən siqnal çoxlu müxtəlif tezlikləri əhatə edir. Siqnal periodik qeyri sinusoidaldirsə bu tezliklər diskret, qeyri periodik olduqda isə bütün tezlik spektrindən ibarət olur. Ümumi halda α və β isə tezlikdən asılı olduqlarından, aydındır ki, hər bir tezliyə qarşı müxtəlif sönmə və faz sürəti alınacaqdır. Bu səbəbdən də xətlərdə amplitud və faz təhrifi yaranır. Beləliklə, siqnalın təhrifsiz verilməsi üçün sönmə əmsalı α tezlikdən asılı

olmamalı, faz əmsalı β isə tezliklə düz mütənasib olmalıdır ki, faz sürəti $\left(v_f = \frac{\omega}{\beta} \right)$ tezlikdən

asılı olmasın. Bu hal xətlərdə o zaman alınır ki,

$$\frac{C}{g} = \frac{L}{r} \quad (1)$$

olsun.

Parametrləri (1) şərtini ödəyən xətlər təhrifsiz xətlər adlanır.

Məlumdur ki,

$$\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} = \sqrt{rg \left(1 + j\omega \frac{L}{r}\right) \left(1 + j\omega \frac{C}{g}\right)} \quad (2)$$

(1) şərtini (2) ifadəsində nəzərə aldıqda

$$\gamma = \sqrt{rg} + j\omega \sqrt{rg} \frac{L}{r} \quad (3)$$

və ya $\gamma = \sqrt{rg} + j\omega \sqrt{LC}$ alınar.

(3) ifadəsindən görünür ki,

$$\alpha = \sqrt{rg} \quad ; \quad \beta = \omega \sqrt{LC}$$

Bu ifadələrdən görünür ki, (1) şərti ödəndikdə doğrudan da α tezlikdən asılı deyil, β isə tezliklə düz mütənasibdir. Xəttin təhrifsiz olması üçün də bunlar tələb edilir. Doğrudan da β tezliklə düz mütənasib olduğundan faz sürəti $v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ olub, tezlikdən asılı deyil. İtkisiz

xətt eyni zamanda minimum sönməyə malik xəttidir.

Dalğa müqaviməti isə

$$Z_d = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}} = \sqrt{\frac{r}{g} \frac{1 + j\omega \frac{L}{r}}{1 + j\omega \frac{C}{g}}} = \sqrt{\frac{r}{g}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

olub, heçiqi kəmiyyətdir. Ona görə təhrifsiz xətt uyğun yüklənərsə, xətdə gərginliklə cərəyan fazaca eyni olub üst-üstə düşür. Ona görə xəttin istənilən nöqtəsində gərginlik və cərəyanın ani qiymətləri nisbəti aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$\frac{u}{i} = Z_d = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Buradan yazıla bilər ki,

$$L \frac{i^2}{2} = C \frac{u^2}{2}$$

yəni hər an təhrifsiz xəttin ixtiyari hissəsində elektrik sahəsinin enerjisi maqnit sahəsinin enerjisinə bərabərdir və xətlə ötürülən enerji əks olunmayıb, tamamilə xəttin sonundakı işlədici

tərəfindən qəbul edilir. Ancaq xətlərdə (1) şərti ödənmir. Əsasən $\frac{C}{g} > \frac{L}{r}$ olur. Yalnız kabel

xətləri bir az (1) şərtinə yaxın olur. Buradan görünür ki, (1) şərtinin ödənilməsi üçün xəttin birinci parametrləri dəyişdirilməlidir. Yəni r və ya C azaldılmalı, və yaxud L və ya g artırılmalıdır.

Xəttin keçiriciliyi g -nin artırılması sönmənin artmasına səbəb olur. r -in azaldılması üçün isə naqillərin en kəsiyinin sahəsinin böyüdülməsi lazımdır. Bu halda naqillərin çəkisi artdığından bu da məqsəde uyğun deyil, çünki bu halda xətt baha başa gəlir. Beləliklə, (1) şərtinin ödənməsi üçün əsasən L -i artırirlər. Bunun üçün xəttə ardıcıl olaraq, müəyyən

məsafədən bir induktiv sarğacla qoşurlar. Kabel xətlərinin isə keçirici naqillərinə yüksək maqnit nüfuzluğuna malik nazik lentlər dolayırlar.

15.7. İTKİSİZ XƏTT

Xətlərin təhrifsiz olma şərtinin $\left(\frac{L}{r} = \frac{C}{g}\right)$ ödənilib ödənməməsindən asılı olmayaraq praktikada çalışırlar ki, xəttin aktiv müqaviməti r və keçiriciliyi g kiçik olsun ki, enerji itkisi az olsun.

Ümumiyyətlə, hava xətlərində xəttin induktiv müqaviməti aktiv müqavimətindən, tutum keçiriciliyi isə aktiv keçiriciliyindən böyük olur ($\omega L > r, \omega C > g$). Tezlik artdıqca bu fərq daha da artır. Yəni yüksək tezliklərdə induktiv müqavimətə nəzərən aktiv müqaviməti, tutum keçiriciliyinə nəzərən isə aktiv keçiriciliyi nəzərə almamaq olar. Bu halda

$$r \approx 0 \quad ; \quad g \approx 0 \quad (1)$$

(1) şərtini ödəyən xətlər itkisiz xətlər adlanır. İtkisiz xətlərdə $r = 0$ və $g = 0$ olduğundan, sönmə sıfır olur. (1) şərtini nəzərə aldıqda xəttin xarakteristik (ikinci) parametrləri üçün alırıq:

$$\alpha = 0 \quad \gamma = j\omega\sqrt{LC} \quad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

$$Z_d = z_d = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Göründüyü kimi, itkisiz xətlərdə sönmə sıfırdır. Ona görə bu xətlərdə amplitud üzrə təhrif olmur.

Faz əmsalı tezliklə düz mütənasib olduğundan faz sürəti $v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ olub tezlikdən asılı

olmadığından faz təhrifi də olmur. Faz sürəti və dalğa müqavimətinin ifadələri eynilə təhrifsiz xətlərdə olduğu kimidir. Ona görə təhrifsiz xətlər haqqında deyilənlərin hamısı itkisiz xətlərə də aiddir.

Xəttin hiperbolik şəkilli tənliklərindən məlumdur ki,

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \operatorname{ch}\gamma x' + Z_d \dot{I}_2 \operatorname{sh}\gamma x' \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \operatorname{ch}\gamma x' + \frac{1}{Z_d} \dot{U}_2 \operatorname{sh}\gamma x' \end{aligned}$$

Sönmə sıfır olduğundan ($\alpha = 0$) hiperbolik funksiyaların arqumentləri xəyali ədəd alınır ki, ($\gamma = \alpha + j\beta$ $\alpha = 0$ $\gamma = j\beta$) bu halda da hiperbolik funksiyalar triqonometrik funksiyalara çevrilir. Ona görə itkisiz xətlərin tənlikləri aşağıdakı kimi yazılır.

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \cos\beta x' + jz_d \dot{I}_2 \sin\beta x' \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \cos\beta x' + j\frac{1}{z_d} \dot{U}_2 \sin\beta x' \end{aligned}$$

Bu tənliklərdən itkisiz xətlərdə durğun dalğalara baxıldıqda istifadə olunur.

15.8. DURĞUN DALĞALAR

İtkisiz xətlərdə yüksüz işləmə və qısa qapanma rejimlərində və yaxud xətt reaktiv müqavimətlə yükləndikdə onlarda durğun dalğalar yaranır.

Amplitud qiymətləri eyni olan düşən (düz) və əks olunan (qayıdan) qarşı-qarşıya hərəkət edən elektromaqnit dalğalarının (gərginlik və cərəyan dalğalarının) toplanmasından (cəmindən) alınan dalğalar durğun dalğalar adlanır. Həmişə gərginlik və cərəyanın durğun dalğaları bir-birinə nəzərən həm fəzada, həm də zaman etibarilə fərqlənirlər (yeni sürüşmüş olurlar).

Gərginlik və cərəyan dalğaları bir-birinə nəzərən zaman etibarilə 90° , fəzada isə dalğanın uzunluğunun $\frac{1}{4}$ -i qədər sürüşmüş olurlar. Durğun dalğalar yaranarkən xəttin əvvəlindən sonuna

enerji verilmir. Buna baxmayaraq xəttin, dalğa uzunluğunun $\frac{1}{4}$ -nə bərabər parçalarında elektromaqnit enerjisi toplanır. Bu enerji fasiləsiz olaraq bir növdən (elektrik sahəsinin enerjisindən) digər növə (maqnit sahəsinin enerjisinə) çevrilir.

İtkisiz xətlərin tənliklərindən məlumdur ki,

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \cos \beta x' + j z_d \dot{I}_2 \sin \beta x' \quad (1)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 \cos \beta x' + j \frac{1}{z_d} \dot{U}_2 \sin \beta x' \quad (2)$$

Yüksüz işləmə rejimində, yəni xəttin sonu açıq olduqda, ($Z_2 = \infty$ və $I_2 = 0$) (1) və (2) tənliklərindən alarıq ki,

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \cos \beta x' \quad (3)$$

$$\dot{I} = j \frac{1}{z_d} \dot{U}_2 \sin \beta x' \quad (4)$$

(3) və (4) ifadələrinə əsasən gərginlik və cərəyanın ani qiymətləri aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$u = \sqrt{2} U_2 \cos \beta x' \sin \omega t \quad (5) \quad i = \frac{\sqrt{2} U_2}{z_d} \sin \beta x' \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (6)$$

Bu ifadələr durğun dalğaların tənlikləridir. (5) və (6) ifadələrindən görüldüyü kimi gərginlik və cərəyan dalğaları iki funksiyanın hasilindən ibarətdir. Bunlardan birinin arqumenti $\beta x'$ -dən (yeni koordinatdan), digərininki isə ωt -dən (yeni zamandan) asılıdır.

Qısa qapanma rejimində isə yəni xəttin sonu qısa qapandıqda ($Z_2 = 0$ və $U_2 = 0$) itkisiz xəttin tənliklərindən alarıq ki,

$$\dot{U} = j z_d \dot{I}_2 \sin \beta x'$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 \cos \beta x'$$

Bu ifadələrə əsasən isə yaza bilərik ki,

$$u = \sqrt{2} z_d I_2 \sin \beta x' \sin(\omega t + 90^\circ) \quad (7)$$

$$i = \sqrt{2} I_2 \cos \beta x' \sin \omega t \quad (8)$$

Bu tənliklərdən görüldüyü kimi, qısa qapanma rejimində xəttin sonunda gərginliyin durğun dalğası eynilə yüksüz işləmə rejimində cərəyanın durğun dalğasına, cərəyanın durğun dalğası isə gərginliyin durğun dalğasına uyğundur.

Tənliklərdən görüldüyü kimi, gərginlik və cərəyan xəttin müəyyən nöqtələrində maksimuma, bezi nöqtələrində isə sıfıra bərabər olur. Gərginlik və cərəyanın maksimum qiymətlər aldığı nöqtələrə qabarma nöqtələri, sıfır aldığı nöqtələrə isə düyün nöqtələri deyilir.

Gərginliyin qabarma nöqtəsinə cərəyanın düyünü və əksinə, cərəyanın qabarma nöqtəsinə gərginliyin düyünü uyğun gəlir.

$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ olduğunu nəzərə almaqla, (3) və (4) ifadələrindən yazmaq olar ki,

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x' \quad (9)$$

$$\dot{I} = j \frac{\dot{U}_2}{Z_d} \sin \frac{2\pi}{\lambda} x' \quad (10)$$

(9) ifadəsinə əsasən gərginlik üçün düyün və qabarma nöqtələrini tapmaq olar. Belə ki, düyün nöqtələri

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} x' = 0 \quad (11)$$

qabarma nöqtələri isə

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} x' = \pm 1 \quad (12)$$

şərtindən tapıla bilər.

(11) şərtindən yazmaq olar ki,

$$\frac{2\pi}{\lambda} x' = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

buradan isə $x'_{\text{düyün}} = \frac{2k+1}{4} \lambda \quad (13)$

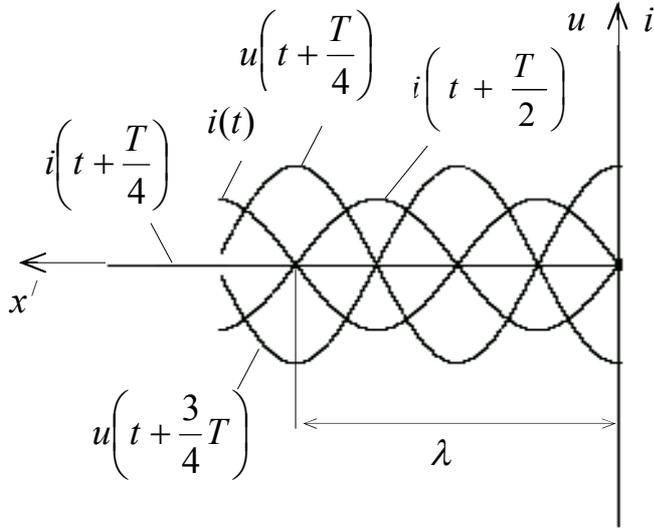
(12) şərtindən isə yazmaq olar ki,

$$\frac{2\pi}{\lambda} x' = k\pi$$

buradan isə

$$x'_{\text{qabarma}} = \frac{k}{2} \lambda \quad (14)$$

(13) və (14) ifadələri ilə təyin olunan nöqtələr uğun olaraq gərginliyin düyün və qabarma nöqtələrinə uyğun gələn nöqtələrdir. (şəkil 205)



Şəkil 205

Göründüyü kimi, xəttin sonu ($x' = 0$) cərəyanın düyününə, gərginliyin isə qabarmasına uyğun gəlir.

Qısa qapanma rejimində isə ($U_2 = 0$) $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ olduğunu bilərək (1) və (2) tənliklərinlə yazmaq olar ki,

$$\dot{U} = jz_d \dot{I}_2 \sin \frac{2\pi}{\lambda} x'$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 \cos \frac{2\pi}{\lambda} x'$$

Bu ifadələrə əsasən x' -in hansı qiymətlərində gərginlik və cərəyanın qabarma və ya düyün nöqtələrinə malik olacağı təyin edilə bilər.

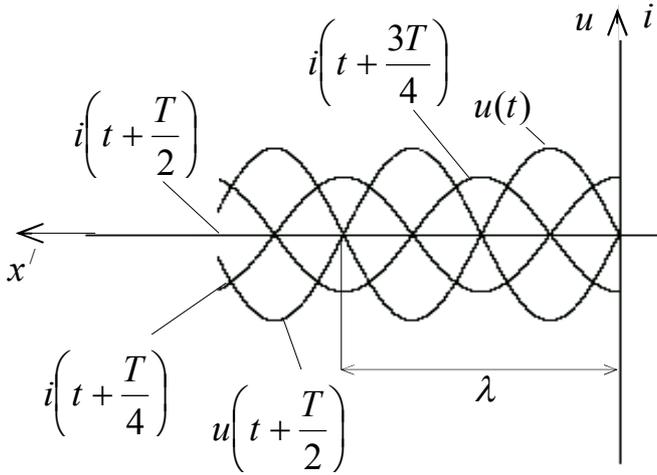
Bu tənliklərdən göründüyü kimi xəttin sonunda ($x' = 0$) və ondan dalğa uzunluğunun yarısının

tam mislinə bərabər uzaqlıqdakı nöqtələrdə ($x' = \frac{k\lambda}{2}$) gərginliyin düyünləri, cərəyanın isə

qabarmaları yerləşir. Xəttin sonundan $x' = (2k + 1) \frac{\lambda}{4}$ uzaqlıqdakı nöqtələrdə isə gərginliyin

qabarma, cərəyanın isə düyün nöqtələri yerləşir. (şəkil 206)

k - tam ədəddir.



Şəkil 206

Şekillərdən də görüldüyü kimi, gərginliyin qabarma nöqtələri cərəyanın düyün nöqtələri ilə müşahidə olunur.

15.9. XƏTTİN GİRİŞ MÜQAVİMƏTİ

Xəttin hər hansı nöqtəsinə nəzərən giriş müqaviməti həmin nöqtədə gərginliyin cərəyanına nisbəti ilə ölçülən kəmiyyətdir. Yəni giriş müqaviməti

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} \quad (1)$$

Xəttin hiperbolik tənliklərindən məlumdur ki,

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \operatorname{ch}\gamma x' + Z_d \dot{I}_2 \operatorname{sh}\gamma x' \quad (2)$$

$$\dot{I} = \dot{I}_2 \operatorname{ch}\gamma x' + \frac{1}{Z_d} \dot{U}_2 \operatorname{sh}\gamma x' \quad (3)$$

(2) və (3) ifadələrini (1)-də nəzərə alsaq,

$$Z = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch}\gamma x' + Z_d \dot{I}_2 \operatorname{sh}\gamma x'}{\dot{I}_2 \operatorname{ch}\gamma x' + \frac{1}{Z_d} \dot{U}_2 \operatorname{sh}\gamma x'} = \frac{Z_2 + Z_d \operatorname{th}\gamma x'}{1 + \frac{Z_2}{Z_d} \operatorname{th}\gamma x'} \quad (4)$$

olar.

Burada $Z_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$ olub xəttin sonuna qoşulmuş ixtiyari müqavimətdir.

(4) ifadəsindən görüldüyü kimi, yüksüz işləmə rejimində ($Z_2 = \infty$) xəttin giriş müqaviməti

$$Z_{y.i.} = Z_d \operatorname{cth}\gamma x' \quad (5)$$

qısa qapanma rejimində isə

$$Z_{q.q.} = Z_d \operatorname{th}\gamma x' \quad (6)$$

ifadələri ilə təyin edilir.

(5) və (6) ifadələri nəzərə alınmaqla, xəttin giriş müqaviməti

$$Z = Z_{y.i.} \frac{Z_2 + Z_{q.q.}}{Z_2 + Z_{y.i.}} \quad (7)$$

kimi tapıla bilər.

Yüksüz işləmə və qısa qapanma parametrləri məlum olarsa, xəttin giriş müqaviməti asanlıqla (7) ifadəsindən tapıla bilər. Bu parametrlər vasitəsilə xəttin dalğa müqaviməti də təyin edilə bilər. Belə ki,

$$Z_d = \sqrt{Z_{y.i.} \cdot Z_{q.q.}}$$

Xətdəki prosesləri tədqiq etdikdə onun giriş müqavimətinin məlum olması vacibdir.

Xəttin əvvəlinə nəzərən giriş müqavimətini təyin etmək üçün isə $\dot{U} = \dot{U}_1$ və $\dot{I} = \dot{I}_1$ götürüb xəttin əvvəlində $x' = l$ olduğunu qəbul edib və bunları (2) və (3) tənliklərində nəzərə almaqla (1) ifadəsindən təyin etmək olar ki,

$$Z_g = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma l + Z_d \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma l}{\dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma l + \frac{\dot{U}_2}{Z_d} \operatorname{sh} \gamma l} = \frac{Z_2 \operatorname{ch} \gamma l + Z_d \operatorname{sh} \gamma l}{\operatorname{ch} \gamma l + \frac{Z_2}{Z_d} \operatorname{sh} \gamma l} \quad (8)$$

Əgər xətt uyğun yüklənibsə ($Z_2 = Z_d$), onda (8)-dən alarıq ki,

$$Z_g = Z_d$$

Yəni uyğun yüklənmiş xəttin giriş müqaviməti onun dalğa müqavimətinə bərabərdir.

15.10. İTKİSİZ XƏTTİN GİRİŞ MÜQAVİMƏTİ

Yüksüz işləmə rejimində ($I_2 = 0$) xəttin hiperbolik tənliklərindən görüldüyü kimi,

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \operatorname{ch} \gamma x' \quad (1)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_2}{Z_d} \operatorname{sh} \gamma x' \quad (2)$$

Əgər xətt itkisiz xətdirsə ($\alpha = 0$, $\gamma = j\beta$), onda (1) və (2) ifadələrindən alınır ki,

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \cos \beta x'$$

$$\dot{I} = j \frac{\dot{U}_2}{Z_d} \sin \beta x'$$

Bu halda xəttin giriş müqaviməti

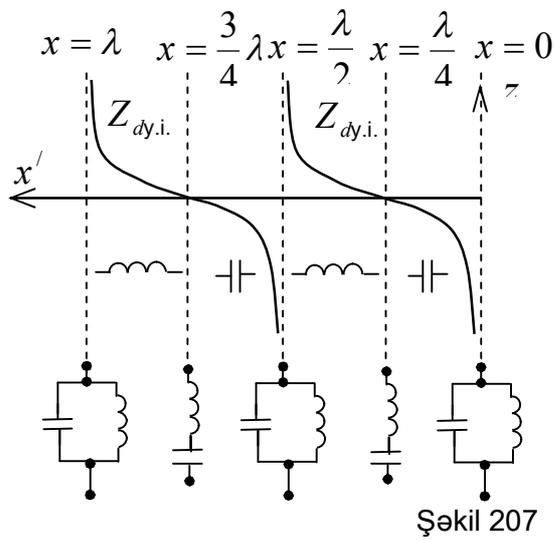
$$Z_g = Z_{y.i.} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{\dot{U}_2 \cos \beta x'}{j \frac{\dot{U}_2}{Z_d} \sin \beta x'} = -j \frac{Z_d}{\operatorname{tg} \beta x'}$$

Burada $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ olduğunu nəzərə alsaq

$$Z_g = Z_{y.i.} = -j \frac{Z_d}{\operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} x'} \quad (3)$$

alınar. (İtkisiz xətlərdə $Z_d = z_d$)

(3) ifadəsindən görünür ki, bu halda xəttin giriş müqaviməti tam reaktiv olub xarakteri (induktivlik və ya tutum olması) xəttin uzunluğundan və tezlikdən (və ya dalğanın uzunluğundan) asılıdır. Xəttin müqavimətinin onun uzunluğundan asılılığı şəkil 207-də göstərilmişdir.



Şəkil 207

(3) ifadəsindən və şəkildən görüldüyü kimi $x' = 0$ qiymətindən $x' = \frac{\lambda}{4}$ qiymətinə qədər və

$x' = \frac{\lambda}{2}$ qiymətindən $x' = \frac{3\lambda}{4}$ qiymətinə qədər və s. intervalda xəttin müqaviməti tutum

xarakterli olub qiymətcə $-\infty$ -dan sıfıra qədər azalır. $x' = \frac{\lambda}{4}$ qiymətindən $x' = \frac{\lambda}{2}$ və

$x' = \frac{3\lambda}{4}$ qiymətindən $x' = \lambda$ qiymətinə qədər və s. intervalda isə xəttin müqaviməti induktiv

xarakterli olub sıfırdan ∞ qiymətinə qədər artır. Xəttin uzunluğunun $x' = 0$, $x' = \frac{\lambda}{2}$, $x' = \lambda$

və s. qiymətlərində, xəttə paralel rezonans konturu kimi, $x' = \frac{\lambda}{4}$, $x' = \frac{3\lambda}{4}$ və s. qiymətlərdə

isə ardıcıl rezonans konturu kimi baxıla bilər.

Xətt qısa qapandıqda isə ($U_2 = 0$) onun hiperbolik şəkilli tənliklərindən alarıq ki,

$$\dot{U} = Z_d \dot{I}_2 \operatorname{sh} \gamma x' \quad (4) \quad \dot{I} = \dot{I}_2 \operatorname{ch} \gamma x' \quad (5)$$

Xətt itkisiz xətdirsə, yenə $\alpha = 0$ və $\gamma = j\beta$ qəbul edərək (4) və (5) ifadələrindən alırıq ki,

$$\dot{U} = jZ_d \dot{I}_2 \sin \beta x' \quad (6)$$

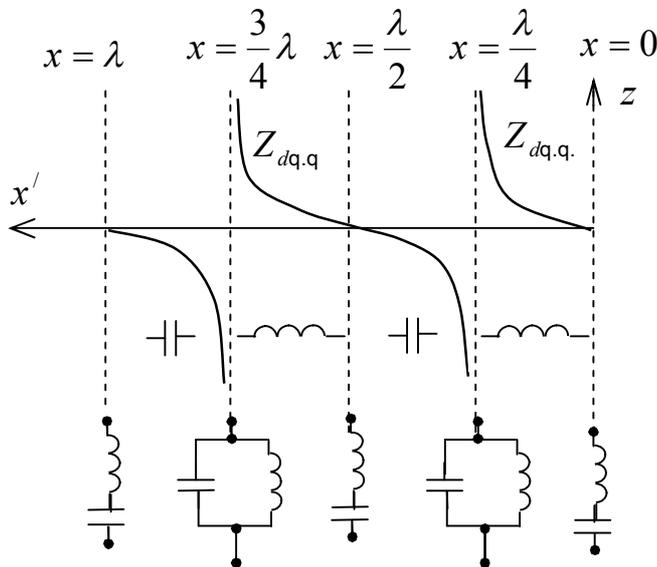
$$\dot{I} = \dot{I}_2 \cos \beta x' \quad (7)$$

Xəttin qısa qapanma rejimində giriş müqaviməti isə (6) və (7) ifadələri nəzərə alınmaqla

$$\begin{aligned} Z_g = Z_{q.q.} &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{jZ_d \dot{I}_2 \sin \beta x'}{\dot{I}_2 \cos \beta x'} = jZ_d \operatorname{tg} \beta x' = \\ &= jz_d \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} x' \end{aligned} \quad (8)$$

kimi təyin edilə bilər.

(8) ifadəsindən görüldüyü kimi, qısa qapanma rejimində də xəttin giriş müqaviməti reaktiv olub xəttin uzunluğundan və tezlikdən (dalğa uzunluğundan) asılı olaraq induktiv və ya tutum xarakterli olur. Qısa qapanma rejimində xəttin giriş müqavimətinin onun uzunluğundan asılılığı şəkil 208-də göstərilmişdir.



Şəkil 208

Göründüyü kimi, xəttin uzunluğunun $x = 0$ qiymətindən $x = \frac{\lambda}{4}$ -ə qədər və $x = \frac{\lambda}{2}$ -dən

$x = \frac{3\lambda}{4}$ -ə qədər və s. intervalda xətt induktiv xarakterli olub 0-dan ∞ -a qədər artır.

Xəttin uzunluğunun $x = \frac{\lambda}{4}$ qiymətindən $x = \frac{\lambda}{2}$ -yə qədər və $x = \frac{3\lambda}{4}$ -dən $x = \lambda$

qiymətinə qədər intervallarda isə giriş müqaviməti tutum xarakterli olub $-\infty$ -dan 0-a qədər azalır.

Xətti uyğun yükləmək üçün yükə ardıcıl və ya paralel olaraq induktiv və ya tutum müqaviməti qoşurlar. Yüksək tezliklərdə belə müqavimət kimi sonu açıq (yüksüz işləmə rejimi) və ya qısa qapanmış xətt istifadə edilə bilər.

15.11. PAYLANMIŞ PARAMETRLİ DÖVRƏLƏRDƏ KEÇİD PROSESİ

Paylanmış parametrlı dövrələrdə (uzun xətlərdə, mühərriklərin dolaqlarında və s.) kommutasiya zamanı, onlara qeyri-periodik siqnal verilərkən və atmosfer elektrik boşalmaları baş verərkən keçid prosesi yaranır. Belə dövrələrdə keçid proseslərinə baxmaq üçün bircins uzun xəttin tənliklərindən istifadə edək.

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = ri + L \frac{\partial i}{\partial t} \qquad -\frac{\partial i}{\partial x} = gu + L \frac{\partial u}{\partial t}$$

x -dövrənin (xəttin) əvvəlindən götürülmüş müşahidə nöqtəsinə qədər olan məsafədir. Yuxarıdakı xüsusi törəməli differensial tənliyin həlli müəkkəb olduğundan qəbul edək ki, xətt itkisiz xətdir, yəni onda itkilər yoxdur. ($r = 0$ $g = 0$). Bu halda alınır ki,

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = L \frac{\partial i}{\partial t} \qquad (1) \qquad -\frac{\partial u}{\partial x} = C \frac{\partial u}{\partial t} \qquad (2)$$

(1) tənliyinin x -ə nəzərən törəməsini alaq.

$$-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial i}{\partial t} \right) = L \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial i}{\partial x} \right) \qquad (3)$$

(2)-ni (3)-də nəzərə als

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -L \frac{\partial}{\partial t} \left(-C \frac{\partial u}{\partial t} \right) = LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (4)$$

Göründüyü kimi, bu tənlik iki tərtibli xüsusi törəməli differensial tənlikdir ki, bu da riyazi fizikada simin rəqs tənliyi kimi məlumdur. Bunun həlli Dalamber tərəfindən verilmişdir. Belə ki, (4) tənliyinin həllindən

$$u(x, t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) \qquad (5)$$

Burada $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ qəbul edilmişdir.

(5) ifadəsindən göründüyü kimi gərginlik iki toplanandan (dalğadan) ibarətdir. Birinci dalğa düşən dalğa adlanır və xəttin əvvəlindən sonuna doğru, ikinci toplanan isə qayıdan dalğa

adlanır və xəttin sonundan əvvəlinə doğru hərəkət edir. Hər iki dalğanın sürəti $v = \frac{dx}{dt}$ -dir.

Onda

$$u(x, t) = u_d + u_s$$

Deməli, keçid prosesi zamanı xəttin əvvəlindən sonuna doğru müəyyən bir dalğa hərəkət edir. Əgər xətt bircinsdirsə, onda bu dalğa xəttin axırına qədər heç bir yerdə əks olunmur və sınımr. (5)-ə əsasən u məlumdursa, (2)-də onu nəzərə almaqla cərəyanı tapmaq olar:

$$i(x, t) = \sqrt{\frac{C}{L}} [f_1(x - vt) - f_2(x + vt)]$$

$\sqrt{\frac{L}{C}} = z_d$ olub, dalğa müqaviməti adlanır. Onda

$$i(x, t) = \frac{1}{z_d} [f_1(x - vt) - f_2(x + vt)] \qquad (6)$$

Göründüyü kimi, cərəyan da iki dalğadan ibarətdir.

$$i(x, t) = \frac{u_d}{z_d} - \frac{u_e}{z_d} = i_d - i_e$$

Burada u_d və u_e gərginliyin, i_d və i_e isə cərəyanın uyğun olaraq düz və əks dalğalarıdır. Xəttin hər bir nöqtəsində

$$\frac{u_d}{i_d} = \frac{u_e}{i_e} = z_d$$

Yəni gərginliyin və cərəyanın düz və əks dalğaları Om qanunu ilə əlaqədardırlar.

Əgər xəttin sonuna qoşulmuş yükün müqaviməti xəttin dalğa müqavimətindən fərqlidirsə, onda xəttin sonuna çatan dalğa əks olunaraq xəttin əvvəlinə doğru hərəkət edəcəkdir.

Bir-birilə qarşılaşan gərginlik dalğaları ifadədən göründüyü kimi toplanacaqlar, cərəyan dalğaları isə bir-birindən çıxılacaqlar. Həmin dalğa xəttin əvvəlinə çataraq yenidən əks olunaraq xəttin sonuna doğru hərəkət edir. Çünki xəttin əvvəlinə qoşulmuş mənbənin müqaviməti də xəttin dalğa müqavimətindən fərqlidir. Əgər xətt itkisiz xətdirsə, yəni r və g «0»-dirsə, bu halda bu proses sonsuz davam edəcəkdir. Real xətdə isə bu dalğaların daşdığı enerjilər r və g elementlərində istiliyə çevrildiklərindən proses getdikcə sönəcəkdir. Bu proses tam söndükdə xətdə keçid prosesi qurtarmış olur.

16. ELEKTRİK DÖVRƏLƏRİNİN SİNTEZİ

16.1. ÜMUMİ MƏLUMAT

İndiyə kimi, dövrələrin analizinə baxılırdı. Yəni dövrənin strukturası və ondakı elementlərin qiyməti məlum olduqda verilmiş gərginliyə görə cərəyan və ya əksinə, cərəyana görə gərginlik təyin edilirdi.

Dövrələrin sintezində isə giriş müqavimətinin tezlikdən asılılığına (operator müqavimətinə görə) və ya dövrənin impuls (əsasən düz bucaqlı impuls) gərginliyə qarşı reaksiyasına əsasən dövrənin strukturası və ondakı elementlərin xarakteri (r, L, C) və qiymətləri təyin edilir. Dövrə kimi baxılan dördqütblüdürsə, onda ötürmə funksiyası verilməlidir. Əgər dövrənin analizində həll bir qiymətli alınırıdısa, sintezdə isə həll birqiymətli olmur. O strukturlu dövrə üstün sayılır ki, orada elementlərin sayı az olsun, eyni zamanda, iştirak edən elementlərin qiymətləri kiçik olsun. Bundan başqa, çalışırlar ki, dövrə r və C elementlərindən ibarət olsun. İnduktivlik dövrədə arzu edilən element sayılmır, çünki yüksək tezlikdə induktivliyin sarğıları arasında əlavə tutum yarana bilər.

Dövrə o halda reallaşdırıla bilən sayılır ki, o r, L, C passiv elementlərindən yaradıla bilsin. Bəzən transformatorada bir element kimi iştirak edə bilər.

Məlumdur ki, kompleks müqavimətdə $j\omega = P$ ilə əvəz edildikdə dövrənin operator müqaviməti alınır. Deməli, giriş müqavimətinin tezlik xarakteristikası məlum olarsa, asanlıqla $Z(P)$ müqaviməti yazıla bilər. Əgər müqavimətin tezlik xarakteristikası mürəkkəbdirsə, əvvəlcə onu aproksimasiya edib, sonra reallaşdırırlar. Dövrənin fiziki reallaşdırılması üçün aşağıdakı şərtlər ödənilməlidir.

1. Əgər

$$Z(P) = \frac{A(P)}{B(P)} = \frac{a_n P^n + a_{n-1} P^{n-1} + \dots + a_1 P + a_0}{b_m P^m + b_{m-1} P^{m-1} + \dots + b_1 P + b_0}$$

şəklində P -dən asılı iki polinomun nisbətində, bu polinomların bütün əmsalları müsbət olmalıdır.

2. $A(P)$ və $B(P)$ polinomlarının P -yə nəzərən həm maksimal (n, m) , həm minimal dərəcələri birdən çox fərqlənməməlidir.

3. $Z(P)$ -nin sıfırları və qütbləri P müstəvisinin sol yarım hissəsində olmalıdır.

4. Əgər $Z(P)$ -nin xəyali ox üzərində qütbləri varsa, bu qütblər sadə olub, təkrarlanan olmamalıdır.

5. Əgər $Z(P)$ -nin ifadəsində $P = j\omega$ qəbul edilsə, ω -nın istənilən qiymətlərində $\operatorname{Re} Z(j\omega) \geq 0$ olmalıdır. Başqa sözlə, $Z(P)$ funksiyası P -dən asılı həqiqi müsbət funksiyadır.

Əgər bu şərtlərdən heç olmasa biri ödənməzsə, yeni $Z(P)$ həqiqi müsbət funksiya olmazsa, o halda dövrə fiziki reallaşdırıla bilməz.

Aşağıda reallaşdırılmanın iki üsuluna baxılır.

16.2. SADƏ KƏSRLƏRƏ AYIRMAQ ÜSULU İLƏ DÖVRƏNİN SİNTEZİ

Fərz edək ki,

$$Z(P) = \frac{A(P)}{B(P)}$$

şəklində verilmişdir. Qəbul edək ki, $Z(P)$ fiziki reallaşdırıla bilən funksiyadır. Bu halda dövrənin sintezi sadə kəsrlərə ayırmaq üsulu ilə aşağıdakı ardıcılıqla aparılır.

1. Əvvəlcə $A(P)$ və $B(P)$ polinomlarının maksimum dərəcələri yoxlanılır.

Əgər $A(P)$ -nin dərəcəsi $B(P)$ -nin dərəcəsindən bir vahid çoxdursa, bu halda $Z(P)$ -dən $a'P$ həddi ayrılır ki, bu da dövrəyə ardıcıl qoşulmuş, qiyməti a' -ə bərabər olan induktivlik deməkdir. Burada

$$a' = \lim_{P \rightarrow \infty} \frac{Z(P)}{P}$$

kimi təyin edilir.

2. Əgər $Z(P)$ -nin $P = 0$ -da qütbü varsa, bu halda

$Z(P)$ -dən $\frac{a_0}{P}$ həddi ayrılır ki, bu da dövrəyə ardıcıl şəkildə qoşulmuş, qiyməti $C = \frac{1}{a_0}$ olan

tutum deməkdir. a_0 -ın qiyməti P sıfıra yaxınlaşdıqda $Z(P)$ funksiyasının çıxıqı kimi tapılır, yəni

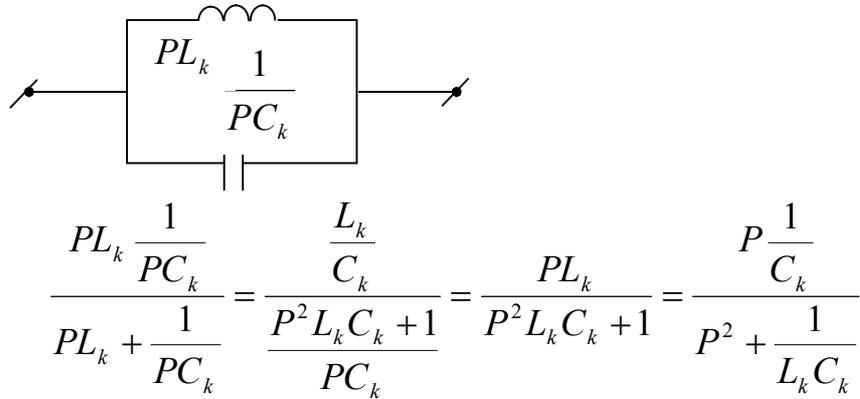
$$a_0 = \operatorname{Res}_{P \rightarrow 0} Z(P) = \left. \frac{A(P)}{B'(P)} \right|_{P=0}$$

3. Əgər $Z(P)$ -nin xəyali ox üzərində qütbü varsa və bu qütb $\pm j\omega_k$ -dirsə, bu halda $Z(P)$ -dən

$$\sum_{k=1}^m \frac{2a_k P}{P^2 + \omega_k^2} \quad (1)$$

həddi ayrılır ki, bu da dövrəyə ardıcıl şəkildə qoşulmuş, paralel birləşmiş L, C deməkdir. m -xəyalı ox üzərindəki cüt qütblərin sayını göstərir. Doğrudan da, paralel birləşmiş L_k və C_k dövrəsinin müqavimətini tapsaq: (şəkil 209)

Şəkil 209



alırıq.

Bu ifadəni yuxarıdakı (1) ifadəsilə müqayisə etsək, görürük ki,

$$\frac{1}{C_k} = 2a_k, \quad \text{buradan isə} \quad C_k = \frac{1}{2a_k}$$

$$\omega_k^2 = \frac{1}{L_k C_k}, \quad \text{buradan isə} \quad L_k = \frac{1}{\omega_k^2 C_k}$$

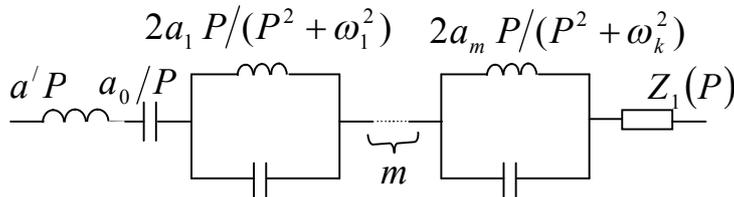
alınır. a_k -nin özü isə yenə $P, j\omega_k$ -ya yaxınlaşdıqda $Z(P)$ funksiyasının çıxıqı kimi təyin edilir, yeni

$$a_k = \operatorname{Res}_{P \rightarrow j\omega_k} Z(P) = \left. \frac{A(P)}{B'(P)} \right|_{P=j\omega_k}$$

$Z(P)$ -dən bu göstərdiyimiz hədlər ayrıldıqdan sonra qalan hissəni $Z_1(P)$ ilə işarə etsək, onda $Z(P)$ -ni aşağıdakı kimi ifadə edə bilərik.

$$Z(P) = a'P + \frac{a_0}{P} + \sum_{k=1}^m \frac{2a_k P}{P^2 + \omega_k^2} + Z_1(P) \quad (2)$$

(2)-yə əsasən dövrəni aşağıdakı kimi çəkə bilərik. (şəkil 210)

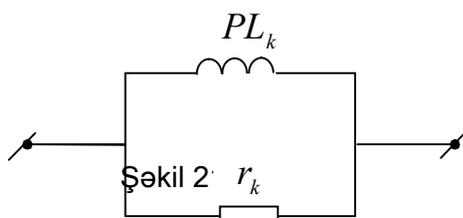


Şəkil 210

Burada $Z_1(P)$

minimal reaktiv müqavimət adlanır.

Sonrakı iş bu minimal reaktiv müqaviməti reallaşdırmaqdan ibarətdir. Əgər $Z_1(P)$ -nin tərkibində P -dən asılı olmayan hədd yoxdursa, yeni $Z_1(P)$ -də $b_k P/(P + m_k)$ həddi varsa, bu paralel birləşmiş r_k və L_k deməkdir. Doğrudan da, r_k və L_k -dan ibarət paralel dövrə



götürsək, (şəkil 211) onun müqaviməti aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$\frac{r_k \cdot PL_k}{r_k + PL_k} = \frac{r_k \cdot P}{P + \frac{r_k}{L_k}} \quad (3)$$

(3) ifadəsini $b_k P/(P + m_k)$ ifadəsi ilə müqayisə etsək alarıq ki,

$$b_k = r_k$$

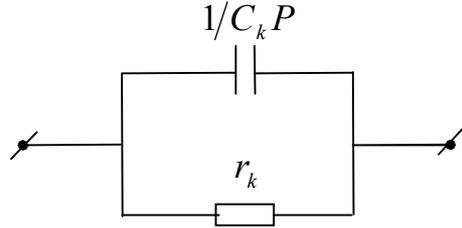
$$m_k = \frac{r_k}{L_k}, \quad \text{buradan isə} \quad L = \frac{r_k}{m_k}$$

olar.

$m_k = 0$ olarsa, bu halda $Z_1(P)$ sabit ədədə bərabər olur ki, bu da dövrəyə qoşulmuş aktiv müqavimət deməkdir. Əgər $Z_1(P)$ -nin tərkibində P -dən asılı olmayan hədd varsa, yəni $Z_1(P)$

$$\frac{d_k}{P + f_k} + b_0 \quad (4)$$

şəklindədirsə, bu paralel birləşmiş r_k və C_k deməkdir. (şək. 212). Paralel birləşmiş r_k və C_k dövrəsinin müqaviməti üçün yazıla bilər ki,



Şəkil 212

$$\frac{r_k \cdot \frac{1}{PC_k}}{r_k + \frac{1}{PC_k}} = \frac{r_k}{r_k PC_k + 1} = \frac{1}{P + \frac{1}{r_k C_k}}$$

Bu ifadə ilə (4) ifadəsini müqayisə etsək, alarıq:

$$d_k = \frac{1}{C_k} \quad \text{buradan isə} \quad C_k = \frac{1}{d_k}$$

$$f_k = \frac{1}{r_k C_k} \quad \text{buradan isə} \quad r_k = \frac{1}{f_k C_k}$$

Əgər bunlardan başqa

$$Z_1(P) = \frac{A_1(P)}{B_1(P)}$$

şəklindədirsə və $A_1(P)$ polinomunun xəyali ox üzərində $P = \pm j\omega_k$ -da və $P = \infty$ -da sıfırları varsa, bu halda $Z_1(P)$ -nin tərsini $Y_1(P)$ kimi götürüb, yeni

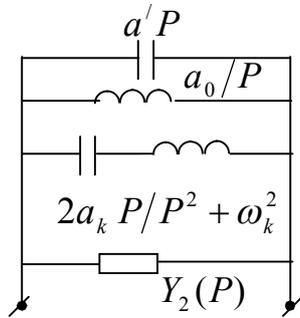
$$Y_1(P) = \frac{1}{Z_1(P)} = \frac{B_1(P)}{A_1(P)}$$

kimi qəbul edib yenidən yuxarıda etdiyimiz əməliyyatların hamısını təkrar edirik. Amma bu halda alınacaq $a'P, a_0P \sum_{k=1}^m \frac{2a_k P}{P^2 + \omega_k^2}$ hədlərinə uyğun budaqlar dövrəyə ardıcıl deyil, paralel

birləşmiş şəkildə təsvir edilir. Bu zaman $a'P, a_0P$ və $\sum_{k=1}^m \frac{2a_k P}{P^2 + \omega_k^2}$ ifadələri isə həmin

budaqların keçiricilikləridir. Bu halda $Y_1(P)$ -yə uyğun dövrə şəkil 213-də göstərildiyi kimi təsvir edilir.

Şəkil 213



Misal: Operator müqaviməti

$$Z(P) = \frac{P^3 + P^2 + 2P}{P^3 + P^2 + P + 1}$$

olan dövrəni sintez etməli.

Göründüyü kimi, sürət və məxrəcin dərəcələri eynidir. Yeni $a'P$ həddi yoxdur. Başqa sözlə, dövrəyə ardıcıl qoşulmuş induktivlik yoxdur. Eyni zamanda $Z(P)$ -nin $P = 0$ -da qütbü yoxdur. Yeni dövrəyə ardıcıl qoşulmuş tutum yoxdur. Sonra $Z(P)$ -nin xəyali ox üzərində qütbünün olmasını yoxlayırıq. (Yeni $B(P)$ polinomunun, başqa sözlə $Z(P)$ -nin məxrəcinin xəyali kökünün olub-olmamasını yoxlayırıq.

$$P^3 + P^2 + P + 1 = 0$$

$$P^2(P + 1) + P + 1 = 0$$

$$(P + 1)(P^2 + 1) = 0$$

$$P^2 = -1$$

$$P = \pm j1$$

yeni xəyali ox üzərində qütb var, bu isə $\frac{2a_1 P}{P^2 + \omega_1^2}$ həddinin olması deməkdir. a_1 -i təyin edək:

$$a_1 = \operatorname{Res}_{P \rightarrow j1} Z(P) = \frac{P^3 + P^2 + 2P}{(P^3 + P^2 + P + 1)} \Big|_{P=j1} = \frac{P^3 + P^2 + 2P}{3P^2 + 2P + 1} \Big|_{P=j1} =$$

$$= \frac{-j-1+2j}{-3+2j+1} = \frac{j-1}{2j-2} = \frac{1}{2}$$

P -nin $-j1$ -ə bərabər qiymətində də həmin qiymət alınır. $\frac{2a_1 P}{P^2 + \omega_1^2}$ həddinin olması isə dövrəyə ardıcıl birləşmiş paralel L, C konturu deməkdir. L və C -nin qiymətlərini təyin edək.

$$\frac{2a_1 P}{P^2 + \omega_1^2} = \frac{2 \frac{1}{2} P}{P^2 + 1} = \frac{P}{P^2 + 1}$$

$$2a_1 = 1 \quad ; \quad C = \frac{1}{2a} = 1$$

$$\omega_1^2 = \frac{1}{LC} \quad ; \quad L = \frac{1}{\omega_1^2 C} = \frac{1}{1 \cdot 1} = 1$$

$$Z_1(P) = Z(P) - \frac{P}{P^2 + 1} = \frac{P^3 + P^2 + 2P}{P^3 + P^2 + P + 1} - \frac{P}{P^2 + 1} =$$

$$= \frac{P^3 + P^2 + 2P}{(P+1)(P^2 + 1)} - \frac{P}{P^2 + 1} = \frac{P^3 + P^2 + 2P - P^2 - P}{(P+1)(P^2 + 1)} =$$

$$= \frac{P^3 + P}{(P+1)(P^2 + 1)} = \frac{P(P^2 + 1)}{(P+1)(P^2 + 1)} = \frac{P}{P+1}$$

Beləliklə, $Z(P) = \frac{P}{P^2 + 1} + \frac{P}{P+1}$

Yeni minimal reaktiv müqavimət $Z_1(P)$, $\frac{P}{P+1}$ şəklində alındı. Bu ifadəni $\frac{b_k P}{P + m_k}$ ifadəsile

müqayisə etdikdə, onların eyni şəkildə olduğu görünür ki, bu da dövrəyə ardıcıl qoşulmuş paralel r, L konturudur.

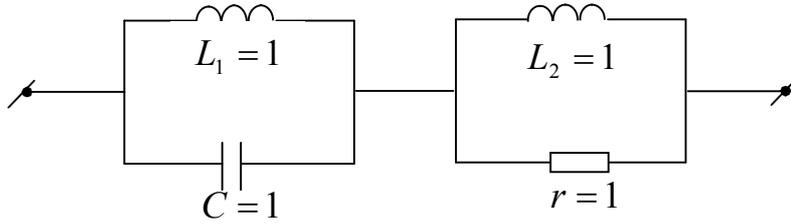
r və L -in qiymətlərini təyin edək:

Müqayisədən görünür ki,

$$b_k = 1 \quad ; \quad \text{Yəni} \quad r = 1$$

$$m_k = 1 \quad ; \quad \text{Yəni} \quad L = \frac{r}{m_k} = \frac{1}{1} = 1$$

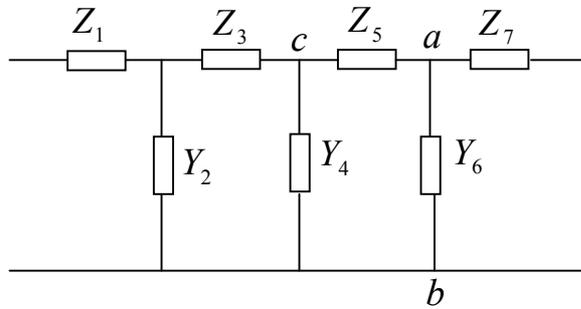
alınır. Alınan ifadələrə $\left(\frac{P}{P^2+1}, \frac{P}{P+1}\right)$ uyğun sxem şəkil 214-də göstərilmişdir.



Şəkil 214

16.3. KƏSİLMƏZ KƏSRLƏRƏ AYIRMAQ ÜSULU İLƏ DÖVRƏNİN SİNTEZİ

Əgər verilən dövrə zəncirvari şəkildədirsə (şək.215) bu halda onun giriş müqavimətinin ifadəsini kəsilməz (pilləvari) kəsrlərə ayıra bilərik.



Şəkil 215

Doğrudan da şəkil 215-də göstərilən dövrənin ab hissəsinin keçiriciliyi

$$Y_{ab} = Y_6 + \frac{1}{Z_7}$$

Həmin hissənin müqaviməti isə

$$Z_{ab} = \frac{1}{Y_{ab}} = \frac{1}{Y_6 + \frac{1}{Z_7}}$$

olduğundan cb hissəsinin müqaviməti üçün yaza bilərik:

$$Z_{cb} = Z_5 + Z_{ab} = Z_5 + \frac{1}{Y_6 + \frac{1}{Z_7}}$$

cb hissənin keçiriciliyi isə

$$Y_{cb} = \frac{1}{Z_5 + \frac{1}{Y_6 + 1/Z_7}} \quad \text{olar.}$$

Bu ardıcılıqla dövrənin giriş müqaviməti üçün yaza bilərik ki,

$$Z = Z_1 + \frac{1}{Y_2 + \frac{1}{Z_3 + \frac{1}{Y_4 + \frac{1}{Z_5 + \frac{1}{Y_6 + \frac{1}{Z_7}}}}}}$$

Beləliklə, görürük ki, bu halda $Z(P)$ funksiyası yuxarıda göstərdiyimiz kimi kəsilməz kəsrlər şəklində yazıla bilər.

$Z(P)$ funksiyasını kəsilməz kəsrlərə ayırmamışdan əvvəl onun $P = 0$ -da və ya $P = \infty$ -da qütbünün olub-olmamasını yoxlamaq lazımdır. Əgər $Z(P)$ -nin $P = 0$ -da qütbü varsa, bu halda əvvəlcə həmin qütbə uyğun $Z(P)$ -nin tərkibindən a_0/P toplananı ayrılır ki, bu da dövrəyə ardıcıl qoşulmuş tutum deməkdir. (şəkil 215-də Z_1 tutumdur)

Burada $a_0 = 1/c$, a_0 özü isə $Z(P)$ funksiyasının $P = 0$ -da çıxıqı kimi təyin edilir.

$$a_0 = \operatorname{Res}_{P \rightarrow 0} Z(P) = \frac{A(P)}{B'(P)} \Big|_{P=0}$$

Yerdə qalan $Z(P) - a_0/P$ kəsilməz kəsrlərə yuxarıda göstəriləyi kimi ayrılır. Əgər $Z(P)$ -nin $P = \infty$ -da qütbü olarsa, bu halda əvvəlcə həmin qütbə uyğun $Z(P)$ -nin tərkibindən a'/P həddi ayrılır ki, bu da dövrəyə ardıcıl qoşulmuş induktivlik deməkdir. (şəkil 215-də Z_1 induktivlikdir). Burada

$$a' = \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{Z(P)}{P}$$

kimi təyin edilir.

Beləliklə, alınacaq zəncirvari sxem ya induktivliklə, ya da tutumla başlayır. Bir halda ($P = \infty$ -da qütb varsa) sxem induktivliklə, digər halda ($P = 0$ -da qütb varsa) isə tutumla başlayır.

Əgər $Z(P)$ -nin $P = 0$ -da və $P = \infty$ -da qütbü olmazsa, sxemlərin girişində induktivlik və tutum olmayacaqdır.

Qeyd etmək lazımdır ki, verilmiş $Z(P)$ -yə uyğun sxemi reallaşdırmaq üçün yuxarıdakı ardıcılıqları gözləmədən də sadəcə $Z(P)$ -nin surətini məxrəcinə, çoxhədlinin çoxhədliyə bölünməsi qaydasında bölməklə də etmək olar. Əgər surətin dərəcəsi məxrəcin dərəcəsinədən kiçikdirsə, onda surəti məxrəcin altına salmaqla bölürlər.

Bu halda $Z(P)$ funksiyasının surət və məxrəcinin hədlərini P -yə nəzərən ya artma dərəcəsinə, ya da azalma dərəcəsinə görə düzürlər.

Misal:

$$Z(P) = \frac{2P^4 + 5P^2 + 2}{P^3 + P}$$

olan dövrəni sintez etməli.

$Z(P)$ -nin surət və məxrəcinin hədləri P -yə nəzərən azalma dərəcəsinə görə yazılmışdır. $Z(P)$ -nin surətini məxrəcinə çoxhədlinin çoxhədliyə bölünməsi qaydası ilə bölək.

$$\begin{array}{r}
 2P^4 + 5P^2 + 2 \Big| \frac{P^3 + P}{2P \rightarrow Z_1(P)} \\
 \underline{- 2P^4 + 2P^2} \\
 P^3 + P \Big| \frac{3P^2 + 2}{\frac{1}{3}P \rightarrow Y_2(P)} \\
 \underline{- P^3 + \frac{2}{3}P} \\
 3P^2 + 2 \Big| \frac{(1/3)P}{9P \rightarrow Z_3(P)} \\
 \underline{- 3P^2} \\
 (1/3)P \Big| \frac{2}{(1/6)P \rightarrow Y_4(P)} \\
 \underline{- (1/3)P} \\
 0
 \end{array}$$

Beləliklə, görürük ki, $Z(P)$ funksiyası aşağıdakı kimi kəsilməz kəsrlərlə ifadə oluna bilər.

$$\begin{aligned}
 Z(P) &= \frac{2P^4 + 5P^2 + 2}{P^3 + 1} = 2P + \frac{3P^2 + 2}{P^3 + P} = 2P + \frac{1}{\frac{P^3 + P}{3P^2 + 2}} = \\
 &= 2P + \frac{1}{\frac{\frac{1}{3}P + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}P + \frac{1}{3P^2 + 2}}} = 2P + \frac{1}{\frac{\frac{1}{3}P + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}P + \frac{1}{9P + \frac{2}{\frac{1}{3}P}}}}} = \\
 &= 2P + \frac{1}{\frac{\frac{1}{3}P + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}P + \frac{1}{9P + \frac{1}{\frac{1}{3}P}}}}} = \\
 &= 2P + \frac{1}{\frac{\frac{1}{3}P + \frac{1}{3}}{\frac{1}{3}P + \frac{1}{9P + \frac{1}{6}}}}} =
 \end{aligned}$$

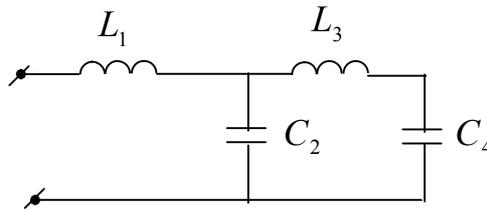
Bu ifadəyə əsasən sxemin strukturu çəkilib (şəkil 216), onun elementlərinin parametrləri təyin edilir.

$$L_1 = 2 \text{ Hn}$$

$$C_2 = \frac{1}{3} F$$

$$L_3 = 9 \text{ Hn}$$

$$C_4 = \frac{1}{6} F$$



Şəkil 216

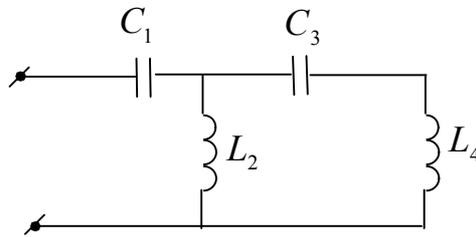
Əgər verilmiş $Z(P)$ müqavimətini P -yə nəzərən artma dərəcəsinə görə yazsaq və onu kəsilməz kəsrlərə ayırsaq tamamilə yeni bir struktura malik dövrə alarıq. Doğrudan da $Z(P)$ -ni P -yə nəzərən artma dərəcəsinə görə

$$Z(P) = \frac{2 + 5P^2 + 2P^4}{P + P^3}$$

şəklində yazıb onu kəsilməz kəsrlərə ayırsaq

$$Z(P) = \frac{2}{P} + \frac{1}{\frac{1}{3P} + \frac{1}{\frac{9}{P} + \frac{1}{6P}}}$$

ifadəsini alarıq. Bu ifadəyə uyğun dövrənin struktur sxemi şəkil 217-də göstərildiyi kimidir.



Şəkil 217

Bu sxemin parametrləri də $Z(P)$ -nin ifadəsinə əsasən aşağıdakı kimi təyin edilir.

$$C_1 = \frac{1}{2} F ; \quad L_2 = 3 \text{ Hn} ; \quad C_3 = \frac{1}{9} F ; \quad L_4 = 6 \text{ Hn}$$

Bu sonuncu misal onu göstərir ki, doğrudan da sintez məsələləri bir qiymətli deyil. Yeni eyni operator müqavimətinə malik bir neçə sxem ola bilər. Lakin bu sxemlərin hər biri müxtəlif strukturaya malik olmaqla, ondakı elementlərin qiymətləri də fərqlidir.

$Z(P)$ -ni kəsilməz kəsrlərə ayırarkən, əvvəlcə onu P -yə nəzərən azalma dərəcəsinə görə yazıb, sürətini məxrəcinə bölüb, müəyyən etapdan sonra isə yenidən qalan hissəni P -yə nəzərən artma dərəcəsinə görə yazıb ayırmanı davam etdirmək olar ki, bu halda da tamamilə başqa bir sxem alınacaqdır.

Alınan sxemlərin hansının üstün olması isə əvvəldə göstərilmişdir.

Ә Д Ә В І Ы Ы А Т

1. Л.А. Бессонов «Теоретические основы электротехники». Издательство «Высшая школа». г. Москва. 1973.
2. Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов «Основы теории цепей». Госэнергоиздат г. Москва
3. А.Ф. Белецкий «Основы теории линейных электрических цепей». Издательство «Связь». г. Москва. 1967.
4. Г.И. Атабеков «Основы теории цепей». Издательство «Энергия». г. Москва. 1969
5. Г.И. Атабеков «Теоретические основы электротехники». I часть. Издательство «Энергия». г. Москва. 1966
6. В.П. Попов «Основы теории цепей» Издательство «Высшая школа». г. Москва. 1985.
7. Л.А. Бессонов «Линейные электрические цепи». Издательство «Высшая школа». г. Москва. 1974.

